

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES



FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT MATERIAUX ET DEVELOPPEMENT DURABLE

THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Sciences Physiques

Option : Physique des Matériaux

Sujet de thèse

*Etude du comportement des nanostructures
par les théories d'élasticité non locale avancées*

Présenté par : M^r ROUABHIA Abdelkrim

Soutenu le 06 /07 /2021 devant le jury composé de :

Président	: BENZAIER Abdelnour	Professeur	UDL de sidi Bel Abbes
Examineurs	: ZIDOUR Mohamed	Professeur	Univ-Tiaret
	: SEMMAH Abdelwahed	MCA	Univ-Relizane
	: BOUMIA Lakhdar	MCA	Univ- Tissemsilt
Encadreur	: HEIRECHE Houari	Professeur	UDL de sidi Bel Abbes
Co- encadreur	: TOUNSI Abdelouahed	Professeur	UDL de sidi Bel Abbes

Année universitaire 2020-2021

Remerciements

Remerciements

Tout d'abord, Je tiens à remercier chaleureusement Mon directeur de thèse, le professeur Houari HEIRECHE de l'université Djillali Liabès, Sidi Bel Abbes qui m'a accueilli au sein de son laboratoire et qui m'a supporté durant toute cette période. Je tiens à lui exprimer ma gratitude pour ses conseils et son soutien, sa patience, sa disponibilité, sa générosité et sa grande compétence qui m'ont beaucoup aidé à surmonter les obstacles. Monsieur je vous suis très reconnaissant.

Je remercie vivement mon co-directeur de thèse, le Professeur Abdelwahed TOUNSI du Laboratoire des Matériaux et Hydrologie « LMH » de l'Université Djillali Liabès, Sidi Bel Abbes qui s'est montré très disponible et à l'écoute de mes idées et mes questions et d'avoir la gentillesse d'apporter généreusement son aide.

Je tiens également à remercier les membres du jury de thèse pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail, à sa lecture et au jugement de sa valeur scientifique :

Mr Abdelnour BENZAI, Professeur à UDL de l'Université sidi Bel Abbes, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury ; Mr Mohamed ZIDOUR, Professeur à l'Université de Tiaret, Mr. Abdelwahed SEMMAH, maître de conférences à l'Université de Relizane, et Mr Lakhdar BOUMIA, maître de conférences au Centre Universitaire Tissemsilt, qui ont bien voulu mobiliser leur temps et leurs compétences en qualité de rapporteurs de ce travail de thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements au Professeur Mohamed BOUREMANA du Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics « LSMAGCTP » Université Djillali Liabés de Sidi Bel Abbés, pour son aide précieuse, sa disponibilité et ses conseils qui m'ont été d'une aide inestimable.

Au cours de ces années de thèse, j'ai eu le privilège de côtoyer plusieurs personnes qui m'ont marqué par leur savoir et savoir-faire, leur gentillesse et leur serviabilité. Je remercie tout particulièrement le Docteur Fouad BOURADA enseignant au Centre Universitaire de Tissemsilt,

pour ses conseils scientifiques, sa disponibilité, son aide et ses encouragements, je lui témoigne une amitié sans faille.

Merci à toute la famille, ma femme, mes chers enfants, Mon frère ma petite sœur, à mes amis mes collègues de travail à URER/MS et chacun des membres d'équipes EES pour leurs gentillesse, le partage des connaissances scientifiques, leurs collaborations, leurs esprits d'équipe, et tous ceux qui compte énormément pour moi.

Finalement je ne remercierais jamais assez mes très chers parents qui ont su m'entouré de tout leur amour, leur affection faisant de moi ce que je suis maintenant, merci pour tout.

Dédicaces

Dédicaces

Je dédie cette thèse.

À la mémoire de mon Père.

À ma Mère, que Dieu me la préserve.

À mon frère ma petite sœur.

À ma femme et à mes chers enfants 'Haithem' & 'Mouad'.

À tous ceux qui m'ont encouragé tout au long de ce travail.

Résumé

Abstract

ملخص

Résumé

Les propriétés de flambement d'une feuille de graphène monocouche (SLGS) sont examinées à l'aide de la théorie de la déformation au cisaillement du premier ordre non local intégrale « FSDT » en introduisant l'influence du milieu viscoélastique de Pasternak. Ce modèle n'utilise que quatre variables, moins que la théorie conventionnelle « FSDT ». Le milieu visco-Pasternak est introduit en considérant l'influence d'amortissement sur le modèle de fondation conventionnel qui est modélisé par le coefficient de Winkler linéaire et le coefficient de fondation de Pasternak (cisaillement). La nano plaque considérée est soumise à des charges de bord en compression dans le plan par unité de longueur. L'influence de nombreux paramètres sont examinés en détail tels que le paramètre d'échelle, le rapport hauteur / largeur, le coefficient viscoélastique de Pasternak, le coefficient d'amortissement et les modes de flambements sur l'étude de stabilité des feuilles de graphène « SLGS ».

Mots clés: stabilité non uniforme; FSDT intégral; modèle de déformation par cisaillement non local; médium visco-Pasternak

Abstract

The buckling properties of a single-layered graphene sheet (SLGS) are examined using nonlocal integral first shear deformation theory (FSDT) by incorporating the influence of visco-Pasternak's medium. This model contains only four variables, which is even less than the conventional FSDT. The visco-Pasternak's medium is introduced by considering the damping influence to the conventional foundation model which modeled by the linear Winkler's coefficient and Pasternak's (shear) foundation coefficient. The nanoplate under consideration is subjected to compressive in- plane edge loads per unit length. The impacts of many parameters such as scale parameter, aspect ratio, the visco-Pasternak's coefficients, damping parameter, and mode numbers on the stability investigation of the SLGSs are examined, in detail. The obtained results are compared with the corresponding available in the literature.

Key Words: non uniform stability; Integral FSDT; nonlocal shear deformation model; visco-Pasternak's medium

ملخص

يتم فحص خصائص إوجاج لصفائح الجرافين أحادية الطبقة (SLGS) باستخدام نظرية تشوه القص درجة أولى غير المحلية المتكاملة (FSDT) من خلال دمج تأثير وسط visco-Pasternak يحتوي هذا النموذج على أربعة متغيرات فقط ، وهو أقل حتى من نظرية FSDT التقليدية. يتم تقديم وسط visco-Pasternak من خلال النظر في تأثير التخميد على نموذج الأساس التقليدي الذي تم تصميمه بواسطة معامل Winkler الخطي ومعامل أساس Pasternak (القص). تتعرض الصفيحة النانوية قيد الدراسة لأحمال ضغط داخل السطح لكل وحدة طول. يتم فحص تأثيرات العديد من المعاملات مثل معامل المقياس ونسبة العرض إلى الارتفاع ومعاملات visco-Pasternak ومعامل التخميد وأرقام الوضع على تحقيق الاستقرار في SLGS بالتفصيل.

كلمات البحث: استقرار غير منتظم، متكامل، FSDT، نموذج تشوه القص غير المحلي، الوسط visco-Pasternak .

Table des Matières

Table des Matières

Remerciements.....	i
Dédicaces.....	iv
Résumé / Abstract / ملخص	v
Table des Matières.....	viii
Liste des figures.....	xii
Liste des Tableaux.....	xvi
Liste des Abréviations & Notations	xvii
Introduction Générale.....	1

Chapitre I

Graphène Fabrication & Propriétés

I.1	Introduction.....	5
I.2	Histoire et découverte du graphène.....	6
I.3	Graphène et dérivés de graphites.....	7
I.3.1	Le graphite.....	7
I.3.2	Le Graphène	8
I.4	Structure Cristallographique Et Electronique Du Graphène.....	9
I.5	Propriétés Physiques Et Chimiques Du Graphène.....	11
I.5.1	Propriétés Electroniques.....	11
I.5.2	Propriétés Optiques.....	12
I.5.3	Propriétés Mécaniques.....	13
I.5.4	Propriétés Thermiques.....	13
I.5.5	Propriétés Chimiques.....	14
I.6.	Principales Méthodes de préparation.....	15

I.6.1	Obtention Du Graphène Par Exfoliation Mécanique.....	16
I.6.2	Synthèse Du Graphène Par Dépôt Chimique En Phase Vapeur (CVD).....	16
I.6.3	Synthèse Du Graphène Par Décomposition Thermique De Sic (Croissance Epitaxiale)	18
I.6.4.	Exfoliation Du Graphite En Solution.....	18
I.6.5	Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite.....	20
I.6.6	Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène.....	22
I.7	Principales méthodes de caractérisation du graphène.....	23
I.7.1	Identification du nombre et la taille.....	23
I.7.2	Identification de la structure chimique.....	25
I.8	conclusion.....	27
I.9	Références.....	28

Chapitre II Généralité Sur La Théorie Des Plaques

II.1.	Introduction.....	32
II.2	Définition D'une Plaque.....	32
II.3	Différents types de plaques.....	33
II.3.1	Les plaques isotropes.....	33
II.3.2	Les plaques orthotropes.....	33
II.3.3	Les plaques anisotropes.....	33
II.4	Théorie Classique Des Plaques (CPT).....	33
II.5	Théorie Des Plaques Du Premier Ordre (FSDPT).....	34
II.5.1.	Facteurs de correction du CT.....	36
II.6.	Théorie Des Plaques D'ordre Supérieur (HSDPT).....	37

II.7.	Théorie Des Plaques Du Second Ordre.....	37
II.8.	Théorie Des Plaques Du Troisième Ordre.....	38
II.9	Théorie d'élasticité non locale pour plaques.....	44
II.9.1	Modélisation de la Feuille Graphène.....	46
II.9.2	Relations constitutives pour plaque non locale.....	46
II.10	Conclusion.....	47
II.11	Références.....	48

Chapitre III Modèle théorique & Développement Analytique

III.1	Introduction.....	50
III.2	Formulations Théoriques.....	53
III.2.1	La théorie de l'élasticité non locale.....	53
III.2.2	La première théorie simple de la première déformation par cisaillement.....	54
III.2.3	Le modèle d'élasticité non locale pour SLGS.....	56
III.2.3	Procédures de résolution des équations.....	58
III.3	Conclusion.....	59
III.4	Références.....	60

Chapitre IV	Résultats & Discussion	
IV.1	Introduction.....	65
IV.2	Résultats et discussions numériques.....	65
IV.3	Conclusions.....	76
IV.4	Références.....	77
	Conclusion Générale.....	81

Liste des figures

Liste des figures

Chapitre I

Figure I. 1 :	Représentation de l'atome de carbone et de ses principales allotropies.....	5
Figure I. 2 :	Du graphite au graphène.....	6
Figure I. 3 :	Structure moléculaire du graphite et diamant.....	7
Figure I. 4 :	Le graphène c'est le bloc de construction de toutes les formes graphitiques, il peut être enveloppé pour former des fullerènes (footballène) de 0D, enroulé pour former des nanotubes de 1D et empilé pour former le graphite 1D.....	9
Figure I. 5 :	Représentation de la structure en (nid d'abeille) (a) , et la structure de bande de graphène (b) .Schématisation de la structure de bande à basse énergie avec deux cônes se rencontrant au point de Dirac K (c)	10
Figure I. 6 :	Photographie d'une ouverture de 50 μm partiellement couverte par une monocouche et une bicouche de graphène. Le profil linéaire montre l'intensité de la lumière blanche transmise le long de la ligne jaune. L'insert montre la forme de l'échantillon : un support métallique de 20 μm d'épaisseur présente plusieurs ouvertures de 20, 30, et 50 μm de diamètre avec des cristaux de graphène placés par-dessus.....	12
Figure I. 7 :	Différentes voies d'obtention du graphène.....	15
Figure I. 8 :	Les étapes de synthèse du graphène à partir de l'exfoliation du graphite avec du scotch.....	16
Figure I. 9 :	Différentes étapes de la croissance du graphène sur une goutte de Galium (Ga)supportée sur un substrat (W) : (a) une goutte de Ga placée sur une feuille de support (W), (b) croissance CVD du graphène sur la surface du liquide Ga, (c) le graphène est recouvert d'une couche de PMMA par spin-coating, (d) revêtement du graphène avec du PMMA et séparation progressive à partir de la feuille en tungstène entraînée par les bulles de H ₂ produites à l'interface entre le graphène et le substrat de Ga-W, (e) le graphène est transféré sur un substrat SiO ₂ /Si et (f) la feuille de tungstène est réutilisée comme un support de Ga.....	17
Figure I.10 :	Exfoliation du graphite en solution en présence (ou non) des tensio-actifs....	19

Figure I.11 :	Clichés AFM des monocouches du graphène préparées.....	19
Figure I.12 :	Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène.....	20
Figure I.13 :	(a) Image d'AFM en mode « Tapping » des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM en mode « contact » du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). Histogramme de distribution de taille pour les nanofeuillets observés dans la figure (a). (f) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm.....	21
Figure I.14 :	Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène.....	22
Figure I.15 :	(a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nanofeuillets de graphène chimiquement réduit.....	23
Figure I.16 :	Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydraté.....	24
Figure I.17 :	(a) Diffraction des rayons-X du graphite (1), oxyde de graphite (2) et graphène chimiquement réduit (3). (b) images du MEB du graphène thermiquement réduit et (c) image du MEB du graphène chimiquement réduit. (d,e) images du TEM du graphène chimiquement réduit.....	25
Figure I.18 :	(a) Les spectres de Raman de (1) le graphite, (2) l'oxyde de graphite et (3) le graphène chimiquement réduit . (b) les spectres d'absorption d'UV-Visible d'oxyde de graphène (1) et de graphène chimiquement réduit. (c) les spectres de la spectroscopie infrarouge pour (1) l'oxyde de graphite et (2,3) le graphène chimiquement réduit. (d) Les courbes de l'ATG pour le graphite, l'oxyde de graphite et le graphène chimiquement réduit et (e) les spectres de XPS C1s pour (1) l'oxyde de graphite et (2) le graphène chimiquement réduit.....	26

Chapitre II

FigureII.1	Description d'une plaque (géométrie et variables).....	32
-------------------	--	----

Figure II.2	Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques.....	34
Figure II.3	Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre.....	35
Figure II.4	Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques.....	38
Figure II.5	Modélisation d'une feuille de graphène en théorie non local.....	46
Figure II.6	Modèle de plaque non locale avec le système de coordonnées.....	47

Chapitre III

Figure III. 1	modèle de plaque continue d'une feuille (SLGS) reposant sur un milieu viscoélastique.....	53
----------------------	---	----

Chapitre IV

Figure IV.1 :	Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction de la géométrie de la plaque (SLGS) pour différents paramètres non locaux η	70
Figure IV.2 :	Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) pour différents coefficients d'amortissement $\bar{C}_t$	71
Figure IV.3 :	Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) pour différents paramètres de Pasternak k_p	72
Figure IV.4 :	Charge de flambement β et rapport de charge de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) pour différents valeurs de mode m et n	

	73
Figure IV.5 : Charge de flambement critique non uniforme β en fonction du paramètre non local a de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c	74
Figure IV.6 : Charge critique de flambement non uniforme β en fonction coefficient d'amortissement $\bar{C}_t$ de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c	74
Figure IV.7 : Charge critique de flambement non uniforme β en fonction du paramètre de Pasternak k_p de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c	75
Figure IV.8 : Charge de flambement non uniforme β par rapport au numéro de mode m du de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c	75

Liste des Tableaux

Liste des Tableaux

Chapitre I

Tableau I.1 :	Caractéristiques du graphite et diamant.....	9
----------------------	--	---

Chapitre II

Tableau II.1 :	Quelques modèles d'ordre supérieur.....	41
Tableau II.2 :	Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes.....	45

Chapitre IV

Tableau IV.1 :	Comparaison de la charge critique de flambement bi axial β_0 des SLGS carrées non locaux avec ceux de MD [4], et de DQM.....	66
Tableau IV.2 :	Comparaison de la charge critique de flambement adimensionnelle β et du rapport de charge critique de flambement (β_{NL}/β_L) des plaques (SLGS) carrées non locales ($h/a = 0,1$).....	67
Tableau IV.3 :	Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L des plaques (SLGS) non locales rectangulaires pour divers paramètres non locaux non dimensionnels $\eta = \sqrt{\zeta/a}$	68
Tableau IV.4 :	Charge de flambement critique sans dimension β et rapport de charge de flambement critique β_{NL}/β_L des plaques (SLGS) rectangulaires non locales pour divers paramètres non locaux non dimensionnels $\eta = \sqrt{\zeta/a}$	69

Liste des Abréviations & des notations

Liste des Abréviations et des notations

Å	Angstrom
AFM	Microscopie à force atomique (Atomic Force Microscopy)
C	Carbone
°C	Degré Celsius
CLPT	Théorie classique des plaques (Classical Lamination Plate Theory)
Cm²v⁻¹s⁻¹	Centimètres carrés par volt seconde
CO	Oxyde de carbone
CO₂	Dioxyde de carbone
CPT	La Theorie Classique des Plaques
c	Les charges de flambement de traction.
$\bar{c}_t$	Coefficients d'amortissement
CT	Les déformations de cisaillement transversal
CVD	Dépôt de vapeur chimique (Chemical Vapour Deposition)
DQM	La méthode de quadrature différentielle
1D	Unidimensionnel
2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
E	Module de de Young
ESDPT	La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The Exponential Shear Deformation Dlate Theory)
FSDT	Théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First order Shear Deformation Theory)

Liste des Abréviations et des notations

HSDT	Théorie des plaques d'ordre supérieur (Higher order Shear Deformation Theory)
HSDPT	Théorie hyperbolique de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The hyperbolic shear deformation plat theory)
G	Module de cisaillement
GPa	Giga pascal.
MPa	Méga pascal
MD	Dynamique moléculaire
nm	Nanomètre.
NTC	Nanotubes de carbones
PSDPT	La théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (Parabolic Shear Deformation Plate Theory)
RPT	Modèle raffiné pour les plaques isotropes (Refined Plate Theory)
S/cm	Siemens par centimètre
SiC	Carbure de silicium
SiO₂	Oxyde de Silicium
SLGS	Feuilles de graphène monocouche (single-layered graphene sheets)
SSDT	La théorie de la plaque de déformation en cisaillement de deuxième ordre (Second-Order Shear Deformation Theories)
SWNT	Les nanotubes de carbones à simple-parois
TPa	Téra pascal
TSDPT	La théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique
μm	Micromètre
W/(m.K)	Watt par mètre-kelvin
v	Coefficient de Poisson
k, p	Indice matériel

Liste des Abréviations et des notations

ρ	La densité du matériau
a	Longueur de la plaque
b	Largeur de la plaque
C_t	Le coefficient d'amortissement du milieu viscoélastique.
e_0	La constante de matériau
h	Epaisseur de la plaque
S_1, S_2	Les charges de compression sur le plan de la plaque
k	Le facteur de correction de cisaillement.
K_w	Le module de Winkler linéaire.
K_p	Le module de fondation de Pasternak (cisaillement)
u, v, w	Les déplacements dans les directions x, y, z .
u_0, v_0, w_0	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$\delta u, \delta v, \delta w$	Champ virtuel de déplacement
φ_x, φ_y	Les rotations autour des axes x , et y .
A', B'	Des coefficients adoptés selon le type de solution
$f(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)

Liste des Abréviations et des notations

$g(z)$	Dérivée de la fonction de gauchissement
σ_{ij}	Le tenseur de contrainte classiqu
β_0	Contraintes de flambement
β_L	La charge de flambement biaxiale locale uniforme
β_{NL}	La charge de flambement biaxiale non locale uniforme
ζ	Le paramètre d'échelle
η	Le paramètre d'échelle non dimensionnel
γ_{xz}, γ_{yz}	Déformations de distorsion
$\delta\gamma_{xz}, \delta\gamma_{yz}$	Champ de déformation transversal virtuel
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	Déformation dans la direction x, y et z
$\delta\epsilon_x, \delta\epsilon_y$	Champ de déformation longitudinal virtuel
N_x, N_y, N_{xy}	Efforts normaux
N_x^0, N_y^0, N_{xy}^0	Charges axiaux appliquées à la plaque
$\bar{N}$	Charge critique du flambement non dimensionnelle
N_{cr}	Charge critique du flambement

Liste des Abréviations et des notations

M_x, M_x, M_{xy}	Moments de flexion
∂	Dérivée partielle
∇^2	L'opérateur de Laplace
i et j	Des nombres naturels

Introduction Générale

Introduction Générale

De nos jours ,la nanotechnologie n'est plus une utopie mais un secteur porteur de beaucoup de promesses et d'inquiétudes dans un monde qui ne cesse d'évaluer pour permettre à l'humanité de vivre dans un cadre plus agréable, de préserver un environnement sain , de se soigner plus efficacement, disposant de moyens de transport plus légers et plus résistants performants et de technologies qui consomment moins d'énergie et économisent les ressources naturelles.

Les nanomatériaux sont composés pour tout ou partie de nano-objets qui leur confèrent des propriétés des matériaux dont une des dimensions au moins est de taille nanométrique (1-100 nm). Leur intérêt réside principalement dans leur petite taille et dans les propriétés potentielles que des arrangements d'atomes organisés en structures aussi fines peuvent présenter, un nouveau matériau qui peut changer le monde. Parce qu'il pèse moins lourd, qu'il est plus solide, apporte de meilleures performances thermiques ou acoustiques, dure plus longtemps, ou bien facilite la production et l'assemblage .Le graphène, un cristal bidimensionnel constitué d'une seule couche d'atomes de carbone et crédité d'un potentiel exceptionnel est un nouveau matériau qui suscite beaucoup d'intérêt dans la communauté scientifique tant ses applications sont prometteuses.

Une feuille de graphène est un million de fois plus fine qu'un cheveu, 200 fois plus résistante à la rupture que l'acier (sa force de traction dépasse les 130 giga pascals), plus conductrice que le cuivre, parfaitement transparente et totalement flexible. Il est de plus imperméable à tous les gaz. Un nombre important d'études et de recherche théoriques et expérimentales ont permis, d'ores et déjà l'utilisation du graphène dans les cellules photovoltaïques, les batteries des véhicules électriques, ou les processeurs des centres de calcul.

Physiquement, une feuille de graphène se présente sous la forme alvéolée d'un treillis en nid d'abeille. Si l'on empile des feuilles, on obtient le graphite. Dans un millimètre de graphite, on trouve trois millions de feuilles de graphène. Cet étonnant matériau a été découvert en 2004 par

deux chercheurs de l'université de Manchester – nobélisés en 2010 – André Geim et Konstantin Novoselov, deux professeurs qui ont pu isolé une couche de graphène à partir d'une mine de crayon en utilisant un rouleau de scotch pour extraire une à une des couches de graphite de plus en plus minces jusqu'à n'être plus constituées que d'une seule couche d'atomes.

L'expérimentation sur des spécimens à l'échelle nanométrique n'est pas seulement très compliquée et difficile, mais aussi très coûteuse, en raison des limites des analyses mécaniques et des mesures sur les nanostructures. Ainsi, la modélisation théorique et la simulation numérique deviennent une voie importante pour comprendre le comportement des nanostructures et permettre leurs applications futures. Pour cela, La communauté scientifique avance plusieurs méthode théoriques pour étudier précisément les phénomènes physique à de très petites échelles (micro ou nanométrique), Généralement, trois procédures principales ont été proposées pour étudier les propriétés mécaniques des nanostructures :L'investigation expérimentale, la simulations de dynamique moléculaire (MD) et la formulation de mécanique continue, par conséquent l'étude du comportement des systèmes nanomécaniques fabriqués à partir de graphène contribue à une meilleure conception des réalisations pratiques de ces matériaux.

Dans cette étude, une formulation analytique est présentée pour étudier les réponses au flambement des feuilles de graphène modélisées en plaques monocouche (SLGS) reposant sur un milieu de viscoélastique de Pasternak. L'incorporation du terme intégral dans le champ de déplacement induit une diminution du nombre d'inconnues et d'équations gouvernantes. Pour atteindre nos objectifs, ce travail de thèse s'articule autour de quatre chapitres.

Le premier chapitre, nous exposons d'une façon succincte des généralités sur le graphène, leurs propriétés, l'histoire de leur développement, leurs méthodes de fabrication, ainsi que leurs domaines d'application.

Le deuxième chapitre, rassemble une étude bibliographique sur les différentes théories des plaques majoritairement employées pour modéliser les plaques et en particulier les nanoplaques.

Le troisième chapitre, nous présenterons le développement mathématique du modèle élastique non local de flambement des feuillets de graphène (SLGS) reposant sur le milieu viscoélastique

de Pasternak. Différents paramètres sont utilisés pour étudier leurs influences sur les réponses au flambement des feuillets de graphène (SLGS).

Le dernier chapitre, est consacré aux les résultats des études comparatives réalisées et les commentaires sur l'influence des paramètres utilisés.

A la fin de ce travail, nous avons terminé par une conclusion générale sur l'ensemble de ces travaux qui permet de revenir sur les résultats importants de ce travail, et des perspectives pour les futurs travaux.

Chapitre I

Graphène Fabrication & Propriétés

I.1 Introduction :

Le carbone naturel se présente sous de nombreuses formes différentes les unes des autres, et les propriétés de chaque forme dépendent de sa structure spécifique (Figure I.1) [1]. Cela fait du carbone un bloc de construction véritablement unique pour les nanomatériaux [2-3]. C'est pour cette raison que le carbone a été étudié depuis plusieurs décennies avec beaucoup d'intérêt, et continue de susciter plus d'enthousiasme pour la communauté scientifique. En particulier, avec la nanoscience qui connaît un formidable essor depuis plusieurs années, de nouvelles propriétés pour les nanostructures de carbone sont encore découvertes, offrant ainsi de nouvelles opportunités qui conduisent à de nouvelles applications pour ces matériaux, suscitant parfois de nouveaux débats scientifiques et sociétaux.

Une forme particulière de carbone qui a bouleversé de nombreuses théories scientifiques, telle que la stabilité d'une monocouche atomique [4-5] au fil des années nous intéresse dans cette étude, à savoir, le carbone hybridé sp^2 , à deux dimensions.

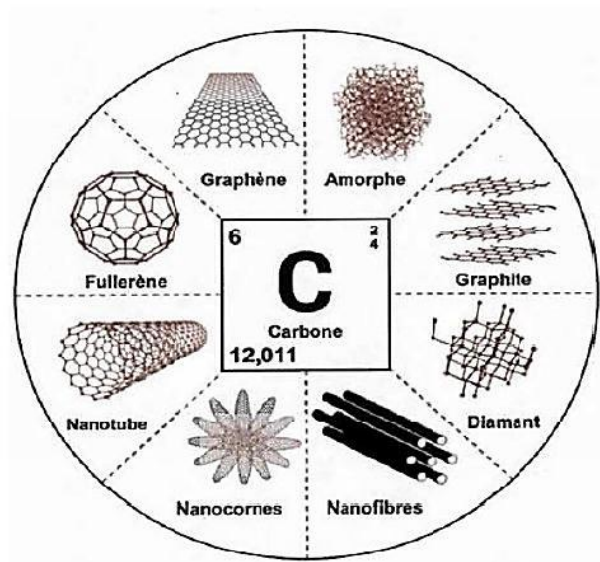


Figure I.1: Représentation de l'atome de carbone et de ses principales allotropes. [6]

I.2 Histoire et découverte du graphène :

Le graphène est une couche à l'échelle atomique, un feuillet bidimensionnel (2D) composé d'atomes de carbone sp^2 disposés en une structure en nid d'abeilles (Figure I.2). Il a été considéré comme le bloc de construction de toutes les autres allotropies de carbone graphitique à différentes dimensionnalités [7]. Par exemple, le graphite (allotropie de carbone de 3 D) est constitué de feuilles de graphène empilées les unes sur les autres et séparées par une distance de 3,4 Å (Figure I.2). Le fullerène (allotropie de carbone de 0 D) peut être envisagé pour être fait en enveloppant une section de feuillet de graphène. Les nanotubes de carbone (NTC) et les nanorubans (allotropies de carbone de 1 D) peuvent être réalisés respectivement par l'enroulement et le découpage des feuilles de graphène.

En réalité ces allotropies de carbone, à l'exception des nanorubans, ne sont pas synthétisées à partir de graphène. Le graphite est un matériau naturel, il a été premièrement découvert dans un gisement près de Borrowdale [8], en Angleterre, en 1555, mais sa première utilisation a commencé 4000 ans avant cette date [9]. Les nanotubes de carbone ont été premièrement synthétisés en 1991 [10] suite à la découverte du fullerène en 1985 [11]. En 1940, il a été établi théoriquement que le graphène est le bloc de construction (par empilement) de graphite [12]. En 2004, Geim et ses collègues à l'Université de Manchester a réussi à réaliser expérimentalement une seule couche de graphène dans une expérience de table simple, lorsque le graphène a été séparée à partir de graphite en utilisant le clivage micromécanique [13]. En 2010, le prix Nobel de physique a d'ailleurs été remis à André Geim et Konstantin Novoselov pour cette découverte.

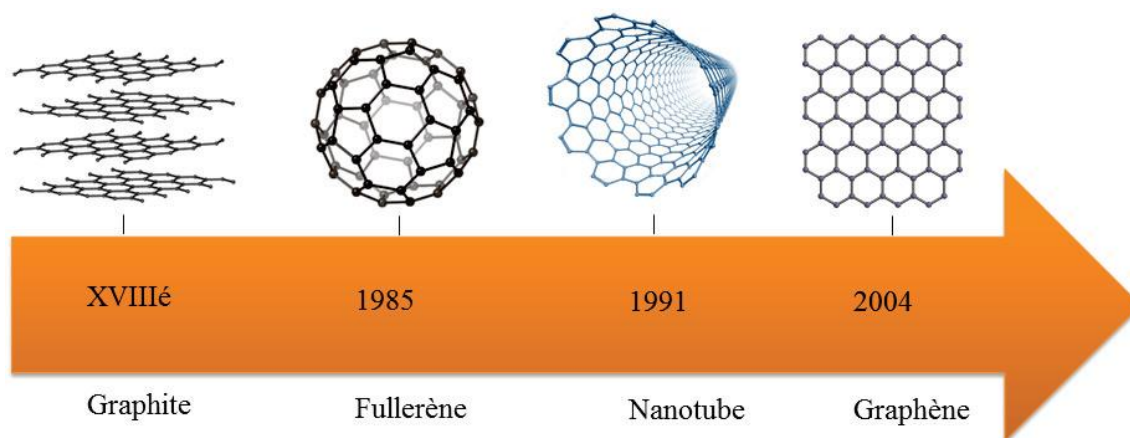


Figure I. 2 : Du graphite au graphène [14].

I.3 Graphène et dérivés de graphites

I.3.1 Le graphite

Le graphite est l'un des deux minéraux naturels composés uniquement de l'élément carbone (C), l'autre étant diamant. Bien que le graphite et le diamant aient la même composition chimique, elles diffèrent considérablement dans leur agencement interne d'atomes de carbone. Un cristal de diamant contient un cadre tétraédrique solide d'atomes de carbone donc c'est l'une des substances les plus dures sur terre.

En revanche, le graphite a une structure hexagonale compacte entièrement basée sur le carbone, formé de couches empilées, faiblement liés composées d'anneaux hexagonaux interconnectés d'atomes de carbone qui en fait l'un des matériaux les plus doux connus, encore sa structure cyclique liée peut être utilisé comme une source de force (Perkins, 2002). Ces différences structurales fondamentales reflètent les conditions de température et de pression inférieurs en vertu de laquelle le graphite formé rapport à diamant. Une comparaison de la structure moléculaire du graphite et du diamant est présentée dans la figure ci-dessous :

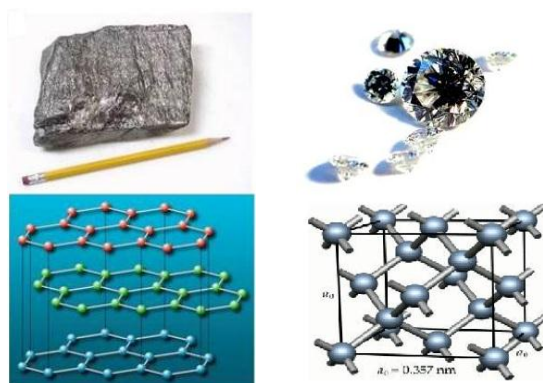


Figure I. 3 : Structure moléculaire du graphite et diamant.

Dans le graphite, chaque atome de carbone a adopté la configuration sp^2 , à savoir que les électrons de cœur du carbone (1s), qui ne servent pas aux liaisons ne sont pas perturbés ; donc l'hybridation ne concerne que les électrons 2s et 2p. Le tableau suivant donne un aperçu sur quelques propriétés du graphite et du diamant :

Graphite	Diamant
Doux	Dur
Sale à toucher	Propre à toucher
Bon conducteur électrique	Non-conducteur
Lubrifiant	abrasif
Opaque	Transparent
Valeur : Centaines de dollars par tonne	Millions de dollars par tonne

Tableau I. 1 : Caractéristiques du graphite et diamant.

Cette hybridation permet la formation de plans où les atomes de carbone sont disposés en « nid d'abeille », un tel plan isolé est appelé graphène, et l'empilement de ces plans suivant la structure hexagonale compacte constitue le graphite [15-16].

I.3.2 Le Graphène :

Le graphène est produit à partir du graphite, qui est en fait une succession de milliards de couches de graphène. Ce dernier se présente comme un feuillet monocouche bidimensionnelle, de maille hexagonale, dont l'épaisseur (celle de l'atome de carbone, son seul constituant). Des propriétés physiques inédites sont associées à la structure en feuillet monocouche du graphène, les scientifiques le décrivent comme étant le matériau le plus fin et l'un des plus résistants connu à ce jour et il a suscité un intérêt vaste ces dernières années et considéré comme le matériau le plus étudié. Au sein du graphite les plans sont séparés les uns des autres par une distance de 3.4 Å. Les interactions de van der Waals entre les feuillets sont faibles mais il est cependant difficile d'exfolier les différents plans jusqu'à obtenir une monocouche.

Obtenir du graphène à partir de graphite revient donc à trouver un moyen de minimiser les interactions de van der Waals [17-18]. Le graphène a été utilisé comme nanocharge, et aussi il est l'élément structurel de base des variétés allotropiques. Il peut être enveloppé pour former des fullerènes de 0 D, enroulé pour former des nanotubes de 1 D et empilé pour former le graphite 3 D. Il a une grande surface spécifique théorique, haute résistance mécanique et le module de Young, (~ 50 GPa), conductivité thermique (à 27 ° C) (~ 5000 W / m), et il a une grande transmission optique, est cette bonne conductivité électrique mérite l'attention pour beaucoup d'applications. Une de ces applications intéressantes de GN est l'obtention de

polymère / GN nanocomposite. [19- 20] La structure de graphène est exempte de défauts, à tous les atomes du même genre, reliés entre eux par des liens forts et souples : c'est l'origine des propriétés extraordinaires de ce matériau. En outre, les électrons peuvent se déplacer dans le réseau de graphène sans rencontrer d'obstacles dus à des imperfections de structure ou présence d'hétéroatomes. Par conséquent, les électrons peuvent se déplacer beaucoup plus rapide que ce qu'ils font dans les métaux ou les semi-conducteurs.

Aussi l'oxyde de graphène peut être utilisé dans nombreux domaines, car il a des propriétés très importantes, comme dans la production de films conducteurs transparents, et l'Oxyde de graphène se mélange facilement avec de nombreux polymères, formant les nanocomposites, et améliore considérablement les propriétés du polymère d'origine, ce qui inclut le module d'élasticité, résistance à la traction, la conductivité électrique et la stabilité thermique. La figure suivante représente toutes les formes graphitiques qui peuvent être construites par le graphène :

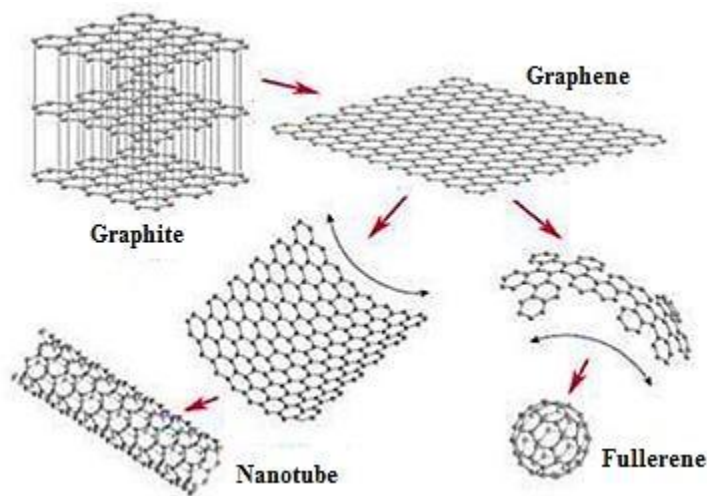


Figure I. 4 : Le graphène c'est le bloc de construction de toutes les formes graphitiques, il peut être enveloppé pour former des fullerènes (footballène) de 0D, enroulé pour former des nanotubes de 1D et empilé pour former le graphite 3D.

I.4 Structure Cristallographique Et Electronique Du Graphène

Le graphène se présente sous une structure cristalline bidimensionnelle simple de type « nid d'abeille », ou il existe deux types de carbone, A et B, qui ont chacun un environnement différent. Le réseau cristallin du graphène est alors décrit comme un réseau hexagonal avec un

motif de deux atomes (A et B) par maille élémentaire. Il peut aussi être représenté comme deux sous-réseaux hexagonaux, l'un d'atomes A et l'autre d'atomes B.

Les paramètres de maille « a_1 et a_2 » sont définis par l'équation « $a_1 = a_2 = 3a$ », où ' a ' est la longueur de la liaison entre deux carbones, d'une valeur de 1,42 Å (Figure I. 5). Dans cette structure, chaque atome de carbone est fortement lié à trois atomes adjacents avec un angle de 120°, et présente une orbitale pz non hybridée perpendiculaire au plan du feuillet.

Ces orbitales, à moitié remplies, se chevauchent et créent les bandes π (bande de valence) et π^* (bande de conduction) du graphène. C'est ce recouvrement et cette structure de bandes qui sont à l'origine des propriétés électroniques du graphène.

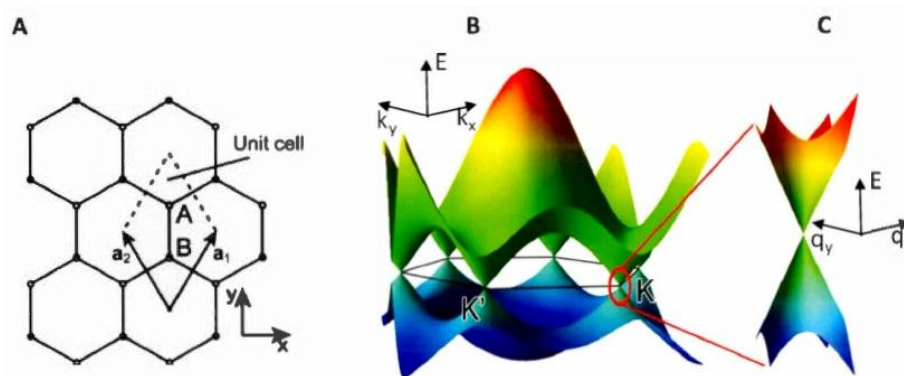


Figure I. 5 : Représentation de la structure en (nid d'abeille) (a), et la structure de bande de graphène (b). Schématisation de la structure de bande à basse énergie avec deux cônes se rencontrant au point de Dirac K (c)[21].

En étudiant la structure de bande du graphène, il a été montré que les bandes de valence et de conduction ne sont pas séparées par une bande interdite (gap) comme dans un semi-conducteur, et ne se recouvrent pas comme dans un métal [22-23]. Elles se touchent en deux points non Equivalents K et K' , appelés aussi points de Dirac, au bord de la première zone de Brillouin (Figure I. 5). De plus, il y a autant d'électrons que d'atomes de carbone, ce qui signifie que la bande de valence est pleine, et la bande de conduction est vide.

Le niveau de Fermi est alors au même niveau d'énergie que les points K et K' , soit à une énergie nulle. Le graphène est donc un semi-conducteur à gap nul, et un semi-métal. Aussi, au voisinage du niveau de Fermi et du point K (ou K'), la relation de dispersion est linéaire et S'écrit:

$$E_x(\vec{q}) = \pm \hbar V_F |\vec{q}| \quad (\text{I.1})$$

Ou $\vec{q}$ est le moment mesuré relatif au point de Dirac et V_F est la vitesse de Fermi d'une valeur de 1.10^6 m.s^{-1} . L'énergie étant nulle au voisinage du point K (ou K'), la masse effective des porteurs de charges peut aussi être considérée comme nulle dans cette région [21]. C'est ce qui permet de dire que les électrons du graphène sont « relativistes » avec une masse effective nulle et une vitesse égale à la vitesse de la lumière effective (vitesse de Fermi). Au voisinage du niveau de Fermi, il existe une symétrie entre bande de conduction et bande de valence et un électron dans cette zone appartient simultanément aux deux bandes [24-25].

Cette structure de bande du graphène est une des particularités les plus intéressantes de ce matériau et est en partie responsable des propriétés étonnantes du graphène, notamment ses propriétés électroniques.

I.5 Propriétés Physiques Et Chimiques Du Graphène

Grâce à ses propriétés structurales uniques, le graphène possède des propriétés physiques extraordinaires. Le réseau sp^2 conjugué et la structure de bande du graphène laisse entrevoir la possibilité de conduire les électrons, mais aussi la chaleur, avec une grande efficacité. Sa finesse le rend transparent et il apparaît être très résistant aux contraintes mécaniques, ce qui peut aussi être un avantage pour l'élaboration de systèmes optoélectroniques et dans le domaine photovoltaïque. Il faut noter que la qualité du graphène varie en fonction de sa préparation et la présence de défauts résiduels dans la structure du graphène peut modifier ses propriétés intrinsèques. Ainsi, un mono-feuillet de graphène possède des propriétés différentes d'un bi-feuillet qui lui-même diffère d'un multi-feuillet. Les caractéristiques énoncées par la suite sont celles reportées pour une monocouche de graphène, produite par exfoliation micromécanique du graphite permettant d'obtenir la meilleure qualité de graphène.

I.5.1 Propriétés Electroniques

D'après l'analyse de la structure de bande du graphène, décrite dans le paragraphe (I.4), le graphène est un semi-conducteur à gap nul, les électrons sont considérés comme des porteurs de charge sans masse au voisinage du niveau de Fermi.

Cette caractéristique laisse penser que le graphène peut être un très bon conducteur avec une mobilité électronique importante [26]. En effet, des études expérimentales montrent que la mobilité électronique dans des puces électroniques à base de graphène suspendu peut aller au-delà de $200\,000\text{ cm}^2.\text{V}^{-1}.\text{s}^{-1}$ [27-28]. Ces mobilités électroniques impressionnantes ne peuvent être observées qu'à basse température, entre 10 et 100 K [25]. Toutefois, des mobilités électroniques supérieures à $15\,000\text{ cm}^2.\text{V}^{-1}.\text{s}^{-1}$ peuvent être obtenues à température ambiante (300 K) [21-24-25].

I.5.2 Propriétés Optiques

Une monocouche de graphène possède, expérimentalement, une transmittance de 97,7 % dans le domaine spectral du visible, soit une opacité de 2,3 % [29].

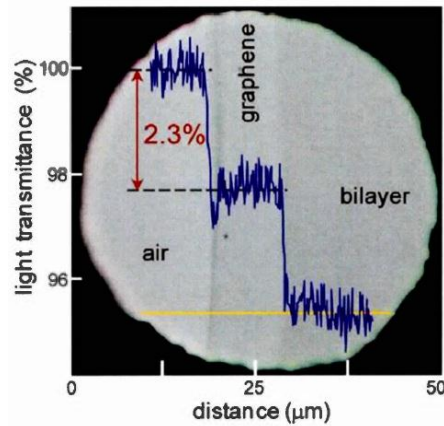


Figure I. 6: Photographie d'une ouverture de 50 µm partiellement couverte par une monocouche et une bicouche de graphène. Le profil linéaire montre l'intensité de la lumière blanche transmise le long de la ligne jaune. L'insert montre la forme de l'échantillon : un support métallique de 20 µm d'épaisseur présente plusieurs ouvertures de 20, 30, et 50 µm de diamètre avec des cristaux de graphène placés par-dessus [29].

Théoriquement, la transmittance optique T est totalement en accord avec les résultats expérimentaux et est définie par l'équation [30]. :

$$T = (1 + 1/2\pi\alpha)^{-2} \approx 97.7\% \quad (\text{I.2})$$

I.5.3 Propriétés Mécaniques

Les formes allotropiques naturelles du carbone, le diamant et le graphite, possèdent une excellente résistance mécanique, affichant notamment un module de Young élevé. Cela se vérifie aussi avec le graphène, qui présente des propriétés mécaniques encore plus remarquables. En effet, les propriétés l'élasticité et de résistance à la rupture d'une monocouche de graphène non-soutenue ont été mesurées à l'aide d'une technique de nano-indentation par microscopie à force atomique (AFM) [31].

Un monofeuillet de graphène sans défauts présente alors un module de Young de 1,0 TPa et une résistance intrinsèque de 42 N.m^{-1} , soit une contrainte intrinsèque de 130 GPa pour une monocouche de 0,335 nm d'épaisseur. La résistance intrinsèque peut être définie comme la contrainte maximale qu'un matériau peut supporter en étant tiré ou étiré avant de se rompre, et elle est presque 200 fois supérieure à celle de l'acier dans le cas d'une monocouche de graphène sans défauts.

Le graphène peut donc être considéré comme le plus résistant des matériaux connus, mais aussi le plus fin, ce qui fait de lui un élément viable pour la fabrication de matériaux composites plus résistants.

I.5.4 Propriétés Thermiques

Les propriétés thermiques du graphène proviennent de la force et de l'anisotropie des liaisons sp^2 dans le plan du feuillet. En effet, au niveau du centre de la zone de Brillouin, les fréquences des modes acoustiques transversal et longitudinal des phonons présentent des relations de dispersions linéaires $\omega = v \cdot q$ avec des vitesses v élevées, par exemple six fois plus que pour le silicium. Des simulations moléculaires dynamiques ont démontré que la conductivité thermique K était dépendante de la température au-delà de 100 K, selon la relation $K \propto 1/T$. Ces simulations ont prédit une conductivité thermique de l'ordre de $6000 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à température ambiante (300 K) pour un monofeuillet de graphène suspendu. En réalité, des conductivités thermiques de l'ordre de $5300 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, à 300 K, ont été mesurées pour des monofeuillets de graphène suspendus à l'aide d'une méthode optique non conventionnelle qui suit le déplacement Raman de la bande G du graphène[32]. La conductivité thermique d'un feuillet de graphène exfolié déposé sur un substrat SiO_2 est de $600 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ [33]. Cette valeur est très inférieure à

celle obtenue dans le cas du graphène suspendu et peut être due à la fuite de phonons à travers l'interface graphène-substrat.

Les propriétés thermiques du graphène vont avoir un intérêt particulier dans la conception de matériaux d'interface dans des systèmes électroniques ou optoélectroniques avancés. Intégré dans des matériaux composites, le graphène permet d'accentuer la conductivité thermique tout en régulant la chaleur émise [34]. Ce qui est très important pour les appareillages électroniques qui utilisent des systèmes de refroidissement.

I.5.5 Propriétés Chimiques

Le graphène possède une très grande surface spécifique, de $2630 \text{ m}^2.\text{g}^{-1}$, largement supérieure à d'autres allotropies du carbone et pourrait donc être un très bon matériau pour absorber des molécules, ou faire de la catalyse hétérogène ou diverses réactions à sa surface. [35-36]. Théoriquement, le graphène peut être fonctionnalisé sur ses deux faces et sur les bords des feuillets. Bien que le graphène soit considéré comme chimiquement inerte (ou stable) en raison de son système π -conjugué « infini », une certaine réactivité a été observée vis-à-vis de certaines espèces très réactives. La formation d'une liaison covalente dans le plan du graphène conduit à la rupture d'une double liaison sp^2 et la création d'une simple liaison sp^3 . L'apparition d'un électron non apparié sur un carbone adjacent au site de réaction exalte la réactivité à ce niveau, provoquant des réactions en chaîne. De plus, un feuillet de graphène n'est en réalité pas totalement plat et présente des ondulations « intrinsèques » comme il l'a été démontré par des simulations de Monte Carlo [37], et microscopie électronique par transmission [38].

Ces courbures dans la structure du graphène sont des zones préférentiellement réactives à cause du déplacement de la densité électronique au-dessus du plan. Les bords des feuillets ont aussi un rôle important dans la réactivité du graphène. Ces bords peuvent être soit de type zig-zag, soit de type chaise. Dans le cas des bords de type zig-zag, il est plus difficile de former des cycles aromatiques que pour les bords de type chaise, et les orbitales frontières vont aussi y être plus localisées. Cela leur confère une structure thermodynamiquement moins stable qui peut expliquer leur plus forte réactivité comparée aux bords de type chaise [39].

Le graphène possède un énorme potentiel pour être un constituant important de technologie future de par ses propriétés et ses capacités d'applications, en particulier dans le

domaine des nanotechnologies. Il reste cependant à affirmer ce potentiel en proposant des voies de production de graphène de qualité adéquate afin de remplacer les matériaux déjà en place et développer de nouvelles applications.

I.6. Principales Méthodes de préparation

Actuellement, deux méthodes principales sont utilisées pour la production du graphène à l'échelle du feuillet individuel : la méthode « Bottom-up » (croissance du feuillet supportée sur un substrat) et la méthode « Top-Down » (formation d'une poudre de graphène) (Figure.I.7) [21].

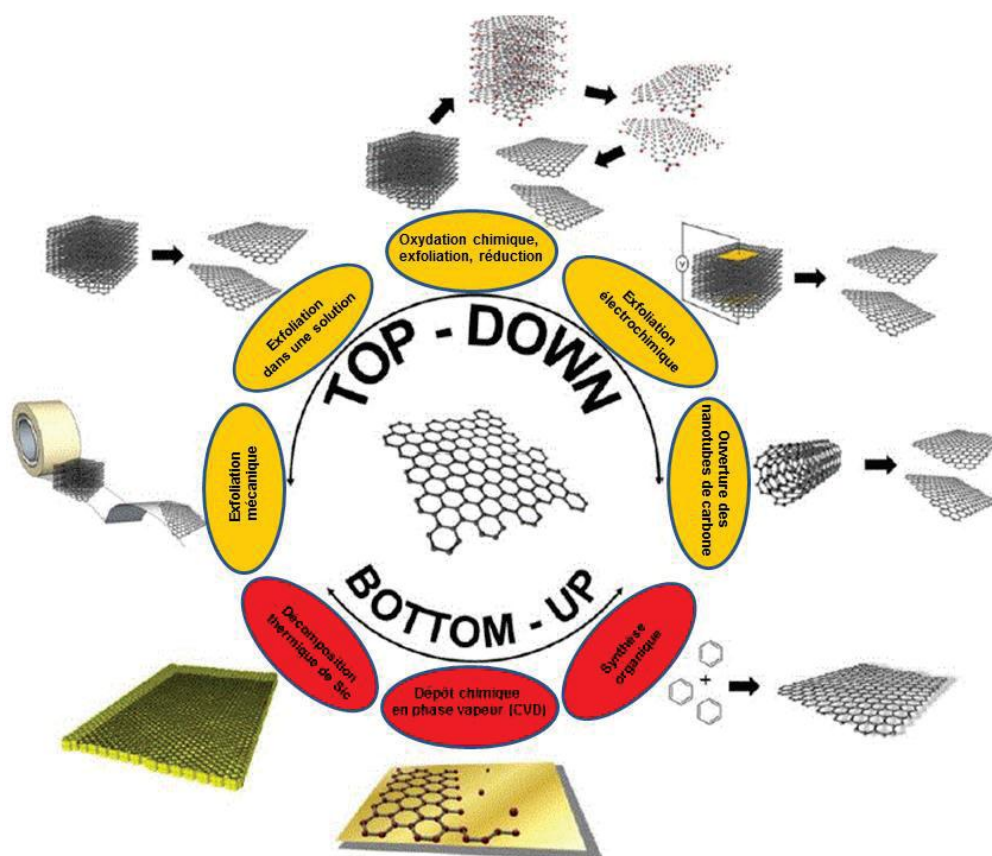


Figure I. 7 : Différentes voies d'obtention du graphène [41].

Parmi les techniques d'obtention du graphène les plus utilisées, on peut citer le clivage micromécanique [40], le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) [42,43], la croissance épitaxiale sur un substrat de SiC [44-45], l'ouverture de nanotubes de carbone [46,47] et la réduction des

feuillet de graphite oxydé [48]. Nous décrirons dans cette partie les quatre principales méthodes qui apparaissent dans la littérature.

I.6.1. Obtention Du Graphène Par Exfoliation Mécanique

Cette méthode est basée sur l'approche Top-Down où les nanofeuillets de graphène peuvent être produits par l'exfoliation directe de graphite ou de graphite oxydé. La méthode dite d'exfoliation au scotch du graphite ou clivage micromécanique du graphite constitue la première méthode expérimentale qui a été utilisée pour la production de nanofeuillets de graphène (Figure.I.7).

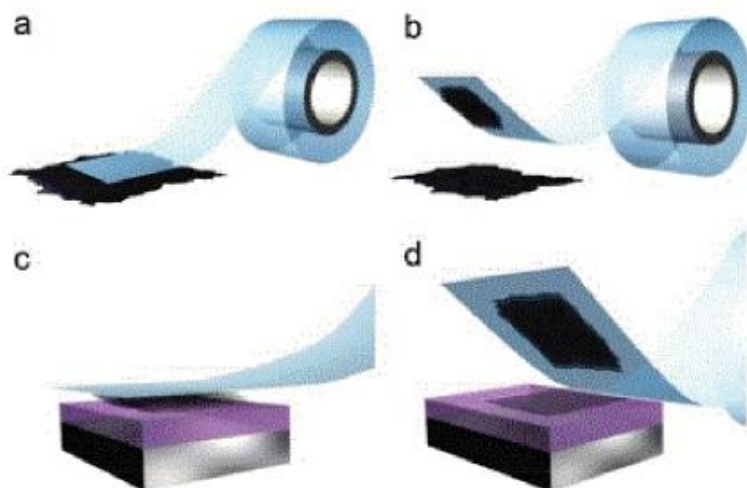


Figure I. 8 : (a-d) Les étapes de synthèse du graphène à partir de l'exfoliation du graphite avec du scotch [49].

Cette découverte a été réalisée par Novoselov et al. en 2004 [13]. Cette approche est effectivement très efficace pour obtenir des nanofeuillets avec une excellente qualité cristalline mais son rendement extrêmement faible fait qu'il est impossible d'envisager une production à une échelle industrielle.

I.6.2. Synthèse Du Graphène Par Dépôt Chimique En Phase Vapeur (CVD)

Cette méthode consiste à réaliser la couche de graphène par dépôt chimique en phase vapeur (CVD : Chemical Vapor Deposition) sur un support métallique. Il existe différents métaux qui sont utilisés pour cette méthode tels que le Cobalt (Co) [50], le Platine (Pt) [51], le Nickel(Ni) [52] et le Cuivre (Cu) [53].

Les sources gazeuses généralement utilisées pour ce type de dépôt sont des hydrocarbures comme le méthane, l'acétylène ou l'éthylène qui se décomposent lors de leur mise en contact avec la surface des métaux pour former des couches de graphène. La Figure.I.8 montre la formation du graphène par CVD à partir d'une goutte de gallium (Ga) localisée sur un substrat en Tungstène (W) [49].

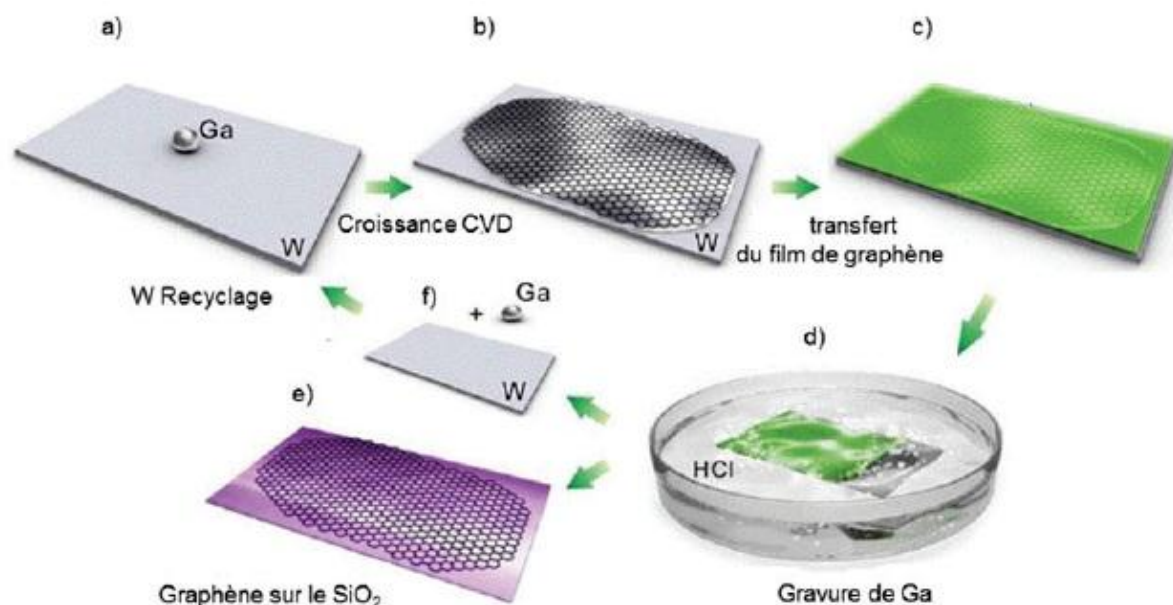


Figure I. 9 : Différentes étapes de la croissance du graphène sur une goutte de Galium (Ga) supportée sur un substrat (W) : **(a)** une goutte de Ga placée sur une feuille de support (W), **(b)** croissance CVD du graphène sur la surface du liquide Ga, **(c)** le graphène est recouvert d'une couche de PMMA par spin-coating, **(d)** revêtement du graphène avec du PMMA et séparation progressive à partir de la feuille en tungstène entraînée par les bulles de H₂ produites à l'interface entre le graphène et le substrat de Ga-W, **(e)** le graphène est transféré sur un substrat SiO₂ /Si et **(f)** la feuille de tungstène est réutilisée comme un support de Ga [49].

L'avantage de cette méthode est son faible coût et sa reproductibilité. La surface spécifique du graphène synthétisé par cette méthode est de 2600 m²/g d'après la littérature, cette valeur est supérieure à celle du graphène synthétisé par la méthode d'exfoliation mécanique. Néanmoins, cette surface spécifique dépend de la dimension du film métallique utilisé, de la température et de la pression qui sont des éléments clés pour la croissance [51].

I.6.3 Synthèse Du Graphène Par Décomposition Thermique De SiC (Croissance Epitaxiale)

Une troisième méthode de synthèse de graphène décrite dans la littérature consiste à faire chauffer la surface d'un substrat en carbure de silicium SiC dans un bâti sous ultra vide (UHV) jusqu'à une température voisine de 1250°C de manière à faire sublimer le silicium [54,55]. Il est alors possible d'observer la formation in situ de graphène par RHEED (Reflexion High Energy Electron Diffraction) [56]. Cette méthode est reproductible et la croissance du graphène est maîtrisable en ajustant le temps et la température dans le bâti. De plus, le graphène synthétisé par cette méthode est plus homogène que celui obtenu par la méthode CVD : la surface de SiC est totalement recouverte par le graphène grâce aux multiples reconstructions de surface [56,57]. Le substrat de SiC est isolant donc on n'a pas besoin de transférer les couches de graphène sur un autre support.

I.6.4. Exfoliation Du Graphite En Solution

Cependant, la voie chimique est la technique la plus adaptée pour une application à grande échelle dans le domaine des matériaux composites car elle permet l'exfoliation des feuillets de graphite et leur fonctionnalisation ultérieure dans une optique comptabilisation charge/matrice polymère [58-60]. L'utilisation d'agents d'intercalation et de tensio-actifs permet en général d'augmenter l'espace inter-couche dans le graphite. En effet, les tensioactifs jouent un rôle important pour l'exfoliation et la stabilisation du graphène dans des solvants polaires tel que l'eau (Figure.I.10).

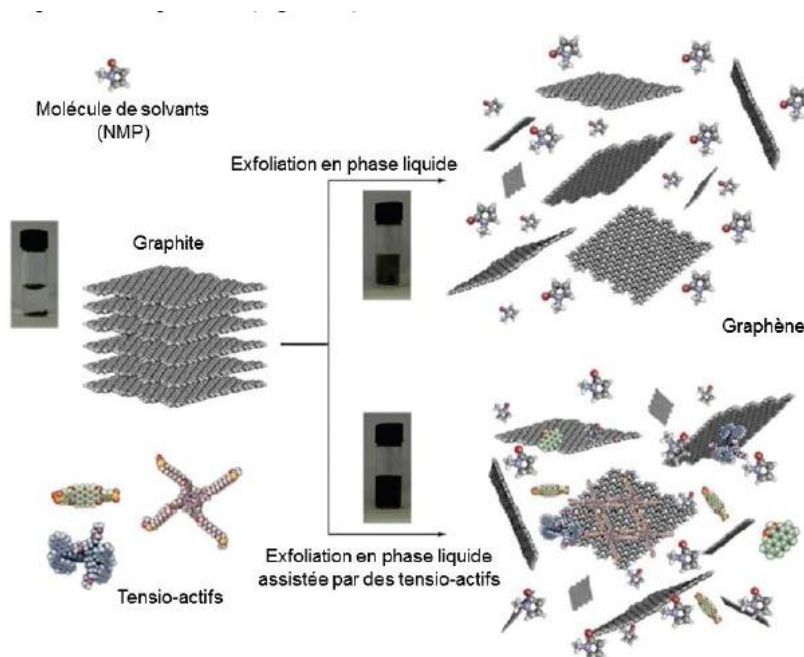


Figure.I.10 : Exfoliation du graphite en solution en présence (ou non) des tensio-actifs [59].

Par exemple, Bepete et al [61] ont réalisé la dispersion du graphite dans l'eau afin d'obtenir des monocouches de graphène. En effet, pour obtenir une dispersion homogène stable des monocouches dans l'eau, des solutions de graphène chargées négativement ont été solubilisées dans le tétrahydrofurane (THF) avec de l'eau dégazée suivie d'une évaporation du solvant organique. Les monocouches de graphène obtenue ont été observées avec le microscope à force atomique (AFM) afin de confirmer le caractère monocouche (Figure.I.11).

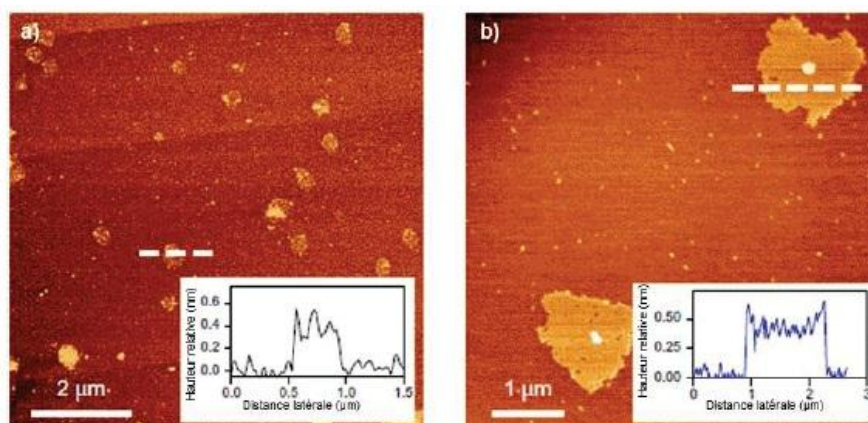


Figure.I.11 : Clichés AFM des monocouches du graphène préparées [61].

La figure.I.10 montre des images AFM topographiques sur mica. La figure.I.10.a montré des paillettes d'une seule couche avec une hauteur d'environ 0,34 nm. La figure.I.10.b montre la géométrie froissée des grands flocons après dépôt. Ces résultats AFM montrent le caractère monocouche obtenue.

I.6.5 Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite

L'obtention des nanofeuillets de graphène en utilisant la méthode de réduction de l'oxyde de graphite a été premièrement reportée par Schniepp et al. [66]. Cependant, des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits peuvent être obtenus par un chauffage rapide d'oxyde de graphite dans un environnement inerte et à haute température [66-67]. En effet, le chauffage d'OG à 1050 °C pendant 30 s dans un environnement inerte résulte dans la réduction et l'exfoliation d'OG produisant des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits (Figure I.12).

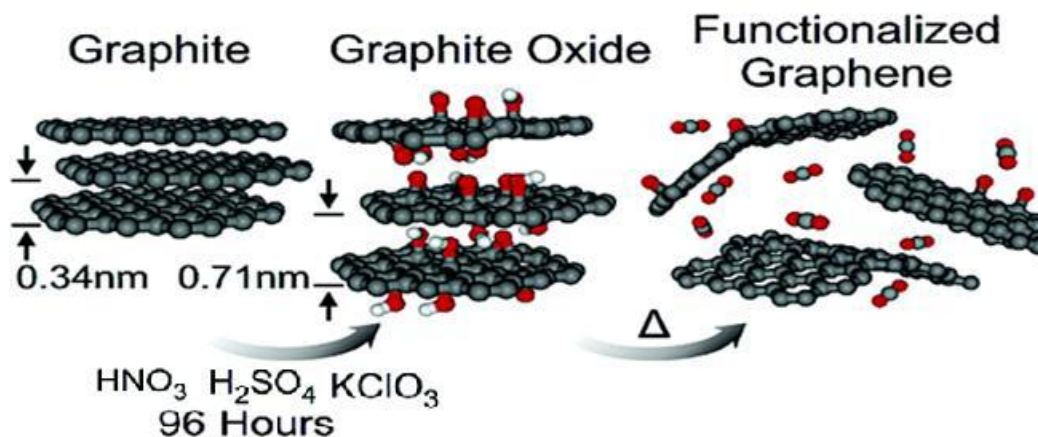


Figure I.12 : Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène [66].

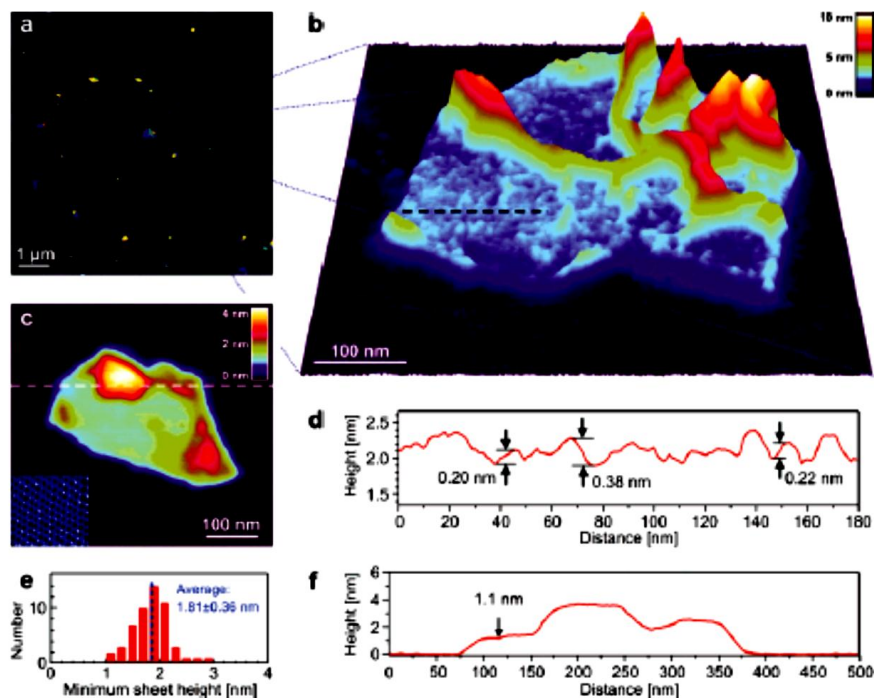


Figure I.13 : (a) Image d'AFM en mode « Tapping » des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM en mode « contact » du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). Histogramme de distribution de taille pour les nanofeuillets observés dans la figure (a). (f) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm [66].

L'exfoliation a lieu lorsqu'une pression est générée par le gaz CO₂ qui peut être émis due à la décomposition des groupes hydroxylique et époxyde d'OG, et qui peut surmonter les forces de Van der Waals existantes entre les feuilles d'oxyde de graphène [66].

Cependant, une quantité de 30 % peut être perdue durant le processus de chauffage, qui peut être liée à la décomposition des groupes contenant l'oxygène et l'évaporation de l'eau [66-67]. Parce que des défauts structuraux peuvent être causés par la perte de CO₂, les nanofeuillets résultants sont froissés et pliés (Figure I.13) [66]. L'avantage de cette technique s'explique par le fait que l'exfoliation et la réduction se font en une seule étape, ainsi cette technique permet l'obtention du graphène sans passer par l'étape de dispersion d'OG dans des solvants.

I.6.6 Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène

Dans les méthodes de la réduction chimique, une dispersion stable de l'oxyde de graphène est produite suivi par une réduction des nanofeuillets d'oxyde de graphène exfolié (Figure I.14). Cependant, comme indiqué ci-dessus, des dispersions stables de l'oxyde de graphène peuvent être obtenus en utilisant l'eau ou des solvants organiques à l'aide d'un traitement de sonification ou agitation mécanique. La réduction chimique consiste à enlever les groupes contenant l'oxygène présents sur la surface et le bord de l'oxyde de graphène (Figure I.12). La méthode de réduction chimique résulte en général dans la production des nanofeuillets de graphène individuels sans défauts structuraux; un exemple est montré sur la Figure I.15.b.

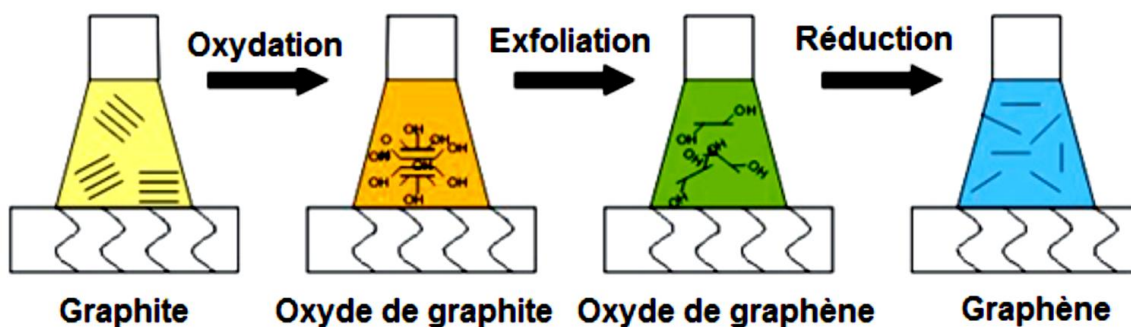


Figure I.14 : Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène.

Les suspensions colloïdales de l'oxyde de graphène et sa version traitée organiquement peuvent être chimiquement réduits en des nanofeuillets de graphène en utilisant des différents réducteurs chimiques tels que l'hydrate d'hydrazine [62, 65, 68], la diméthyl l'hydrazine [73], le borohydrure de sodium suivi par l'hydrazine [70], l'hydroquinone [71], le TiO₂ irradiée par UV [72], les composés contenant du soufre [73], la Vitamine C [74], les atomes de Fer [75] et l'hydroxyde de sodium [76]. Stankovitch et al ont proposé le mécanisme de réduction chimique de l'oxyde de graphène en utilisant l'hydrate d'hydrazine (Figure I.16) [62].

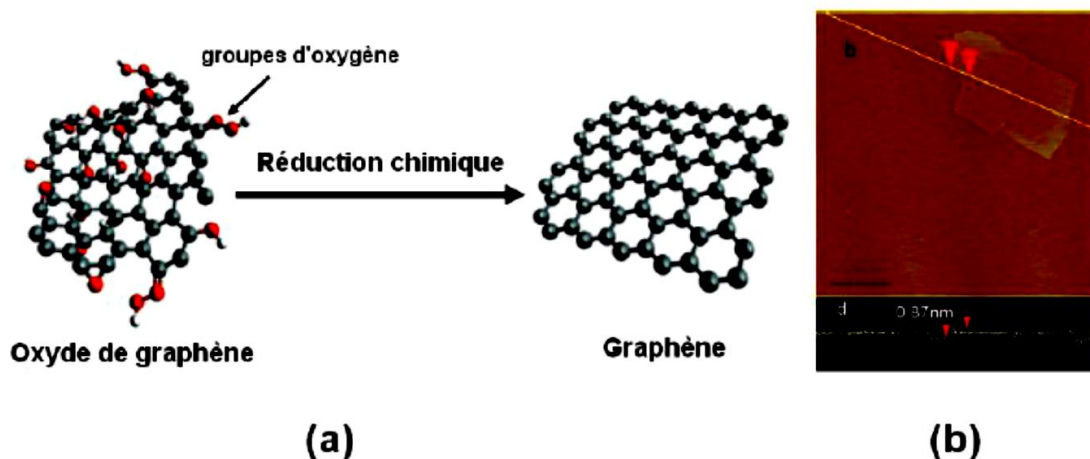


Figure I.15 : (a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nanofeuillets de graphène chimiquement réduit [73].

Parmi les méthodes de réduction chimique, l'hydrazine ou ses dérivés [62;65;68-69] sont bien acceptés comme agents réducteurs pour leur efficacité de réduction de l'oxyde de graphène. Cependant, l'hydrazine est très toxique et explosive, et il devrait être évité pour une production à une échelle industrielle [73]. Bien que le borohydrure de sodium a montré une excellente capacité de la réduction de l'oxyde de graphène, sa propriété d'hydrolyse peut générer la difficulté à obtenir une solution aqueuse stable de borohydrure de sodium, résultant dans une faible efficacité de réduction [73]. Les autres agents de réduction peuvent réduire l'oxyde de graphène, mais la capacité de désoxydation est beaucoup plus faible que celle possible avec de l'hydrazine.

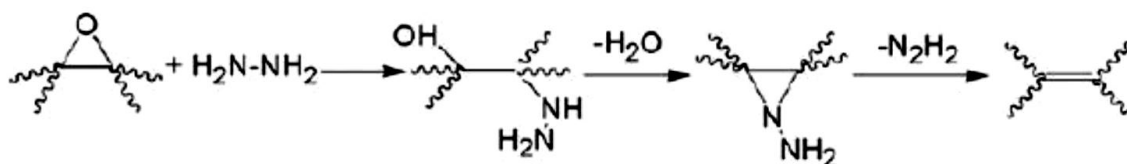


Figure I.16: Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydratée [62].

I.7 Principales méthodes de caractérisation du graphène

La vérification des méthodes de préparation est une étape primordiale, surtout celles basées sur la production de feuilles individuelles de graphène. En effet, la taille de ces feuilles et leur structure chimique sont importantes dans le cas de l'utilisation de ces feuillets pour le renforcement des matrices polymères. Dans cette section, nous présentons brièvement les techniques les mieux adaptées pour la caractérisation des feuilles de graphène avec une qualité structurale déterminée.

I.7.1 Identification du nombre et la taille:

- **La diffraction des rayons-X (DRX)** : est utilisée pour la confirmation de l'intercalation du graphite (oxyde de graphite) et aussi pour la confirmation de l'exfoliation totale des nanofeuillets de graphène. (Figure I.17.a) [64;77-78].
- **Le microscope à force atomique (AFM)** : est généralement utilisé pour la mesure des dimensions latérales et l'épaisseur, la topographie, les défauts structurales et les propriétés de flexion des nanofeuillets de graphène exfoliés, des exemples sont donnés dans les Figures I.15.b pour le graphène et l'oxyde de graphène [62;63;66;73;79].
- **Le microscope électronique à balayage (MEB)** : peut donner un aperçu qualitatif de la structure tridimensionnelle de feuilles de graphène comme illustré sur les Figures I.17.b et I.17.c [81].
- **Le microscope électronique à transmission (TEM)** : est aussi utilisé pour la détermination de la taille des nanofeuillets ainsi qu'à partir de la diffraction d'électrons on peut différencier si les feuillets sont individuels ou multiples; un exemple est donné dans les Figures I.17.d et I.17.e [71]. D'autant plus, le TEM à haute résolution (TEM-HR) peut identifier les bandes atomiques dans le cas des nanofeuillets fonctionnalisés [80].

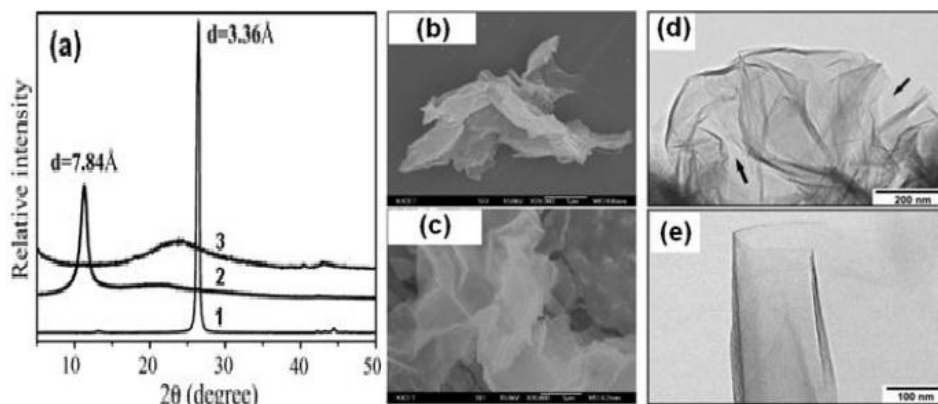


Figure I.17 : (a) Diffraction des rayons-X du graphite (1), oxyde de graphite (2) et graphène chimiquement réduit (3) [77]. (b) images du MEB du graphène thermiquement réduit et (c) image du MEB du graphène chimiquement réduit [81]. (d,e) images du TEM du graphène chimiquement réduit [71].

I.7.2 Identification de la structure chimique

Comme indiqué ci-dessus, les méthodes les plus appropriées pour la production des nanofeuillets de graphène en grande quantité sont celles basées sur l'oxyde de graphite comme matériau de départ qui contient une variété de groupes contenant l'oxygène. Cependant, pendant les étapes d'oxydation, d'exfoliation et de réduction chimique, plusieurs techniques peuvent être couplées pour étudier la nature de la structure dans chaque étape.

- **La spectroscopie des photoélectrons-X (XPS) :** est utilisée pour quantifier la quantité d'oxygène sur la surface des dérivés du graphite et aussi pour quantifier les types de liaisons d'oxygène en présence dans la structure d'OG et l'oxyde de graphène (Figure I.18.e) [62]. Il peut être utilisé aussi pour la confirmation de l'enlèvement des groupes contenant l'oxygène dans la structure du graphène après la réduction (Figure I.18.e). La même étude peut être faite par la spectroscopie infrarouge en termes de détermination de la nature de différentes liaisons d'oxygène avant et après la réduction (Figure I.18.c).
- **La spectroscopie UV-visible :** est utilisée pour confirmer la réduction chimique d'oxyde de graphène en des nanofeuillets de graphène (Figure I.18.b) [81]. Elle peut être aussi utilisée pour vérifier l'efficacité d'un solvant à disperser les dérivés du graphène [63].

- **La spectroscopie Raman:** est peut être utilisée pour quantifier la transformation d'hybridation sp^3 à celle sp^2 dans le cas de la réduction de l'oxyde de graphène en graphène (Figure I.18.a) [62;77].
- **L'analyse thermogravimétrique (ATG) :** est peut-être utilisée pour déterminer le niveau de la stabilité thermique des nanofeuillets de graphène avant et après la réduction (Figure I.18.d) [62;71].

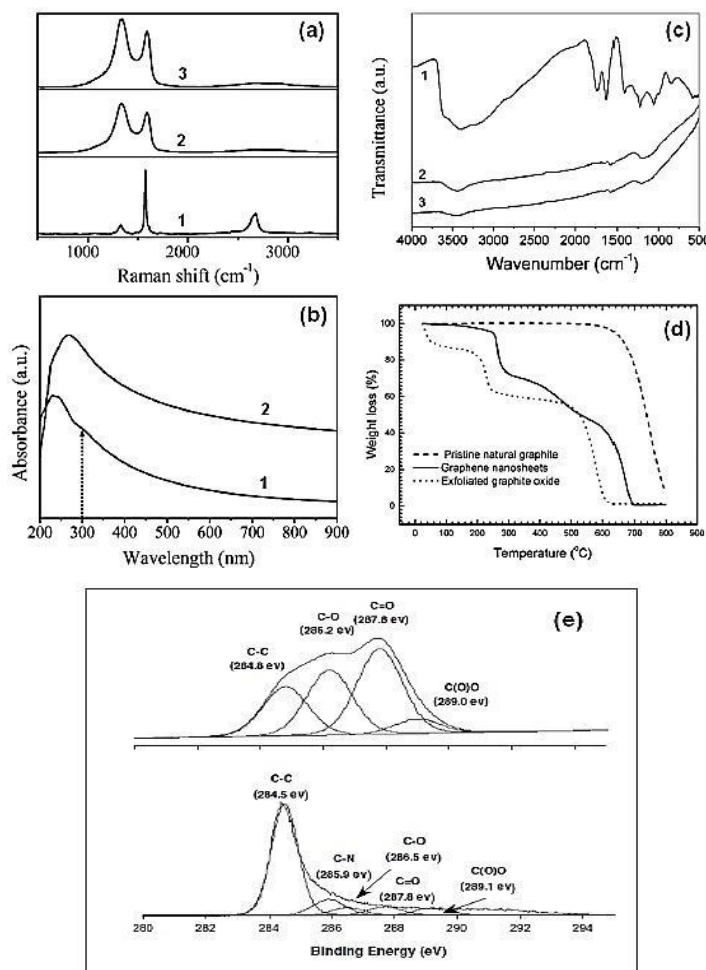


Figure I.18 : (a) Les spectres de Raman de (1) le graphite, (2) l'oxyde de graphite et (3) le graphène chimiquement réduit [77]. (b) les spectres d'absorption d'UV-Visible d'oxyde de graphène (1) et de graphène chimiquement réduit [77]. (c) les spectres de la spectroscopie infrarouge pour (1) l'oxyde de graphite et (2,3) le graphène chimiquement réduit [64]. (d) Les courbes de l'ATG pour le graphite, l'oxyde de graphite et le graphène chimiquement réduit [71] et (e) les spectres de XPS C1s pour (1) l'oxyde de graphite et (2) le graphène chimiquement réduit [62].

I.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini le Graphène et dérivés de graphites, leur structure Cristallographique, et Electronique. Nous avons vu les principales approches permettant d'obtenir des structures à l'échelle nanofeuillet individuel du graphène : l'approche « Bottom-up » en partant d'une molécule on fait une synthèse chimique permettant d'atteindre des objets à l'échelle nanométrique (croissance du feuillet supportée sur un substrat), cependant, la seconde approche « Top-Down » consiste à prendre un objet de plus grande taille et le tailler pour obtenir un objet de plus petite taille (formation d'une poudre de graphène). D'autre part d'avoir une idée générale sur leur Propriétés Physico-chimiques, ainsi que les différentes méthodes de caractérisation les nanofeuillets du graphène.

Le chapitre suivant va porter sur L'étude bibliographique sur les différentes théories des plaques majoritairement employées pour modéliser des nanofeuillets du graphène. Basée sur la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen.

I.9 Références:

- [1] Abdelkader, A. M.; Cooper, A. J.; Dryfe, R. A. W.; Kinloch, L.A. How to Get between the Sheets: A Review of Recent Works on the Electrochemical Exfoliation of Grapheme Materials from Bulk Graphite. *Nanoscale* 2015, 7, 6944-6956.
- [2] Dresselhaus, M. S.; Jorio, A.; Hofmann, M.; Dresselhaus, G.; Saito, R. Perspectives on Carbon Nanotubes and Grapheme Raman Spectroscopy. *Nano Lett.* 2010, 10, 751-758.
- [3] Karlicky, F.; Zbov, R. Band Gaps and Structural Properties of Grapheme Halides and Their Derivates: A Hybrid Functional Study with Localized Orbital Basis Sets. *J. Chem. Phys.* 2012, 137, 1-7.
- [4] Lu, J.; Li, Y.; Li, S.; Jiang, S. P. Self-Assembled Platinum Nanoparticles on Sulfonic Acid Grafted Grapheme as Effective Electrocatalysts for Methanol Oxidation in Direct Methanol Fuel Cells. *Sci. Rep.* 2016, 6, 21530-21542.
- [5] Shao, Y.; Wang, J.; Wu, H.; Liu, J.; Aksay, L. A.; Lin, Y. Graphène Based Electrochemical Sensors and Biosensors: A Review. *Electroanalysis* 2010, 22, 1027-1036.
- [6] Patrick Brisebois, thèse de doctorat, synthèse et fonctionnalisation chimique de l'oxyde de graphène: préparation de matériaux hybrides à base d'oxyde de Graphène et de nanoparticules métalliques, Université Du Québec À Montréal, juillet 2017.
- [7] A. K. Geim, K. S. Novoselov. *Nature Mater.* (2007); vol. 6: p. 183.
- [8] A. Lax, R. Maxwell. *Natl. Trust Ann. Archaeol. Rev.* (1998-1999), 18.
- [9] S. S. Weinberg. *The Stone Age in the Aegean*, 10th ed.; Cambridge University Press: Cambridge (2007); vol. 1.
- [10] S. Iijima. *Nature* (1991); vol. 354: p. 56.
- [11] H. W. Kroto, J. R. Heath, S. C. O'Brien et al. *Nature* (1985); vol. 318: p. 162.
- [12] P. R. Wallace. *Phys Rev* (1947); vol. 71: p. 622.
- [13] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov et al. *Science* (2004); vol. 306: p. 666.
- [14] Thèse Bourourou. M, Conception des bioélectrodes enzymatiques à base de nanomatériaux dans des piles à combustible et des capteurs, Université de Grenoble (2015).
- [15] *Organique, Chimie. Le carbone sous toutes ces formes.* 1985
- [16] Monthieux, Marc Kuznetsov, Vladimir Iijima, Sumio Abrahamson, John. *Nanotube de carbone* 2008.

- [17] Sasha Stankovich^{1,4}, Dmitriy A. Dikin^{1,4}, Geoffrey H. B. Dommett¹, Kevin M. Kohlhaas¹, Eric J. Zimney¹, Eric A. Stach³, Richard D. Piner¹, SonBinh T. Nguyen² & Rodney S. Ruoff¹ Graphene-based composite materials, *Nature* 442, 282-286 (20 July 2006) doi:10.1038/nature04969.
- [18] A.K. Geim, K.S. Novoselov *Nat Mater*, 6 (2007), pp. 183–191
- [19] R. Bouhfid, F.Z Arrakhiz, A. Qaiss. Effect of Graphene Nanosheet on the Mechanical, Electrical, and Rheological Properties of Polyamide6/Acrylonitrile-Butadiene-Styrene Blends, Wiley Online Library, 2014 Society of Plastics Engineers
- [20] S. Basua and P. Bhattacharyya, *Actuator B.*, 173, 1 (2012).
- [21] K. S. Novoselov, A.K. Geim, S.V Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V Dubonos, I. V Grigorieva and A. A. Firsov, *Science*, 2004, 306, 666-9.
- [22] Güttinger, F. Molitor, C. Stampfer, S. Schnez, A. Jacobsen, S. Dröscher, T. Ihn and K. Ensslin, *Rep.Prog Phys.*, 2012, 75, 126502
- [22] P. Wallace, *Phys. Rev.* 1947, 71, 622-634.
- [23] A. H. Castro Neto, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov and A. K. Geim *Rev. Mod.Phys.*, 2009, 81, 109-162.
- [24] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer and P. Kim, *Nature*, 2005, 438, 201-4.
- [25] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V Grigorieva, S. V. Dubonos and A. A. Firsov, *Nature*, 2005, 438, 197-200.
- [26] A. S. Mayorov, R. V Gorbachev, S. V Morozov, L. Britnell, R. Jalil, L. A. Ponomarenko, P. Blake, K. S. Novoselov, K. Watanabe, T. Taniguchi and A. K. Geim, *Nano Lett.*, 2011, 11, 2396-9.
- [27] K. I. Bolotin, K. J. Sikes, J. Hone, H. L. Stormer and P. Kim, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101, 096802.
- [28] K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim and H. L. Stormer, *Solid State Commun.*, 2008, 146, 351-355.
- [29] R. R. Nair, P. Blake, A. N. Grigorenko, K. S. Novoselov, T. J. Booth, T. Stauber, N. M. R. Peres and A. K. Geim, *Science*, 2008, 320, 1308.
- [30] A. Kuzmenko, E. van Heumen, F. Carbone and D. van der Marel, *Phys. Rev. Lett.* 2008, 100, 117401.
- [31] C. Lee, X. Wei, J. W. Kysar and J. Hone, *Science*, 2008, 321, 385-8.
- [32] A. A. Balandin, S. Ghosh, W. Bao, I. Calizo, D. Teweldebrhan, F. Miao and C. N. Lau, *Nano Lett.*, 2008, 8, 902-7.
- [33] J. H. Seol, I. Jo, A. L. Moore, L. Lindsay, Z. H. Aitken, M. T. Pettes, X. Li, Z. Yao, R. Huang, D. Broido, N. Mingo, R. S. Ruoff and L. Shi, *Science*, 2010, 328, 213-6.

- [34] K. M. F. Shahil and A. A. Balandin, *Solid State Commun.* 2012, 152, 1331-1340
- [35] F. Bonaccorso, L. Colombo, G. Yu, M. Stoller, V. Tozzini, A. C. Ferrari, R. S. Ruoff and V. Pellegrini, *Science*, 2015, 347, 1246501-1246501.
- [36] M. D. Stoller, S. Park Y. Zhu, J. An and R. S. Ruoff, *Nano Lett.* 2008, 8, 3498-502.
- [37] A. Fasolino, J. H. Los and M. I. Katsnelson, *Nat. Mater.* 2007, 6, 858-61.
- [38] J. C. Meyer, A. K. Geim, M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, T. J. Booth and S. Roth, *Nature*, 2007, 446, 60-3.
- [39] D. Jiang, B. G. Sumpter and S. Dai, *J. Chem. Phys.*, 2007, 126, 134701.
- [40] K. S. Novoselov, D. Jiang, F. Schedin, T. J. Booth, V. V. Khotkevich, S. V. Morozov, A. K. Geim, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 2005, 102, 10451–10453.
- [41] A. Ambrosi, S.K. Chua, A. Bananni, M. Pumera, *ChemRev*, 2014, 144, 7150-7188.
- [42] A. Reina, X. Jia, J. Ho, *Nano Letters*, 2009, 9, 30.
- [43] W. Xianbao, Y. Haijun, L. Fangming, *Chem. Vapor Dep*, 2009, 15, 53.
- [44] E. Rollings, G.H. Gweon, S. Y. Zhou, *J. Phys. Chem. Solids*, 2006, 67, 2172.
- [45] M. Sprinkle, P. Soukiassian, W. A. de Heer, *Phys. Status Solidi RRL*, 2009, 3, 91.
- [46] D. V. Kosynkin, A. L. Higginbotham, A. Sinitskii, *Nature*, 2009, 458, 872.
- [47] L. Jiao, L. Zhang, X. Wang, *Nature*, 2009, 458, 877.
- [48] C.D. Kim, B.K. Min, W.S. Jung, *Carbon*, 2009, 47, 1610.
- [49] Thèse S. HAAR, *Supramolecular approaches to graphene: generation of functional hybrid assemblies*, Université de Strasbourg (2015).
- [50] J. Vaari, J. Lahtinen, P. Hautojärvi, *CatalysisLetters*, 1997, 44, 43-49.
- [51] H. Ueta, M. Saida, C. Nakai, Y. Yamada, M. Sasaki, S. Yamamoto, *Surface science*, 2004, 560, 183-190.
- [52] M. Eizenberg, J. M. Blakely, *Surface Science*, 1979, 82, 228-236.
- [53] X. Li, W. Cai, J. inho An, S. Kim, *Science*, 2009, 324, 1312-1314.
- [54] C. Berger, Z. Song, T. Li, X. Li, A.Y. Ogbazghi, *The journal of physical chemistry*, 2004, 108, 19912-19916.
- [55] C. Berger, Z. Song, X. Li, X. Wu, N. Brown, *Science*, 2006, 112, 5925.
- [56] Li, Tianbo, *Characteristics of Graphite Films on Silicon- and Carbon-Terminated Faces of Silicon Carbide*, 2006.
- [57] X. Li, *Epitaxial graphene films on SiC: growth, characterization and devices. Dissertation* 2008.
- [58] Y. Hernandez, V. Nicolozzi, M. Lotya, F.M. Blighe, *Nat, Nanotechnol*, 2008, 3, 563-568.

- [59] A. Ciesielski, P. Samori, *Chem. Soc. Rev.*, 2014, 43, 381-398.
- [60] R.J.Smith, M. Lotya, J.N. Coleman, *New.J.Phys.*, 2010,12,125008.
- [61] G. Bepete, E. Anglaret, L. Ortolani, V. Morandi, A. Pénicaud, C. Drummond, *arXivpreprint arXiv*,2016, 1603.
- [62] S. Stankovich, D. A. Dikin, R. D. Piner et al. *Carbon* (2007); vol. 45: p. 1558.
- [63] J.I. Parades, S. Villar-Rodil, A. M. Alonso et al. *Langmuir* (2008); vol. 24 : p. 10560.
- [64] D. Chen, H. Zhu, T. Liu. *ACS Appl. Mater. Interfaces* (2010); vol. 2: p. 3702.
- [65] J. R. Lomeda, C. D. Doyle, D. V.Kosynkin et al. *J. Am. Chem. Soc.* (2008); vol. 130: p. 16201.
- [66] H. C. Schniepp, J.-L. Li, M. J. McAllister et al. *J. Phys. Chem. B* (2006); vol. 110: p. 8535.
- [67] M. J. McAllister, J.-L. Li, D. H. Adamson et al. *Chem. Mater.* (2007); vol. 19: p. 4396.
- [68] H. Wang, J. T. Robinson, X. et al. *J. Am. Chem. Soc.* (2009); vol. 131: p. 9910.
- [69] S. Stankovich, D. A. Dikin, G. H. B. Dommett et al. *Nature* (2006); vol. 442: p. 282.
- [70] Y. Si, E. T. Samulski. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 1679.
- [71] G. Wang, J. Yang, J. Park et al. *J. Phys. Chem. C* (2008); vol. 112: p. 8192.
- [72] G. Williams, B. Seger, P. V. Kamat. *ACS Nano* (2008); vol. 2: p. 1487.
- [73] W. Chen, L. Yan, P. R. Bangal. *J. Phys. Chem. C* (2010); vol. 114: p. 19885.
- [74] M. J. F. Merino, L. Guardia, J. I. Paredes et al. *J. Phys. Chem. C* (2010); vol. 114: p. 6426.
- [75] Z. -J. Fan, W. Kai, J. Yan et al. *ACS Nano* (2011); vol. 5: p. 191.
- [76] X. B. Fan, W. C. Peng, Y. Li et al. *Adv. Mater.* (2008); vol. 20: p. 4490.
- [77] X. Zhao, Q. Zhang, D. Chen. *Macromolecules* (2010); vol. 43: p. 2357.
- [78] H. B. Zhang, W.-G. Zheng, Q. Yan et al. *Polymer* (2010); vol. 5: p. 1191.
- [79] H. C. Schniepp, K. N. Kudin, J.-L. Li et al. *ACS Nano* (2008); vol. 2 : p. 2577.
- [80] K. A. Mkhoyan, A. W.Contryman, J. Silcox et al. *Nano Lett.* (2009); vol. 9: p. 1058.
- [81] H.-M. Ju, S. H. Huh, S.-H. Choi, H.-L. Lee. *Mat. Lett.* (2010); vol. 64: p. 357.

Chapitre II

Généralité Sur La Théorie Des Plaques

II.1. Introduction

Les plaques sont des éléments structuraux couramment utilisés, ils sont disponibles dans divers sites industriels stratégiques et économiquement très importants, particulièrement dans le domaine de l'aéronautique, de l'automobile, et de la construction navale. C'est pour cette raison que les plaques ont fait l'objet de très grand nombre des recherches pour développer des théories capables de décrire correctement leur comportement statique et dynamique sous différentes sollicitations.

Nous présentons dans ce chapitre quelques modèles sur les théories des plaques développées dans la littérature pour décrire l'évolution de la variation du champ des déplacements à travers l'épaisseur des plaques.

II.2. Définition D'une Plaque

Une plaque est un solide défini par une surface de référence plane (plan x, y) et par une petite épaisseur (notée $h(x, y)$), par rapport aux autres dimensions, à savoir la longueur et la largeur. Suivant l'ordre de grandeur de h par rapport aux autres dimensions, on introduit l'adjectif mince ou épaisse aux plaques et aux coques. Cependant, ce qualificatif n'implique pas seulement une caractéristique géométrique, mais définit aussi un rôle particulier des déformations dites de cisaillement transversal (**CT**). Cette influence est d'autant plus importante que les structures sont minces car l'épaisseur h varie en sens inverse de l'influence CT.

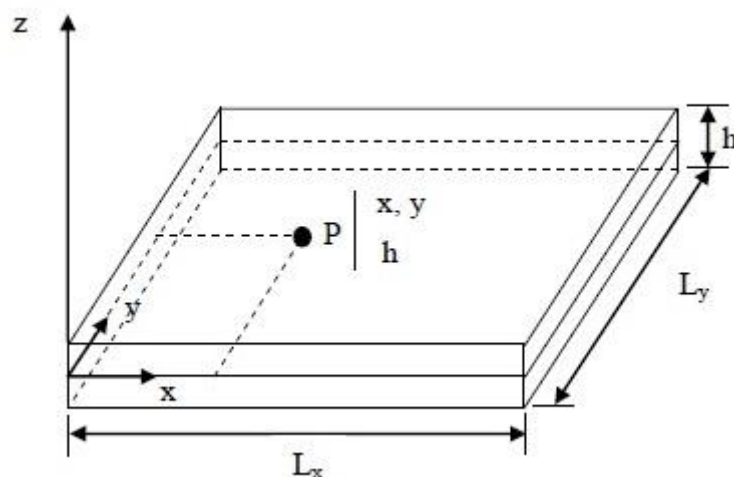


Figure II.1 : Description d'une plaque (géométrie et variables)

- pour les plaques épaisses $1/20 < h/L < 1/4$
- Pour les plaques minces $h/L < 1/20$

II.3. Différents types de plaques

En fonction de la nature des matériaux qui les constituent et de la géométrie de leur section transversale, les plaques peuvent être classées en trois catégories ;

II.3.1 Les plaques isotropes : Elles sont constituées d'un matériau isotrope (acier, béton) et leur section transversale est homogène. Elles sont définies par deux paramètres élastiques respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson. On les retrouve dans les constructions civiles courantes (bâtiments, ouvrages d'art,...).

II.3.2 Les plaques orthotropes : Leurs propriétés élastiques sont différentes dans deux directions perpendiculaires. L'orthotropie peut être naturelle (bois) ou techniques (dalles rédiées). Le comportement de ces dalles est défini par quatre paramètres élastiques et on les retrouve dans les constructions navales, aéronavales, de réservoirs de l'industrie chimique, des bâtiments et d'ouvrages d'art.

II.3.3 Les plaques anisotropes : Leurs propriétés élastiques sont différentes dans toutes les directions. Neuf paramètres élastiques sont suffisants pour les définir. Elles sont souvent constituées de matériaux composites et sont surtout utilisées dans l'industrie aéronavale.

II.4 Théorie Classique Des Plaques (CPT)

La théorie classique de plaque est la plus simple et la plus ancienne parmi les autres théories. Elle est initiée par Kirchhoff [1] en 1850, puis elle a été poursuivie par Love [2] au début du XXe siècle. Cette théorie est applicable uniquement pour les plaques/coques, minces. Cependant, elle a donné des résultats erronés quand elle a été utilisée dans l'analyse des plaques épaisses. L'hypothèse principale de la théorie CLPT (Classical Laminated Plate Theory) est que les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites et perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (Figure.II.1). Cette hypothèse implique la négligence des déformations dues au cisaillement transverse (CT) $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$ et les déformations/contraintes normales $\varepsilon_z = \sigma_z = 0$

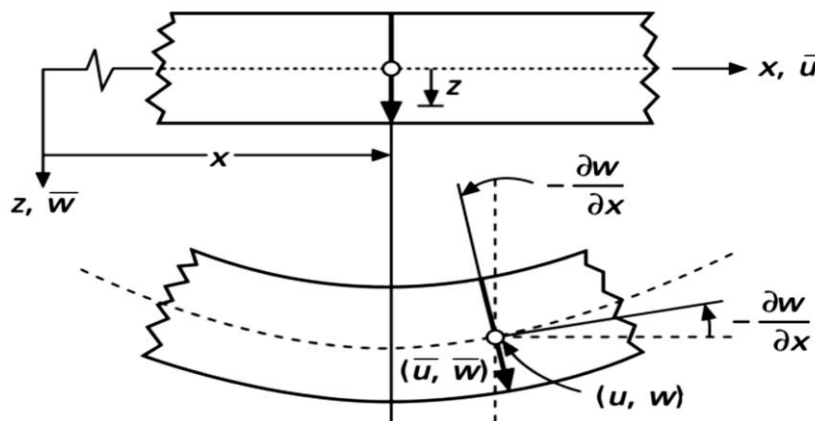


Figure II.2 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques.

La cinématique de cette théorie peut s'écrire d'une manière linéaire sous la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II.1.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II.1.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.1.c})$$

Où u, v, w sont les déplacements le long des coordonnées x, y et z d'un point du plan moyen (plan $z = 0$).

La déformation de la plaque est due essentiellement à la flexion et aux déformations en plan (Figure II.2) ; ce qui limite la validité de cette théorie aux plaques minces Ashton et Whitney (1970), Timoshenko et Woinowsky-Krieger (1959).

II.5 Théorie Des Plaques Du Premier Ordre (FSDPT)

La théorie du premier ordre (FSDT) peut être considérée comme une amélioration par rapport à la théorie classique (CLPT). Cette théorie est basée essentiellement sur l'hypothèse suivante de Reissner-Mindlin: les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites mais pas forcément perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (à cause de l'effet du cisaillement transverse), (figure.II.3). Ils ont également supposé que la contrainte normale σ_z est négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur de contraintes (l'hypothèse de déformation plane). Le champ de déplacement de la théorie du premier ordre s'écrit comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \quad (\text{II.2.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \quad (\text{II.2.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.2.c})$$

Où u , v , w sont les déplacements le long des coordonnées x , y et z d'un point du plan moyen (plan $z = 0$); ϕ_x et ϕ_y sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes y et x respectivement.

À partir de l'équation (II.2), nous remarquons que les composantes de déplacements plans (u , v) varient d'une manière linéaire suivant l'axe z , tandis que la composante de déplacement transversal (w) est constante. Cela va conduire à un état de contrainte de déformation de cisaillement transversal constant sur toute l'épaisseur de la plaque (Figure II.3), alors que, selon la théorie de l'élasticité tridimensionnelle (3D), les contraintes de cisaillement transversal sont plutôt quadratiques à travers l'épaisseur [3]. Cette déficience est corrigée par l'introduction de ce qu'on appelle les facteurs de correction de cisaillement transversal [4, 5,6].

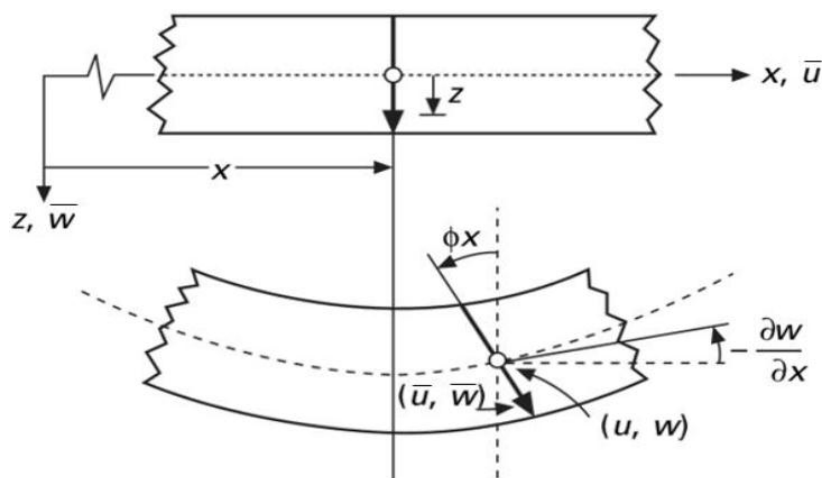


Figure II.3 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre.

II.5. 1. Facteurs de correction du CT

Les facteurs de correction du CT (FC), notés k , sont ajoutés pour corriger le décalage entre la répartition des contraintes de cisaillement transversal réelles (3D) et celles données dans la théorie du premier ordre.

Ces facteurs sont introduits comme des paramètres dans les relations constitutives entre les forces de cisaillement transversal et les déformations de cisaillement transversal. Pour les matériaux isotropes homogène, le premier concept de FC a été présenté par Reissner [7, 8]. Il a proposé une valeur de $5/6$ qui est largement utilisée, en employant une méthode de calcul basée sur des considérations d'équilibre statique et d'équivalence énergétique. Puis, Mindlin [9] a proposé une valeur de $k = \pi^2/12$, en utilisant la méthode d'analyse dynamique pour la première fois (équivalence de fréquence propre associée au mode de vibration en CT ou de vitesse de propagation d'ondes de flexion). Une autre méthode a été présentée par Ayad [10] pour calculer les facteurs de correction. Il les évalue par une comparaison entre l'énergie de cisaillement obtenue via les équations d'équilibre et celle obtenue par la théorie du premier ordre.

Par ailleurs, les facteurs de correction pour les composites stratifiés et les sandwichs dépendent essentiellement des propriétés matérielles du matériau (module de Young, coefficient de poisson, etc.), du rapport d'aspect, de la forme des fibres ainsi que leurs orientations, de la géométrie du stratifié, du nombre de stratification et les conditions aux limites, ce qui rend ces facteurs difficiles à déterminer.

Dans ce contexte, plusieurs méthodes sont été proposées pour estimer les facteurs de correction dans ces matériaux. La méthodologie la plus courante est basée sur la comparaison de certaines réponses (l'énergie de déformation de CT, la vitesse de propagation d'une onde de flexion, la fréquence naturelle du mode de vibration, etc.) prédite par la théorie du premier ordre et celles obtenues par la théorie d'élasticité tridimensionnelle [11.12]. Yu [8] a utilisé une méthode basée sur la comparaison des fréquences naturelles (les fréquences obtenues par la théorie d'élasticité 3D et celles obtenues par la théorie du premier ordre) pour les plaques sandwichs.

Whitney [13] a publié une analyse précise pour calculer les facteurs de correction des plaques stratifiées symétriques/antisymétriques et les plaques sandwichs. Il les identifie par une méthode basée sur des considérations des flexions cylindriques.

L'auteur a montré que, les facteurs de correction de CT ne s'approchent pas de la valeur classique $5/6$, quand le nombre de couches du stratifié augmente. La même remarque a été trouvée par Madabhusi-Raman et Davalos [14].

Dans l'article de Vlachoutsis [5], les facteurs de correction de CT dans le cas sandwich, sont estimés à partir d'une expression analytique, il montre que le rapport d'anisotropie (E_f/E_c) influe sur les valeurs des FC. Certains auteurs, dont Pai [15], ont

présenté une nouvelle formulation de FC, en comparant les résultantes des contraintes de cisaillement exactes et l'énergie de déformation de cisaillement avec ceux déterminées par la théorie du premier ordre. L'article de Birman et Bert [16] résume les différentes méthodes concernant la détermination de ces facteurs pour les poutres/plaques isotropes et sandwichs.

II.6. Théorie Des Plaques D'ordre Supérieur (HSDPT)

Dans le cas où un schéma du premier degré ne permettrait pas d'approcher convenablement un problème donné, il sera alors nécessaire de passer à un schéma d'ordre supérieur (2ème ordre, 3ème ordre, voire plus), dans le développement des déplacements en séries. Par conséquent, ces théories introduisent des fonctions supplémentaires dont les termes sont souvent difficiles à interpréter.

II.7. Théorie Des Plaques Du Second Ordre

Le champ des déplacements de la théorie du second ordre s'exprime par :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) \quad (\text{II.3.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) \quad (\text{II.3.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) \quad (\text{II.3.c})$$

Où : $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z$ sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées x et y et du temps t .

Cette théorie apporte une amélioration substantielle par rapport à la théorie du premier ordre tout en nécessitant un facteur de correction comme pour la FSDPT.

II.8. Théorie Des Plaques Du Troisième Ordre

Dans la quête de théories plus raffinées et dans le souci de supprimer les limitations des précédentes théories, de nouvelles théories d'ordre supérieur ont vu le jour. Le champ des déplacements s'écrit comme suit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) + z^3\chi_x(x, y, t) \quad (\text{II.4.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) + z^3\chi_y(x, y, t) \quad (\text{II.4.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) + z^3\chi_z(x, y, t) \quad (\text{II.4.b})$$

Où: $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z, \chi_x, \chi_y, \chi_z$, sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées x et y et du temps t .

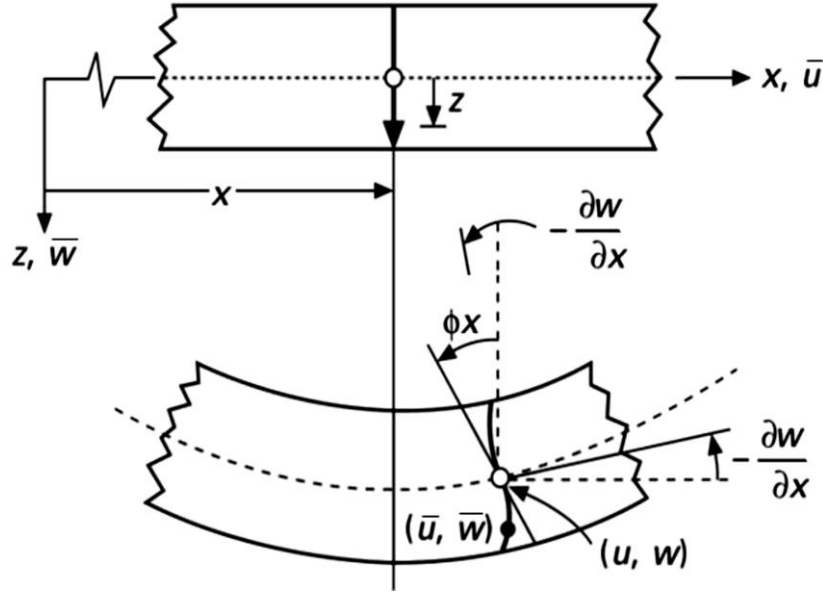


Figure II.4 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques.

Reddy a utilisé les conditions de nullité des contraintes de cisaillement τ_{xz}, τ_{yz} sur les faces supérieures et inférieures de la plaque qui ont été proposées pour la première fois par Levinson[17] dans l'analyse des plaques isotropes et par Murthy [18] et Bert [16] dans l'analyse des plaques stratifiées. Ces conditions permettent de réduire le nombre de variables additionnelles de déplacement.

Donc, le champ de déplacement de l'équation (II.4) contiendra des paramètres ayant une signification physique comme suit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2} \right) \left[\phi_x(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (\text{II.5.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2} \right) \left[\phi_y(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (\text{II.5.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.5.c})$$

Où : u , v , et w sont les déplacements le long des coordonnées x , y et z d'un point du plan moyen (plan $z = 0$) ; ϕ_x et ϕ_y sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes y et x respectivement et h est l'épaisseur totale de la plaque.

La théorie de Reddy est devenue très populaire parce qu'elle donne une meilleure précision pour les contraintes de cisaillement transversal, et se traduisent par une distribution parabolique de ces contraintes, sans recours à des facteurs de correction. En plus, le nombre de variables est le même que dans la théorie FSDT (Cinq variables indépendantes). Cette théorie est aussi connue sous le nom de "la théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (PSDPT).

Certains auteurs, dont Senthilnathan et *al.* [19], ont utilisé cette théorie de Reddy pour l'analyse du flambage des plaques isotropes et composites. Ils ont enrichi la composante de déplacement normal en introduisant des variables supplémentaires comme suit:

$$w(x, y, z) = w_f(x, y) + w_c(x, y) \quad (\text{II.6})$$

Où les notations f et c indiquent les contributions de la flexion et du cisaillement transverse au déplacement normal, respectivement.

Lee et al ont utilisé autrement la cinématique de Reddy pour l'analyse non linéaire des plaques isotropes épaisses.

En outre, Rohwer [16] a présenté une étude comparative de sept modèles basés sur des théories différentes (CLPT, SSDT et HSDT) pour l'analyse des plaques composites multicouches. Il a aussi montré les avantages et les limites de ces modèles et a conclu d'après les résultats obtenus que la théorie de la plaque de Reddy est une bonne alternative parmi toutes les théories en cisaillement de déformation d'ordre supérieur dans la littérature.

Selon Ferreira et al. la théorie de Reddy est le meilleur choix pour les théories HSDT et reste toujours la théorie la plus simple et la plus populaire dans l'analyse des plaques composites stratifiées.

Kant et Swaminathan ont proposé des solutions analytiques pour l'analyse statique des plaques composites et des sandwichs simplement appuyées. Ils ont présenté deux modèles d'ordre supérieur où le champ de déplacement est défini de telle façon que les trois composantes (u, v, w) soient cubiques pour le premier modèle et pour le deuxième modèle les deux composantes membranaires (u, v) soient cubiques et la composante transversale (w) soit

constante sur l'épaisseur de la plaque.

La comparaison a été faite avec des solutions d'élasticité (3D) données par Pagano et d'autres modèles trouvés dans la littérature. Cette comparaison a montré la précision et la fiabilité de ces deux modèles dans le calcul de déplacement transversal et les contraintes. Un résumé de quelques modèles d'ordre supérieur discuté précédemment est donné dans le tableau II.1.

Théories	Déformation dans le plan	Déformation de cisaillement transverse	Déformation normale transversale
Whitney et Sun	Quadratique	Linéaire	Constante
Whitney et Sun	Linéaire	Linéaire	Linéaire
Nelson et Lorch	Quadratique	Linéaire	Linéaire
Lo et <i>al.</i>	Cubique	Quadratique	Linéaire
Kant	Cubique	Quadratique	Linéaire
Reddy	Cubique	Quadratique	Zéro
Bert	Cubique	Quadratique	Zéro
Krishna Murty	Cubique	Quadratique	Zéro

Tableau II.1 : Quelques modèles d'ordre supérieur

Dans la littérature, il existe un certain nombre de modèles basés sur des théories non-polynomiales. Ces modèles permettent de décrire le gauchissement à travers l'épaisseur de la plaque, et donnent ainsi une distribution adéquate pour les déformations et les contraintes de cisaillement transversal. En 1877, Levy a développé une théorie raffinée pour les plaques isotropes épaisses pour la première fois, en utilisant des fonctions sinusoïdales (i.e. fonctions trigonométriques) dans le champ de déplacement. Mais, l'efficacité de cette théorie de plaque particulière n'a pas été validée pour plus d'un siècle. Stein a évalué cette théorie pour l'appliquer dans les plaques isotropes de forme modifiée. Plus tard, Stein et Jegley ont étudié l'effet de cisaillement transverse dans la flexion cylindrique de plaques composites stratifiées, en utilisant la théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique (TSDPT). Ils ont prouvé que cette théorie prédit les contraintes avec plus de précision que les autres théories.

Touratier a proposé un nouveau modèle, qui est largement utilisé dans les plaques stratifiées et sandwichs, en se basant sur la théorie TSDPT. L'auteur a utilisé une fonction sinusoïdale pour décrire la cinématique de son modèle où le champ de déplacement est donné par les expressions suivantes :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_x \quad (\text{II.7.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_y \quad (\text{II.7.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.7.c})$$

D'après les équations (II.7), on remarque que ce modèle se rapproche beaucoup des modèles à base de polynômes d'ordre supérieur. Selon Nguyen, les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

En 1997, Idlbi et *al.* ont présenté une étude comparative entre la théorie de Reddy (PSDPT) et celle de Touratier [16] (TSDPT) et les théories classiques (CLPT et FSDT), pour la flexion et la vibration des plaques multicouches (Cross-Play et Sandwich). Ils ont montré que le modèle raffiné de type sinus est préférable, en particulier lorsque les exigences de continuité inter laminaire sont incluses.

Un nouveau modèle basé sur une autre théorie nommée la théorie de la plaque de déformation en cisaillement hyperbolique (HSDPT) a été développé par Soldatos pour l'analyse des plaques monocliniques homogènes. L'auteur a utilisé la fonction sinus hyperbolique pour les composantes membranaires tandis que le déplacement transversal est considéré comme constant à travers l'épaisseur. La cinématique de ce modèle est de la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) - z \cosh\left(\frac{1}{2}\right) \psi_x \quad (\text{II.8.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) - z \cosh\left(\frac{1}{2}\right) \psi_y \quad (\text{II.8.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.8.c})$$

Soldatos et Timarci ont unifié la théorie HSDPT pour les plaques composites multicouches. Le principal avantage de cette théorie unifiée est la capacité de modifier la répartition des contraintes transversales. Il existe d'autres travaux notamment ceux de Karama et *al.* qui ont proposé une nouvelle fonction dite "exponentielle" pour les poutres composites stratifiées. Elle est, plus tard, étendue aux plaques stratifiées.

Les fonctions exponentielles s'avèrent beaucoup plus riches que les fonctions trigonométriques (sinus et cosinus) dans leur série de développement de Fourier. La théorie qui utilise ces fonctions est communément connue par la théorie de plaque de la déformation en cisaillement exponentielle (ESDPT) dont le champ de déplacement s'écrit comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z) = u(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) + ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \psi_x \quad (\text{II.9.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z) = v(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) + ze^{-2(z/h)^2} \psi_y \quad (\text{II.9.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z) = w(x, y) \quad (\text{II.9.c})$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance paire et impaire de la variable z alors que la fonction "sinus" Touratier [16] ne permet qu'un développement en puissances impaires.

En 2006, Aydogdu [18] a présenté une étude dans laquelle il a comparé les différentes théories d'ordre supérieur (PSDPT, TSDPT, HSDPT et ESDPT) avec la théorie d'élasticité tridimensionnelle. L'auteur a montré que le déplacement transversal et les contraintes sont mieux prédits par la théorie ESDPT, tandis que les deux théories PSDPT et HSDPT donnent des prédictions plus précises des fréquences naturelles et des charges critiques de flambement par rapport à d'autres théories.

Généralement, afin d'augmenter la précision des résultats, une croissance dans le degré du polynôme de l'équation (II.4) peut être une alternative. Cette technique est peu adoptée par les chercheurs à cause de son coût élevé en termes de calcul. Dans ce contexte, plusieurs simplifications ont été proposées afin de réduire le nombre de paramètres de déplacement.

Une de ces simplifications consiste à raccourcir les derniers termes de la série de Taylor en introduisant une "fonction de cisaillement". La forme du déplacement proposée à travers l'épaisseur est alors la suivante :

$$\bar{u}(x, y, z) = u(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) + f(z)\theta_x(x, y) \quad (\text{II.10.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z) = v(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) + f(z)\theta_y(x, y) \quad (\text{II.10.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z) = w(x, y) \quad (\text{II.10.c})$$

$f(z)$ peut être considéré comme la fonction de cisaillement qui permet de déterminer la distribution des déformations et des contraintes de cisaillement transversal à travers l'épaisseur. Selon cette fonction $f(z)$, nous pouvons distinguer quelques modèles d'ordre supérieurs importants dans la littérature qui sont chronologiquement décrits comme suit:

Théorie	Intitulé	Fonction de forme $\varphi(z)$	Distribution de γ_{xz} et γ_{yz} suivant z	Coefficient de correction de (cisaillement)	Validité
CPT Kirchhoff (1850)	Théorie classique des plaques	0	-	-	Plaques minces
FSDPT Mindlin (1951)	Théorie de déformation des plaques du 1er ordre	z	Constante	Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Ambartsuin (1958)	Théorie d'ordre supérieur	$\frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	Quadratique	Non requis	Plaques minces et moyennement épaisses
TSDPT Touratier (1991)	Théorie de déformation trigonométrique des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
ESDPT Karama, Afaq et al. (2003)	Théorie de déformation exponentielle des plaques	$z \exp \left(-2 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
PSDPT Reddy (1984)	Théorie de déformation parabolique des plaques	$z \left(1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
El Meiche, Tounsi et al. (2011)	Théorie raffinée des plaques	$\frac{\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) - z}{\cosh(\pi/2 - 1)}$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Atmane, Tounsi et al. (2010)	Théorie raffinée des plaques	$\frac{\cosh \left(\frac{\pi}{2} \right)}{\left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \right) - 1 \right]^z} z - \frac{\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) - z}{\cosh(\pi/2 - 1)}$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Shimpi (2002)(*)	Théorie raffinée des plaques	$h \left[\frac{1}{4} \left(\frac{z}{h} \right) - \frac{5}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right]$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses

Tableau II.2 : Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes

(*) Pour ce modèle, le champ des déplacements s'écrit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{II.11.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (\text{II.11.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w_B(x, y, t) + w_s(x, y, t) \quad (\text{II.11.c})$$

II.9 Théorie d'élasticité non locale pour plaques

La théorie classique de l'élasticité linéaire ne permet pas de rendre compte de « l'effet d'échelle », i.e. des conséquences physiques intervenant lorsqu'on modifie certaines dimensions d'un solide. Plusieurs études expérimentales ont permis de mettre en évidence ce phénomène sur des nanotubes de carbone ou des films minces. Pour expliquer les limites de la théorie classique de l'élasticité, la communauté scientifique avance plusieurs explications physiques [20] parmi lesquelles l'influence croissante de l'énergie de surface aux petites échelles ou bien le rôle non négligeable de la microstructure interne du matériau. L'approche classique serait donc incapable de traiter des problèmes pour lesquels les événements se produisant à une échelle microscopique ou microstructurale ont une influence significative. Selon [21,22] cette incapacité est liée à l'absence d'une longueur interne, caractéristique du matériau, dans le modèle de comportement élastique classique.

Pour le cas particulier d'un solide élastique nonlocal, isotrope et linéaire, [23] proposent une approche non-locale qui ne diffère de l'approche continue classique que par la relation entre les déformations et les contraintes. Dans ce cas, le champ de contrainte s'exprime le plus souvent comme une intégrale pondérée des déformations sur l'ensemble du domaine d'étude. Le modèle de comportement fait par ailleurs intervenir un paramètre « ℓ » homogène à une longueur, qui définit la « portée » des interactions et permet de prendre en compte l'influence de la microstructure du matériau.

Le paramètre « ℓ » représente une longueur interne caractéristique du matériau.

Le développement d'une équation de mouvement pour les feuilles de graphène nécessite des relations constitutives non locales. Des relations analytiques simples sont données pour déterminer les fréquences naturelles et les charges de flambement des feuilles monocouche de graphène (SLGS). Les feuilles de graphène peuvent être modélisées en tant que nano plaque en théorie du milieu continu non local.

II.9.1 Modélisation de la Feuille Graphène

Le diagramme schématique des feuilles de graphène comme plaque non locale est illustré dans la figure II.4. Les atomes de carbone du graphène à petite échelle sont considérés comme n'étant pas de nature locale. Cela implique que la contrainte à un point dépend non seulement de la contrainte à ce point, mais aussi des contraintes de tous les points du corps. En utilisant ce concept, les feuilles de graphène discrètes peuvent être modélisées comme une plaque élastique non-locale continue. La nature discrète du graphène est décrite dans un continu élastique non local.

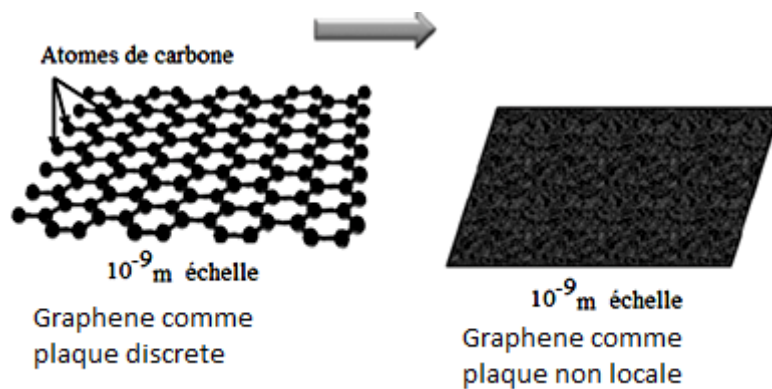


Figure II.5 : Modélisation d'une feuille de graphène en théorie non local

II.9.2 Relations constitutives pour plaque non locale

Considérons l'origine choisie dans un coin des plaques rectangulaires monocouche de graphène (SLGS). Les axes de coordonnées dans la plaque non locale sont indiqués à la Figure II. 5. La coordonnée x de l'axe est prise le long de la longueur des feuilles de graphène, la coordonnée y est prise le long de la largeur et la coordonnée z est prise le long de l'épaisseur du graphène (compte tenu d'une épaisseur atomique constante, h).

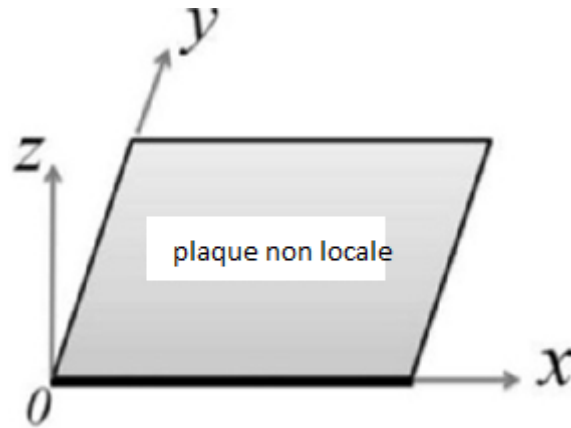


Figure II.6 : Modèle de plaque non locale avec le système de coordonnées.

En utilisant la théorie du milieu continu avancé de la théorie des plaques non locales, en appliquant comme équations de régulation pour une structure de graphène (plaque idéalisée), beaucoup d'études ont été menées par des chercheurs. Les études comprennent l'analyse de flexion, de vibration et de flambement du graphène, qui a été brièvement discuté dans ce chapitre. Il est important de noter que l'élasticité locale est capable de donner une prédiction étroite du comportement du graphène par rapport aux résultats de la simulation dynamique moléculaire MD. Cependant, les résultats locaux ne sont pas exacts car nous ignorons les effets de taille importants à l'échelle nanométrique. À partir des théories des plaques non locales, les études sur l'analyse de flexion, de vibration et de flambement du graphène ont prédit une plus grande divergence, des fréquences plus petites et des charges de flambement par rapport aux théories classiques des plaques.

II.10 Conclusion

Dans ce chapitre, on a abordé le sujet de la théorie des plaques ainsi que les modèles analytiques des feuilles de graphène à savoir la théorie classique des plaques (CPT), la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT). Sa formulation est basée sur les hypothèses de chaque théorie dans une approche bidimensionnelle d'élasticité suivie par les équations cinématiques d'un point quelconque dans la plaque en fonction des déplacements généralisés.

Diverses méthodes sont utilisées pour l'étude des plaques, vu que les méthodes expérimentales se présentent dans la plus part des cas coûteuses, les modèles proposés peuvent donner satisfaction et avoir un reflet scientifique dans l'analyse des nanostructures.

II.11 Références

- [1] Kirchhoff, G.,(1850), Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 40 51-88.
- [2] Love, A.E.H., A treatise on the mathematical theory of elasticity 1934: Cambridge University Press.
- [3] Hu, H., et al.,(2008), Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites, Composite Structures, 84 (3) 282-292.
- [4] Librescu, L., Elastostatics and kinetics of anisotropic and heterogeneous shell-type structures. Vol. 2. 1975, Noordhoff, Leyden, Netherlands
- [5] Vlachoutsis, S.,(1992), Shear correction factors for plates and shells, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 33 (7) 1537-1552.
- [6] Laitinen, M., H. Lahtinen, and S.G. Sjölin,(1995), Transverse shear correction factors for laminates in cylindrical bending, Communications in numerical methods in engineering, 11 (1) 41-47.
- [7] Reissner, E.,(1972), A consistent treatment of transverse shear deformations in laminated anisotropic plates, AIAA Journal, 10 (5) 716-718.
- [8] Yu, Y.-Y.,(1959), Simple Thickness-shear Modes of Vibration in Infinite Sandwich Plates, (26) 679–681.
- [9] Mindlin, R.,(1951), Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, J. of Appl. Mech., 18 31-38.
- [10] Ayad, R., Eléments finis de plaque et coque en formulation mixte avec projection en cisaillement. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France. 1993.
- [11] Bert, C.W.,(1973), Simplified analysis of static shear factors for beams of nonhomogeneous cross section, Journal of Composite materials, 7 (4) 525-529.
- [12] Yang, P.C., C.H. Norris, and Y. Stavsky,(1966), Elastic wave propagation in heterogeneous plates, International Journal of Solids and Structures, 2 (4) 665-684.
- [13] Whitney, J.M.,(1972), Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates*, Journal of Composite materials, 6 (4) 426-440.
- [14] Madabhushi-Raman, P. and J.F. Davalos,(1996), Static shear correction factor for laminated rectangular beams, Composites Part B: Engineering, 27 (3–4) 285-293.
- [15] Pai, P.F.,(1995), A new look at shear correction factors and warping functions of

- anisotropic laminates, *International Journal of Solids and Structures*, 32 (16) 2295-2313.
- [16] Birman, V. and C.W. Bert,(2002), On the choice of shear correction factor in sandwich structures, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 4 (1) 83-95.
- [17] Levinson, M.,(1980), An accurate, simple theory of the statics and dynamics of elastic plates, *Mechanics Research Communications*, 7 (6) 343-350.
- [18] Bert, C.W.,(1984), A critical evaluation of new plate theories applied to laminated composites, *Composite Structures*, 2 (4) 329-347.
- [19] Senthilnathan, N., et al.,(1987), Buckling of shear-deformable plates, *AIAA Journal*, 25 (9) 1268-1271.
- [20] Di Paola M., Failla G., Zingales M., The mechanically-based approach to 3D non-local linear elasticity theory : long-range central interactions, *Int. J. Solids Struct.* 47, 2347-2358, 2010.
- [21] Eringen A.C., Theory of nonlocal elasticity and some applications, *Res Mechanica* 21 313-342, 1987.
- [22] Eringen A.C., *Nonlocal continuum field theories*, Springer New-York, 2002.
- [23] Eringen A.C., Kim B.S., Stress concentration at the tip of a crack, *Mech. Res. Commun.* 1,233-237, 1974.

Chapitre III

*Modèle théorique
&
Développement Analytique*

III. 1 Introduction

Les plaques nanométriques de forme 2D sont un nouveau sous-groupe de nanostructures. Elles sont employées comme des éléments à couches minces [1], résonateurs à nanofeuilles [2], résonateurs en forme de palette [3], capteurs de gaz [4,5], et des capteurs de masse [6] en raison de leurs importantes propriétés mécaniques, électriques et thermiques. Le graphène est une nanoplaque disposée dans un réseau en nid d'abeilles avec une série unique de propriétés structurales, électriques, thermiques, optiques, chimiques et mécaniques sans précédent [7], pour cette raison, il est largement utilisé dans les systèmes nano-électromécaniques (NEMS) tels que les capteurs [6,8] les résonateurs à nano-feuilles [9], les nano actionneurs [10,11, 12 ,13 ,14], électrodes conductrices pour l'énergie solaire, nanocomposite [15,16,17] etc. Par conséquent, l'étude du comportement des systèmes nano mécaniques fabriqués à partir de graphène contribue à leur une meilleure conception.

Généralement, trois procédures principales ont été proposées pour étudier les propriétés mécaniques des nanostructures connues sous le nom d'investigation expérimentale, la simulation de dynamique moléculaire (MD) et la formulation de mécanique continue.

Les deux premières procédures sont très lourdes et coûteuses en calcul pour les systèmes de nanostructures avec un nombre important d'atomes. Par conséquent, en raison de ces difficultés, les formulations de la mécanique en milieu continu sont connues comme des procédures efficaces pour étudier les propriétés mécaniques des nanostructures. Puisque la mécanique en milieu continu conventionnelle n'a aucune possibilité de prendre en charge les influences à petite échelle, elle ne peut être considérée comme un modèle fiable pour prédire la réponse mécanique des nanostructures.

Jusqu'à présent, plusieurs théories mécaniques en milieu continu non classiques ont été formulées pour incorporer les effets de taille à petite échelle dans les micro / nanostructures, comme la théorie de l'élasticité non locale [18, 19, 20, 21, 22 ,23 ,24 ,25 ,26 ,27 ,28 ,29 ,30 ,31], la théorie du gradient de la déformation [32 ,33 ,34 ,35 ,36 ,37 ,38 ,39 ,40 ,41], et la théorie de contrainte de couplée [42 ,43 ,44 ,45 ,46 ,47]. Parmi ces modèles dépendant de la taille, la théorie de l'élasticité non locale proposée par Eringen (1983, 2002) a été largement utilisée dans l'étude des nanostructures.

Dans ce modèle, le tenseur de la contrainte non locale en un point de référence dans un corps dépend non seulement de la déformation du tenseur à ce point, mais également de la déformation du tenseur en tous les autres points du corps.

La littérature démontre que la théorie non locale est de plus en plus utilisée pour une étude rapide et fiable des nanostructures ces dernières années. A cet égard, un certain nombre de travaux de recherche ont été réalisés sur la base de cette théorie afin d'étudier la flexion [48 ,49 ,50], le flambement [51 ,52 ,53 ,54 ,55] et les vibrations des feuilles de graphène [48 ,55 ,56 ,57 ,58 ,59 ,60 ,61].

Reddy et coll. (2006) ont calculé les propriétés élastiques de la feuille de graphène en utilisant la règle de Cauchy Born et le potentiel de Brenner. Il a été démontré qu'en raison de la différence de nombre de coordination, la longueur de liaison à l'équilibre du carbone-carbone n'est pas uniforme partout dans le graphène. Ils ont montré que le graphène devient un matériau orthotrope.

Mohammadi et coll. (2014) ont présenté une théorie non locale pour étudier la vibration libre d'une feuille de graphène orthotrope monocouche (SLGS) reposant sur une fondation Pasternak sous une charge de cisaillement dans le plan basé sur la théorie classique des plaques (CLPT), et ont utilisé la méthode de quadrature combinée de Galerkin-différentielle pour résoudre les équations obtenues.

Arash et coll. (2012) ont examiné les propagations des ondes dans SLGS en utilisant le modèle d'éléments finis non locaux (FE) et des simulations MD. Ils montrent que le modèle FE non local est essentiel dans l'étude du SLGS, en particulier à des longueurs d'onde inférieures à 1 nm.

Analooei et coll. (2013) ont rapporté la stabilité élastique et l'étude dynamique des feuilles de graphène orthotropes et isotropes soumis à une charge de cisaillement pure et à une compression biaxiale basée sur la théorie non locale d'Eringen en utilisant la méthode de la bande finie par spline.

GhorbanpourArani et al. (2014) ont étudié le comportement dynamique non-local non linéaire du système bicouche de feuilles de graphène annulaires posées sur une fondation visco-élastique de Pasternak en utilisant une procédure de quadrature différentielle.

Naderi et Saidi (2014) ont utilisé la théorie non locale et le modèle de von-Kármán pour étudier la réponse post-flambement des feuilles de graphène orthotropes sur une fondation polymère non linéaire soumises à des chargements dans le plan uniaxial et biaxial. Kanaipour (2014) a étudié l'analyse de flexion d'une plaque nanométrique sur une fondation élastique.

Golmakani et Rezatalab (2014) ont discuté du comportement en flexion non linéaire du SLGS orthotrope rectangulaire reposant sur une fondation de Pasternak et soumise à une charge uniforme.

Sur la base de la théorie non locale des plaques de Mindlin, Liu et Chen (2014) ont étudié le comportement vibratoire des SLGS périodiques finis avec différentes conditions aux limites en utilisant la méthode des ondes.

Récemment, GhorbanpourArani et Jalaei (2015) ont analysé la flexion et la réponse aux vibrations du SLGS reposant sur une fondation visco-elastique de Pasternak en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement non locale du troisième ordre.

Pouresmaeeli et coll. (2013) ont étudié la réponse dynamique d'une plaque nanométrique orthotrope viscoélastique reposant sur une fondation visco-élastique où il est démontré que la diminution de l'amortissement structurel et de l'amortissement de la fondation augmente la fréquence des nano plaques.

Plus récemment, Ghorbanpour Arani et Jalaei (2016) ont examiné le comportement transitoire d'une feuille de graphène orthotropique reposant sur une fondation viscoélastique orthotrope.

Zenkour (2016) a étudié la réponse au flambage d'une plaque monocouche de graphite (SLGS) posée dans le milieu viscoélastique de Pasternak en utilisant la théorie non locale du premier ordre.

Dans cette étude, une formulation analytique est présentée pour étudier les réponses au flambement des SLGS reposant sur une fondation viscoélastique de Pasternak. L'incorporation du terme intégral dans le champ de déplacement induit une diminution du nombre d'inconnues et d'équations gouvernantes. On espère que les résultats numériques de ce travail seront utilisés pour concevoir ce type de nano dispositifs.

III.2 Formulations Théoriques

Considérons une plaque monocouche de graphite (SLGS) de longueur 'a', largeur b et épaisseur uniforme h comme présenté dans la (Figure III. 1). La plaque (SLGS) est constituée d'une feuille isotrope homogène de module de Young 'E', coefficient de Poisson 'ν', module de cisaillement 'G' et la densité du matériau 'ρ'. On suppose que la plaque (SLGS) est soumise à des charges de bord S1 et S2 de compression dans le plan de la feuille distribuées par unité de longueur. Le modèle de fondation est caractérisé par le module de Winkler linéaire K_w , le module de fondation de Pasternak (cisaillement) K_p , et le coefficient d'amortissement C_t du milieu viscoélastique.

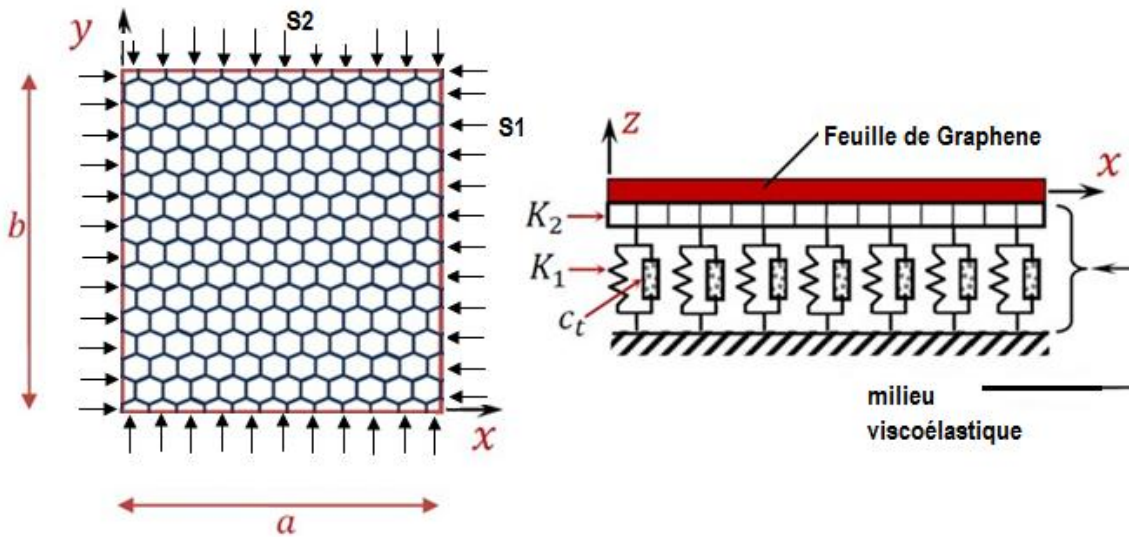


Figure III. 1: modèle de plaque continue d'une feuille (SLGS) reposant sur un milieu viscoélastique.

III.2.1 La théorie de l'élasticité non locale

En théorie non locale, le tenseur de contrainte à un point du corps est fonction du tenseur de déformation en tout point à l'intérieur du domaine V. La contrainte joue donc un rôle considérable dans le modèle présenté par l'expression suivante [62].

$$t_{ij} = \int_V \alpha (|X' - X|) \sigma_{ij}(X') dV' \quad (\text{III.1})$$

Où X est un point du corps sur lequel on évalue le tenseur des contraintes, X' peut être n'importe quel autre point du corps, V est le volume d'une région du corps sur laquelle l'intégrale est considérée, σ_{ij} est le tenseur de contrainte classique, $\alpha(|X' - X|)$ est la fonction noyau non locale liée à la longueur caractéristique interne. En ce qui concerne les caractéristiques de la fonction de noyau non locale $\alpha(|X' - X|)$ présentées par Eringen (1983), en prenant une fonction de Green d'un opérateur différentiel linéaire, $\mathfrak{I}$, qui peut être définie comme suit :

$$\mathfrak{I}\alpha(|X' - X|) = \delta\alpha(|X' - X|) \quad (\text{III.2})$$

Remplaçons l'équation (III.1) dans l'équation (III.2), l'expression de la forme primaire de l'équation différentielle suivante est déterminée comme :

$$\mathfrak{I}t_{ij} = \sigma_{ij} \quad (\text{III.3})$$

Pour les solides élastiques linéaires non locaux, les équations de mouvement dominantes ont la forme suivante :

$$t_{ij,j} + f_i = 0 \quad (\text{III.4})$$

Où ' f_i ' représentent les forces de volume et t_i est le vecteur de déplacement. Remplaçons l'équation (III.4) dans l'équation (III.3) nous obtenons la relation suivante :

$$\sigma_{ij} + \mathfrak{I}(f_i) = 0 \quad (\text{III.5})$$

En utilisant l'opérateur différentiel linéaire pour le cas 2D, la théorie non locale est présentée par l'expression suivante :

$$\mathfrak{I} = 1 - \zeta^2 \nabla^2 \quad (\text{III.6})$$

Où ∇^2 est l'opérateur de Laplace, qui en coordonnées cartésiennes est défini par :

$$\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 \quad \text{et} \quad \zeta = e_0 a, \quad a \text{ est la longueur caractéristique interne et } e_0 \text{ est la}$$

constante de matériau qui est prédite par l'expérience.

III.2.2 La première théorie simple de déformation par cisaillement

- **Champs de déplacement :**

En considérant les hypothèses de la première théorie simple de déformation par cisaillement [63] la cinématique peut s'écrire

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z k_1 \int \theta(x, y) dy \\
v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z k_2 \int \theta(x, y) dy \\
w(x, y, z) &= w_0(x, y)
\end{aligned} \tag{III.7}$$

Avec « $u_0(x, y), v_0(x, y), w_0(x, y)$, et $\theta(x, y)$ » les quatre fonctions de déplacement de la surface médiane de la feuille (SLGS).

• Champs de déformations

Après dérivation des équations (III.7) les expressions de déformation non nulles sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \varepsilon_{xy}^1 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \end{Bmatrix} \tag{III.8}$$

Et

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \varepsilon_{xy}^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta \\ -\theta \\ -k_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx - k_2 \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -k_1 \int \theta dx + \frac{\partial w}{\partial x} \\ -k_2 \int \theta dy + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{III.9}$$

Les intégrales utilisées dans les équations (III.1) et (III.9) doivent être résolus par la procédure de Navier et peuvent être écrites comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx = A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy = B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} \tag{III.10a}$$

$$\int \theta dx = A' \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \int \theta dy = B' \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

Où les coefficients « A' et B' » sont exprimés en fonction du type de solution employée, dans notre cas en utilisant la solution de Navier. Par conséquent, A' et B' s'écrivent comme suit :

$$A' = -\frac{1}{\lambda^2}, \quad B' = -\frac{1}{\mu^2}, \quad k_1 = \lambda^2, \quad k_2 = \mu^2 \tag{III.10b}$$

Où λ et μ sont définis dans l'expression (III.17).

Les équations d'équilibre de la plaque (SLGS) soumise à des charges de bord de compression dans le plan S1 et S2 uniformément distribuée reposant sur un milieu viscoélastique peuvent être déterminées sur la base de l'énergie potentielle stationnaire [64], les équations d'équilibre sont déduites comme suit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= 0\end{aligned}\quad (III.11a)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - P(x, y) = 0$$

$$k_1 A' \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + k_2 B' \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - k_1 A' \frac{\partial Q_x}{\partial x} - k_2 B' \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0$$

Où

$$P(x, y) = K_w w - K_p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + C_t \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(S_1 \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(S_2 \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (III.11b)$$

N_x , N_{xy} , et N_y sont les composantes des efforts normaux ; M_x , M_{xy} , et M_y sont les composantes des moments de flexions; Q_x , et Q_y sont les résultantes des efforts de cisaillement. Ils sont donnés par :

$$\{N_x, N_y, N_{xy}\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} dz \quad (III.12a)$$

$$\{M_x, M_y, M_{xy}\} = \int_{-h/2}^{h/2} z \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} dz \quad (III.12b)$$

$$\{Q_x, Q_y\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\tau_{xz}, \tau_{yz}\} dz \quad (III.12c)$$

Où 'k' est le facteur de correction du cisaillement transversal.

III. 2.3 Le modèle d'élasticité non locale pour une plaque (SLGS)

Les relations constitutives de la théorie non locale pour une plaque (SLGS) en utilisant l'équation (III.3) peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x - \zeta \nabla^2 \sigma_x \\ \sigma_y - \zeta \nabla^2 \sigma_y \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} \quad (III.13a)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} - \zeta \nabla^2 \tau_{xz} \\ \tau_{yz} - \zeta \nabla^2 \tau_{yz} \\ \tau_{xy} - \zeta \nabla^2 \tau_{xy} \end{Bmatrix} = G \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.13b})$$

En utilisant les relations contrainte-déformation de l'équation (III.13), et la définition des résultantes des efforts des équations (III.12), à l'aide des relations de Cauchy des équations (III.8), nous pouvons écrire les résultantes des efforts en fonction des déplacements comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N_x - \zeta \nabla^2 N_x \\ N_y - \zeta \nabla^2 N_y \\ N_{xy} - \zeta \nabla^2 N_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.14a})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x - \zeta \nabla^2 M_x \\ M_y - \zeta \nabla^2 M_y \\ M_{xy} - \zeta \nabla^2 M_{xy} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -k_1 A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \\ -k_2 B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \\ (-k_1 A' + -k_2 B') \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.14b})$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y - \zeta \nabla^2 Q_y \\ Q_x - \zeta \nabla^2 Q_x \end{Bmatrix} = kGh \begin{Bmatrix} -k_2 B' \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ -k_1 A' \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.14c})$$

Où $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ est la rigidité en flexion de la plaque (SLGS).

La substitution des équations (III.14) dans les équations (III.10) permet d'obtenir les équations aux dérivées partielles non locales suivantes en fonction uniquement des déplacements.

$$kGh \left(-k_1 A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - k_2 B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (1 - \zeta \nabla^2) P(x, y) = 0 \quad (\text{III.15a})$$

$$D \left[k_1 A' \left(-k_1 A' \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^4} - \nu k_2 B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + k_2 B' \left(-k_2 B' \frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4} - \nu k_1 A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} \right) - \frac{1+\nu}{2} (k_1 A' + k_2 B')^2 \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} \right] - kGh \left[k_1 A' \left(-k_1 A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + k_2 B' \left(-k_2 B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] = 0 \quad (\text{III.15b})$$

III.2.3 Procédures de résolution des équations

Pour résoudre le problème de flambement pour une plaque (SLGS) simplement appuyée, la solution des équations gouvernantes sont données par méthode de Navier:

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} W_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ X_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \end{Bmatrix} e^{\omega t} \quad (\text{III.16})$$

Où (W_{mn}, X_{mn}) sont des paramètres arbitraires, ω est une fréquence angulaire complexe.

Avec

$$\lambda = m\pi/a \text{ and } \mu = n\pi/b \quad (\text{III.17})$$

En remplaçant l'équation (III.16) dans les équations (III.15), on obtient :

$$kGh[(-\lambda^2 - \mu^2)W_{mn} + (k_1 A' \lambda^{2'} + k_2 B' \mu^2)X_{mn}] - [1 + \zeta(\lambda^2 + \mu^2)]P^* = 0 \quad (\text{III.18a})$$

$$kGh(k_1 A' \lambda^{2'} + k_2 B' \mu^2)W_{mn} \left[D \left[-k_1 A' (k_2 B' \lambda^2 \mu^2 v + k_1 A' \lambda^4) - k_2 B' (k_1 A' \lambda^2 \mu^2 v + k_2 B' \mu^4) - \frac{1+v}{2} (k_1 A' + k_2 B')^2 \lambda^2 \mu^2 \right] - kGh(k_1^2 A'^2 \lambda^2 + k_2^2 B'^2 \mu^2) \right] X_{mn} = 0 \quad (\text{III.18 b})$$

Où P^* est donné, pour une charge de flambement uniforme, par :

$$P^* = (k_w + k_p(\lambda^2 + \mu^2) + C_t \omega + S_1 \lambda^2 - S_2 \mu^2)W_{mn} \quad (\text{III.19})$$

En supposant qu'il existe un rapport donné entre ces forces tel que $S_1 = -\beta$, et $S_2 = -\alpha\beta$; $\alpha = S_2/S_1$ (ici α est un paramètre de charge non dimensionnel), on obtient :

$$([C] - \beta_0 [L])\{\Delta\} = \{0\} \quad (\text{III.20})$$

Où $\{\Delta\} = \{W_{mn}, X_{mn}\}^T$ est le vecteur solution. Les éléments de la matrice symétrique $[C]$ sont exprimés comme suit :

$$C_{11} = kGh(-\lambda^2 - \mu^2) - (1 + \zeta(\lambda^2 + \mu^2))(k_1 + k_2(\lambda^2 + \mu^2) + C_t \omega) \quad (\text{III.21a})$$

$$C_{12} = kGh(k_1^2 A'^2 \lambda^2 + k_2^2 B'^2 \mu^2) \quad (\text{III.21b})$$

$$C_{22} = D \left[-k_1 A' (k_2 B' \lambda^2 \mu^2 v + k_1 A' \lambda^4) - k_2 B' (k_1 A' \lambda^2 \mu^2 v + k_2 B' \mu^4) - \frac{1+v}{2} (k_1 A' + k_2 B')^2 \lambda^2 \mu^2 \right] \quad (\text{III.21c})$$

et les éléments $L_{ij} = L_{ji}$ de la matrice $[L]$ sont donnés par

$$L_{11} = (\lambda^2 + \mu^2)[1 + \zeta(\lambda^2 + \mu^2)], \text{ et } L_{12} = L_{21} = 0 \quad (\text{III.22})$$

Ainsi, nous obtenons l'équation de flambement en prenant le déterminant de la matrice $[C] - \beta_0[L]$ égal à zéro.

En résolvant cette équation, nous trouverons que le flambement supposé de la plaque (SLGS) n'est possible que pour des valeurs définies de β_0 . La plus petite de ces valeurs détermine la valeur critique souhaitée. Si les forces S_1 et S_2 ne sont pas des constantes, le problème devient plus complexe, puisque l'équation (III.20) dans ce cas à des coefficients variables, mais la conclusion générale reste la même. Soit, par exemple (Timoshenko et Gere 1961, Zenkour 2001)

$$S_1 = -\beta_0 \left(1 - c \frac{y}{b}\right), \quad S_2 = 0 \quad (\text{III.23})$$

Où 'c' est un facteur de flambement. L'équation (III.21) est toujours la même tandis que l'élément L_{11} uniquement dans l'équation (III.22) devient

$$L_{11} = \lambda^2 \left(1 - \frac{1}{2}c\right) [1 + \zeta(\lambda^2 + \mu^2)] \quad (\text{III.24})$$

En modifiant le facteur de flambement c , nous pouvons obtenir divers cas particuliers. Par exemple, $c=0$ correspond au cas d'une force de compression uniformément répartie ($S_1 = -\beta_0$, $S_2 = 0$), et pour $c=2$ on obtient le cas de la flexion pure. Toutes les autres valeurs donnent une combinaison de flexion et compression ($c < 2$) ou de traction ($c > 2$).

III.3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une formulation analytique de la première théorie non locale intégrale de déformation de cisaillement transversale (FSDT) pour étudier les réponses au flambement des plaques (SLGS) reposant sur le milieu viscoélastique de Pasternak et soumises à un chargement de compression aux extrémités. Nous avons utilisé la méthode de Navier pour résoudre les équations gouvernantes de flambement d'une plaque simplement appuyée en tenant compte de l'effet d'échelle par l'introduction du terme $\zeta \nabla^2$ dans les équations constitutives.

III.4 Références

- [1] Freund, L.B. and Suresh, S. (2003), “Thin film materials”, Cambridge: Cambridge University Press.
- [2] Bunch, J.S., van der Zande, A.M., Verbridge, S.S., Frank, I.W., Tanenbsum, D.M., Parpia, J.M., *et al.* (2007), “Electromechanical resonators from graphène sheets”, *Science*, **315**, 490-493. DOI: 10.1126/science.1136836.
- [3] Evoy, S., Carr, D.W., Sekaric, L., Olkhovets, A., Parpia, J.M. and Craighead, H.G. (1999), “Nanofabrication and electrostatic operation of single-crystal silicon paddle oscillators”, *J.Appl. Phys.*, **86**, 6072-6077. <https://doi.org/10.1063/1.371656>.
- [4] Lu, G., Ocola, L.E. and Chen, J. (2009), “Reduced graphène oxide for room-temperature gas sensors”, *Nanotechnology*, **20**, 445502. <https://doi.org/10.1088/0957-4484/20/44/445502>.
- [5] Arash, B., Wang, Q. and Duan, W.H. (2011), “Detection of gas atoms via vibration of graphènes”, *Phys. Lett. A*, **375**, 2411-2415. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2011.05.009>.
- [6] Sakhaee-Pour, A., Ahmadian, M.T. and Vafai, A. (2008), “Applications of single-layered graphène sheets as mass sensors and atomistic dust detectors”, *Solid State Commun.*, **145**, 168-172. <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2007.10.032>.
- [7] Basua, S. and Bhattacharyya, P. (2012), “Recent developments on graphène and graphène oxide based solid state gas sensors”, *Sens. Actuat. B*, **173**, 1-21. doi:10.1016/j.snb.2012.07.092.
- [8] Murmu, T. and Adhikari, S. (2013), “Nonlocal mass nanosensors based on vibrating monolayergraphène sheets”, *Sensors Actuat. B: Chemical*, **188**, 1319-1327. <https://doi.org/10.1016/j.snb.2013.07.051>.
- [9] Eichler, A., Moser, J., Chaste, J., Zdrojek, M., Wilson-Rae, I. and Bachtold, A. (2011), “Nonlinear dampingin mechanical resonators made from carbon nanotubes and graphène”, *Nature Nanotechnology*, **6**, 339-342. <https://doi.org/10.1038/nnano.2011.71>.
- [10] Ji, Y., Choe, M., Cho, B., Song, S., Yoon, J., Ko, H.C., *et al.* (2012), “Organic nonvolatile memory devices with charge trapping multilayer graphène film”, *Nanotechnology*, **23**, 105202. doi: 10.1088/0957-4484/23/10/105202.
- [11] Barati, M.R. (2017), “Investigating dynamic response of porous inhomogeneous nanobeams on hybrid Kerr foundation under hygro-thermal loading”, *Appl. Phys. A.*, **123**, 332. <https://doi.org/10.1007/s00339-017-0908-3>.
- [12] Eltaher, M.A., Agwa, M. and Kabeel, A. (2018), “Vibration analysis of material size-dependent CNTs using energy equivalent model”, *J. Appl. Comput. Mech.*, **4**, 75-86. DOI :10.22055/JACM.2017.22579.1136.
- [13] Abdulrazzaq, M.A., Fenjan, R.M., Ahmed, R.A. and Faleh, N.M. (2020), “Thermal buckling of nonlocal clamped exponentially graded plate according to a secant function based refined theory”, *Steel Compos. Struct.*, **35**(1), 147-157. <https://doi.org/10.12989/scs.2020.35.1.147>.

- [14] Ghandourah, E. and Abdraboh, A.M. (2020), “Dynamic analysis of functionally graded nonlocalnanobeam with different porosity models”, *Steel Compos. Struct.*, 36(3), 293-305.
<http://dx.doi.org/10.12989/scs.2020.36.3.293>
- [15] Bensattalah, T., Bouakkaz, K., Zidour, M. and Daouadji, T.H. (2018), “Critical buckling loads of carbon nanotube embedded in Kerr's medium”, *Adv. Nano Res.*, 6(4), 339-356.
<http://dx.doi.org/10.12989/anr.2018.6.4.339>.
- [16] Selmi, A. (2019), “Effectiveness of SWNT in reducing the crack effect on the dynamic behavior of aluminium alloy”, *Adv. Nano Res.*, 7(5), 365-377.
<http://dx.doi.org/10.12989/anr.2019.7.5.365>.
- [17] Mehar, K. and Panda, S.K. (2019), “Multiscale modeling approach for thermal buckling analysis of nanocomposite curved structure”, *Adv. Nano Res.*, 7(3), 181-190.
<http://dx.doi.org/10.12989/anr.2019.7.3.181>.
- [18] Eringen, A.C. (1972), “Nonlocal polar elastic continua”, *Int. J. Eng. Sci.*, 10, 1–16.
[https://doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90070-5](https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90070-5).
- [19] Lei, Y., Adhikari, S. and Friswell, M.I. (2013), “Vibration of nonlocal Kelvin–Voigt viscoelastic damped Timoshenko beams”, *Int. J. Eng. Sci.*, 66-67, 1-13.
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2013.02.004>.
- [20] Najar, F., El-Borgi, S., Reddy, J.N. and Mrabet, K. (2015), “Nonlinear nonlocal analysis of Electrostatic nanoactuators”, *Compos. Struct.*, 120, 117-128.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.058>.
- [21] Reddy, J.N. (2007), “Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams”, *Int. J. Eng. Sci.*, 45, 288-307. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2007.04.004>
- [22] Gürses, M., Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2012), “Mathematical modeling of vibration problem of nano-sized annular sector plates using the nonlocal continuum theory via eight-node discrete singular convolution transformation”, *Appl. Math. Comput.*, 219(6), 3226–3240. doi:10.1016/j.amc.2012.09.062.
- [23] Reddy, J.N. and El-Borgi, S. (2014), “Eringen’s nonlocal theories of beams accounting for moderate rotations”, *Int. J. Eng. Sci.*, 82, 159-177.
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2014.05.006>.
- [24] Sedighi, H.M., Keivani, M. and Abadyan, M. (2015a) “Modified continuum model for stability analysis of asymmetric FGM double-sided NEMS: Corrections due to finite conductivity, surface energy and nonlocal effect”, *Compos. Part B: Eng.*, 83, 117-133. doi:10.1016/j.compositesb.2015.08.029.
- [25] Sedighi, H.M., Daneshmand, F. and Abadyan, M. (2015b), “Modified model for instability analysis of symmetric FGM double-sided nano-bridge: Corrections due to surface layer, finite conductivity and size effect”, *Compos. Struct.*, 132, 545-557. doi:10.1016/j.compstruct.2015.05.076.
- [26] Hamidi, A., Zidour, M., Bouakkaz, K. and Bensattalah, T. (2018), “Thermal and small-scale effects on vibration of embedded armchair single-walled carbon nanotubes”, *J. Nano Res.*,

- 51, 24-38. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/JNanoR.51.24>.
- [27] Bensattalah, T., Zidour, M. and Daouadji, T.H. (2019a), “A new nonlocal beam model for free vibration analysis of chiral single-walled carbon nanotubes”, *Compos. Mater.Eng*, 1(1), 21-31. <https://doi.org/10.12989/cme.2019.1.1.021>.
- [28] Bensattalah, T., Zidour, M., Daouadji, T.H. and Bouakaz, K. (2019b), “Theoretical analysis of chirality and scale effects on critical buckling load of zigzag triple walled carbon nanotubes under axial compression embedded in polymeric matrix”, *Struct. Eng. Mec.*, 70(3), 269-277. <https://doi.org/10.12989/sem.2019.70.3.269>.
- [29] Akbas, S.D. (2020), “Modal analysis of viscoelastic nanorods under an axially harmonic load”, *Adv. Nano Res.*, **8(4)**, 277-282. <https://doi.org/10.12989/ANR.2020.8.4.277>.
- [30] Gafour, Y., Hamidi, A., Benahmed, A., Zidour, M. and Bensattalah, T. (2020), “Porosity-dependent free vibration analysis of FG nanobeam using non-local shear deformation and energy principle”, *Adv. Nano Res.*, **8(1)**, 37-47. <https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.1.037>.
- [31] Shariati, A., Jung, D.W., Mohammad-Sedighi, H., Žur, K.K., Habibi, M. and Safa, M. (2020), “On the Vibrations and Stability of Moving Viscoelastic Axially Functionally Graded Nanobeams”, *Materials*, 13(7), 1707. doi:10.3390/ma13071707.
- [32] Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J. and Tong, P. (2003), “Experiments and theory in strain gradient elasticity”, *J. Mech. Phys. Solids*, 51, 1477-1508. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(03\)00053-X](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(03)00053-X).
- [33] Kong, S., Zhou, S., Nie, Z. and Wang, K. (2009), “Static and dynamic analysis of microbeams based on strain gradient elasticity theory”, *Int. J. Eng. Sci.*, 47, 487-498. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2008.08.008>
- [34] Wang, L. (2010), “Wave propagation of fluid-conveying single-walled carbon nanotubes via gradient elasticity theory”, *Comput. Mater.Sci.*, 49, 761-766. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2010.06.019>.
- [35] Ghayesh, M.H., Amabili, M. and Farokhi, H. (2013), “Nonlinear forced vibrations of a microbeam based on the strain gradient elasticity theory”, *Int. J. Eng. Sci.*, 63, 52-60. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2012.12.001>.
- [36] Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2013), “Buckling analysis of functionally graded microbeams based on the strain gradient theory”, *ActaMechanica*, **224(9)**, 2185–2201. doi:10.1007/s00707-013-0883-5.
- [37] Sedighi, H.M. (2014), “Size-dependent dynamic pull-in instability of vibrating electrically Actuated microbeams based on the strain gradient elasticity theory”, *ActaAstronautica*, 95, 111-123. doi:10.1016/j.actaastro.2013.10.020.
- [38] Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2014), “A new trigonometric beam model for buckling of strain Gradient microbeams”, *Int. J. Mech. Sci.*, **81**, 88-94. doi:10.1016/j.ijmecsci.2014.02.013.
- [39] Karami, B. and Janghorban, M. (2019), “On the dynamics of porous nanotubes with variable material properties and variable thickness”, *Int. J. Eng. Sci.*, 136, 53-66. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2019.01.002>.

- [40] Karami, B., Shahsavari, D. and Janghorban, M. (2019), "On the dynamics of porous doubly-curved nanoshells", *Int. J. Eng. Sci.*, 143, 39-55.
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2019.06.014>.
- [41] Karami, B. and Karami, S. (2019), "Buckling analysis of nanoplate-type temperature-dependent heterogeneous materials", *Adv. Nano Res.*, 7(1), 51-61.
<https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.1.051>.
- [42] Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2012), "Free vibration analysis for single-layered graphene sheets in an elastic matrix via modified couple stress theory", *Mater. Design*, 42, 164-171
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2012.06.002>.
- [43] Mohammad-Abadi, M. and Daneshmehr, A.R. (2014), "Size dependent buckling analysis of microbeams based on modified couple stress theory with higher order theories and general boundary conditions", *Int. J. Eng. Sci.*, 74, 1-14.
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2013.08.010>.
- [44] Dai, H.L., Wang, Y.K. and Wang, L. (2015), "Nonlinear dynamics of cantilevered microbeams based on modified couple stress theory", *Int. J. Eng. Sci.*, 94, 103-112.
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2015.05.007>.
- [45] Ghayesh, M.H. and Farokhi, H. (2015), "Nonlinear dynamics of microplates", *Int. J. Eng. Sci.*, 86, 60-73. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2014.10.004>.
- [46] GhorbanpourArani, A., Abdollahian, M. and Jalaei, M.H. (2015), "Vibration of bioliquid-filled microtubules embedded in cytoplasm including surface effects using modified couple stress theory", *J. Theor. Biology*, 367, 29-38. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2014.11.019>.
- [47] Akbaş, Ş.D. (2018), "Forced vibration analysis of cracked nanobeams", *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, 40(8), 392. doi:10.1007/s40430-018-1315-1.
- [48] Aghababaei, R. and Reddy, J.N. (2009), "Nonlocal third-order shear deformation plate theory with application to bending and vibration of plates", *J. Sound Vib.*, 326, 277-289. doi:10.1016/j.jsv.2009.04.044.
- [49] Scarpa, F., Adhikari, S., Gil, A.J. and Remillat, C. (2010), "The bending of single layer graphene sheets: The lattice versus continuum approach", *Nanotechnology*, 21, 125702-1–125702-9. DOI: 10.1088/0957-4484/21/12/125702.
- [50] Wang, Y.Z. and Li, F.M. (2012), "Static bending behaviors of nanoplate embedded in elastic matrix with small scale effects", *Mech. Res. Commun.*, 41, 44-48.
<https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2012.02.008>.
- [51] Ansari, R. and Rouhi, H. (2012), "Explicit analytical expressions for the critical buckling stresses in a monolayer graphene based on nonlocal elasticity", *Solid State Commun.*, 152, 56-59. <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2011.11.004>.
- [52] Daneshmehr, A., Rajabpoor, A. and Pourdavood, M. (2014), "Stability of size dependent functionally graded nanoplates based on nonlocal elasticity and higher order plate theories and different boundary conditions", *Int. J. Eng. Sci.*, 82, 84-100.
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2014.04.017>.

- [53] Narendar, S. (2011), "Buckling analysis of micro-nano-scale plates based on two-variable refined plate theory incorporating nonlocal scale effects", *Compos. Struct.*, **93**, 3093-3103. DOI:10.1016/J.COMPSTRUCT.2011.06.028.
- [54] Samaei, A.T., Abbasian, S. and Mirsayar, M.M. (2011), "Buckling analysis of a single-layer graphène sheet embedded in an elastic medium based on nonlocal Mindlin plate theory", *Mech. Res. Commun.*, **38**, 481-485. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2011.06.003>.
- [55] Sarrami-Foroushani, S. and Azhari, M. (2014), "Nonlocal vibration and buckling analysis of single and multi-layered graphène sheets using finite strip method including vander Waals effects", *Physica E*, **57**, 83-95. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2013.11.002>.
- [56] Assadi, A., Farshi, B. and Alinia-ZiaZi, A. (2010), "Size dependent dynamic an alysis of nanoplates", *J. Appl. Phys.*, **107**, 124310. <https://doi.org/10.1063/1.3437041>.
- [57] Daneshmehr, A., Rajabpoor, A. and Hadi, A. (2015), "Size dependent free vibration analysis of nanoplates made of functionally graded materials based on nonlocal elasticity theory with higher order theories", *Int. J. Eng. Sci.*, **95**, 23-35. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2015.05.011>.
- [58] Liew, K.M., He, X.Q. and Kitipornchai, S. (2006), "Predicting nanovibration of multi-Layered graphène sheets embedded in an elastic matrix", *ActaMaterialia*, **54**, 4229-4236. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2006.05.016>.
- [59] Malekzadeh, P. and Shojaei, M. (2013), "Free vibration of nanoplates based on a nonlocal two-variable plate theory", *Compos. Struct.*, **95**, 443-452. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.07.006>.
- [60] Pradhan, S.C. and Kumar, A. (2011), "Vibration analysis of orthotropic graphène sheets using nonlocal elasticity theory and differential quadrature method", *Compos. Struct.*, **93**, 774-779. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.08.004>.
- [61] Pradhan, S.C. and Phadikar, J.K. (2009), "Nonlocal elasticity theory for vibration of nanoplates", *J. Sound Vib.*, **325**, 206-223. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2009.03.007>.
- [62] GhorbanpourArani, A. and Jalaei, M.H. (2016), "Transient behavior of an orthotropic graphène sheet resting on orthotropic visco-Pasternak foundation", *Int. J. Eng. Sci.*, **103**, 97-113. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2016.02.006>.
- [63] Mantari, J.L. and Granados, E.V. (2015), "A refined FSDT for the static analysis of functionally graded sandwich plates", *Thin-Wall. Struct.*, **90**, 150-158. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.01.015>.
- [64] Reddy, J.N. (1984), "A simple higher-order theory for laminated composite plates", *J. Appl. Mech.*, **51**(4), 745-752. <https://doi.org/10.1115/1.3167719>.

Chapitre IV

Résultats & Discussion

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre on va discuter les résultats numériques obtenus au cours de cette étude analytique concernant les réponses au flambement des plaques monocouches de graphène (SLGS) reposant sur un milieu de viscoélastique de Pasternak, avec et sans la prise en compte du paramètre d'échelle ζ , en comparant les résultats obtenus avec ceux disponibles dans la littérature.

IV.2. Résultats et discussions numériques

Les charges critiques de flambement pour les plaques monocouches de graphène (SLGS) étudiés sont calculées avec et sans la prise en compte du paramètre d'échelle ζ . Les quantités non dimensionnelles suivantes sont utilisées.

$$\beta = \frac{a^2}{D} \beta_0, k_w = \frac{a^4 K_w}{D}, k_p = \frac{a^2 K_p}{D}, \bar{c}_t = \frac{a^4 c_t}{10^3 D}, \eta = \sqrt{\frac{\zeta}{a}} \quad (\text{IV.1})$$

Il est à noter que lorsqu'on pose $\zeta = 0$ dans l'équation. (IV.1) nous obtenons l'équation de flambement des plaques (SLGS) de la théorie de l'élasticité locale. En premier lieu, afin de démontrer l'exactitude et l'efficacité de la présente étude numérique, les résultats calculés sont comparés à ceux trouvés dans la littérature. Après cela, quelques exemples numériques sont étudiés pour montrer les influences des différents paramètres sur la réponse au flambement de la plaque (SLGS).

Les résultats obtenus sont validés par d'autres analyses de flambement des plaques SLGS les unes juste posées sur un milieu élastique [1 ,2] et d'autres sans fondations élastiques [3 ,4 ,5] et finalement celles posées sur un milieu viscoélastique [6].

Dans le premier exemple, les propriétés des matériaux de la plaque SLGS sont :

$E = 1 \text{ TPa}$, $\nu = 0.16$, l'épaisseur $h = 0,34 \text{ nm}$,et l'effet d'échelle $\zeta = 1,81 \text{ nm}^2$.

Les résultats calculés pour la charge de flambement bi axiale non locale uniforme $\beta_0(\text{NL})$ d'une plaque monocouche de graphène carrées isotrope (SLGS) sont comparés à ceux calculés par simulation dynamique moléculaire (MD) telles que prédites par Ansari et Sahmani (2013)[4], avec ceux obtenus par la méthode de quadrature différentielle (DQM) donnée par

Golmakani et Rezatalab (2015)[2], et par Zenkour (2016)[6], dans le Tableau IV.1 . On peut remarquer que les résultats de la présente théorie sont en bon accord avec les résultats des chercheurs cités plus haut.

La présente modélisation prédit des valeurs plus fiables en particulier dans le cas du facteur de correction de cisaillement $k = 1$, et $k = 5/6$. Il convient de rappeler que la présente théorie n'utilise que quatre variables contrairement à la théorie présentée par Zenkour (2016) [6], où cinq variables sont nécessaires. Comme le montre le Tableau IV.1, il est clair que β_0 diminue avec l'augmentation de la dimension de la plaque (SLGS).

Tableau IV.1 : Comparaison de la charge critique de flambement bi axial β_0 des SLGS carrées non locaux avec ceux de MD [4], et de DQM [2].

a(nm)			β_0							
	MD Ansari and Sahmani (2013)	DQM Golmakani and Rezatalab (2015)	k = 5/6		k = 3/4		k = $\pi^2/12$		k = 1	
			Zenkour (2016)	Present	Zenkour (2016)	Present	Zenkour (2016)	Present	Zenkour (2016)	Present
4.99	1.0837	1.0749	1.071	1.071	1.0685	1.0685	1.0707	1.0707	1.0749	1.0749
8.08	0.6536	0.6523	0.6514	0.6514	0.6508	0.6508	0.6514	0.6514	0.6523	0.6523
10.77	0.4331	0.4356	0.4353	0.4353	0.4351	0.4351	0.4353	0.4353	0.4356	0.4356
14.65	0.2609	0.2645	0.2644	0.2644	0.2643	0.2643	0.2644	0.2644	0.2645	0.2645
18.51	0.1714	0.1751	0.1751	0.1751	0.1751	0.1751	0.1751	0.1751	0.1751	0.1751
22.35	0.1191	0.1239	0.1238	0.1238	0.1238	0.1238	0.1238	0.1238	0.1239	0.1239
26.22	0.0889	0.0917	0.0917	0.0917	0.0917	0.0917	0.0917	0.0917	0.0917	0.0917
30.04	0.0691	0.0707	0.0707	0.0707	0.0707	0.0707	0.0707	0.0707	0.0707	0.0707
33.85	0.0554	0.0561	0.0561	0.0561	0.0561	0.0561	0.0561	0.0561	0.0561	0.0561
37.81	0.0449	0.0453	0.0453	0.0453	0.0453	0.0453	0.0453	0.0453	0.0453	0.0453
41.78	0.0372	0.0372	0.0372	0.0372	0.0372	0.0372	0.0372	0.0372	0.0372	0.0372
45.66	0.0315	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313

Le rapport de charge de flambement est défini par β_{NL}/β_L où β_{NL} désigne la charge de flambement calculée en utilisant la théorie non locale, et β_L désigne la charge de flambement calculée en utilisant la théorie locale. Les valeurs numériques dans les Tableaux IV.1 et IV.2, sont obtenues en prenant $C_t = k_w = k_p = 0$, le module de Young $E = 30 \cdot 10^6$ Pa et le coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. On constate que la valeur de $k = 5/6$ est la valeur appropriée pour le facteur de correction de cisaillement.

Tableau IV.2 : Comparaison de la charge critique de flambement adimensionnelle β et du rapport de charge critique de flambement (β_{NL}/β_L) des plaques (SLGS) carrées non locales ($h/a = 0,1$).

a	$\sqrt{\xi}$	$\beta (\beta_{NL}/\beta_L)$		β_{NL}/β_L	
		Present	Zenkour (2016)	Pradhan et Murmu (2009)	Hosseini-Hashemi, et al. (2015)
5	0.5	15.605 (0.8351)	15.6051 (0.8352)	0.835	0.835
	1	10.4413 (0.5588)	10.4413 (0.5588)	0.65	0.559
	1.5	6.7298 (0.3602)	6.7298 (0.3602)	0.361	0.36
	2	4.4935 (0.2405)	4.4935 (0.2405)	0.242	0.241
10	0.5	17.8067 (0.9530)	17.8067 (0.9530)	0.954	0.953
	1	15.6051 (0.8351)	15.6051 (0.8351)	0.836	0.835
	1.5	12.9388 (0.6925)	12.9388 (0.6925)	0.693	0.692
	2	10.4413 (0.5588)	10.4413 (0.5588)	0.56	0.559
25	0.5	18.539 (0.9922)	18.5390 (0.9922)	0.993	0.992
	1	18.1133 (0.9694)	18.1133 (0.9694)	0.97	0.969
	1.5	17.4457 (0.9337)	17.4457 (0.9337)	0.935	0.931
	2	16.5896 (0.8878)	16.5896 (0.8878)	0.889	0.888

Dans le deuxième exemple de validation, le Tableau IV.2 montre une comparaison des rapports de force critique de flambement déterminés par la présente solution analytique ($\alpha = 1$) et les solutions de Pradhan et Murmu (2009)[3], Zenkour (2016)[6], et Hosseini-Hashemi et al. (2015) [5], pour une plaque carrée (SLGS) avec différentes longueurs de côté et paramètres non locaux ($a/h = 10$). Un très bon accord peut être observé entre les résultats calculés et les résultats correspondants. On remarque également que les résultats calculés sont les mêmes que ceux prédits par Hosseini-Hashemi et al. (2015) [5], employant HSDT. On voit que la force critique de flambement non dimensionnelle β augmente avec l'augmentation de la longueur du côté de la plaque et la diminution du paramètre d'échelle $\sqrt{\xi}$.

Dans le troisième exemple de validation, le Tableau IV.3 montre une comparaison de la force critique de flambement non dimensionnelle β et du rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L déterminés par la présente solution ($C = 1$) et la solution de HosseiniHashemi et al. (2015) [5], et Zenkour (2016)[6], pour une plaque (SLGS) rectangulaire. Les influences des différentes valeurs du paramètre d'échelle non dimensionnelle (η), des rapports géométriques (a/b et h/a) sur les forces de flambements non dimensionnels et les

rapports de charge de flambement sont examinées. Les résultats calculés sont les mêmes que ceux prédits par Hosseini-Hashemi et al. (2015) [5].

Tableau IV.3 : Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L des plaques (SLGS) non locales rectangulaires pour divers paramètres non locaux non dimensionnels $\eta = \sqrt{\zeta/a}$.

a/b	h/a	η	$\beta (\beta_{NL}/\beta_L)$		
			Present	Zenkour (2016)	Hosseini-Hashemi et al. (2015)
1	0.1	0	18.6854 (1.000)	18.6854 (1.000)	18.6861 (1.000)
		0.1	15.6051 (0.8351)	15.6051 (0.835)	15.6057 (0.835)
		0.2	10.4413 (0.5588)	10.4413 (0.559)	10.4408 (0.559)
		0.3	6.7298 (0.3602)	6.7298 (0.36)	6.72 (0.36)
		0.4	4.4935 (0.2405)	4.4935 (0.241)	4.4937 (0.241)
	0.01	0	19.7281 (1.000)	19.7281 (1.000)	19.7281 (1.000)
		0.1	16.4759 (0.8351)	16.4759 (0.835)	16.4916 (0.835)
		0.2	11.0239 (0.5588)	11.0239 (0.558)	11.0136 (0.559)
		0.3	7.1053 (0.3602)	7.1053 (0.36)	7.103 (0.36)
		0.4	4.7443 (0.2405)	4.7443 (0.241)	4.7506 (0.241)
0.5	0.1	0	11.9169 (1.000)	11.9169 (1.000)	11.9171 (1.000)
		0.1	10.6082 (0.8902)	10.6082 (0.89)	10.6084 (0.89)
		0.2	7.9793 (0.6696)	7.9793 (0.67)	7.9794 (0.67)
		0.3	5.647 (0.4739)	5.647 (0.474)	6.7289 (0.576)
		0.4	4.0072 (0.3363)	4.1478 (0.336)	4.0072 (0.336)
	0.01	0	12.3327 (1.000)	12.3327 (1.000)	12.3327 (1.000)
		0.1	10.9783 (0.8902)	10.9782 (0.89)	10.9782 (0.89)
		0.2	8.2577 (0.6696)	8.2577 (0.67)	8.2577 (0.67)
		0.3	5.8439 (0.4739)	5.8439 (0.474)	7.1052 (0.576)
		0.4	4.1469 (0.3363)	4.1478 (0.336)	4.1478 (0.336)

Dans ce qui suit, les résultats sont présentés (sauf indication contraire) pour $k_w = 10$ nN, $k_p = 5$ nN, $\zeta = 1,81$ nm² et $\bar{C}_t = 0,1$ nN. Les valeurs appropriées des autres grandeurs sont fixées comme $h = 0,34$ nm et $b = 10$ nm. De plus, la «fréquence angulaire complexe» ω est fixée comme $\omega = 0,5 + 0,1 i$. Les valeurs du module de Young $E = 1$ GPa et du coefficient de Poisson $\nu = 0,3$ sont utilisées pour calculer les charges numériques de flambement.

Le Tableau IV.4 donne la «charge critique de flambement» β et le «rapport de charge critique de flambement» β_{NL}/β_L des plaques SLGS rectangulaires posées dans un milieu viscoélastique pour différentes valeurs du paramètre non local non dimensionnel η . Différentes valeurs du milieu viscoélastique k_w , k_p et $\bar{C}_t$ sont également considérées dans cet exemple.

Tableau IV.4 : Charge de flambement critique sans dimension β et rapport de charge de flambement critique β_{NL}/β_L des plaques (SLGS) rectangulaires non locales pour divers paramètres non locaux non dimensionnels $\eta = \sqrt{\zeta/a}$.

$\bar{C}_t$	k_w	k_p	$\beta (\beta_{NL}/\beta_L)$									
			$\eta=0.0$		$\eta=0.1$		$\eta=0.2$		$\eta=0.3$		$\eta=0.4$	
			Zenkour (2016)	Present	Zenkour (2016)	Present	Zenkour (2016)	Present	Zenkour (2016)	Present	Zenkour (2016)	Present
0	0.0	0.0	12.1392 (1.000)	12.1391 (1.000)	10.8060 (0.890)	10.8060 (0.890)	8.1281 (0.670)	8.1281 (0.670)	5.7522 (0.474)	5.7523 (0.474)	4.0819 (0.336)	4.0819 (0.336)
0.1	10.0	0.0	17.0026 (1.000)	17.0026 (1.000)	15.6694 (0.922)	15.6694 (0.922)	12.9915 (0.765)	12.9915 (0.764)	10.6156 (0.625)	10.6157 (0.624)	8.9453 (0.527)	8.9453 (0.526)
		2.0	19.0026 (1.000)	19.0026 (1.000)	17.6694 (0.930)	17.6694 (0.930)	14.9915 (0.789)	14.9915 (0.789)	12.6157 (0.665)	12.6157 (0.664)	10.9453 (0.577)	10.9453 (0.576)
		5.0	22.0026 (1.000)	22.0026 (1.000)	20.6694 (0.939)	20.6694 (0.939)	17.9915 (0.818)	17.9915 (0.818)	15.6157 (0.710)	15.6157 (0.710)	13.9453 (0.634)	13.9453 (0.634)
		10.0	27.0026 (1.000)	27.0026 (1.000)	25.6694 (0.951)	25.6694 (0.951)	22.9915 (0.852)	22.9915 (0.851)	20.6157 (0.764)	20.6157 (0.763)	18.9453 (0.702)	18.9453 (0.702)
0.2	10.0	0.0	21.0554 (1.000)	21.0554 (1.000)	19.7223 (0.937)	19.7223 (0.937)	17.0444 (0.811)	17.0444 (0.810)	14.6685 (0.698)	14.6685 (0.697)	12.9981 (0.620)	12.9981 (0.617)
		2.0	23.0554 (1.000)	23.0554 (1.000)	21.7223 (0.942)	21.7223 (0.942)	19.0444 (0.827)	19.0444 (0.826)	16.6685 (0.724)	16.6685 (0.723)	14.9981 (0.652)	14.9981 (0.651)
		5.0	26.0554 (1.000)	26.0554 (1.000)	24.7223 (0.949)	24.7223 (0.949)	22.0444 (0.847)	22.0444 (0.846)	19.6685 (0.756)	19.6685 (0.755)	17.9981 (0.692)	17.9981 (0.691)
		10.0	31.0554 (1.000)	31.0554 (1.000)	29.7223 (0.957)	29.7223 (0.957)	27.0444 (0.871)	27.0444 (0.871)	24.6685 (0.795)	24.6685 (0.794)	22.9981 (0.741)	22.9981 (0.741)
0.5	10.0	0.0	33.2140 (1.000)	33.2140 (1.000)	31.8808 (0.960)	31.8808 (0.960)	29.2029 (0.881)	29.2029 (0.879)	26.8271 (0.811)	26.8271 (0.808)	25.1567 (0.761)	25.1567 (0.757)
		2.0	35.2140 (1.000)	35.2140 (1.000)	33.8808 (0.965)	33.8808 (0.962)	31.2029 (0.888)	31.2029 (0.886)	28.8271 (0.821)	28.8271 (0.819)	27.1567 (0.774)	27.1567 (0.771)
		5.0	38.2140 (1.000)	38.2140 (1.000)	36.8808 (0.966)	36.8808 (0.965)	34.2029 (0.896)	34.2029 (0.895)	31.8271 (0.835)	31.8271 (0.833)	30.1567 (0.791)	30.1567 (0.789)
		10.0	43.2140 (1.000)	43.2140 (1.000)	41.8808 (0.969)	41.8808 (0.969)	39.2029 (0.908)	39.2029 (0.907)	36.8271 (0.853)	36.8271 (0.852)	35.1567 (0.815)	35.1567 (0.814)

Les «charges critiques de flambement» des plaques (SLGS) sont très affectées par l'introduction du «milieu viscoélastique». On peut remarquer qu'il existe un excellent accord avec les résultats rapportés par Zenkour (2016)[6]. Les «charges critiques de flambement» augmentent avec l'augmentation des coefficients k_w , k_p , et $\bar{C}_t$. De plus, les «charges de flambement» sont réduites avec l'augmentation du paramètre non local non dimensionnel. En fait, l'importante charge critique de flambement apparaît pour une valeur plus élevée de η et sans l'introduction du «milieu viscoélastique».

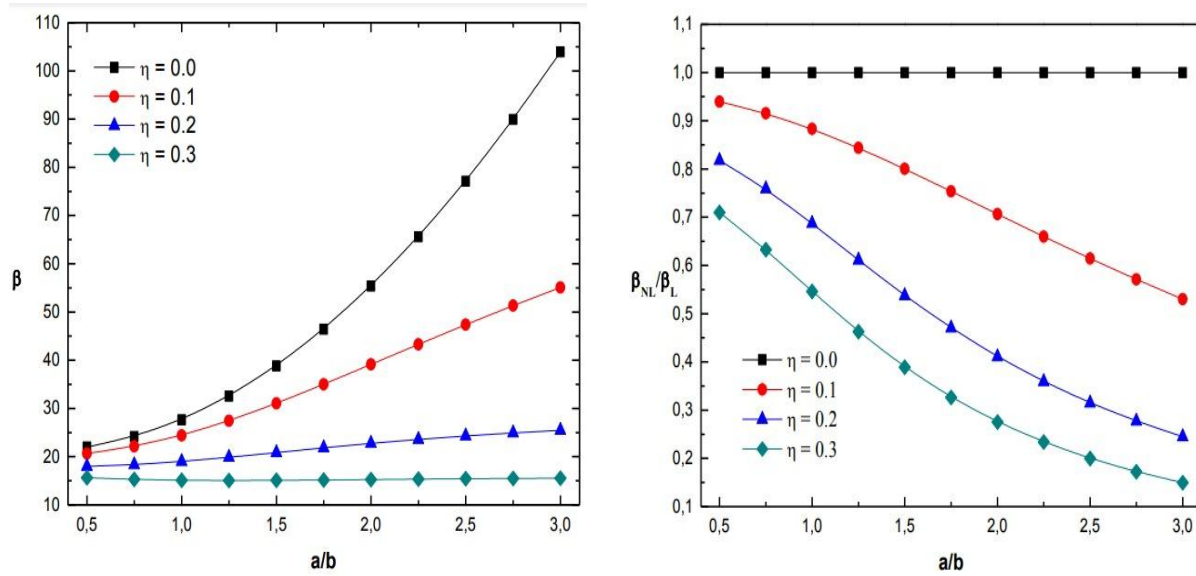


Figure IV.1 : Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction de la géométrie de la plaque (SLGS) pour différents paramètres non locaux η .

La Figure IV.1 présente la variation de la charge critique de flambement non dimensionnelle β et le rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) rectangulaire pour différentes valeurs de paramètres d'échelle η . On voit que les charges de flambement calculées par la théorie de l'élasticité locale sont supérieures à celles calculées par la théorie de l'élasticité non locale. Ceci est dû à l'influence de la « petite échelle de longueur ». De plus, on observe que le paramètre non local réduit la « charge de flambement », et le «taux de charge de flambement».

Cela suggère que l'augmentation du paramètre non local entraîne une diminution de la rigidité de la plaque (SLGS), avec une diminution de la longueur, l'effet du paramètre non local diminue.

La Figure IV.2 montre l'effet des coefficients d'amortissement $\bar{C}_t$ sur la variation non dimensionnelle de la charge critique de flambement β et du taux de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) rectangulaire.

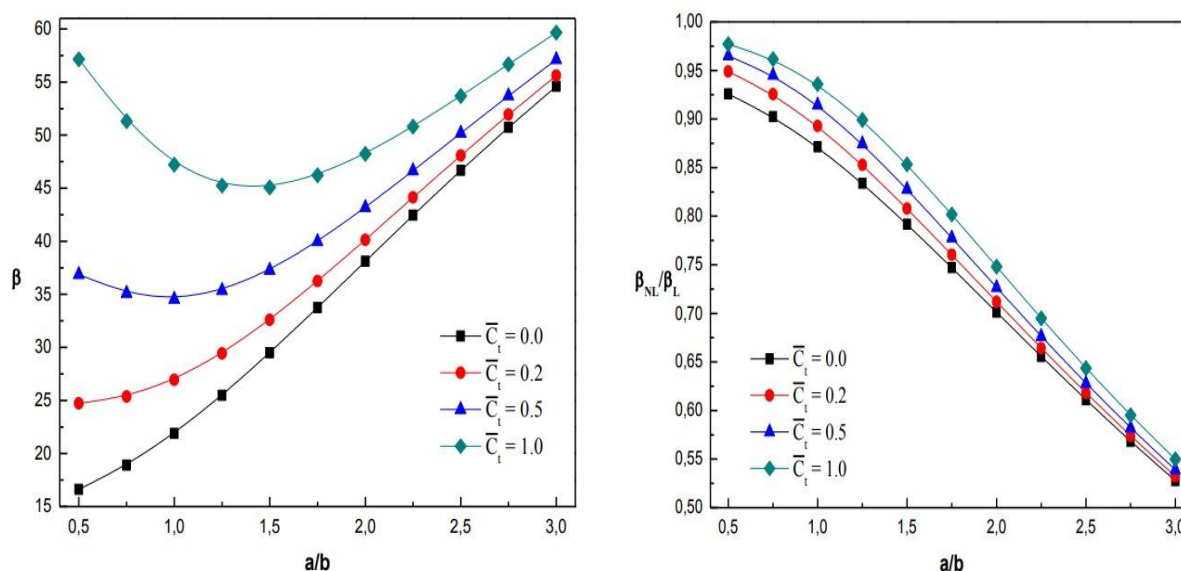


Figure IV.2 : Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) pour différents coefficients d'amortissement $\bar{C}_t$.

On constate que l'introduction du coefficient d'amortissement rend les solutions non locales pour la « charge de flambement » et le « taux de charge de flambement » supérieures uniquement à celles des plaques (SLGS) posées en « milieu élastique ». La « charge de flambement » et le « taux de charge de flambement » augmentent avec l'augmentation du coefficient d'amortissement. Le « taux de charge de flambement » est réduit avec l'augmentation du rapport géométrique a/b . Cependant, β augmente avec l'augmentation de a/b pour $\bar{C}_t = 0$ et $\bar{C}_t = 0.2$. Dans le cas de $\bar{C}_t > 0.2$, β présente une valeur minimale pour différentes valeurs de a/b . Dans ces cas, la « charge de flambement maximale » se produit pour les valeurs les plus petites et les plus élevées de a/b .

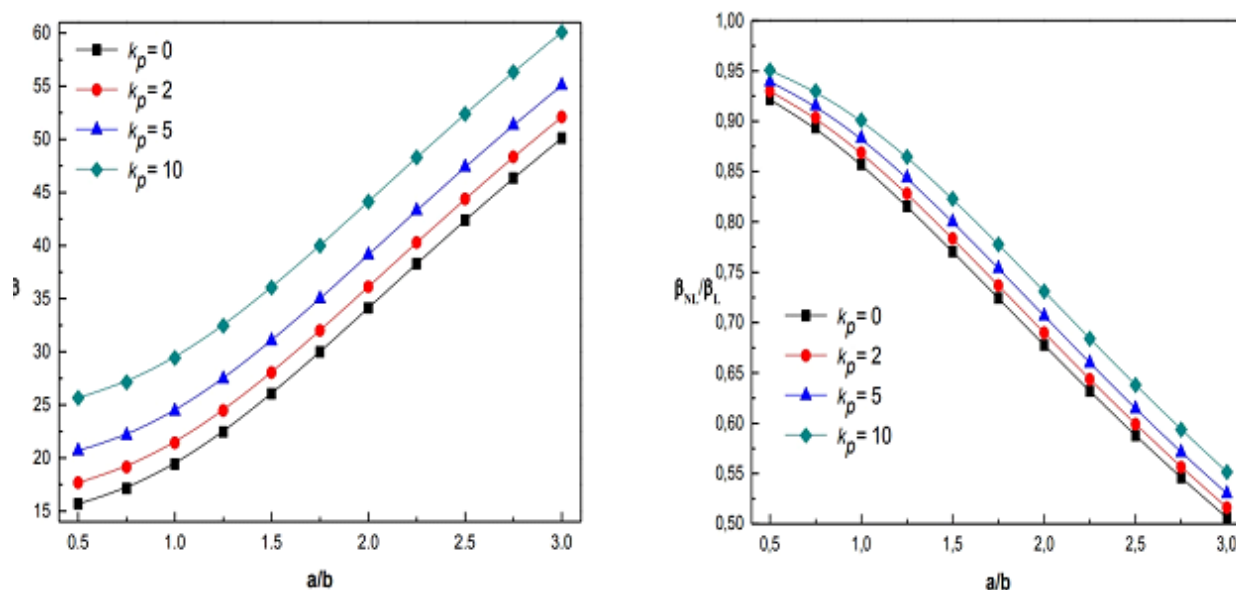


Figure IV.3 : Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) pour différents paramètres de Pasternak k_p

La Figure IV.3 illustre les variations de la «charge critique de flambement» non dimensionnelle β et du «rapport de charge critique de flambement» β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) rectangulaire pour différentes valeurs du paramètre de Pasternak k_p . Là encore, β et β_{NL}/β_L augmentent avec l'augmentation du paramètre de Pasternak. Avec l'augmentation de a/b , la charge critique de flambement β augmente tandis que le rapport β_{NL}/β_L diminue.

La Figure IV.4 présente la variation de β et β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) rectangulaire pour différents valeurs de mode m et n . Il est clair de noter que β ($m = n = 1$) est le plus petit tandis que le rapport β_{NL}/β_L est le plus grand. Au fur et à mesure que les numéros de mode augmentent, la «charge de flambement» β augmente et le rapport β_{NL}/β_L est réduit. De plus, lorsque le rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) augmente, la charge de flambement β augmente et le rapport β_{NL}/β_L diminue.

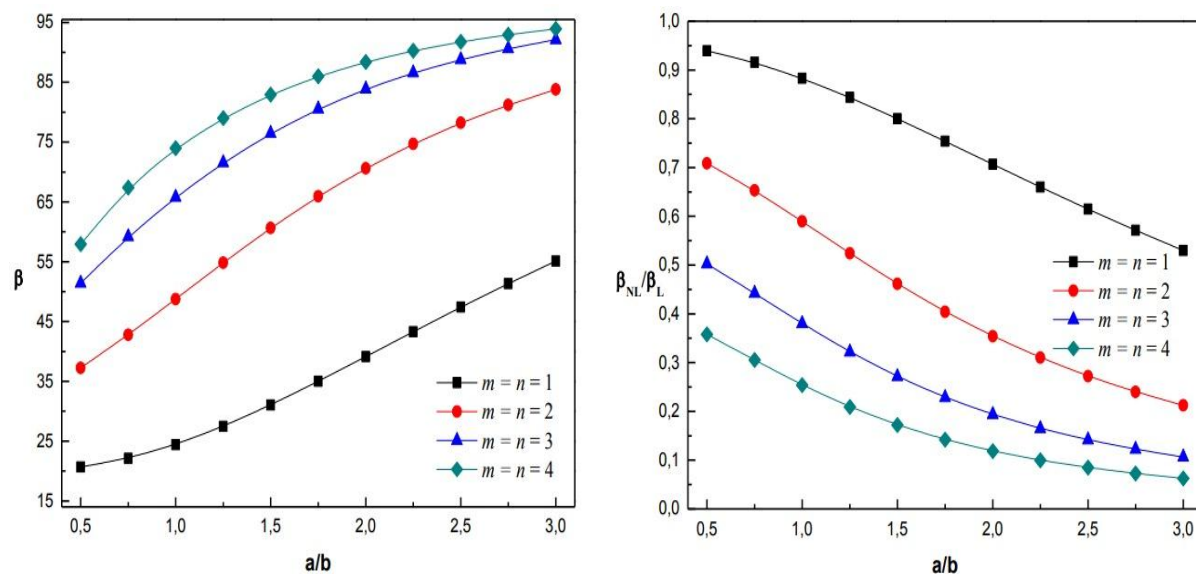


Figure IV .4 : Charge de flambement β et rapport de charge de flambement β_{NL}/β_L en fonction du rapport géométrique a/b de la plaque (SLGS) pour différents valeurs de mode m et n .

L'influence du facteur de flambement c sur la charge de flambement non dimensionnelle est examinée dans les Figures IV.5-7. Les valeurs de $c < 2$ représentent les charges de flambement de compression tandis que les valeurs de $c > 2$ représentent les charges de flambement de traction. Les résultats sont calculés ici pour $h = 0.34$ nm, $n = 1$ et $a/h = 10$. Deux valeurs pour la largeur $b = 5$ nm et $b = 20$ nm sont utilisées. Les «charges de flambement» non dimensionnelles sont présentées en fonction du paramètre d'échelle η , des coefficients d'amortissement $\bar{C}_t$, des paramètres de Pasternak k_p et de la valeur du mode m .

On peut montrer qu'il existe une symétrie entre les « charges de flambement » de compression ($c = 0, c=1$) et les « charges de flambement » de traction correspondantes ($c = 4, c=3$).

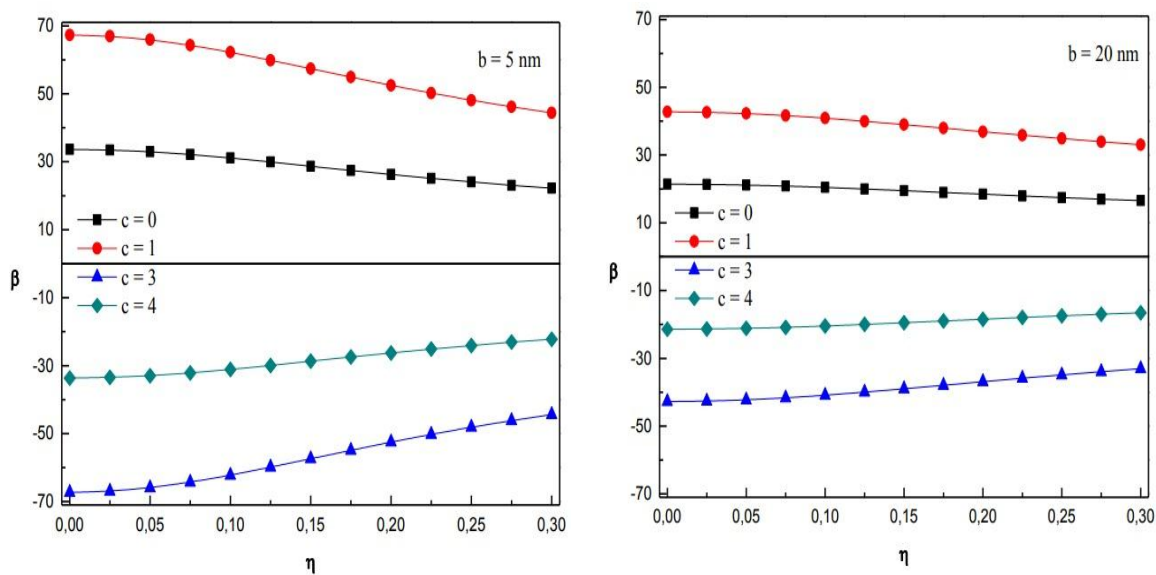


Figure IV.5 : Charge de flambement critique non uniforme β en fonction du paramètre non local η de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c .

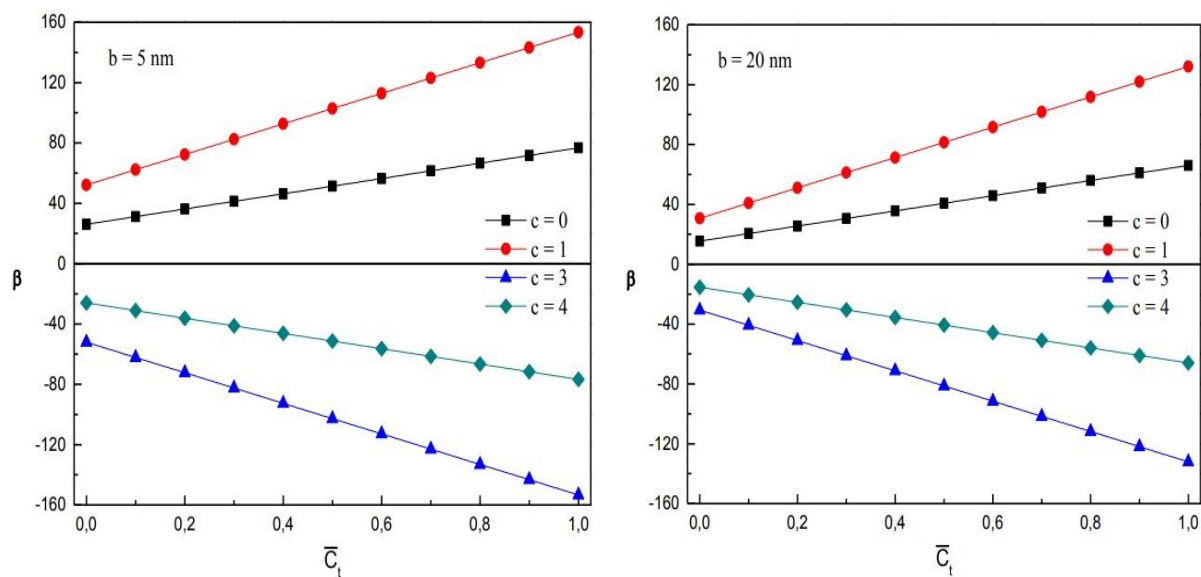


Figure IV.6 : Charge critique de flambement non uniforme β en fonction coefficient d'amortissement $\bar{C}_t$ de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c .

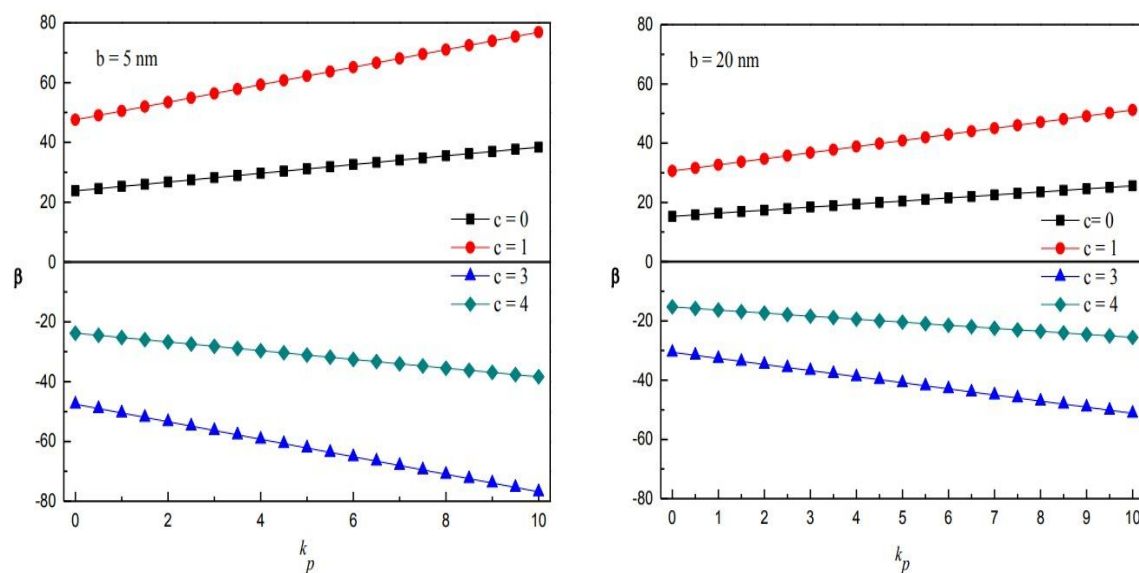


Figure IV.7 : Charge critique de flambement non uniforme β en fonction du paramètre de Pasternak k_p de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c .

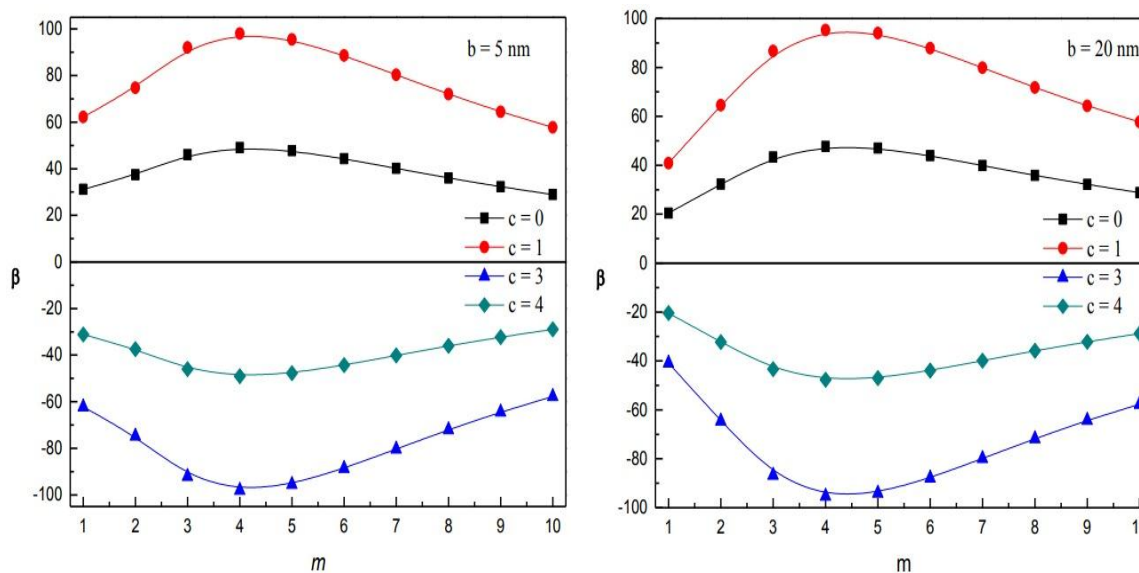


Figure IV.8 : Charge de flambement non uniforme β par rapport au numéro de mode m de la plaque (SLGS) pour différentes valeurs de c

De plus, les amplitudes des charges de flambement non dimensionnelles de la plaque (SLGS) avec $b = 5$ nm sont supérieures à celles correspondantes avec $b = 20$ nm. De plus, à

mesure que le facteur de flambement augmente, la « charge de flambement » de compression augmente tandis que la « charge de flambement » de traction diminue. Les « charges de flambement » de compression diminuent (les « charges de flambement » de traction augmentent) avec l'augmentation du paramètre d'échelle η , les coefficients $\bar{C}_t$ et k_p du viscoélastique de Pasternak comme le montrent les Figures IV.5-7. Cependant, la Figure IV.8 montre que la valeur absolue de β n'augmente plus avec la variation de la valeur du mode m et son maximum est atteint pour $m = 4$.

IV.3. Conclusions

Dans ce travail la première théorie de déformation de cisaillement « FSDT » intégrale non locale est utilisée pour étudier l'influence de « l'effet d'échelle » sur les réponses de flambement uniformes et non uniformes d'une plaque monocouche de graphène (SLGS) posée dans un milieu viscoélastique de Pasternak. Contrairement à la théorie (FSDT) conventionnel qui implique cinq inconnues, la théorie actuelle ne contient que quatre variables. Une solution analytique est proposée pour les « charges de flambement » des plaques (SLGS) et l'impact du paramètre non local et du rapport géométrique sur les « charges de flambement » non dimensionnelles est présenté. Il est démontré que la formulation non locale présente des « charges de flambement » plus petites par rapport à l'approche locale. Cependant, l'utilisation du milieu viscoélastique pour les plaques (SLGS) présente des "charges de flambement" plus importantes par rapport aux plaques (SLGS) sans aucun "milieu viscoélastique". Les « charges de flambement » sont très sensibles au changement et à l'introduction de différents paramètres. On constate également que les « charges de flambement » non uniformes critiques se produisent non seulement aux premiers modes, mais également à des valeurs élevées de l'un des modes. Une amélioration de la formulation actuelle sera envisagée dans les travaux futurs pour étudier d'autres types de matériaux [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35].

IV.4. Références

- [1] Samaei, A.T., Abbasion, S. and Mirsayar, M.M. (2011), “Buckling analysis of a single-layer graphène sheet embedded in an elastic medium based on nonlocal Mindlin plate theory”, *Mech. Res. Commun.*, 38, 481-485. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2011.06.003>.
- [2] Golmakani, M.E. and Rezatalab, J. (2015), “Nonuniform biaxial buckling of orthotropic nanoplates embedded in an elastic medium based on nonlocal Mindlin plate theory”, *Compos. Struct.*, 119, 238-250. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.037>.
- [3] Pradhan, S.C. and Phadikar, J.K. (2009), “Nonlocal elasticity theory for vibration of nanoplates”, *J. Sound Vib.*, 325, 206-223. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2009.03.007>.
- [4] Ansari, R. and Sahmani, S. (2013), “Prediction of biaxial buckling behavior of single-layered graphène sheets based on nonlocal plate models and molecular dynamics simulations”, *Appl. Math. Model.*, 37, 7338-7351. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.03.004>.
- [5] Hosseini-Hashemi, S., Kermajani, M. and Nazemnezhad, R. (2015), “An analytical study on the buckling and free vibration of rectangular nanoplates using nonlocal third-order shear deformation plate theory”, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 51, 29-43. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2014.11.005>.
- [6] Zenkour, A.M., (2016), “Buckling of a single-layered graphène sheet embedded in visco-Pasternak’s medium via nonlocal first-order theory”, *Adv. Nano Res.*, 4(4), 309-326. <http://dx.doi.org/10.12989/anr.2016.4.4.309>.
- [7] Daouadji, T.H. (2017), “Analytical and numerical modeling of interfacial stresses in beams bonded with a thin plate”, *Adv. Comput. Design*, 2(1), 57-69. <http://dx.doi.org/10.12989/acd.2017.2.1.057>.
- [8] Ayat, H., Kellouche, Y., Ghrici, M. and Boukhatem, B. (2018), “Compressive strength prediction of limestone filler concrete using artificial neural networks”, *Adv. Comput. Design*, 3(3), 289-302. <http://dx.doi.org/10.12989/acd.2018.3.3.289>.
- [9] Akbaş, Ş.D. (2018), “Forced vibration analysis of cracked nanobeams”, *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, 40(8), 392. [doi:10.1007/s40430-018-1315-1](https://doi.org/10.1007/s40430-018-1315-1).
- [10] El Said, N. and Kassem, A.T. (2018), “Efficient removal of radioactive waste from solution by two-dimensional activated carbon/Nano hydroxyapatite composites”, *Membrane Water Treatment*, 9(5), 327-334. <http://dx.doi.org/10.12989/mwt.2018.9.5.327>

- [11] Behera, S. and Kumari, P. (2018), “Free vibration of Levy-type rectangular laminated plates using efficient zig-zag theory”, *Adv. Comput. Design*, 3(3), 213-232.
<https://doi.org/10.12989/acd.2018.3.3.213>.
- [12] Panjehpour, M., Eric Woo KeeLoh and Deepak, T.J. (2018), “Structural Insulated Panels: State-of-the-Art”, *Trends civil Eng. Architecture*, 3(1) 336-340.
Doi:10.32474/TCEIA.2018.03.000151.
- [13] Avcar, M. (2019), “Free vibration of imperfect sigmoid and power law functionally graded beams”, *Steel Compos. Struct.*, 30(6), 603-615.
<http://dx.doi.org/10.12989/scs.2019.30.6.603>.
- [14] Esmaeili, M. and TadiBeni, Y. (2019), “Vibration and buckling analysis of functionally gradedflexoelectric smart beam”, *J. Appl. Comput. Mech.*, 5(5), 900-917.
doi: 10.22055/jacm.2019.27857.1439.
- [15] Ramirez, D., Cuba, L., Mantari, J. and Arciniega, R. (2019), “Bending and free vibration analysis of functionally graded plates via optimized non-polynomial higher order theories”, *J. Appl. Comput. Mech.*, 5(2), 281-298. doi: 10.22055/jacm.2018.25177.1237.
- [16] Jafari Fesharaki, J. and Roghani, M. (2019), “Elastic Behavior of Functionally Graded Two Tangled Circles Chamber”, *J. Appl. Comput. Mech.*, 5(4), 667-679.
doi:10.22055/jacm.2019.27058.1372.
- [17] Sayyad, A. and Ghumare, S. (2019), “A New Quasi-3D Model for Functionally Graded Plates”, *J. Appl. Comput. Mech.*, 5(2), 367-380. doi: 10.22055/jacm.2018.26739.1353.
- [18] Nebab, M., AitAtmane, H., Bennai, R. and Tahar, B. (2019), “Effect of nonlinear elastic foundations on dynamic behavior of FG plates using four-unknown plate theory”, *Earthq. Struct.*, 17(5), 447-462. <https://doi.org/10.12989/eas.2019.17.5.447>.
- [19] Nebab, M., Benguediab, S., AitAtmane, H. and Bernard, F. (2020), “A simple quasi-3D HDST for dynamic behavior of advanced composite plates with the effect of variables elastic foundations”, *Geomech. Eng.*, 22(5), 415-431.
<http://dx.doi.org/10.12989/gae.2020.22.5.415>.
- [20] Safarpour, M., Ghabussi, A., Ebrahimi, F., Habibi, M. and Safarpour, H. (2020), “Frequency characteristics of FG-GPLRC viscoelastic thick annular plate with the aid of GDQM”, *Thin-Wall.Struct.*, 150, 106683. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.106683>.

- [21] Hadji, L. (2020a), "Influence of the distribution shape of porosity on the bending of FGM beam using a new higher order shear deformation model", *Smart Struct. Syst.*, 26(2), 253-262. <https://doi.org/10.12989/sss.2020.26.2.253>
- [22] Hadji, L. (2020b), "Vibration analysis of FGM beam: Effect of the micromechanical models", *Coupled Syst. Mech.*, 9(3), 265-280. <https://doi.org/10.12989/csm.2020.9.3.265>.
- [23] Sedighi, H.M. and Malikan, M. (2020), "Stress-driven nonlocal elasticity for nonlinear vibration characteristics of carbon/boron-nitride hetero-nanotube subject to magneto-thermal environment", *Phys. Scr.*, 95, 055218. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab7a38>.
- [24] Timesli, A. (2020a), "Prediction of the critical buckling load of, SWCNT reinforced concrete cylindrical shell embedded in an elastic foundation", *Comput. Concrete*, 26(1), 53-62. <http://dx.doi.org/10.12989/cac.2020.26.1.053>
- [25] Timesli, A. (2020b), "Buckling analysis of double walled carbon nanotubes embedded in Kerr elastic medium under axial compression using the nonlocal Donnell shell theory", *Adv. Nano Res.*, 9(2), 69-82. <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2182-9>.
- [26] Chami, K., Messafer, T. and Hadji, L. (2020), "Analytical modeling of bending and free vibration of thick advanced composite beams resting on Winkler-Pasternak elastic foundation", *Earthq. Struct.*, 19(2), 91-101. <https://doi.org/10.12989/eas.2020.19.2.091>
- [27] Hadji, L. and Safa, A. (2020), "Bending analysis of softcore and hardcore functionally graded sandwich beams", *Earthq. Struct.*, 18(4), 481-492. <https://doi.org/10.12989/eas.2020.18.4.481>.
- [28] Boulal, A., Bensattalah, T., Karas, A., Zidour, M., Heireche, H. and AddaBedia, E.A. (2020), "Buckling of carbon nanotube reinforced composite plates supported by Kerr foundation using Hamilton's energy principle", *Struct. Eng. Mech.*, 73(2), 209-223. <https://doi.org/10.12989/sem.2020.73.2.209>.
- [29] Merzoug, M., Bourada, M., Sekkal, M., Ali Chaibdra, A., Belmokhtar, C., Benyoucef, S. And Benachour, A. (2020), "2D and quasi 3D computational models for thermoelastic bending of FG beams on variable elastic foundation: Effect of the micromechanical models", *Geomech. Eng.*, 22(4), 361-374. <https://doi.org/10.12989/gae.2020.22.4.361>.
- [30] Rachedi, M.A., Benyoucef, S., Bouhadra, A., BachirBouiadjra, R., Sekkal, M. and Benachour, A. (2020), "Impact of the homogenization models on the thermoelastic response of FG plates on variable elastic foundation", *Geomech. Eng.*, 22(1), 65-80. <https://doi.org/10.12989/gae.2020.22.1.065>.

- [31] Ahmed, S.M., Zhou, B., Wang, Y., Yang, H., Zheng, Y.P. and Shi Bin, X. (2020), “Preparation, Characterization of activated carbon fiber (ACF) from loofah and its application in composite vertical flow constructed wetlands for Tetracycline removal from water”, *Membrane Water Treatment*, 11(4), 313-321.
<http://dx.doi.org/10.12989/mwt.2020.11.4.313>.
- [32] Tayeb, T.S., Zidour, M., Bensattalah, T., Heireche, H., Benahmed, A. and Bedia, E.A. (2020), “Mechanical buckling of FG-CNTs reinforced composite plate with parabolic distribution using Hamilton's energy principle”, *Adv. Nano Res.*, 8(2), 135-148.
<https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.2.135>.
- [33] Sellam, S., Draiche, K., Tlidji, Y., Addou, F.Y. and Benachour, A. (2020), “A simple analytical model for free vibration and buckling analysis of orthotropic rectangular plates”, *Struct. Eng. Mech.*, 75(2), 157-174. <https://doi.org/10.12989/SEM.2020.75.2.157>.
- [34] Sedighi, H.M., Ouakad, H.M., Dimitri, R. and Tornabene, F. (2020), “Stress-driven nonlocal elasticity for the instability analysis of fluid-conveying C-BN hybrid-nanotube in a magneto-thermal environment”, *PhysicaScripta*, 95(6).
<https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab793f>.
- [35] Hadji, L. and Avcar, M. (2021), “Free vibration analysis of FG porous sandwich plates under various boundary conditions”, *J. Appl. Comput. Mech.*, 1-15.
<https://doi.org/10.22055/JACM.2020.35328.2628>.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Dans cette étude, nous avons développé une formulation analytique de la réponse au flambement des plaques monocouches de graphène (SLGS) reposant sur un milieu viscoélastique de Pasternak, en utilisant la première théorie de déformation de cisaillement transverse (FSDT) intégrale non locale. L'incorporation du terme intégral dans le champ de déplacement induit une diminution du nombre d'inconnues et d'équations gouvernantes, la théorie actuelle ne contient que quatre variables, contrairement à la théorie (FSDT) conventionnelle qui fait intervenir cinq inconnues. Au cours de cette étude on a montré l'influence des différents paramètres sur la réponse au flambement des plaques (SLGS).

La solution analytique proposée pour calculer les «charges de flambement» des plaques (SLGS) est capable de décrire :

- ✓ l'influence du paramètre non local et le rapport géométrique sur les «charges critiques de flambement» non dimensionnelles.
- ✓ Que la formulation non locale présente des «charges critiques de flambement» plus petites par rapport à l'approche locale.
- ✓ Le support viscoélastique des plaques (SLGS) présente des "charges critiques de flambement" plus importantes par rapport aux plaques (SLGS) sans aucun "support viscoélastique".
- ✓ Les «charges critiques de flambement» sont très sensibles au changement et à l'influence des différents paramètres.
- ✓ Les «charges de flambement» non uniformes critiques se produisent non seulement aux premiers «modes», mais également à des valeurs élevées de ces « modes»

Enfin, on espère que les résultats numériques de ce travail seront utilisés pour concevoir ce type de nano structures, et peuvent servir comme une base de données pour les futures recherches.

L'amélioration de la formulation actuelle sera envisagée dans les travaux futurs pour envisager l'étude d'autres types de matériaux.