REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR & DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES



FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DES MATERIAUX ET DEVELOPPEMENT DURABLE

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Physique

Option : Energétique et énergie renouvelable

Présente par : BENDAIDA Mohamed

Etude des propriétés dynamiques des nanostructures à base de mélange céramique-métal dans un environnement thermique

Soutenu le / / 202 devant les jury composé de

Président du jury	***BENZAIR Abdelnour***	Pr.UDL -SBA
Directeur de Thèse	***BENACHOUR Abdelkader***	Pr.UDL SBA
Co- Directeur de Thèse	***HEIRECHE Houari***	Pr.UDL SBA
Examinateurs	***BOUMIA Lakhdar***	MC(A).Univ. de Tissemsilt

Année universitaire 2022-2023

A ma

mère, à mon père

A ma

petite famille

Et à tous

ceux qui me sont

chers.

REMERCIMENT

Avant tout, Je remercie ALLAH le tout puissant qui m'a guidé et qui m'a donné la force et la volonté de réaliser ce travail.

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi- échelle, et le Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, de l'UDL de Sidi Bel Abbes.

Je souhaite remercier en premier lieu mon directeur de thèse, ***Professeur BENACHOUR Abdelkader****, Professeur de l'UDL Sidi Bel Abbes et directeur adjoint du Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-échelle pour m'avoir accueillie au sein de son équipe. Je lui suis également reconnaissante, pour le temps conséquent qu'il m'a accordé, pour ses qualités pédagogiques et scientifiques, sa franchise et sa sympathie. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse ma gratitude.*

J'adresse de chaleureux remerciements à mon Co-encadrant de thèse, ***Professeur HEIRECHE Houari****, Professeur de l'UDL Sidi Bel Abbes, pour son attention de tout instant sur mes travaux, pour ses conseils avisés et son écoute qui ont été prépondérants pour la bonne réussite de cette thèse. Son énergie et sa confiance ont été des éléments moteurs pour moi. J'ai pris un grand plaisir à travailler avec lui.*

Je tiens à remercier ***M. BENZAIR Abdelnour*** *professeur à l'UDL Sidi Bel Abbes et directeur du Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-échelle pour m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury de thèse en tant que président je le suis sincèrement reconnaissante pour toutes les remarques pertinentes et pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.*

Mes plus vifs remerciements s'adressent aussi à Monsieur ***BOUMIA Lakhdar*** *Maitre de conférences a l'universitaire de Tissemsilt .*

RESUME

Dans la présente recherche, les influences thermiques sur les propriétés dynamiques des Nanopoutre à gradient fonctionnel (FG) sous divers types d'environnements thermiques sont examinées en considérant la méthode de solution de "type Navier" et une nouvelle théorie des poutre de déformation en cisaillement cubique à deux inconnues pour la première fois . Le principal avantage du modèle proposé est que, en plus de considérer à la fois la déformation de cisaillement et les effets non locaux, la cinématique est modélisée par seulement "deux inconnues" comme modèle de "théorie classique des poutres" (CBT) et qui est encore meilleur que le modèle "Théorie du poutre de Timoshenko" (TBT). Les caractéristiques du matériau dépendant de la température du "nNanopoutre FG" sont considérées comme variables de manière continue dans l'épaisseur selon "la forme de la loi de puissance". Les "équations de mouvement" non locales sont obtenues en utilisant le "principe de Hamilton" et sont résolues en appliquant la "solution analytique". Les impacts des environnements thermiques, de l'indice de matériau et des paramètres non locaux sur les propriétés dynamiques des Nanopoutre FG sont discutés.

Mots-clés : Nanopoutre FG, propriétés dynamiques, effet thermique, élasticité non locale d'Eringen

ABSTRACT

In the present research, the thermal influences on dynamic properties of functionally graded (FG) nanobeams under various types of thermal environments are examined considering the "*Navier type*" solution procedure and a new two-unknown cubic shear deformation beam theory for the first time. The main benefit of the proposed model is that, in addition to considering both the shear deformation and the nonlocal effects, the kinematic is modeled by only "*two unknowns*" as "*classical beam theory*" (CBT) model and which is even less than the "*Timoshenko beam theory*" (TBT) model.Temperature-dependent material characteristics of "*FG nanobeam*" are considered to be variable continuously within the thickness according to "*the power law form*". The nonlocal "*equations of motion*" are obtained using "*Hamilton's principle*" and are solved applying "*analytical solution*". The impacts of thermal environments, material index and nonlocal parameter on the dynamic properties of FG nanobeams are discussed.

Keywords: FG nano-beam, dynamic properties, thermal effect, nonlocal elasticityof Eringen

الملخص

تحت أنواع مختلفة من (FG) فحص التأثيرات الحرارية على الخصائص الديناميكية للعوارض النانوية المتدرجة وظيفيًا ونظرية شعاع تشوه مكعب جديد غير معروفين لأول "Navier البيئات الحرارية مع الأخذ في الاعتبار إجراء حل "نوع مرة . الفائدة الرئيسية للنموذج المقترح هي أنه بالإضافة إلى النظر في كل من تشوه القص والتأثيرات غير المحلية ، يتم والتي هي حتى أقل من نموذج (CBT) "نمذجة الحركية من خلال "مجهولين" فقط كنموذج "نظرية الشعاع الكلاسيكي متغيرة "FG nanobeam" تعتبر خصائص المواد التي تعتمد على درجة الحرارة لـ .(TBT) ""نظرية شعاع تيموشينكو باستمرار ضمن السماكة وفقًا "لشكل قانون الطاقة". يتم الحصول على "معادلات الحركة" غير المحلية باستخدام "مبدأ هاملتون" ويتم حلها بتطبيق "الحل التحليلي". تمت مناقشة تأثيرات البيئات الحرارية ، ومؤشر المواد والمعلمات غير المحلية على الخصائص الديناميكية للحزم النانوية FG.

الكلمات المفتاحية: شعاع نانو FG مرونة غير محلية لإرينجين ، تأثير حراري ، خصائص ديناميكية ،

Table des matières

Dédicaces

Remerciements

Résumé

Abstract

الملخص

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des abréviations et notations

Introduction Générale……..…..... 01

CHAPITRE I

Introduction sur les nanostructures et les matériaux FGM

I.1. Introduction……...…. 03

I.2. Nanostructures……... 03

I.3. Définition ...……..……..…. 04

I.4. L'intérêt pour l'échelle nanométrique……...……... 04

I.5. Les moyens d'observation et de manipulation …… 05

I.5.1. Les microscopes électroniques……...….. 05

a. Le microscope électronique à transmission (TEM)…… 05

b. Le microscope électronique à balayage (MEB) ……. 06

I.5.2. Les microscopes à sonde de balayage (scanning probe mecroscopes SPMs)... 07

a. Microscope à effet tunnel (STM)……..…. 07

b. Microscope à force atomique (AFM)…….. 08

I.6. Procédés de fabrication des nanomatériaux……... 09

I.7. Différents types des nanomatériaux……... 10

I.8. Définition des matériaux à fonctionnel gradues FGM……..…. 13

I.9. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de proprieties…… 14
I.9.1. Technique de dépôt de vapeur…..…….. 14
I.9.2 Métallurgie des poudres (PM)…….. 14
I.9.3. Méthode de centrifuge…… 15
I.9.4. Méthode de fabrication en forme de Solid Freeform (SFF)…… 16
I.10. L'intérêt d'utilisation de matériaux à fonctionnel gradues……. 16
I.11. Applications des nanomatériaux……..... 18
I.12. Les risques liés aux nanomatériaux……..... 19
I.13. Conclusion…….. 20
REFERENCE…… 21

CHAPITRE II

Généralités sur les théories des plaques

II.1. Introduction……..……..…… 23
II.2. theorie classique des plaques ……...……. 23
II.3. Théorie des plaques du première ordre (FSDT)……..……... 24
II.3.1 Facteurs de correction du CT…….. 25
II.4. Théorie des plaques d'ordre élevée (HSDPT)…… 26
II.5. Théorie des plaques du seconde d'ordre …….. 27
II.6. Théorie des plaques du troisième d'ordre……. 27
III.7. Conclusion……. 34
REFERENCE…… 35

CHAPITRE III

Formulation du problème

III.1. Introduction …...……..... 37
III.2.Modèle de matériaux fonctionnellement gradués(FGM)…..……...……... 37
III.3.Le champ de déplacement généralis.....……... 38
III.4.Champ de déformation linéaire……. 39
III.5.Les relations non local constitutive…….. 39
III.6. Équations du movement…… 40
III.7.Solutions analytiques…… 42
III.8.Conclusion…… 44

REFERENCE …… 45

CHAPITRE IV

Résultats et discussions

IV.1. Introduction…….. 51

IV.2. Validation numérique et interprétations……...…. 51

IV.3. Conclusion……...…. 57

REFERENCE…….. 58

Conclusion générale……...……..... 66

Liste des figures

Chapitre I

Fig. I.1 Illustration de l'échelle nanométrique. (Culture Sciences Physique, 2013) …..03

Fig. I.2 Illustration démontrant l'effet d'augmentation de la surface spécifique par nanostructuration des matériaux (*(http://www.nano.gov/nanotech-101/special), 2014)* …..05

Fig. I.3 Le principe de la formation d'image des structures cristallines en microscopie électronique à transmission à très haute résolution (CNRS 2005) ….06

Fig. I.4 Image par microscopie électronique à très haute résolution de nanotube d'oxyde de titane. (CNRS 2005) ….06

Fig. I.5 Principe du Microscope à Effet Tunnel (Feigenbaum, 2004 …..07

Fig. I.6 Un cercle d'atomes de fer déposés sur du cuivre à l'aide du microscope à effet Tunnel. *(Feigenbaum, 2004)* …..08

Fig. I.7 Principe du microscope à force atomique (AFM) (© C. Reyraud) …..08

Fig. I.8 Principe A gauche : image de microscopie à force atomique d'un nanotube de carbone. A droite : image de microscopie à force électrostatique après une expérience d'injection de charges. (CNRS 2005) …..09

Fig. I.9 Les deux approches d'élaboration des nanomatériaux manufacturés (INRS 2012) …..09

Fig.I.10 Les nano-objets : (a) Nanoparticules, (b) Nanotubes, (c) Nanofeuillets (Inserm 2016) …..11

Fig.I.11 Les matériaux nanostructurés : (a) Agrégats et agglomérats, (b) Nanocomposites,(c) Matériaux nanoporeux (Inserm 2016) …..12

Fig.I.12 Quelques exemples de matériaux à fonctionnel gradues FGM …..13

Fig.I.13 Exemple de processus de fabrication typique de FGM par la méthode de la métallurgie des poudres. (Y. Watanabe, 2011) …..15

Fig.I.14 Trois types de méthodes de fabrication des FGM sous la force centrifuge (A) Méthode centrifuge, (b) Méthode de bouillie centrifuge, (c) Méthode de pressurisation centrifuge (Y. Watanabe …..15

et al, 2011)

Fig.I.15 Protection thermique des Matériaux FGM et Non FGM …..17

Chapitre II

Fig.II.1 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques ….24

Fig .II.2 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du première ordre …..25

fig.II.3 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques …..28

Chapitre III

Fig.III.1 Géométrie de la nano-plaque FG noyée dans milieu élastique ….37

Chapitre IV

Fig.IV.1 Effet du paramètre d'inhomogénéité k sur la fréquence $\bar{\omega}$, des nano plaques FGM reposant sur des fondations ($\overline{k_1}$ = 100 ; $\overline{k_2}$ = 10 ; μ = 1 nm) ….55

Fig.IV.2 Effet des raideurs élastiques des fondations ($\overline{k_w}$, $\overline{k_s}$) sur la fréquence $\bar{\omega}$ de nanoplaques FGM (k = 1.5; μ = 1nm) …..56

Fig.IV.3 Effet du coefficient non local (μ) sur la fréquence $\bar{\omega}$ des nanoplaques FGM reposant sur des fondations élastiques ($\overline{k_1}$ = 10 ; $\overline{k_2}$ = 10 ; k = 1,5) …..56

Liste des tableaux

Chapitre I

Tablea.I.1 Comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal. ..…18

Chapitre II

Tableau.II.1 Quelques modèles d'ordre supérieur …..30

Tableau.II.2 Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes …..33

Chapitre IV

Tableau.IV.1 Comparaison de la fréquence sans dimension $\omega^* = \omega h\sqrt{\rho_c/G_c}$ fondation d'une nano plaque homogène sans élastique ..52

Tableau.IV.2 Comparaison des fréquences sans dimension $\widehat{\omega} = \omega h\sqrt{\rho_m/E_m}$ d'une plaque FGM carrée sans ou reposant sur élastique fondations ..53

Tableau.IV.3 Présente la fréquence $\bar{\omega}$ de la nano plaque FGM carrée sans ou reposant sur des fondations élastiques pour différentes valeurs du paramètre d'inhomogénéité (a = h = 10) ..54

Liste des Notations

$\{\ \}$	Vecteur colonne
$[\ ]$	Matrice
z	la coordonnée suivant l'épaisseur
$\rho(z)$	La masse volumique des matériaux FGM en function de « ***z*** »
u,v,w	Déplacement du modele
u_0, v_0, w_0	Déplacement sur le plan médian de la nanostructure
$E(z)$	Module de Young en fonction de « ***z*** »
$V(z)$	La fraction volumique des matériaux FGM en function de « ***z*** »
k	Indice d'inhomogeneite
a	Longueur de la structure en FGM
b	Largeur de la structure en FGM
h	Epaisseur de la structure en FGM
u, v, w	Les déplacements dans les directions ***x*** , ***y*** , ***z*** .
$\Psi(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$f(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales
τ_{xz}, τ_{yz}	Contraintes de cisaillement
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Déformation dans la direction x, y et z
γ_{xz}, γ_{yz}	Déformations de distorsion
ρ	Densité du matériau
$\delta u, \delta v, \delta w$	Champ virtuel de déplacement
$\delta\gamma_{xz}, \delta\gamma_{yz}$	Champ de déformation transversal virtuel
N_{ij}	Efforts normaux
M^b_{xy}, M^s_{xy}	Moments de flexion
ξ_{ij}, m_{ij}	Coefficients de rigidité
∂	Dérivée partielle
i et j	Sont des nombres naturels.
φ(x, t)	Rotation normale

I_{ij}	les inerties
μ	Paramètre non local
ω	Fréquence proper fondamentale non-dimensionnelle
ω^*	Fréquence fondamentale non-dimensionnelle nanoplate homogene
$\bar{\omega}$	Fréquence fondamentale non-dimensionnelle nanoplate elastique fondee
f(x)	Fonction de cisaillement
f	Flection
c	Cisaillement
$\mathcal{L}$	Operateur non local
FC	facteur de correction

Liste des Abréviations

nm	Nano mètre
μm	Micro mètre
ADN	Deoxyribo Nucleic Acid
CNT	Carbone Nano Tube
STM	Scanning Tunneling Microscope
TEM	Transmission Electronic microscopy
MEB	Le microscope électronique à balayage
SPM	Scanning Probe Microscope
AFM	Atomic Force Microscope
PVD	Physical Vapor Deposition
CVD	Chemical Vapor Deposition
FGMs	Functionally Graded Materials
SHS	Self-propagating High temperature Synthesis
PM	Powder Metallurgy
SFF	Solid Freeform (SFF) Fabrication Method
FSDT	First Shear Deformation Theory

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Les matériaux fonctionnellement graduée (M.G.F) sont de nouvelles générations de matériaux ce sont généralement composés de céramique et métal qui varient progressivement dans le sens de l'épaisseur. Ce changement conduit à une variation graduelle et continue des propriétés. Il élimine les problèmes de concentration des contraintes connus dans la tradition matériau composite. Les matériaux composites avancés (MGF) ont retenu l'attention de plusieurs chercheurs tels que (Kiani et Eslami 2010, Sedighi et al. 2015ab, Ebrahimi et Salari 2015, Kar et Panda 2015, Avcar 2016 et 2019, Kar et Panda 2016, Faleh et al. 2018, Karami et Janghorban 2019a, Safa et al. 2019, Zouatnia et Hadji 2019, Selmi 2020a, Yaylaci et al. 2020a and 2021ab).Les structures micro-nano ont été étudiées depuis plusieurs fois en utilisant la théorie non locale d'Eringen (Sedighi et Yaghootian 2016, Kolahchi 2017, Ebrahimi et Barati 2017a, Kolahchi et al. 2017a, Karami et al. 2018a, AlMaliki et al. 2019, Fenjan et al. 2019, Abdulrazzaq et al. 2020ab, Asiri et al. 2020, Akbas 2020a, Timesli 2020ab, Hadji et Avcar 2021, Bouhadra et al. 2021). La Flexion comportement des nano-plaques P-FG est examiné par Kolahchi et Al. (2015) en utilisant la même théorie d'Eringen et un nouveau SSDT. En 2016 ,Barati et Shahverdi ont développé quatre théories des plaques variables pour examiner le comportement des vibrations thermiques de FG-nanoplate avec de diverses conditions aux limites. En 2017, Ebrahimi et Barati analysent l'effet du champ magnétique longitudinal et le dynamisme des nano faisceaux S-FGM sur milieu élastique à la base du modèle EBT et de la théorie non locale d'Eringen.

La stabilité thermique non locale des nanoplaques piézoélectriques en sandwich avec noyau FG est étudiée par Karami et al, en 2018, en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement du second ordre. En 2018, Attia et Abdel Rahman analysent les comportements dynamiques du viscoélastique FG nanofaisceaux en utilisant la théorie des faisceaux de Bernoulli-Euler et le principe d'Alembert. Basé sur l'élasticité non locale. En 2018, La théorie, Mehar et al. ont étudié la vibration caractéristiques de la structure des nanoplaques en développant un nouveau modèle mathématique d'ordre supérieur et éléments finis méthode. En 2019, Ahmed et al. ont étudié le post-flambage réponse du

nano faisceau poreux FG, en utilisant la théorie non locale et modèle HSDT. En 2019Attia et al enquêté sur les caractéristiques de vibratoires non linéaires des Nanofaisceaux FG, en utilisant la théorie des faisceaux de Timoshenko et DQM.

En 2020, « Shanab et al » ont examiné la microstructure effet et énergie de la surface sur la flexion et la vibration Caractéristiques du FG-Nanobeam intégré dans une élastique fondation en utilisant la théorie de Timoshenko basé sur la théorie du continuum non local et le modèle de Timoshenko, Bensattalah et en 2020 ont analysé la stabilité des TWCNT sous compression axiale .En 2020,Ghandourah et Abdrabboh examinent l'effet de la porosité distribution sur la réponse dynamique du Nanofaisceaux FG sur la base de la théorie des poutres et méthode des éléments finis par Euler Bernoulli, en utilisant un principe de déformation et d'énergie de cisaillement non local. En 2020, « Gafour et al » analyse et examine le libre dépendant de la porosité vibratoire du Nanofaisceaux FG.

Dans la présente enquête, l'influence thermique sur les propriétés dynamique des FG nanostructures est examiner sous divers types d'environnement thermique en prenannt en compte Navier-Type comme solution. l'analyse dynamique de la Nano-plaque FG noyée dans un milieu élastique, raffinée à l'aide d'une plaque intégrale à deux inconnues et du non local d'Eringen théorie du continu. Le modèle développé ne contient que quatre variables inconnues au lieu de cinq dans les HSDT conventionnels et ne nécessite aucun facteur de correction. Les propriétés efficaces de la nanoplaque FG varient continuellement tout au long de la direction de l'épaisseur selon une nouvelle loi de puissance une fonction. Les équations non locales du mouvement sont dérivées et résolu via le principe de Hamilton et la méthode analytique de Navier, respectivement. La précision des résultats calculés sont vérifiés par les comparaisons faites avec d'autres modèles trouvés dans la littérature. Plusieurs exemples qui montrer les effets du paramètre d'inhomogénéité, élastique rigidité moyenne, paramètre d'effet d'échelle et rapport d'aspect sur les fréquences de vibrations libres sont présentées et discutées en détails.

INTRODUCTION SUR LES NANOSTRUCTURES ET LES MATIRIAUX FGM

I.1. Introduction

La nanotechnologie existe dans beaucoup de choses autour de nous ; où l'application de cette technique augmente jour après jour, la recherche scientifique en cours intensivement portera des fruits pour que cette technologie de pointe soit le dénominateur commun et une partie importante est indispensable dans toutes les industries

Les matériaux FGM ont été développés en combinant des matériaux d'ingénierie de pointe sous forme de particules, de fibres, ou de plaquettes. Le changement continu de leurs propriétés a pour but d'améliorer les performances structurelles, ils sont développés pour adapter l'architecture du matériau à l'échelle microscopique afin d'optimiser certaines propriétés fonctionnelles globales des structures.

I.2. Nanostructures

Le préfixe "nano" vient du grec Nanos, qui signifie "nain". Il divise par un milliard l'unité dont il précède le nom. Un nanomètre (1 nm = 10^{-9} m = 0,000000001 m) est ainsi 30 000 fois plus petit que le diamètre d'un cheveu. Un atome d'hydrogène mesure environ 0,1 nm. La différence de taille entre un atome et une balle de tennis est la même qu'entre cette balle et la Terre. Un tel changement d'échelle permet de comparer l'exploration de "l'infiniment petit" à celle de "l'infiniment grand".

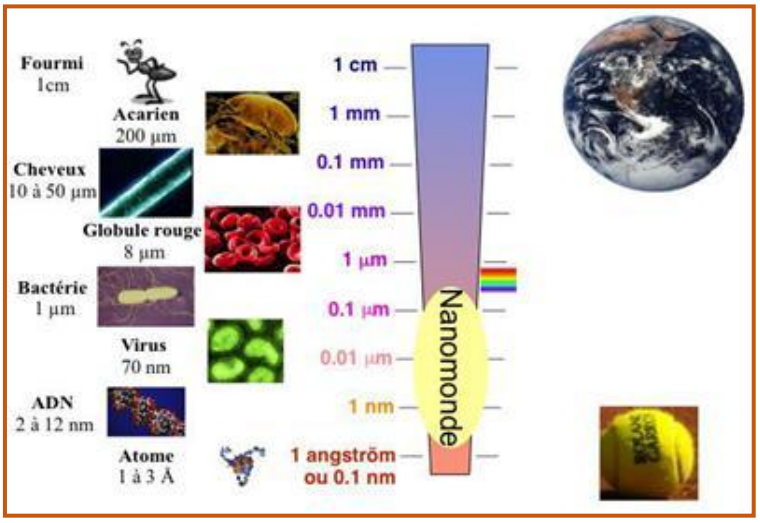


Fig. I.1 : Illustration de l'échelle nanométrique. (Culture Sciences Physique, 2013)

I.3. Définition

Les nanostructures décrivent la structure des nanomatériaux constituée de grains contenant aux plus quelques dizaines de milliers d'atomes et dont les dimensions ne dépassent pas 100 nanomètres. En raison de leurs propriétés spécifiques, les nanomatériaux trouvent des applications dans de nombreuses branches de l'industrie.

Selon la définition officielle de la Commission européenne, il s'agit : « d'un matériau soit naturel, soit formé accidentellement, soit manufacturé et constitué de particules libres ou sous forme d'agrégat ou d'agglomérat, dont au moins 50 % des particules présentent une ou plusieurs dimensions externes se situant entre 1 nm et 100 nm. »

I.4. L'intérêt pour l'échelle nanométrique

La taille "nanométrique" confère des propriétés physiques, chimiques ou biologiques particulières. De même que des cristaux de sucre en poudre se dissolvent plus aisément dans de l'eau chaude que des carrés de sucre, les nanomatériaux sont plus réactifs que les matériaux à échelle plus grande :

- Le nano-argent devient par exemple un antibactérien très efficace.
- Le carbone, lui, peut devenir jusqu'à cent fois plus résistant que l'acier.

La taille nanométrique permet aux nanomatériaux de pénétrer la cellule, ce qui peut présenter des bénéfices pour des usages médicaux, notamment pour les techniques qui nécessitent un ciblage particulier.

Deux raisons majeurs sont à l'origine du fait que les propriétés des matériaux diffèrent selon le volume de matière mis en œuvre :

- Lorsque la dimension d'une particule décroit, une plus grande proportion des atomes qui la constituent est située en surface. Si, par exemple, une particule sphérique ayant un diamètre de 30 nanomètres possède 5% de ses atomes en surface, cette proportion monte à 20% pour un diamètre de 10 nanomètres et à 50% pour une particule de 3 nanomètres. Comme la réactivité chimique et beaucoup de propriétés physiques dépondent du nombre d'électrons en surface, on conçoit que les nanomatériaux présentent des caractéristiques spécifiques.

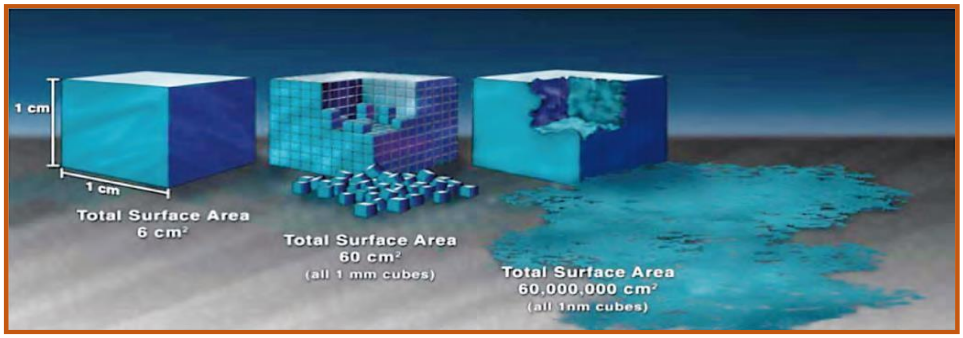


Fig. I.2 : Illustration démontrant l'effet d'augmentation de la surface spécifique par nanostructuration des matériaux (*(http://www.nano.gov/nanotech-101/special), 2014)*

- L'autre raison tient au fait que les effets quantiques deviennent dominants lorsque les dimensions diminuent et l'on sait que les propriétés électriques, magnétiques et optiques sont très dépendantes de ces effets et, particulièrement, dans les structures cristallines. [18]

I.5. Les moyens d'observation et de manipulation

La réduction de la taille des objets, permettant d'explorer et d'exploiter de nouvelles propriétés de la matière, nécessite la conception et l'utilisation de nouveaux outils. C'est un des enjeux essentiels de ce domaine scientifique en pleine effervescence que de maitriser les moyens de voir, d'analyser, de mesurer et d'agir à toutes les échelles concernées, jusqu'à la plus réduite : l'atome et son environnement immédiat.

I.5.1. Les microscopes électroniques

La microscopie électronique permet de sonder la matière à une échelle nanométrique/micrométrique, voire atomique via un faisceau d'électrons de haute énergie, au lieu de la lumière visible afin de maximiser sa capacité à agrandir les petites choses de dimensions nanométriques. Il existe deux types de microscopes électroniques

a. Le microscope électronique à transmission (TEM)

La microscopie électronique à transmission est une technique basée sur le principe de diffraction des électrons. L'échantillon étudié doit être assez mince, de l'ordre de centaine nanomètre pour être visualisé en transmission. La microscopie électronique en transmission (MET) permet d'atteindre une meilleure résolution atomique que la MEB. Cette résolution est de quelques dixièmes de nanomètre, ce qui permet la visualisation de la structure

atomique de tous types de matériaux, y compris les matériaux biologique figes à très basses températures.

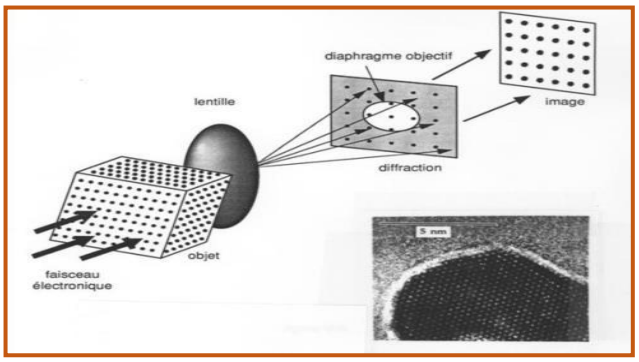


Fig. I. 3 : Le principe de la formation d'image des structures cristallines en microscopie électronique à transmission à très haute résolution [1]



Fig. I. 4 : Image par microscopie électronique à très haute résolution de nanotube d'oxyde de titane. [1]

b. Le microscope électronique à balayage (MEB)

La microscopie électronique à balayage est basé sur une technique de microscopie par interaction électron-matière .un faisceau d'électron balaie à l'aide de bobine magnétique, la surface de l'échantillon à analyser qui, en réponse, réémet des électrons secondaires qui sont eux-mêmes détectés et permettent de reconstituer une image de l'échantillon. La microscopie électronique à balayage permet d'obtenir des informations sur la taille des grains, la morphologie et d'analyser la composition chimique d'un matériau par dispersion d'Energie de Rayons X. Les deux types d'appareils sont complémentaires.

I.5.2. Les microscopes à sonde de balayage (scanning probe mecroscopes SPMs)

Les microscopes à sonde de balayage sont nécessaires pour étudier la topologie et la topographie des échantillons et la pose des atomes et fournir des images stéréoscopiques en trois dimensions avec une grande précision

a. Microscope à effet tunnel (STM)

La microscopie à effet tunnel est basé sur le principe suivant : un probe très petit et conducteur est placé au-dessus de l'échantillon qui doit être lui-même conducteur. Lorsque la distance entre le probe et la surface devient inferieure à environ un nanomètre, un courant par effet tunnel apparait .Cela est dû en fait que les électrons dans le probe et la surface ont des fonctions d'ondes qui s'étendent dans l'intervalle vide entre probe et surface.L'invention du microscope à effet tunnel (STM) a signé l'entrée de la science dans le nano monde et l'essor des nanotechnologies. Pour la première fois, on a pu observer les atomes d'une surface, les manipuler, les organiser à l'aide d'une simple pointe métallique. Avec un STM, on peut élaborer atome par atome, des nano objets maitrisés à l'échelle du nanomètre : molécules d'intérêt biologique, fils atomique, nano transistors, nano amas magnétiques ….

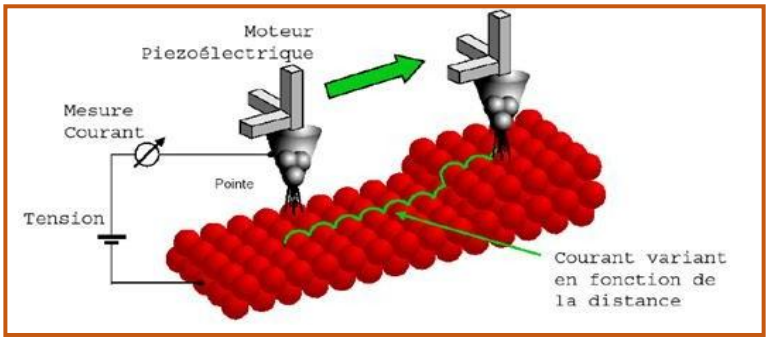


Fig. I.5 : Principe du Microscope à Effet Tunnel [5].

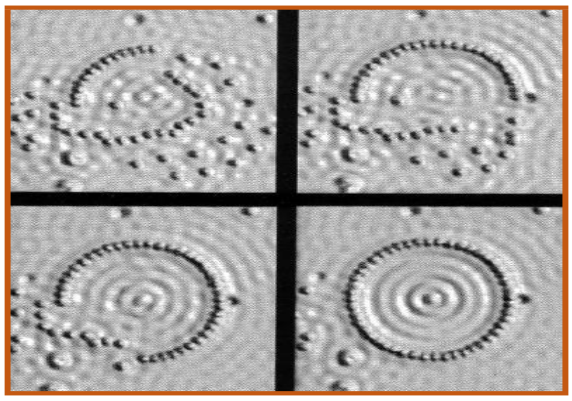


Fig. I.6 : un cercle d'atomes de fer déposés sur du cuivre à l'aide du microscope à effet Tunnel. [5]

b. Microscope à force atomique (AFM)

A la différence du microscope à effet tunnel, avec lequel seuls les échantillons conducteurs ou semi-conducteurs peuvent être étudiés, le microscope à force atomique prend en charge les isolants à l'air libre ou contenus dans un liquide. Les divers modes de fonctionnement des microscopes à force atomique trouvent de très nombreuses applications en plus de la topographie des surfaces : mesures sur des molécules greffées ou adsorbées à la surface d'un échantillon ; mesures d'élasticité et d'adhésion d'une molécule ; mesures magnétiques ; mesures de rugosités de surfaces ; étude de dopage des semi-conducteurs ; mesure de la dureté des surfaces.

Il existe d'autres types des microscopes telle que :

- microscope à force magnétique
- microscope à balayage laser
- microscope optique en cham proche

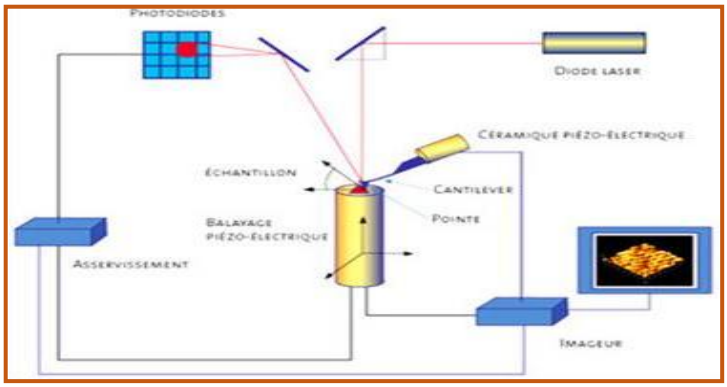


Fig. I.7 : Principe du microscope à force atomique (AFM) (© C. Reyraud)



Fig. I.8 : Principe A gauche : image de microscopie à force atomique d'un nanotube de carbone. A droite : image de microscopie à force électrostatique après une expérience d'injection de charges. [1]

I.6. Procédés de fabrication des nanomatériaux

De nombreuses technique peuvent créer des nanomatériaux appartiennent toutes à deux approches opposées, méthodes « ascendante » (Bottom-up) et « descendante » (Top-down)"Figure.1.2". En termes de performances, forme, qualité, les deux approches sont actuellement, dit-on, sur le point de converger.

Les techniques Top-down réalisent des nanostructures à partir de matériaux massiques.un exemple de telle technique réside dans les procédés de réalisation des circuits électroniques intégrées par gravure sur des galettes de semi-conducteur.

La technique Bottom-up vise à l'inverse, à réaliser des nanostructures à partir d'atomes ou de molécules.

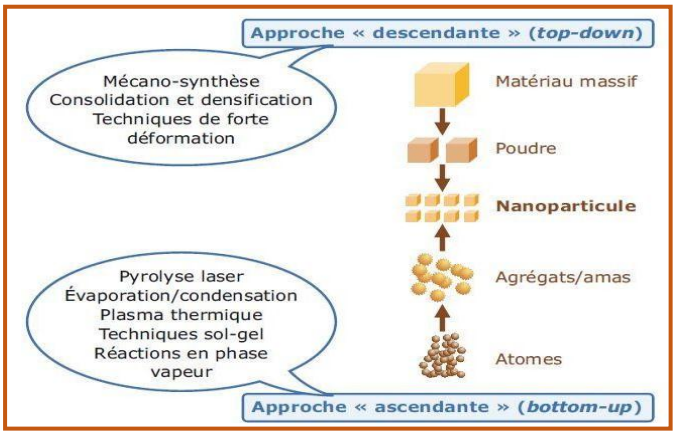


Fig. I.9 : Les deux approches d'élaboration des nanomatériaux manufacturés [9].

Les deux approches font appel, à la fois, à des principes physiques, mécaniques ou chimiques à partir de matériaux gazeux liquides ou solides : diffusion, contraintes mécaniques, réaction chimiques, changements de phase et même auto -organisations dans lesquelles les atomes ou les molécules s'organisent elles-mêmes en une structure due à leur propriétés naturelles.

Les trois principaux procédés d'élaboration des nanomatériaux sont :

a. **La voie physique** L'élaboration de nano-particules peut être réalisée par l'action de micro-ondes ou à partir d'une phase vapeur extraite d'un matériau source par chauffage (fusion en creuset ou sans creuset, pyrolyse laser) ou par bombardement. L'ablation laser, la décharge plasma ou la décomposition catalytique sont des techniques plus spécifiquement utilisées dans la fabrication de nanotubes de carbone.Enfin, des couches minces d'épaisseur nanométrique peuvent être réalisées par PVD (Physical Vapor, Deposition).
b. **La voie chimique** Les techniques de fabrication par voie chimique les plus couramment utilisées sont les réactions en phase vapeur (Réaction dans un réacteur CVD (Chemical Vapor Deposition)),les réactions en milieu liquide et les techniques sol-gel.
c. **Les méthodes mécaniques** Les techniques mécaniques d'élaboration des nanomatériaux sont la mécano-synthèse, technique de broyage qui permet en particulier l'obtention de nano-précipités ou nano-objets dispersés de façon homogène au sein de la matrice,

– les opérations de compactage et de frittage,
– les techniques de forte déformation (torsion, extrusion…) développées pour l'obtention de nanocristaux et nano-structures.

I.7. Différents types des nanomatériaux

Il existe des grandes familles de nanomatériaux :

- **Les nano-objets** qui sont des matériaux dont une, deux ou trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique c'est-à-dire approximativement entre 1 et 100 nm. Parmi les nano-objets, il est possible de distinguer trois catégories :
  - **les nanoparticules** qui désignent des nano-objets dont les trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique : nanoparticules de latex, d'oxyde de zinc, de fer et de cérium, d'alumine, de dioxyde de titane, de carbonate de calcium, etc.
  - **les nanofibres, nanotubes, nanofilaments ou nanobâtonnets** qui se rapportent à des nano-objets dont deux dimensions externes sont à l'échelle nanométrique et la

troisième dimension significativement supérieure (nanotubes de carbone, nanofibres de polyester, nanotubes de bore, etc.). Ces termes désignent des nano-objets longilignes de section comprise entre 1 et quelques dizaines de nm et de longueur comprise entre 500 et 10 000 nm ;

- **les nano-feuillets, nano-plats ou nano-plaquettes** qui définissent des nano-objets dont une dimension externe se situe à l'échelle nanométrique et les deux autres dimensions sont significativement supérieures (nano-feuillets d'argile, nano-plaquettes de séléniure de cadmium, etc.).

Les nano-objets peuvent être utilisés en tant que tels sous forme de poudre, de suspension liquide ou de gel.

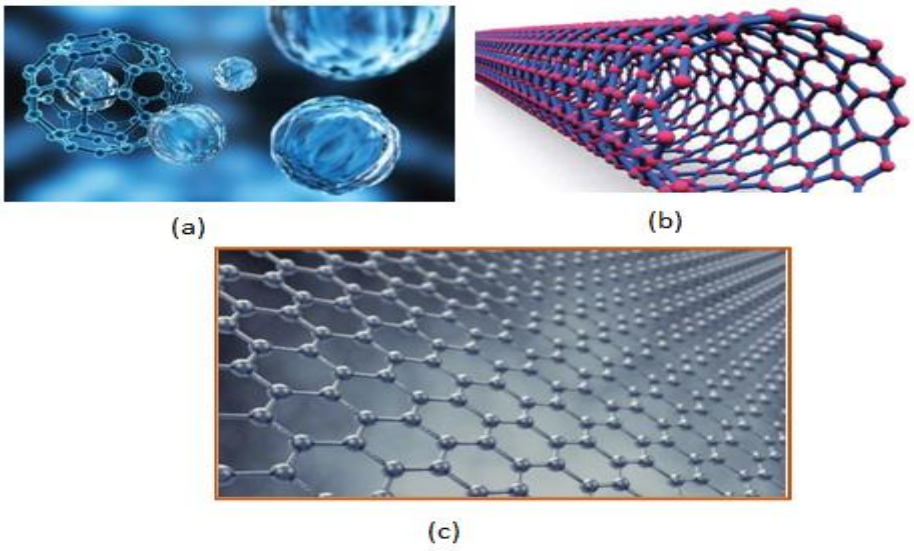


Fig. I.10 : Les nano-objets : (a) Nanoparticules, (b) Nanotubes, (c) Nanofeuillets [10]

- **Les matériaux nanostructurés** qui possèdent une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique. Parmi les matériaux nanostructurés, il est possible de distinguer plusieurs familles parmi lesquelles :
  - **les agrégats et agglomérats de nano-objets:** peuvent se présenter soit sous forme individuelle (c'est-à-dire sous forme de particules primaires) ou soit sous forme d'agrégats ou d'agglomérats dont la taille est sensiblement supérieure à 100 nm.
  - **les nanocomposites :**ces matériaux sont composés pour tout ou partie de nano-objets qui leur confèrent des propriétés améliorées ou spécifiques de la dimension nanométrique. Les nano-objets sont incorporés dans une matrice ou sur une surface afin d'apporter une nouvelle fonctionnalité ou de modifier certaines propriétés mécaniques, magnétiques, thermiques, etc. Les polymères chargés de nanotubes de carbone utilisés dans le secteur des équipements sportifs, afin d'améliorer leur résistance mécanique et

de diminuer leur poids, constituent un exemple de nanocomposites.

- **les matériaux nanoporeux:** ces matériaux possèdent des pores de taille nanométrique. Les aérogels de silice sont des matériaux nanoporeux qui présentent d'excellentes propriétés d'isolation thermique.

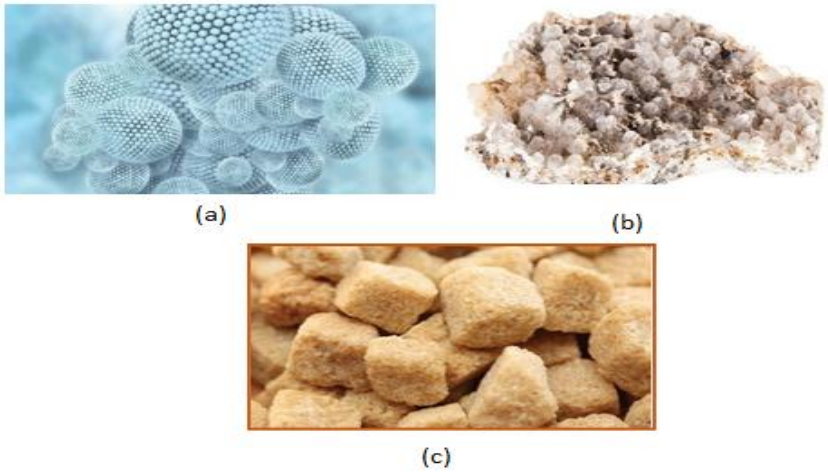


Fig. I.11 : Les matériaux nanostructurés : (a) Agrégats et agglomérats, (b) Nanocomposites, (c) Matériaux nanoporeux[10]

Les nanomatériaux produits de façon intentionnelle par l'Homme à des fins d'applications précises et possédant des propriétés spécifiques sont nommés « nanomatériaux manufacturés ».

Parmi ces nanomatériaux manufacturés, certains sont produits depuis déjà de nombreuses années dans des tonnages importants tels que le dioxyde de titane, le noir de carbone, l'alumine, le carbonate de calcium ou la silice amorphe.

D'autres plus récents sont fabriqués dans des quantités moindres tels que les nanotubes de carbone, les quantum dots ou les dendrimères.

Il existe également des nanomatériaux produits par l'Homme de façon non intentionnelle, appelés parfois particules ultra-fines, issus de certains procédés thermiques et mécaniques tels que les fumées de soudage ou de projection thermique, les émissions de moteurs à combustion, etc.

Enfin, des particules ultra-fines naturelles sont présentes dans notre environnement, à l'image des fumées volcaniques ou des virus. [8]

I.8. Définition des matériaux à fonctionnel gradues FGM

Les matériaux à fonctionnel gradues (FGM) sont des matériaux dont la composition chimique et les caractéristiques mécaniques et microstructures varient graduellement au cours de la fabrication d'une pièce. L'intérêt est d'associer et de concentrer les avantages de plusieurs matériaux dans une seule pièce pour résister à la température, la corrosion, l'usure ou la fatigue.

Ce concept de FGM peut être appliqué à divers matériaux pour des utilisations structurelles et fonctionnelles. Il y a plusieurs années, ce concept a été évalué en premier lieu dans le développement de revêtement des barrières thermiques pour augmenter la résistance thermique des lames dans les moteurs de turbine à gaz pour divers applications telles que les systèmes de protection thermique, les matériaux à fonctionnel gradues FGM sont développés pour minimiser les contraintes thermiques qui conduisent à la rupture de la céramique.

En effet ces matériaux existent dans la nature, par exemple, le bambou ; les os et même notre peau est également graduée pour fournir certaine ténacité, qualités tactiles et élastiques en fonction de la profondeur de la peau et l'emplacement sur le corps. Les constituants des FGMs modifiés par l'homme impliquent généralement deux phases de matériau isotrope, bien que tous les nombre de configurations chimiquement et spatialement compatibles soient possibles. Ces composants comprennent souvent des alliages d'ingénierie de magnésium, l'aluminium, le cuivre, le titane, le tungstène, l'acier, etc. et les céramiques structurelles avancées telles que la zircone, l'alumine, le carbure de silicium et de carbure de tungstène.



Fig. I.12 : Quelques exemples de matériaux à fonctionnel gradues FGM.

I.9. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés

Le processus de fabrication des matériaux à gradient de propriétés peut être divisé en établissant la structure dans l'espace non homogène « gradation » et la transformation de cette structure en matériau en bloc « consolidation ». Il existe de nombreux procédés d'élaboration des FGM, les paragraphes suivants s'attachent à décrire les principales méthodes d'élaboration des FGM utilisées dans l'industrie.

I.9.1. Technique de dépôt de vapeur

Il existe différents types de techniques de dépôt en phase vapeur, on peut citer : dépôt par pulvérisation cathodique, dépôt de vapeur chimique (CVD) et le dépôt physique en phase vapeur (PVD). Ces méthodes de dépôt en phase vapeur sont utilisées pour déposer des revêtements de surface fonctionnellement gradués et ils donnent microstructure excellents, mais ils ne peuvent être utilisés pour le dépôt de revêtement de surface mince. Ils consomment beaucoup d'énergie et produisent des gaz toxiques que leurs sous-produits [6].

D'autres méthodes utilisées dans la production de revêtement fonctionnel graduée comprennent : projection plasma, l'électrodéposition, électro phorétique, Déposition assistée par faisceau d'ions (IBAD), auto-propagation synthèse à haute température (SHS), etc. [14]. Tous les procédés mentionnés ci-dessus ne peuvent pas être utilisés pour produire des MGF gros, car ils sont généralement lents et consommatrices d'énergie, par conséquent, ils ne sont pas rentables pour être utilisé dans la production de masse FGM.

Certaines des méthodes de fabrication pour la production de matériaux à gradient fonctionnel gros sont les suivants :

I.9.2 Métallurgie des poudres (PM)

Métallurgie des poudres (PM) est utilisée pour produire du matériel fonctionnel classé [17]. (Nemat-Alla et al, 2011) à travers trois étapes de base à savoir : pesée et de mélange de poudre en fonction de la préconçus distribution spatiale comme dicté par l'exigence fonctionnelle, l'empilage et la condensation de la pré-mélangé des poudres, et enfin le

frittage [20](J. Zhu et all ,1995). PM technique donne lieu à une structure échelonnée. Si la structure continue est souhaitée, alors la méthode centrifuge est utilisée.

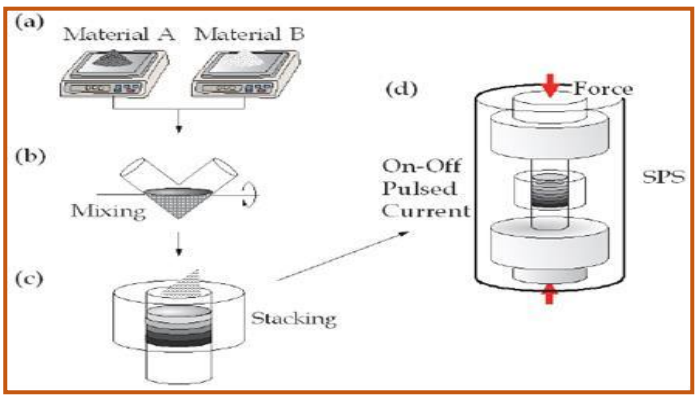


Fig. I.13 : Exemple de processus de fabrication typique de FGM par la méthode de la métallurgie des poudres. [19]

I.9.3. Méthode de centrifuge

Procédé centrifuge est similaire à la coulée centrifuge, où la force de gravité est utilisée par filature de moule pour former le matériau en vrac à gradation fonctionnelle [19]. Le matériau à gradient est produit de cette manière en raison de la différence des densités des matériaux et le filage de la moule. Il existe d'autres processus similaires comme méthode centrifuge dans la littérature (méthode par gravité, par exemple, etc.) Bien que le classement en continu peut être réalisé en utilisant la méthode centrifuge mais seulement des formes cylindriques peuvent être formés. Un autre problème de la méthode centrifuge, c'est qu'il n'y a pas de limite à quel type de gradient peut être produit [12];[13] car la pente est formée par un processus naturel (force centrifuge et de la différence de densité). Pour résoudre ces problèmes, les chercheurs utilisent la méthode de fabrication alternative connue sous le nom de forme libre solide.

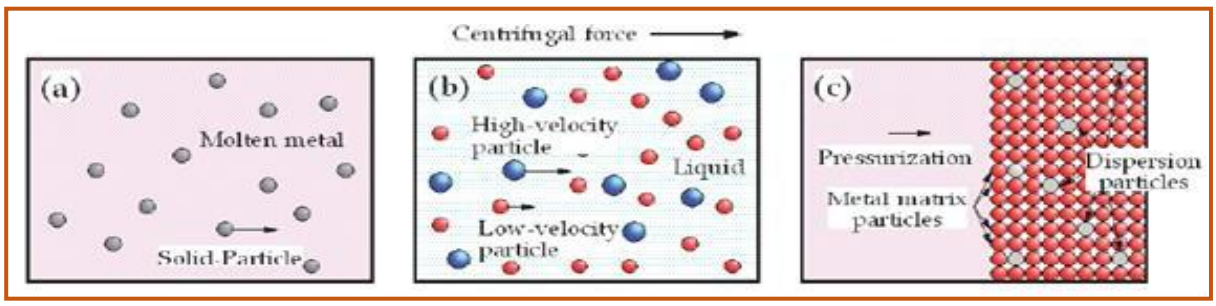


Fig. I.14 : Trois types de méthodes de fabrication des FGM sous la force centrifuge (A) Méthode centrifuge, (b) Méthode de bouillie centrifuge, (c) Méthode de pressurisation centrifuge[19].

I.9.4. Méthode de fabrication en forme de Solid Freeform (SFF)

Solide de forme libre est un procédé de fabrication d'additifs qui offre de nombreux avantages, notamment : une vitesse plus élevée de la production, moins d'énergie, l'utilisation maximale du matériau, la capacité à produire des formes complexes et de la liberté de conception en tant que pièces sont produites directement à partir de CAD (AutoCAD), par exemple des données [15]. SFF comporte cinq étapes de base [17]: la génération des données de CAO à partir du logiciel comme AutoCAD, etc Solid Edge, la conversion des données CAO à la langue Triangulation STL (Standard) fichier, le tranchage de la STL en deux dimensions des profils en travers, la construction de la couche de composant de couche, et enfin l'enlèvement et de finition. Il existe différents types de technologies SFF, les processus à base de laser sont surtout employés dans la fabrication de matériaux à gradient fonctionnel [7]. Laser processus basé sur SFF pour les matériaux à gradient fonctionnel [11] sont : laser méthode de revêtement à base de (A. Atai et al, 2012), frittage sélectif par laser (SLS)[3], d'impression 3-D (3-DP) [2] fusion laser, et Sélective (SLM) [16]. Revêtement à base de laser et le système de fusion sélective au laser sont capables de produire des composants entièrement denses. Solide freeform fabrication de flexibilité entre autres avantages, mais la technologie est caractérisée par mauvais état de surface qui rend nécessaire de procéder à une opération de finition secondaire. Il y a beaucoup des efforts de recherche dans ce sens pour améliorer la finition de surface, la précision dimensionnelle etc.

I.10. L'intérêt d'utilisation de matériaux à fonctionnel gradues

Les matériaux modernes tendent à devenir «multifonctionnels», même si leur objet premier permet en général de les classer en «Matériaux de structure » et en « matériaux fonctionnels ».Le problème du concepteur est qu'il demande non pas une propriété, mais un ensemble. (Sellai, 2011) Par exemple, une couche d'un matériau céramique peut être collée à la surface d'une structure métallique pour former un revêtement barrière thermique dans des applications à haute température. Toutefois, la transition brusque dans les propriétés des matériaux à travers l'interface entre les matériaux discrets peut entraîner une grande contrainte inter laminaire et peut conduire à la déformation plastique ou de fissuration. Pour surmonter ces effets nuisibles on doit utiliser les matériaux à gradient évalué FGM, sont des matériaux composites avancés. Par exemple, dans un matériau à fonctionnel gradues FGM (métal / céramique), le côté métal riche est typiquement placé dans les régions où les

propriétés mécaniques, comme la dureté ; doivent être élevée. En revanche, la céramique riche, avec une conductivité thermique faible peut résister aux températures plus élevées, et par conséquent il est utilisé dans les régions fortement exposées à la température. Les matériaux à fonctionnel gradues FGM permettre l'adaptation de la composition du matériel de manière à en retirer le maximum d'avantages de leur hétérogénéité. En outre, d'autres aspects d'exécution peuvent être améliorés en utilisant un matériau à fonctionnel gradues FGM, par exemple, réduction de la température dans la phase de cuivre pour empêcher l'adoucissement thermique excessif du matériel, d'autres applications de matériaux à fonctionnel gradues FGM incluent des composants trouvés sur l'Avion et les véhicules aérospatiaux.

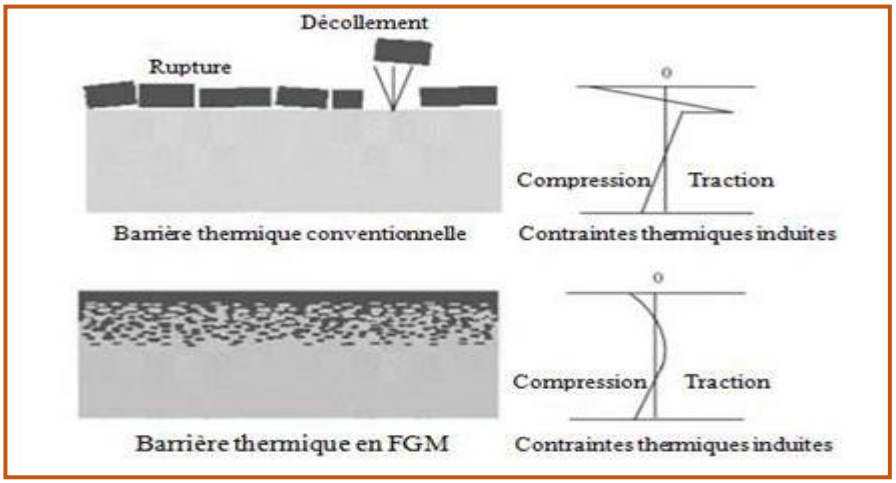


Fig. I.15 : Protection thermique des Matériaux FGM et Non FGM

Certains des avantages des matériaux à fonctionnel gradues (FGM) sont :

- FGM en tant que couche d'interface pour connecter deux matériaux incompatibles peut améliorer considérablement la résistance de liaison.
- Le revêtement et l'interface FGM peuvent être utilisés pour réduire la contrainte résiduelle et la contrainte thermique.
- Le FGM non seulement améliore la résistance des connexions, mais peut également réduire la force de la fissure.
- Le matériau à fonctionnel gradues (FGM) a la capacité de contrôler la déformation, la réponse dynamique, l'usure, la corrosion, etc.
- FGM offre également les opportunités de profiter des avantages de différents systèmes matériels, par exemple, des céramiques et des métaux. La partie céramique présente une bonne résistance thermique, une résistance à l'usure et à l'oxydation (rouille), alors que la

partie métallique a une résistance à la rupture supérieure, une résistance élevée et une capacité de liaison.

- Résistance à la rupture, haute résistance et capacité de liaison.
- FGM a une large gamme d'application dans les applications dentaires et orthopédiques pour le remplacement des dents et des os.
- Les FGM sont utilisés dans les dispositifs de conversion d'énergie. Ils fournissent également une barrière thermique et sont utilisés comme revêtements protecteurs sur des pales de turbine dans un moteur à turbine à gaz (N.Tejaswini et al. 2015)

La face à haute température	Céramique	Bonne résistance thermique ; Bonne résistance à l'oxydation ; Faible conductivité thermique.
Continuité du matériau d'un point à l'autre « couches intermédiaires »	FGM (Céramique / Métal)	Élimination des problèmes de l'interface ; Relaxer les contraintes thermiques.
La face à basse température	Métal	Bonne résistance mécanique ; Conductivité thermique élevée, Très bonne ténacité.

Tableau I.1 : Comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal.

I.11. Applications des nanomatériaux

Les nanotechnologies conduisent donc à l'élaboration de matériaux dont les propriétés fondamentales (chimiques, mécaniques, optiques, biologiques, etc.) peuvent être modifiées. Par exemple, l'or est totalement inactif à l'échelle micrométrique alors qu'il devient un excellent catalyseur de réactions chimiques lorsqu'il prend des dimensions nanométriques.

Toutes les grandes familles de matériaux sont concernées : les métaux, les céramiques, les diélectriques, les oxydes magnétiques, les polymères, les carbones, etc.

Du fait de leurs propriétés variées et souvent inédites, les nanomatériaux recèlent de potentialités très diverses et leurs utilisations ouvrent de multiples perspectives.

Les nanomatériaux permettent ainsi des innovations incrémentales et de rupture dans de nombreux secteurs d'activité tels que la santé, l'automobile, la construction, l'agroalimentaire ou encore l'électronique.

I.12. Les risques liés aux nanomatériaux

Les risques seraient sanitaires, environnementaux et sociétaux.

- **Risques sanitaires**

– La taille des nanoparticules leur permet de traverser des barrières naturelles du corps humain, d'aller dans le sang, le cerveau.

– Les particules inertes comme le dioxyde de titane, le noir de carbone, pénètrent l'appareil respiratoire et peuvent tapisser l'ensemble de la muqueuse avec des risques de fibrose et de cancer.

– L'impact touche toute la population, car il intéresse les médicaments, l'alimentation, les cosmétiques, les teintures, les tissus, les produits ménagers.

– Il n'existe actuellement aucun instrument portable adéquat pour mesurer l'exposition aux nanoparticules dans l'air ou dans les lieux de travail.

- **Risques environnementaux**

– C'est le risque de pollution ou de catastrophe écologique. Le risque vient de la capacité de dispersion et de persistance des nanoparticules dans l'environnement sans que l'on connaisse leur impact.

– Il y a un risque important de recombinaison dans les sols, l'eau, l'air.

- **Risques sociétaux**

– Le processus de contrôle et de surveillance peut s'amplifier grâce aux nanotechnologies. Les puces vont pouvoir stocker des quantités énormes d'informations.

– Les puces peuvent être implantées sous la peau pour donner accès à des bâtiments, des dossiers médicaux, suivre des individus qui ont perdu leurs facultés mentales.

– Le risque de l'utilisation des données biométriques incluant l'enregistrement d'informations sur nos yeux, notre cerveau, nos gènes.

– Au Mexique actuellement, des milliers de personnes se sont fait implanter des puces reliées à des systèmes GPS pour lutter contre les enlèvements.

– Utilisation à des fins guerrières : ces technologies vont permettre le développement de véhicules légers au sol ou dans les airs, minuscules robots volants susceptibles d'envahir la vie privée ; dissémination possible de nano armes, nano virus.

– Il y aura obligatoirement des inégalités entre les populations qui auront accès aux nanotechnologies et les autres.

– Ordre social planétaire menacé par les conflits entre ceux qui maîtriseront les nouvelles technologies et ceux qui n'en bénéficieront pas.

I.13. Conclusion

Le matériel à gradation fonctionnelle est un excellent matériau avancé qui va révolutionner le monde de la fabrication. Il existe un certain nombre d'obstacles pour réaliser cet objectif. Beaucoup d'études ont été menées sur le comportement des matériaux fonctionnellement classés et la littérature est très riche en raison des vastes domaines d'application de ce nouveau matériel.

Références

[1] CNRS (2005), document réalisé par le centre national de la recherche scientifique en septembre 2005.

[2] Dimitrov, D, Schreve, De Beer, K N. (2006), "Advances in Three Dimensional Printing – State of the Art and Future Perspectives", *Rapid Prototyping Journal*, **12(3)**, 136–147.

[3] Erdal, M, Dag, S, Jande, Y, Tien, C. (2009), "Manufacturing of Functionally Graded Porous Product Produced by Selective Laser Sintering", *Material Science Forum*, 631-632, 253-258.

[4] Erdal, M, Dag, S, Jande, Y, Tien, C. (2009), "Manufacturing of Functionally Graded Porous Product Produced by Selective Laser Sintering", *Material Science Forum*, 631-632, 253-258.

[5] Feigenbaum, D, Nsamirizi, A Sinclair-Desgagné, B. (2004), "Les Nanotechnologies: leurs bénéfices et leurs risques potentiels", *CIRANO et HEC Montréal, 2020 rue Université, 25è.*

[6] Groves, J.F, Wadley, H.N.G. (1997), "Functionally graded materials synthesis via low vacuum directed vapor deposition," Composites Part synthesis via low vacuum directed vapor deposition," *Composites Part B: Engineering, vol.* **28**.

[7] Hutmacher, D, Sittinger, M, Risbud, V. (2004), "Scaffold-based tissue engineering: rationale for computer-aided design and solid free-form fabrication systems," *Trends Biotechnol*, **22 (7)**, 354–62.

[8] INRS (2016), " NANOMATÉRIAUX, NANOPARTICULES ", *document réalisé par l'institut national de recherche et de sécurité, 2016.*

[9] INRS. (2012), document réalisé par l'institut national de recherche et de sécurité en septembre 2012

[10] Inserm. (2016), "Les nanomatériaux au laboratoire", *document réalisé par l'institut national de la santé et de la recherche médical en mars 2016.*

[11] Jiang, W, Nair, R, Molian, P. (2005), "Functionally graded mold inserts by laser-based flexible fabrication: processing modeling, structural analysis, and performance evaluation," *J Mater Process Tech*, **166**, 286-293.

[12] Kieback, B, Neubrand, A, Riedel, H. (2003), "Processing techniques for functionally graded materials," *Materials Science and Engineering*, 81–105.

[13] Kieback, B, Neubrand, A, Riedel, H. (2003), "Processing techniques for functionally graded materials," *Materials Science and Engineering*, 81–105.

[14] Knoppers, R, Gunnink, JW, Van den Hout, J, Van Vliet, W. (2003) "The reality of functionally graded material products," *TNO Science and Industry, The Netherlands*, 38-43.

[15] Lin, X, Yue, T M. (2005), "Phase formation and microstructure evolution in laser

rapid forming of graded SS316L/Rene88DT alloy", *Mater Sci Engng, vol. A402*, 294-306.

[16] Mumtaz, K. A, Hopkinson, N. (2007), "Laser melting functionally graded composition of waspaloy and zirconia powders", *Journal of Materials Science*, **42**, 7647–7656.

[17] Nemat-Alla1, M , Ata, M H, Bayoumi, M R, Khair-Eldeen, W. (2011), "Powder metallurgical fabrication and microstructural investigations of Aluminium/Steel functionally graded material," *Materials Sciences and Applications, vol. **2***, 1708-1718.

[18] Samueli, J, (2007). "Par-delà les nanosciences et les nanotechnologies", *ellipses.*

[19] Watanabe, Y, Sato, H. (2011), "Review Fabrication of Functionally Graded Materials under a Centrifugal Force", *INTECH Open Access Publisher*, 10.5772/20988, 133-150.

[20] Zhu, J, Lai, Z, Yin, Z, Jeon, Lee, S. (1995), "Fabrication of ZrO2–NiCr functionally graded material by powder metallurgy," *Materials Chem,*

GENERATLITE

SUR LES THEORIE DES PLAQUES

II.1. Introduction

L'utilisation intensive des plaques isotropes et des plaques composites dans diverses industries, particulièrement dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile, et de la construction navale, a stimulé les chercheurs à développer des théories capables de décrire correctement leur comportement structural.

L'analyse des plaques est un problème tridimensionnel. Presque toutes les théories développées ont eu pour principal objet la réduction du problème 3-D à un problème 2-D en se servant des hypothèses simplificatrices concernant la cinématique des déformations etl'état des contraintes à travers l'épaisseur. Dans ce qui suit, seules les théories les plus utilisées dans l'analyse des plaques, seront exposées.

II.2. Théorie classique des plaques

La théorie classique de plaque est la plus simple et la plus ancienne parmi les autres théories. Elle est initiée par Kirchhoff[6] en 150, puis elle a été pour suivie par Love[10] au début du XXe siècle. Cette théorie est applicable uniquement pour les plaques/coques, minces. Cependant, elle a donné des résultats erronés quand elle a été utilisée dans l'analyse des plaques épaisses. L'hypothèse principale de la théorie CLPT (Classical Lamination Plate Theory) est que les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites et perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (fig.II.1). Cette hypothèse implique la négligence des déformations dues au cisaillement transverse (CT) $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$ et les déformations/contraintes normales $\varepsilon_z = \sigma_z = 0$.

La cinématique de cette théorie peut s'écrire d'une manière linéaire sous la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z\frac{\partial w}{\partial x} \qquad \text{II. 1a}$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z\frac{\partial w}{\partial y} \qquad \text{II.1b}$$

$$\overline{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \qquad \text{II. 1c}$$

Où *u*, *v*, *w* sont les déplacements le long des coordonnées *x*, *y* et *z* d'un point du plan moyen ($z = 0$).

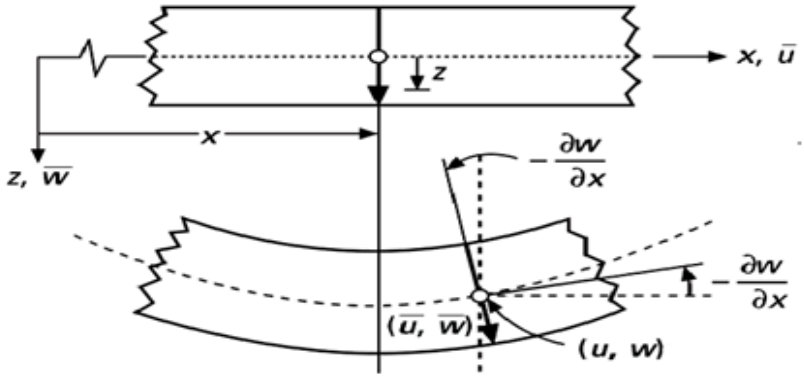


Fig.II.1: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques

La déformation de la plaque est due essentiellement à la flexion et aux déformations en plan (fig II.1); ce qui limite la validité de cette théorie aux plaques minces (Ashton et Whitney (1970)[17], Timoshenko et Woinowsky-Krieger (1959))

II.3. Théorie des plaques du première ordre (FSDT)

La théorie du premier ordre (FSDT) peut être considérée comme une amélioration par rapport à la théorie classique (CLPT). Cette théorie est basée essentiellement sur l'hypothèse suivante de Reissner[14]-Mindlin[12]: les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites mais pas forcément perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (à cause de l'effet du cisaillement transverse). Ils ont également supposé que la contrainte normale σ_z est négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur de contraintes (l'hypothèse de déformation plane). Le champ de déplacement de la théorie du premier ordre s'écrit comme suit:

$$\bar{u}(x,y,z,t) = u(x,y,t) + z\emptyset_x(x,y,t) \qquad \text{II.2a}$$

$$\bar{v}(x,y,z,t) = v(x,y,t) + z\emptyset_y(x,y,t) \qquad \text{II.2b}$$

$$\bar{w}(x,y,z,t) = w(x,y,t) \qquad \text{II.2c}$$

Où *u*, *v*, *w* sont les déplacements le long des coordonnées *x*, *y* et *z* d'un point du plan moyen (plan *z* = 0); $\emptyset_x$et $\emptyset_y$ sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes *y* et *x* respectivement.

A partir de l'équation (II.2),nous remarquons que les composantes de déplacement plans (*u*, *v*) varient d'une manière linéaire suivant l'axe *z* ,tandis que la composante de déplacement transversal (*w*) est constante. Cela va conduire à un état de contrainte/déformation de cisaillement transverse constant sur toute l'épaisseur de la plaque (fig.II.2),alors que selon la théorie de l'élasticité tridimensionnelle (3D),les contraintes de cisaillement transversal sont plutôt quadratiques à travers l'équation .Cette déficience est corrigée par l'introduction de transverse .

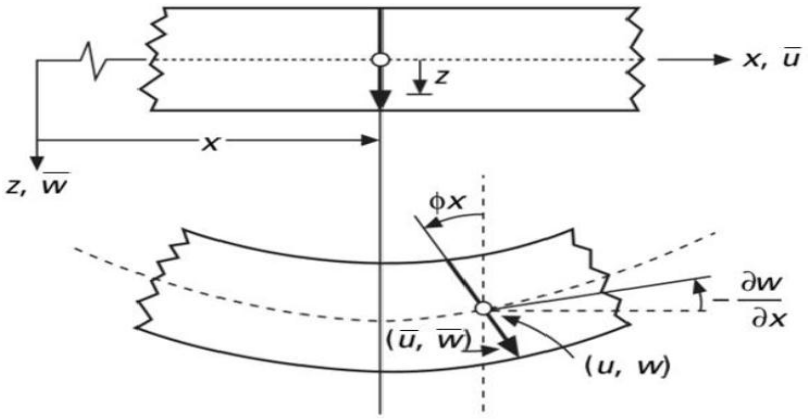


Fig .II.2: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre

II.3.1 Facteurs de correction du CT:

Les facteurs de correction du CT (FC), notés *k*, sont ajoutés pour corriger le décalage entre la répartition des contraintes de cisaillement transversal réelles (3D) et celles supposées dans la théorie du premier ordre.

Ces facteurs sont introduits comme des paramètres dans les relations constitutivesentre les forces de cisaillement transversal et les déformations de cisaillement transversal[7,9]. Pour les matériaux isotropes homogène, le premier concept de FC a été présenté par Reissner[14] . Il a proposé une valeur de 5/6 qui est largement utilisée, en employant une méthode de calcul basée sur des considérations d'équilibre statique et d'équivalence énergétique. Puis, Mindlin[12] a proposé une valeur de $k = \frac{\pi}{12}$, en utilisant la méthode d'analyse dynamique pour la première fois (équivalence de fréquence propre associée au mode de vibration en CT ou de vitesse de propagation d'ondes de flexion). Une autre méthode a été présentée par Ayad[1] pour calculer les facteurs de correction.

Il les évalue par une comparaison entre l'énergie de cisaillement obtenue via les équations d'équilibre et celle obtenue par la théorie du premier ordre. Par ailleurs, les facteurs de correction pour les composites stratifiées et les sandwichs dépendent essentiellement des propriétés matérielles du matériau (module de Young, coefficient de poisson, etc.), du rapport d'aspect, de la forme des fibres ainsi que leurs orientations, de la géométrie du stratifiée, du nombre de stratification et les conditions aux limites, ce qui rend ces facteurs difficiles à déterminer.

Dans ce contexte, plusieurs méthodes ont été proposées pour estimer les facteurs de correction dans ces matériaux. La méthodologie la plus courante est basée sur la comparaison de certaines réponses (l'énergie de déformation de CT, la vitesse de propagation d'une ondede flexion, la fréquence naturelle du mode de vibration, etc.) prédite par la théorie du premier ordre et celles obtenues par la théorie d'élasticité tridimensionnelle . Yu [18,19]a utilisé une méthode basée sur la comparaison des fréquences naturelles (les fréquences obtenues par la théorie d''élasticité 3D et celles obtenues par la théorie du premier ordre) pour les plaques sandwichs.

Whitney[17] a publié une analyse précise pour calculer les facteurs de correction des plaques stratifiées symétriques/antisymétriques et les plaques sandwichs. Il les identifie par une méthode basée sur des considérations des flexions cylindriques. L'auteur a montré que, les facteurs de correction de CT ne s'approchent pas de la valeur classique 5/6, quand le nombre de couches du stratifié augmente. La même remarque a été trouvée par Madabhusi-Raman[11] et Davalos **.**

Dans l'article de Vlachoutsis[16] , les facteurs de correction de CT dans le cas sandwich, sont estimés à partir d'une expression analytique, il montre que le rapport d'anisotropie (*Ef/Ec*) influe sur les valeurs des FC. Certains auteurs, dont Pai[13] , ont présenté une nouvelle formulation de FC, en comparant les résultantes des contraintes de cisaillement exactes et l'énergie de déformation de cisaillement avec ceux déterminées par la théorie du premier ordre. L'article de Birman[4] et Bert[2,3,4] résume les différentes méthodes concernant la détermination de ces facteurs pour les poutres/plaques isotropes et sandwichs.

II.4. Théorie des plaques d'ordre élevée (HSDPT)

Dans le cas où un schéma du premier degré ne permettrait pas d'approcher convenablement un problème donné, il sera alors nécessaire de passer à un schéma d'ordre supérieur (2ème

ordre, 3ème ordre, voire plus), dans le développement des déplacements en séries. Par conséquent, ces théories introduisent des fonctions supplémentaires dont les termes sont souvent difficiles à interpréter.

II.5. Théorie des plaques du seconde d'ordre

Cette théorie apporte une amélioration substantielle par rapport à la théorie du premier ordre tout en nécessitant un facteur de correction comme pour la FSDPT.

Le champ des déplacements de la théorie du second ordre s'exprime par :

$$\overline{u}(x,y,z,t) = u(x,y,t) + z\emptyset_x(x,y,t) + z^2\psi_x(x,y,t) \qquad \text{II.3a}$$

$$\overline{v}(x,y,z,t) = v(x,y,t) + z\emptyset_y(x,y,t) + z^2\psi_y(x,y,t) \qquad \text{II.3b}$$

$$\overline{w}(x,y,z,t) = w(x,y,t) + z\emptyset_z(x,y,t) + z^2\psi_z(x,y,t) \qquad \text{II.3c}$$

Où u ,v ,w , $\emptyset_x$, $\emptyset_y$, $\emptyset_z$, ψ_x , ψ_y , ψ_z , sont des fonctions inconnues dépendant descoordonnées x et y et du temps t.

II.6. Théorie des plaques du troisième d'ordre

Dans la quête de théories plus raffinées et dans le souci de supprimer les limitations des précédentes théories, de nouvelles théories d'ordre supérieur ont vu le jour. Le champ des déplacements s'écrit comme suit :

$$\overline{u}(x,y,z,t) = u(x,y,t) + z\emptyset_x(x,y,t) + z^2\psi_x(x,y,t) + z^3\,\chi_x(x,y,t) \qquad \text{II.4a}$$

$$\overline{v}(x,y,z,t) = v(x,y,t) + z\emptyset_y(x,y,t) + z^2\psi_y(x,y,t) + z^3\,\chi_y(x,y,t) \qquad \text{II.4b}$$

$$\overline{w}(x,y,z,t) = w(x,y,t) + z\emptyset_z(x,y,t) + z^2z(x,y,t) + z^3\,\chi_z(x,y,t) \qquad \text{II.4c}$$

Où: u ,v ,w , $\emptyset_x$, $\emptyset_y$, $\emptyset_z$, ψ_x , ψ_y , ψ_z , χ_x , χ_y , χ_z ,sont des fonctions inconnues dépendantdes coordonnées x et y et du temps t.

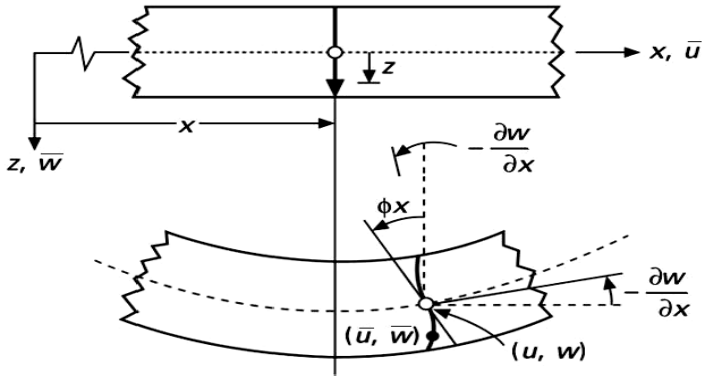


Fig.II.3 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques

Reddy a utilisé les conditions de nullité des contraintes de cisaillement τ_{xz} τ_{yz} sur les faces supérieures et inférieures de la plaque qui ont été proposées pour la première fois par Levinson [8] dans l'analyse des plaques isotropes et par Murthy et Bert [2,3,4] dans l'analyse des plaques stratifiées. Ces conditions permettent de réduire le nombre de variables additionnelles de déplacement. Donc, le champ de déplacement de l'équation (II.4) contiendra des paramètres ayant une signification physique comme suit:

$$\overline{u}(x,y,z,t) = u(x,y,t) + z\emptyset_x(x,y,t) + z^3\left(-\frac{4}{3h^3}\right)[\emptyset_x(x,y,t) + \frac{\partial w}{\partial x}] \qquad \text{II.5a}$$

$$\overline{v}(x,y,z,t) = v(x,y,t) + z\emptyset_y(x,y,t) + z^3\left(-\frac{4}{3h^3}\right)[\emptyset_y(x,y,t) + \frac{\partial w}{\partial y}] \qquad \text{II.5b}$$

$$\overline{w}(x,y,z,t) = w(x,y,t) \qquad \text{II.5c}$$

Où: *u*,*v* et *w* sont les déplacements le long des coordonnées *x*, *y* et *z* d'un point du plan moyen(plan *z* = 0); $\emptyset_x$et $\emptyset_y$ sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes *y* et *x* respectivement où h est l'épaisseur totale de la plaque.

La théorie de Reddy est devenue très populaire parce qu'elle donne une meilleure précision pour les contraintes de cisaillement transversal, et se traduisent par une distribution parabolique de ces contraintes, sans recours à des facteurs de correction. En plus, le nombre de variables est le même que dans la théorie FSDT(Cinq variables indépendantes).

Cette théorie est aussi connue sous le nom de "la théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (PSDPT).

Certains auteurs, dont Senthilnathan et *al.[15]* **,** ont utilisé cette théorie de Reddy pour l'analyse du flambage des plaques isotropes et composites. Ils ont enrichi la composante dedéplacement normal en introduisant des variables supplémentaires comme suit:

$$w(x,y,z) = w_f(x,y) + w_c(x,y) \qquad \text{II.6}$$

où les notations *f* et *c* indiquent les contributions de la flexion et du cisaillement transverse au déplacement normal, respectivement.

Lee et al. ont utilisé autrement la cinématique de Reddy pour l'analyse non linéaire des plaques isotropes épaisses.

En outre, Rohwer a présenté une étude comparative de sept modèles basés sur des théories différentes (CLPT, SSDT et HSDT) pour l'analyse des plaques composites multicouches. Il a aussi montré les avantages et les limites de ces modèles et a conclu d'après les résultats obtenus que la théorie de la plaque de Reddy est une bonne alternative parmi toutes les théories en cisaillement de déformation d'ordre supérieur dans la littérature.

Selon Ferreira et al., la théorie de Reddy est le meilleur choix pour les théories HSDT et reste toujours la théorie la plus simple et la plus populaire dans l'analyse des plaques composites stratifiées.

Kant et Swaminathan ont proposé des solutions analytiques pour l'analyse statique des plaques composites et des sandwichs simplement appuyées. Ils ont présenté deux modèles d'ordre supérieur où le champ de déplacement est défini de telle façon que les trois composantes (u,v,w) soient cubiques pour le premier modèle et pour le deuxième modèle les deux composantes membranaires (u, v) soient cubiques et la composante transversale (w) soit constante sur l'épaisseur de la plaque.

La comparaison a été faite avec des solutions d'élasticité (3D) données par Pagano et d'autres modèles trouvés dans la littérature. Cette comparaison a montré la précision et la fiabilité de ces deux modèles dans le calcul de déplacement transversal et les contraintes. Un résumé de quelques modèles d'ordre supérieur discuté précédemment est donné dans le tableau 1.

Théories	***Déformation dans le plan***	***Déformation de cisaillement transverse***	***Déformation normale transversale***
Whitney et Sun	*Quadratique*	*Linéaire*	*Constant*
Whitney et Sun	*Linéaire*	*Linéaire*	*Linéaire*
Nelson et Lorch	*Quadratique*	*Linéaire*	*Linéaire*
Lo et al.	*Cubique*	*Quadratique*	*Linéaire*
Kant	*Cubique*	*Quadratique*	*Linéaire*
Reddy	*Cubique*	*Quadratique*	*Zéro*
Bert	*Cubique*	*Quadratique*	*Zéro*
Krishna Murty	*Cubique*	*Quadratique*	*Zéro*

Tableau .II.1: Quelques modèles d'ordre supérieur

Dans la littérature, il existe un certain nombre de modèles basés sur des théories non-polynomiales. Ces modèles permettent de décrire le gauchissement à travers l'épaisseur de la plaque, et donnent ainsi une distribution adéquate pour les déformations et les contraintes de cisaillement transversal. En 1877, Levy a développé une théorie raffinée pour les plaques isotropes épaisses pour la première fois, en utilisant des fonctions sinusoïdales (i.e. fonctions trigonométriques) dans le champ de déplacement. Mais, l'efficacité de cette théorie de plaque particulière n'a pas été validée pour plus d'un siècle. Stein a évalué cette théorie pour l'appliquer dans les plaques isotropes de forme modifiée. Plus tard, Stein et Jegley ont étudié l'effet de cisaillement transverse dans la flexion cylindrique de plaques composites stratifiées,en utilisant la théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique (TSDPT). Ils ont prouvé que cette théorie prédit les contraintes avec plus de précision que les autres théories.

Touratier a proposé un nouveau modèle, qui est largement utilisé dans les plaques stratifiées et sandwichs, en se basant sur la théorie TSDPT. L'auteur a utilisé une fonction sinusoïdale pour décrire la cinématique de son modèle où le champ de déplacement est donné par les expressions suivantes :

$$\bar{u}(x,y,z,t) = u(x,y,t) - z\frac{\partial w_0}{\partial x}(x,y) + \frac{h}{\pi}\sin(\frac{\pi z}{h})\psi_x \qquad \text{II.7a}$$

$$\bar{v}(x,y,z,t) = v(x,y,t) - z\frac{\partial w_0}{\partial y}(x,y) + \frac{h}{\pi}\sin(\frac{\pi z}{h})\psi_y \qquad \text{II.7b}$$

$$\overline{w}(x,y,z,t) = w(x,y,t) \qquad \text{II.7c}$$

D'après l'équation (II.7), on remarque que ce modèle se rapproche beaucoup des modèles à base de polynômes d'ordre supérieur. Selon Nguyen, les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

En 1997, Idlbi et *al.* ont présenté une étude comparative entre la théorie de Reddy (PSDPT), celle de Touratier (TSDPT) et les théories classiques (CLPT et FSDT), pour la flexion et la vibration des plaques multicouches (Cross-Play et Sandwich). Ils ont montré que le modèle raffiné de type sinus est préférable, en particulier lorsque les exigences de continuité interlaminaire sont incluses.

Un nouveau modèle basé sur une autre théorie nommée la théorie de la plaque de déformation en cisaillement hyperbolique (HSDPT) a été développé par Soldatos pour l'analyse des plaques monocliniques homogènes. L'auteur a utilisé la fonction sinus hyperbolique pour les composantes membranaires tandis que le déplacement transversal est considéré comme constant à travers l'épaisseur. La cinématique de ce modèle est de la forme suivante:

$$\overline{u}\,(x,y,z,t) = u(x,y,t) - z\frac{\partial w_0}{\partial x}(x,y) + h\sin h(\frac{z}{h}) - z\cos h(\frac{1}{2})\,\psi_x \qquad \text{II.8a}$$

$$\overline{v}\,(x,y,z,t) = v(x,y,t) - z\frac{\partial w_0}{\partial y}(x,y) + h\sin h(\frac{z}{h}) - z\cos h(\frac{1}{2})\,\psi_y \qquad \text{II.8b}$$

$$\overline{w}\,(x,y,z,t) = w(x,y,t) \qquad \text{II.8c}$$

Soldatos et Timarci ont unifié la théorie HSDPT pour les plaques composites multicouches. Le principal avantage de cette théorie unifiée est la capacité de modifier la répartition des contraintes transversales. Il existe d'autres travaux notamment ceux de Karama et *al.* qui ont proposé une nouvelle fonction dite "exponentielle" pour les poutres composites stratifiées. Elle est plus tard étendue aux plaques stratifiées.

Les fonctions exponentielles s'avèrent beaucoup plus riches que les fonctions trigonométriques (sinus et cosinus) dans leur série de développement de Fourier. Elle est communément connue par la théorie de plaque de la déformation en cisaillement exponentielle (ESDPT) dont le champ de déplacement s'écrit comme suit:

$$\overline{u}(x,y,z) = u(x,y) - z\frac{\partial w_0}{\partial x}(x,y) + ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}\psi_x \qquad \text{II.9a}$$

$$\overline{v}(x,y,z) = v(x,y) - z\frac{\partial w_0}{\partial y}(x,y) + ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}\psi_y \qquad \text{II.9b}$$

$$\overline{w}(x,y,z) = w(x,y) \qquad \text{II.9c}$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance paires et impaires de la variable z alors que la fonction “sinus” (Touratier) ne permet qu’un développement en puissances impaires.

En 2006, Aydogdu a présenté une étude dans laquelle il a comparé les différentes théories d’ordre supérieur (PSDPT, TSDPT, HSDPT et ESDPT) avec la théorie d’élasticité tridimensionnelle. L’auteur a montré que le déplacement transversal et les contraintes sont mieux prédits par la théorie ESDPT, tandis que les deux théories PSDPT et HSDPT donnent des prédictions plus précises des fréquences naturelles et des charges critiques de flambement par rapport à d'autres théories.

Généralement, afin d'augmenter la précision des résultats, une croissance dans le degré du polynôme de l’équation (II.4) peut être une alternative. Cette technique est peu adoptée par les chercheurs à cause de son coût élevé en termes de calcul. Dans ce contexte, plusieurs simplifications ont été proposées afin de réduire le nombre de paramètres de déplacement.

Une de ces simplifications consiste à raccourcir les derniers termes de la série de Taylor en introduisant une ”fonction de cisaillement”. La forme du déplacement proposée à travers l’épaisseur est alors la suivante :

$$\overline{u}(x,y,z) = u(x,y) - z\frac{\partial w_0}{\partial x}(x,y) + f(x)\theta_x(x,y) \qquad \text{II.10a}$$

$$\overline{v}(x,y,z) = v(x,y) - z\frac{\partial w_0}{\partial y}(x,y) + f(x)\theta_y(x,y) \qquad \text{II.10b}$$

$$\overline{w}(x,y,z) = w(x,y) \qquad \text{II.10c}$$

f(*z*) peut être considérée comme la fonction de cisaillement qui permet de déterminer la distribution des déformations et des contraintes de cisaillement transversal à travers l'épaisseur. Selon cette fonction *f*(*z*), nous pouvons distinguer quelques modèles d’ordre supérieurs importants dans la littérature qui sont chronologiquement décrits comme suit:

Théorie	***Intitulé***	***Fonction de forme φ(z)***	***Distribution* de γxz et γyz suivant *z***	***Coefficient de correction de (cisaillement)***	***Validité***
CPT Kirchhoff(1850)	*Théorie classiquedes plaques*	0	-	-	*Plaquesminces*
FSDPT Mindlin (1951)	*Théorie de déformation des plaques du 1er Ordre*	Z	*Constante*	*Requis*	*Plaques minces et moyennement épaisses*
Ambartsuin(1958)	*Théorie d'ordre supérieur*	$\frac{z}{2}(\frac{h^2}{4}-\frac{z^2}{3})$	*Quadratique*	*Non requis*	*Plaques minces et moyennement épaisses*
TSDPT Touratier (1991)	*Théorie de déformation trigonométrique des plaques*	$\frac{h}{\pi}\sin(\frac{\pi z}{h})$	*Parabolique*	*Non requis*	*Plaques minces et épaisses*
ESDPT Karama, Afaq et al. (2003)	*Théorie de Deformation exponentielle des Plaques*	$ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}$	*Parabolique*	*Non requis*	*Plaques minces et épaisses*
PSDPT Reddy (1984)	*Théorie de déformation parabolique des Plaques*	$z(1-\frac{4}{3}(\frac{z}{h})^2)$	*Parabolique*	*Non requis*	*Plaques minces et épaisses*
El Meiche, Tounsi et al. (2011)	*Théorie raffinéedes plaques*	$\frac{\frac{h}{\pi}\sin(\frac{\pi z}{h})-z}{\cosh(\frac{\pi}{2}-1)}$	*Parabolique*	*Non requis*	*Plaques minces et épaisses*
Atmane, Tounsi et al.(2010)	*Théorie raffinéedes plaques*	$\frac{cosh\frac{\pi}{2}}{\left[\cos(\frac{\pi}{2}-1\right]^z}-\frac{\frac{h}{\pi}\sin(\frac{\pi z}{h})-z}{\cosh(\frac{\pi}{2}-1)}$	*Parabolique*	*Non requis*	*Plaques minces et épaisses*
Shimpi (2002) (*)	*Théorie raffinéedes plaques*	$h\left[\frac{1}{4}\left(\frac{z}{h}\right)-\frac{5}{3}\left(\frac{z}{h}\right)^3\right]$	*Parabolique*	*Non requis*	*Plaques minces et épaisses*

Tableau. II.2: Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes

(*) Pour ce modèle, le champ des déplacements s'écrit :

$$\bar{u}(x,y,z,t) = u(x,y,t) - z\frac{\partial w_b}{\partial x} + \varphi(z)\frac{\partial w_s}{\partial x} \qquad \text{II.11a}$$

$$\bar{v}(x,y,z,t) = v(x,y,t) - z\frac{\partial w_b}{\partial y} + \varphi(z)\frac{\partial w_s}{\partial y} \qquad \text{II.11b}$$

$$\overline{w}(x,y,z,t) = w_b(x,y,t) + w_s(x,y,t) \qquad \text{II.11c}$$

II.7. Conclusion

Toute théorie d'un problème de la mécanique des milieux continus, présente comme objectif un calcul approximatif des grandeurs généralisées sur la base du système des équations d'équilibre, de compatibilité, de conditions aux limites sur les bords de la structure, complétée par une loi de comportement reliant les contraintes et les déformations généralisées.

Les présents modèles donnent d'une part la possibilité de mettre en évidence l'effet de cisaillement sur l'apparition du gauchissement des sections transversales des structures élancés en respectant bien l'annulation de celui –ci dans la zone centrale de la structure . D'autres parts, à l'aide du principe d'Hamilton, nous avons déterminé les équations de mouvements en termes d'effort et de déplacement.

Dans le cas des structures élancés les modèles donnent de bons résultats pour les déplacements, les contraintes et les fréquences où les effets de la déformation de cisaillement sont significatifs, tandis que la théorie classique sous-estime la flèche et surestime les fréquences naturelles. De plus ils vérifient la nullité de la contrainte de cisaillement transversal dans la surface supérieure et inférieure de la poutre et par-conséquent il évite le besoin d'un coefficient de correction de cisaillement. Rappelons que la théorie du premier ordre ou de Timoshenko mène à une déformation de cisaillement transversale constante à travers l'épaisseur et nécessite de ce fait l'utilisation de ce coefficient de correction de cisaillement.

Dans la plupart des théories 2D développées pour prédire la réponses des structures FGM, seul l'effet de la déformation en cisaillement transversal a été pris en compte, et très peu de théories envisagent de prendre en compte l'effet de cisaillement transversal et la déformation normale à la fois (Thickness Stretching Effect).

Références

[1] Ayad, R., Eléments finis de plaque et coque en formulation mixte avec projection en cisaillement. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France. 1993.

[2] Bert, C.W.,(1973), Simplified analysis of static shear factors for beams of nonhomogeneous cross section, Journal of Composite materials, 7 (4) 525-529.

[3] Bert, C.W.,(1984), A critical evaluation of new plate theories applied to laminated composites, Composite Structures, 2 (4) 329-347.

[4] Birman, V. and C.W. Bert,(2002), On the choice of shear correction factor in sandwich structures, Journal of Sandwich Structures and Materials, 4 (1) 83-95.

[5] Hu, H., et al.,(2008), Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites, Composite Structures, 84 (3) 282-292.

[6] Kirchhoff, G.,(1850), Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 40 51-88.

[7] Laitinen, M., H. Lahtinen, and S.G. Sjölind,(1995), Transverse shear correction factors for laminates in cylindrical bending, Communications in numerical methods in engineering, 11(1) 41-47.

[8] Levinson, M.,(1980), An accurate, simple theory of the statics and dynamics of elastic plates, Mechanics Research Communications, 7 (6) 343-350.

[9] Librescu, L., Elastostatics and kinetics of anisotropic and heterogeneous shell-type structures. Vol. 2. 1975, Noordhoff, Leyden, Netherlands

[10] Love, A.E.H., A treatise on the mathematical theory of elasticity1934: Cambridge University Press.

[11] Madabhusi-Raman, P. and J.F. Davalos,(1996), Static shear correction factor for laminated rectangular beams, Composites Part B: Engineering, 27 (3–4) 285-293.

[12] Mindlin, R.,(1951), Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, J. of Appl. Mech., 18 31-38.

[13] Pai, P.F.,(1995), A new look at shear correction factors and warping functions of anisotropic laminates, International Journal of Solids and Structures, 32 (16) 2295-23.

[14] Reissner, E.,(1972), A consistent treatment of transverse shear deformations in laminated anisotropic plates, AIAA Journal, 10 (5) 716-718.

[15] Senthilnathan, N., et al., (1987), Buckling of shear-deformable plates, AIAA Journal, 25(9) 1268-1271.

[16] Vlachoutsis, S.,(1992), Shear correction factors for plates and shells, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 33 (7) 1537-1552.

[17] Whitney, J.M.,(1972), Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich

Plates*, Journal of Composite materials, 6 (4) 426-440.

[18] Yang, P.C., C.H. Norris, and Y. Stavsky,(1966), Elastic wave propagation in heterogeneous plates, International Journal of Solids and Structures, 2 (4) 665-684.

[19] Yu, Y.-Y.,(1959), Simple Thickness-shear Modes of Vibration in Infinite Sandwich Plates, (26) 679–681.

FORMULATION DU PROBLEME

III.1.Introduction

La compréhension du comportement mécanique des nanostructures est essentielle dans le développement d'autant de structures dues à leurs grandes possibilités d'application dans l'ingénierie. Dans cette partie, les comportements de flexion dépendante de la taille et de vibration libre de la flexure des nanostructures fonctionnellement graduées ont été étudiés, dans laquelle les deux déformations de cisaillement et les effets d'étirement de l'épaisseur ont été introduites. Le comportement élastique non local est décrit par le modèle constitutif différentiel d'Eringen ; ce qui a permis au présent modèle de devenir efficace dans l'analyse et la conception des nanostructures.

III.2. Modèle de matériaux fonctionnellement gradués(FGM)

Dans ce travail, la nano-plaque FG est supposée avoir une épaisseur h, une longueur "L" et une largeur "b" uniforme dans le système de coordonnées (voir Fig. IV.1), avec

$$0 \le x \le a;\ 0 \le y \le band - h/2 \le z \le h/2 \qquad (1)$$

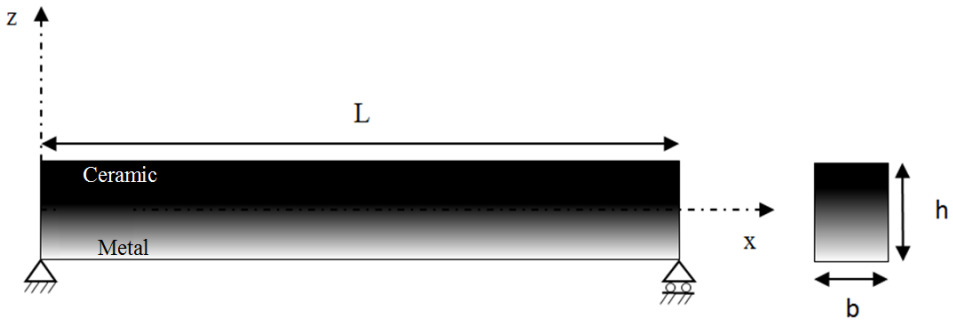


Figure. 1: Géométrie de la nano-poutre FG

La structure 2D étudiée est composée de céramique et de métal, [6,7] où ses propriétés effectives (module d'Young(z) et masse volumique $\rho(z)$) varient selon une nouvelle loi de puissance dont la fraction volumique est supposée varier continûment dans l'épaisseur comme (Sobhy 2015)[42]. Le fonction de la loi de puissance est donnée par la formule :

$$P(z) = P_c V_c + P_m V_m \qquad (2a)$$

La fraction volumique FG du deuxième matériau est donnée par (Kiani et Eslami 2013[27,28] et Avcar et Mohammed 2018)[49] :

$$V_c(z) = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p \tag{2b}$$

Où k est le paramètre d'inhomogénéité avec $0 \le k \le \infty$

Les proprités du matériaux utilisés sont données par :

$$E(z) = (E_c - E_m)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + E_m \quad ,$$

$$G(z) = (G_c - G_m)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + G_m \quad , \quad \rho(z) = (\rho_c - \rho_m)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + \rho_m$$

, $\alpha(z) = (\alpha_c - \alpha_m)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + \alpha_m$.

La variation des propriétés du matériau avec la température est donnée par

$$P(T) = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T^1 + P_2T^2 + P_3T^3) \tag{3b}$$

Ou T est la température avec *i=-1, 0, 1, 2 et 3* .

III.3. Le champ de déplacement généralisé

Dans la présente étude, le champ de déplacement est basé sur les hypothèses HSDT avec un nombre réduit de variables inconnues. [1]

Les déplacements (u et w) du modèle courant sont exprimés comme :

$$\begin{aligned} u(x,z,t) &= u_0(x,t) - z\frac{\partial w_0}{\partial x} - \beta\left(z\left(1 - \frac{4}{3}\frac{z^2}{h^2}\right)\right)\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \\ w(x,z,t) &= w_0(x,t) \end{aligned} \tag{3}$$

où, les termes « u_0 et w_0 .et » sont les fonctions de déplacement de la surface médiane de la nano-poutre FG.

Dans ce travail, la fonction de déformation de cisaillement est donnée par :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z\,k_x + \beta\left(z\left(1-\frac{4}{3}\frac{z^2}{h^2}\right)\right)\eta_x$$

$$\gamma_{xz} = \beta\left(1-\frac{4z^2}{h^2}\right)\gamma_{xz}^0 \qquad (4)$$

Ou $\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}$, $k_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$, $\eta_x = -\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4}$, $\gamma_{xz}^0 = -\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3}$,

III.4. Équations du mouvement

En utilisant le principe de Hamilton (Karami et Janghorban 2016 et 2020, Barati 2017, Eltaher et al. [8,14,15,17,18,19,24] 2018a et 2020a, Hadji et al. 2019, Attia et Mohamed 2020[41], Civalek et al. 2020[13], Hadji 2020[50], Hamed et al. 2020[24], Kar et Panda 2020[33,34,37], Eltaher et Mohamed 2020b)[16] , les équations de mouvement associées au champ de déplacement de l'Eq. (3) peut être obtenu comme suit :

$$\int_0^t \delta(U+V-K)\,dt = 0 \qquad (5)$$

Ou δU, δV *et* δK sont les variations de l'énergie de déformation interne. Elles sont données par les relations suivantes :

$$\delta U = \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \left(\sigma_x \delta\,\varepsilon_x + \tau_{xz}\delta\,\gamma_{xz}\right)dxdz = \int_0^L \left(N_x \delta\,\varepsilon_x^0 + M_x \delta\,k_x + \beta(S_x \delta\,\eta_x + Q_{xz}\delta\,\gamma_{xz}^0)\right)dx \qquad (6)$$

Ou N_x, M_x, S_x et Q_{xz} sont les contraintes avec :

$$(N_x, M_x, S_x) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x\,(1, z, \beta\, f(z))dz,$$

$$Q_{xz} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz}\,\beta\,g(z)dz \qquad (7)$$

$f(z)=z\left(1-\frac{4}{3}\frac{z^2}{h^2}\right)$

$g(z) = f'(z)$

En plus la variation du travail "$\delta U,\ \delta V\ and\ \delta K$"

$$\delta V = \int_0^L \left[(N^T)\left(\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial \delta w}{\partial x} \right) \right] dx \tag{8}$$

Avec T et N^T sont des références par rapport à la température $N^T = \int_{-h/2}^{h/2} E(z)\alpha(z,T)(T-T_0)\,dz$

La variation de l'énergie cinétique associe à ce modèle est donnée par la formule :

$$\begin{aligned}
&\delta K = \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \left[\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{w}\delta\dot{w} \right] \rho(z)dxdz \\
&= \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \{ I_0\left(\dot{u}_0\delta\dot{u}_0 + \dot{w}_0\delta\dot{w}_0\right) - I_1\left(\dot{u}_0\frac{\partial\delta\dot{w}_0}{\partial x} + \frac{\partial\dot{w}_0}{\partial x}\delta\dot{u}_0 \right) - J_1\beta\left(\dot{u}_0\frac{\partial^3\delta\dot{w}_0}{\partial x^3} + \frac{\partial^3\dot{w}_0}{\partial x^3}\delta\dot{u}_0 \right) \\
&+ I_2\left(\frac{\partial\dot{w}_0}{\partial x}\frac{\partial\delta\dot{w}_0}{\partial x} \right) + K_2\beta^2\left(\frac{\partial^3\dot{w}_0}{\partial x^3}\frac{\partial^3\delta\dot{w}_0}{\partial x^3} \right) + J_2\beta\left(\frac{\partial\dot{w}_0}{\partial x}\frac{\partial^3\delta\dot{w}_0}{\partial x^3} + \frac{\partial^3\dot{w}_0}{\partial x^3}\frac{\partial\delta\dot{w}_0}{\partial x} \right) \Big\} dxdz
\end{aligned} \tag{9}$$

Avec $$\left(I_0, I_1, J_1, I_2, J_2, K_2\right) = \int_{-h/2}^{h/2} \left(1, z, f, z^2, z\,f, f^2\right)\rho(z)dz \tag{10}$$

et " I_0, I_1, J_1, I_2, J_2 and K_2 " sont les énergies de masses.

Après subtitution l'équation du mouvement globale est donnée par :

$$\delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} = I_0\ddot{u}_0 - I_1\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial x} - \beta J_1\frac{\partial^3\ddot{w}_0}{\partial x^3}$$

$$\begin{aligned}
\delta w_0 : \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \beta\left(\frac{\partial^4 S_x}{\partial x^4} - \frac{\partial^3 Q_{xz}}{\partial x^3} \right) + (N^T)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = I_0\ddot{w}_0 - I_1\left(\frac{\partial\ddot{u}_0}{\partial x} \right) - I_2\left(\frac{\partial^2\ddot{w}_0}{\partial x^2} \right) + \beta J_1\left(\frac{\partial^3\ddot{u}_0}{\partial x^3} \right) \\
- 2\beta J_2\left(\frac{\partial^4\ddot{w}_0}{\partial x^4} \right) - \beta^2 K_2\left(\frac{\partial^6\ddot{w}_0}{\partial x^6} \right)
\end{aligned} \tag{11}$$

III.5. Les relations non locales constitutives

Sur la base de la théorie non locale (Eringen 1972) [20], les relations constitutives non locales d'une nano-poutre FGM peuvent s'écrire comme:

$$\left(1 - (e_0 a)\nabla^2\right)\sigma_{kl} = t_{kl} \tag{12}$$

$$\left(1-\mu\nabla^2\right)\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \tau_{xz}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & 0\\ 0 & Q_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix} \tag{13}$$

Ou les coefficients $Q_{11}=E(z),\ Q_{44}=G(z).$et $\mu=(e_0 a)^2$

Les résultats des contraintes liées au modèle nonlocal sont données par :

$$\left(1-\mu\nabla^2\right)\begin{Bmatrix}N_x\\ M_x\\ S_x\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11} & B_{11} & \beta B_{11}^s\\ B_{11} & D_{11} & \beta D_{11}^s\\ \beta B_{11}^s & \beta D_{11}^s & \beta^2 H_{11}^s\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x^0\\ k_x\\ \eta_x\end{Bmatrix} \tag{14}$$

$$\left(1-\mu\nabla^2\right)Q_{xz}=\beta^2 A_{44}^s\gamma_{xz}^0 \tag{15}$$

Les coefficients de rigidités sont $"A_{11},B_{11},D_{11},B_{11}^s,D_{11}^s \text{ and } H_{11}^s$

$$\left\{A_{11},B_{11},D_{11},B_{11}^s,D_{11}^s,H_{11}^s\right\}=\int_{-h/2}^{h/2}Q_{11}(z)\left(1,z,z^2,f(z),z\ f(z),f^2(z)\right)dz \tag{16}$$

$$A_{55}^s=\int_{-h/2}^{h/2}Q_{55}(z)[g(z)]^2dz, \tag{17}$$

Ou le coefficient β prend la forme suivante :

Pour une Poutre FGM

$$\beta=-\frac{\left(D_{11}^s A_{11}-B_{11}B_{11}^s\right)}{\left(A_{11}A_{44}^s+A_{11}\lambda^2H_{11}^s-B_{11}^s\lambda^2\right)}, \tag{18}$$

Pour une poutre isotrope

$$\beta=-\frac{D_{11}^s}{\left(A_{44}^s+\lambda^2H_{11}^s\right)}, \tag{19}$$

Les deux équations du mouvement ainsi obtenus sont données par :

$$A_{11}\frac{\partial^2u_0}{\partial x^2}-B_{11}\frac{\partial^3w_0}{\partial x^3}-\beta B_{11}^s\frac{\partial^5w_0}{\partial x^5}=I_0\ddot{u}_0-I_1\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial x}-\beta J_1\frac{\partial^3\ddot{w}_0}{\partial x^3}, \tag{20}$$

$$B_{11}\frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3}-D_{11}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4}+\beta\left(B_{11}^s\frac{\partial^5 u_0}{\partial x^5}-2D_{11}^s\frac{\partial^6 w_0}{\partial x^6}\right)-\beta^2\left(H_{11}^s\frac{\partial^8 w_0}{\partial x^8}-A_{44}^s\frac{\partial^6 w_0}{\partial x^6}\right)+(N^T)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$
$$=I_0\ddot{w}_0-I_1\left(\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x}\right)-I_2\left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2}\right)+\beta J_1\left(\frac{\partial^3 \ddot{u}_0}{\partial x^3}\right)-2\beta J_2\left(\frac{\partial^4 \ddot{w}_0}{\partial x^4}\right)-\beta^2 K_2\left(\frac{\partial^6 \ddot{w}_0}{\partial x^6}\right) \quad (21)$$

III.6. Solutions analytiques

La nano poutre FG étudiée est considérée comme étant simplement soutenu à tous les bords, à cet effet les solutions de Navier sont utilisées pour assurer automatiquement la condition aux limites citée ci-dessus.[11,12,3,9,10,35].

Les développements des déplacements(u_0,w_0) et sont donnés comme (Yaghobi et Taheri 2020) [46]

$$\begin{Bmatrix} u_0(x) \\ w_0(x) \end{Bmatrix}=\sum_{m=1}^{\infty}\begin{Bmatrix} U_m\cos(\lambda x)e^{i\omega t} \\ W_m\sin(\lambda x)e^{i\omega t} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Ou U_m *et* V_m ce sont des paramètres arbitraires, ω c'est la fréquence propre

$$\lambda=\frac{n\pi}{a} \qquad ,\beta=m\pi/b \quad ,i=\sqrt{-1}$$

En substituant la procédure de Navier de l'équation (16) dans l'équation du mouvement [4,5]. On obtient la matrice de système suivante :

$$\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}-\xi\,\omega^2\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix} U_m \\ W_m \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

A vec

$$a_{11}=-A_{11}\lambda^2$$

$$\begin{aligned} a_{12}&=B_{11}\lambda^3-\beta\,B_{11}^s\lambda^5 \\ a_{22}&=-D_{11}\lambda^4-2\beta\,D_{11}^s\lambda^6-\beta^2(H_{11}^s\lambda^8+A_{55}^s\lambda^6)+(N^T)\lambda^2 \\ m_{11}&=-I_0 \\ m_{12}&=I_1\lambda+\beta\,J_1\lambda^3 \\ m_{22}&=-I_0-I_2\lambda^2-2\beta\,J_2\lambda^4+\beta^2\,K_2\lambda^6 \\ \lambda&=1+\mu\,\lambda^2 \end{aligned} \quad (24)$$

III.7. Environnement thermique

Dans cette thèse trois différents environnements thermiques sont considérés :

III-7.1 Distribution uniforme (UTR)

La premiere distribution est une distribution uniforme le long de l'épaisseur de la Nano-poutre FG , la variatition de la température est donnée par :

$$\Delta T = T - T_0 \tag{25}$$

III-7.2 Distribution Linéaire (LTR)

Dans ce cas la température augmente le long de l'épaisseur de la Nano-poutre FG, est la distribution et donnée par la forme :

$$T = T_m + \Delta T\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right) \tag{26}$$

III-7.3 Distribution Non-linéaire (NLTR)

Dans cette dernière distribution la température varie d'une manière non-linéaire avec l'épaisseur de la poutre FG. Le champ de température est obtenu par la résolution de l'équation de la conduction de chaleur du premier ordre [26] :

$$\begin{aligned} &-\frac{d}{dz}\left(\kappa(z,T)\frac{dT}{dz}\right) = 0 \\ &T\left(\frac{h}{2}\right) = Tc,\ T\left(-\frac{h}{2}\right) = Tm, \end{aligned} \tag{27}$$

L'équation ci-dessus (Eq.27) soumise à la condition aux limites (BC) $T(h/2)=T_c$ *et* $T(-h/2)=T_m$ aux surfaces libres supérieure et inférieure du Nano-poutre FG peut être résolue par la solution suivante :

$$T = T_m + (\Delta T)\frac{\int_{-h/2}^{z}\frac{1}{\kappa(z,T)}dz}{\int_{-h/2}^{h/2}\frac{1}{\kappa(z,T)}dz} \tag{28}$$

III.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des solutions analytiques pour les problèmes de flexion statique et de vibration libre pour une nanostructure en matériaux à gradient de propriétés « FGM » simplement appuyée pour mettre en évidence les effets du paramètre d'échelle de longueur de matériau et de l'étirement d'épaisseur et la fréquence. En développant le modèle de structure d'ordre supérieur à gradation fonctionnelle dépend de la

taille pour tenir compte de l'effet de taille et de la variation du matériau par l'épaisseur de la structure. Les équations régissantes pour la structure en FGM peuvent être simplifiées. Sur la base de la théorie actuelle non locale de cisaillement et de déformation normale et de la position exacte de la surface neutre avec le principe de Hamilton, les équations de mouvement des nanostructures fonctionnellement graduées FGM sont obtenues.

Références

[1] Abdulrazzaq, M.A. Kadhim, Z.D., Faleh, N.M., Moustafa, N.M. (2020a), "A numerical method for dynamic characteristics of nonlocal porous metal-ceramic plates under periodic dynamic loads", *Structural Monitoring and Maintenance.*, **7**(1), 27-42. DOI: https://doi.org/10.12989/smm.2020.7.1.027.

[2] Abdulrazzaq, M.A., Fenjan, R.M., Ahmed, R.A., Faleh, N.M. (2020), "Thermal buckling of nonlocal clamped exponentially graded plate according to a secant function based refined theory", *Steel and Composite Structures*, **35**(1), 147-157. DOI: https://doi.org/10.12989/scs.2020.35.1.147.

[3] Abed, Z.A.K. and Majeed, W.I. (2020), "Effect of boundary conditions on harmonic response of laminated plates", *Composite Materials and Engineering.*, **2**(2). *125-140*.DOI: 10.12989/cme.2020.2.2.125.

[4] Adiyaman, G., Yaylaci, M., Birinci, A. (2015), "Analytical and finite element solution of a receding contact problem", *Structural Engineering and Mechanics*, **54**(1), 69-85. http://dx.doi.org/10.12989/sem.2015.54.1.069

[5] Ahmed, R.A., Fenjan, R.M., Faleh, N.M. (2019), "Analyzing post-buckling behavior of continuously graded FG nanobeams with geometrical imperfections", *Geomech. Eng.*, **17**(2),175–180. https://doi.org/10.12989/gae.2019.17.2.175.

[6] Akbaş, Ş. D. (2020b), "Dynamic responses of laminated beams under a moving load in thermal environment", *Steel and Composite Structures*, **35**(6), 729–737. https://doi.org/10.12989/SCS.2020.35.6.729.

[7] Akbaş, Ş.D. (2020a), "Modal analysis of viscoelastic nanorods under an axially harmonic

load", *Advances in Nano Research*, **8**(4), 277-282. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/anr.2020.8.4.277

[8] Akbaş, Ş.D., Bashiri, A.H., Assie, A.E., Eltaher, M.A. (2020), "Dynamic analysis of thick beams with functionally graded porous layers and viscoelastic support", *Journal of Vibration and Control*, 107754632094730. https://doi.org/10.1177/1077546320947302.

[9] Al-Maliki, A.F., Faleh, N.M., Alasadi, A.A. (2019), "Finite element formulation and vibration of nonlocal refined metal foam beams with symmetric and non-symmetric porosities", *Str Monit Maint.*, **6**(2),147–159. https://doi.org/10.12989/smm.2019.6.2.147.

[10] Bensattalah, T., Hamidi, A., Bouakkaz, K., Zidour, M., & Daouadji, T. H. (2020), "Critical Buckling Load of Triple-Walled Carbon Nanotube Based on Nonlocal Elasticity Theory", *Journal of Nano Research*, **62**, 108–119. doi:10.4028/www.scientific.net/jnanor.62.108.

[11] Bouhadra, A., Menasria, A., Ali Rachedi, M. (2021), "Boundary conditions effect for buckling analysis of porous functionally graded nanobeam", *Advances in Nano Research*, **10**(4), 313-325. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/anr.2021.10.4.313

[12] Boulal, A., Bensattalah, T., Karas, A., Zidour, M., Heireche, H., & Adda Bedia, E. A. (2020), "Buckling of carbon nanotube reinforced composite plates supported by Kerr foundation using Hamilton's energy principle", *Structural Engineering and Mechanics*, **73**(2), 209-223. DOI: https://doi.org/10.12989/sem.2020.73.2.209.

[13] Civalek, O., Dastjerdi, S., Akbaş, S.D., Akgöz, B.(2020), "Vibration Analysis of Carbon Nanotube-Reinforced Composite Microbeams", *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, https://doi.org/10.1002/mma.7069.

[14] Eltaher, M. A., Mohamed, N., Mohamed, S., & Seddek, L. F. (2019b), "Postbuckling of Curved Carbon Nanotubes Using Energy Equivalent Model", *Journal of Nano Research*, **57**, 136–157. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/jnanor.57.136.

[15] Eltaher, M. A., Mohamed, S. A., & Melaibari, A. (2020a). "Static stability of a unified composite beams under varying axial loads", *Thin-Walled Structures*., **147**, 106488. doi:10.1016/j.tws.2019.106488.

[16] Eltaher, M. A., Mohamed, S.A. (2020b), "Buckling and stability analysis of sandwich beams subjected to varying axial loads", *Steel and Composite Structures*., **34**(2),241-260. DOI: https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.2.241.

[17] Eltaher, M. A., Omar, F.-A., Abdalla, W. S., Gad, E. H. (2018b), "Bending and vibrational behaviors of piezoelectric nonlocal nanobeam including surface elasticity", *Waves in Random and Complex Media*,**29**(2). 264-280. https://doi.org/10.1080/17455030.2018.1429693.

[18] Eltaher, M.A., Mohamed, N.A. (2020a), "Vibration of nonlocal perforated nanobeams with general boundary conditions", *Smart Structures and Systems*, **25**(4).501–514. http://dx.doi.org/10.12989/sss.2020.25.4.501.

[19] Eltaher, M.A., Agwa, M., Kabeel, A. (2018a), "Vibration Analysis of Material Size-Dependent CNTs Using Energy Equivalent Model", *Journal of Applied and Computational Mechanics.*,4(2), 75-86. doi:10.22055/JACM.2017.22579.1136.

[20] Eringen, A.C. (1972), "Nonlocal polar elastic continua", *Int. J. Eng. Sci*., **10**, 1-16. https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90070-5.

[21] Faleh, N.M., Ahmed, R.A., Fenjan, R.M. (2018), "On vibrations of porous FG nanoshells", *International Journal of Engineering Science*, **133**, 1-14. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.08.007.

[22] Ghandourah, E.E. and Abdraboh, A.M. (2020), "Dynamic analysis of functionally graded nonlocal nanobeam with different porosity models", *Steel and Composite Structures*., **36**(3), 293-305. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/scs.2020.36.3.293.

[23] Ghannadpour, S.A.M. and Moradi, F. (2019), "Nonlocal nonlinear analysis of nano-graphene sheets under compression using semi-Galerkin technique", *Advances in Nano Research*, **7**(5), 311-324. http://dx.doi.org/10.12989/anr.2019.7.5.311

[24] Hamed, M.A., Salwa A Mohamed, S.A. and Mohamed A. Eltaher, M.A, (2020), "Buckling analysis of sandwich beam rested on elastic foundation and subjected to varying axial in-plane loads", *Steel and Composite Structures* ., **34**(1),75-89. DOI: https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.1.075.

[25] Hamidi, A., Zidour, M., Bouakkaz, K., & Bensattalah, T. (2018), "Thermal and Small-Scale Effects on Vibration of Embedded Armchair Single-Walled Carbon Nanotubes", *Journal of Nano Research*, **51**, 24–38. doi:10.4028/www.scientific.net/jnanor.51.24.

[26] Khazaei, P., Mohammadimehr, M. (2020), "Vibration analysis of porous nanocomposite viscoelastic plate reinforced by FG-SWCNTs based on a nonlocal strain gradient theory", *Computers and Concrete*, **26**(1), 31-52. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/cac.2020.26.1.031.

[27] Kiani, Y., & Eslami, M. R. (2010), « Thermal buckling analysis of functionally graded material beams", *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, **6**(3), 229–238. doi:10.1007/s10999-010-9132-4.

[28] Kiani, Y., & Eslami, M. R. (2013), "An exact solution for thermal buckling of annular FGM plates on an elastic medium", *Composites Part B: Engineering*, **45**(1), 101–110. doi:10.1016/j.compositesb.2012.09.034.

[29] Kolahchi, R, Bidgoli, A., Mohammad M., & Heydari, M. M. (2015), "Size-dependent bending analysis of FGM nano-sinusoidal plates resting on orthotropic elastic medium", *Structural Engineering and Mechanics*, **55**(5), 1001–1014. https://doi.org/10.12989/SEM.2015.55.5.1001.

[30] Kolahchi, R. (2017), "A comparative study on the bending, vibration and buckling of viscoelastic sandwich nano-plates based on different nonlocal theories using DC, HDQ and DQ methods", *Aerosp. Sci. Technol*., **66**, 235-248. https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.03.016.

[31] Kolahchi, R., Zarei, M. S., Hajmohammad, M. H., & Nouri, A. (2017b), "Wave propagation of embedded viscoelastic FG-CNT-reinforced sandwich plates integrated with sensor and actuator based on refined zigzag theory", *International Journal of Mechanical Sciences*., **130**, 534–545. doi:10.1016/j.ijmecsci.2017.06.039.

[32] Kolahchi, R., Zarei, M.S., Hajmohammad, M.H. and Oskouei, A.N. (2017a), "Visco-nonlocal-refined Zigzag theories for dynamic buckling of laminated nanoplates using differential cubature-Bolotin methods", *Thin-Wall. Struct*., **113**, 162-169. https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.01.016.

[33] Mehar, K., Mahapatra, T. R., Panda, S. K., Katariya, P. V., & Tompe, U. K. (2018), "Finite-

Element Solution to Nonlocal Elasticity and Scale Effect on Frequency Behavior of Shear Deformable Nanoplate Structure*", Journal of Engineering Mechanics*, **144**(9), 04018094. doi:10.1061/(asce)em.1943-7889.0001519.

[34] Mehar, K., Panda, S.K. (2020), "Nonlinear deformation and stress responses of a graded carbon nanotube sandwich plate structure under thermoelastic loading", *Acta Mech.*, **231**, 1105–1123. https://doi.org/10.1007/s00707-019-02579-5.

[35] Nejadi, M.M. and Mohammadimehr, M. (2020), "Analysis of a functionally graded nanocomposite sandwich beam considering porosity distribution on variable elastic foundation using DQM: Buckling and vibration behaviors", *Computers and Concrete*, **25**(3), 215-224. DOI: https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.3.215.

[36] Oner, E., Yaylaci, M., Birinci, A. (2015), "Analytical solution of a contact problem and comparison with the results from FEM", *Structural Engineering and Mechanics*, **54**(4), 607-622. http://dx.doi.org/10.12989/sem.2015.54.4.607

[37] Pandey, H.K., Agrawal, H., Panda, S.K., Hirwani, C.K., Katariya, P.V., Dewangan, H.C. (2020), "Experimental and numerical bending deflection of cenosphere filled hybrid (Glass/Cenosphere/Epoxy) composite", *Structural Engineering and Mechanics.*, **73**(6), 715-724. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/sem.2020.73.6.715.

[38] Rahmani, O., & Asemani, S. S. (2020), "Buckling and free vibration analyses of nanobeams with surface effects via various higher-order shear deformation theories", *Structural Engineering and Mechanics.*, **74**(2), 175–187. https://doi.org/10.12989/SEM.2020.74.2.175.

[39] Selmi, A. (2020a), "Exact solution for nonlinear vibration of clamped-clamped functionally graded buckled beam", *Smart Structures and Systems*, **26**(3), 361-371. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/sss.2020.26.3.361.

[40] Selmi, A. (2020b), "Dynamic behavior of axially functionally graded simply supported beams", *Smart Structures and Systems.*, **25**(6), 669-678. DOI: https://doi.org/10.12989/sss.2020.25.6.669.

[41] Shanab, R. A., Attia, M. A., Mohamed, S. A., & Mohamed, N. A. (2020), "Effect of

Microstructure and Surface Energy on the Static and Dynamic Characteristics of FG Timoshenko Nanobeam Embedded in an Elastic Medium", *Journal of Nano Research*, **61**, 97–117. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/jnanor.61.97.

[42] Sobhy, M. (2015), "A comprehensive study on FGM nanoplates embedded in an elastic medium", *Composite Structures*, **134**, 966–980. doi:10.1016/j.compstruct.2015.08.102.

[43] Timesli, A. (2020c), "Prediction of the critical buckling load of SWCNT reinforced concrete cylindrical shell embedded in an elastic foundation", *Computers and Concrete*, **26**(1), 53-62. http://dx.doi.org/10.12989/cac.2020.26.1.053

[44] Timesli, A., Braikat, B., Jamal, M., Damil, N. (2017), "Prediction of the critical buckling load of multi-walled carbon nanotubes under axial compression", *Comptes Rendus Mcanique*, **345**, 158-168. https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.12.002.

[45] Tounsi, A., Ait Atmane, H., Khiloun, M., Sekkal, M.,Ouahiba Taleb, O. and Abdelmoumen Anis Bousahla, A.A. (2019), "On buckling behavior of thick advanced composite sandwich plates", *Composite Materials and Engineering.*,**1**(1), 1-19. DOI: 10.12989/cme.2019.1.1.001.

[46] Yaghoobi, H., & Taheri, F. (2020), "Analytical solution and statistical analysis of buckling capacity of sandwich plates with uniform and non-uniform porous-cellular core reinforced with graphene nanoplatelets", *Composite Structures*, 112700. doi:10.1016/j.compstruct.2020.112700.

[47] Yaylac, M., Birinci, A. (2013), "The receding contact problem of two elastic layers supported by two elastic quarter planes", *Structural Engineering and Mechanics*, **48**(2), 241-255. http://dx.doi.org/10.12989/sem.2013.48.2.241

[48] Yaylaci, E.U., Yaylaci, M., Ölmez, H., Birinci, A. (2020b), "Artificial neural network calculations for a receding contact problem", *Computers and Concrete*, 25(6), 551-563. http://dx.doi.org/10.12989/cac.2020.25.6.551

[49] Yaylaci, M., Terzi, C., Avcar, M. (2019), "Numerical analysis of the receding contact problem of two bonded layers resting on an elastic half plane", *Structural Engineering and Mechanics*, **72**(6), 775-783. http://dx.doi.org/10.12989/sem.2019.72.6.775

[50] Zouatnia, N., Hadji, L., (2019), "Effect of the micromechanical models on the bending of

FGM beam using a new hyperbolic shear deformation theory", *Earthquakes and Structures*, **16**(2), 177-183. https://doi.org/10.12989/eas.2019.16.2.177.

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. Introduction

Dans cette section, es résultats de référence sont illustrés et discutés, pour évaluer l'exactitude des fréquences prédites par la formulation théorique actuelle, les fréquences naturelles de la nanostructure en matériaux fonctionnellement graduées FGM simplement appuyées pour des différentes valeurs du paramètre d'échelle non locale analysés précédemment par la méthode Navier sont réexaminés.

IV.2. Validation numérique

Cette section est composée de deux parties, la première est consacrée à la validation du modèle actuel en comparant les résultats calculés avec ceux qui sont trouvés dans la littérature et la deuxième partie examine les différents paramètres influençant la vibration libre des nano-poutre FG.

Les propriétés des matériaux constituant les nano-poutre FG sont données dans le tableau 1 (Sobhy 2015) [10]

Matériau	Propriété	P_0	P_{-1}	P_1	P_2	P_3
Si_3N_4	E(Pa)	3.4843e+11	0	-3.070e-4	2.160e-7	-8.946e-11
	$\alpha(K^{-1})$	5.8723e-6	0	9.095e-4	0	0
	$\rho(Kg/m^3)$	2370	0	0	0	0
	κ(W/mK)	13.723	0	-1.032e-3	5.466e-7	-7.876e-11
	v	0.24	0	0	0	0
SUS 304	E(Pa)	2.0104e+11	0	3.079e-4	-6.534e-7	0
	$\alpha(K^{-1})$	1.233e-7	0	8.086e-4	0	0
	$\rho(Kg/m^3)$	8166	0	0	0	0
	κ(W/mK)	15.379	0	-1.264e-3	2.092e-6	-7.223e-10
	v	0.3262	0	-2.002e-4	3.797e-7	0

Tableau .1. Les valeurs de différentes propriétés des matériaux en fonction de la température Si_3N_4 and SUS304 [10]

Les grandeurs sans dimension suivantes sont utilisées dans les résultats numériques actuels

$$\widehat{w} = wL^2\sqrt{\frac{A\rho_c}{IE_c}} \quad \text{et} \quad I=(bh^3/12)$$

μ(nm²)	Rahmani et Pedram (2014)	Ebrahimi et Salari (2015)	Présent Travail	Rahmani et Pedram (2014)	Ebrahimi et Salari (2015)	Présent travail
	p=0			p=0,2		
0	9.8631	9.86315733	9.8631573	8.6895	8.68954599	8.6895657
1	9.4097	9.40973040	9.4097304	8.2901	8.29007206	8.2900909
2	9.0136	9.01358936	9.0135894	7.9411	7.94106762	7.9410857
3	8.6636	8.66360601	8.6636060	7.6327	7.63272858	7.6327459
4	8.3515	8.35146095	8.3514610	7.3577	7.35772548	7.3577422
	p=1			p=5		
0	6.9917	6.99174004	6.9917180	5.9389	5.93894397	5.9387641
1	6.6703	6.67031728	6.6702962	5.6659	5.66592012	5.6657485
2	6.3895	6.38950303	6.3894829	5.4274	5.42739007	5.4272257
3	6.1414	6.14140878	6.1413894	5.2166	5.21665314	5.2164951
4	5.9201	5.92013713	5.9201184	5.0287	5.02869994	5.0285476

Tableau .**2**.Comparaison de la fréquence fondamentale"$\hat{\omega}$" d'une Nano-poutre en fonction du paramètre de matériau quand L = 10 nm, h = 0.2 nm

Le tableau 2 présente les comparaisons de la fréquence sans dimension (ω^*) d'une nano-poutre homogène simplement supportée en fonction du paramètre d'échelle et le paramètre de matériau. Les résultats obtenus sont comparés à ceux donnés par Sobhy (2015) et Malekzadeh et Shojaee (2013).[10,31]. D'après le tableau, on peut voir que les résultats actuels sont presque les mêmes que ceux de Rahmani Pedran (2014) et Ebrahimi et Salari (2015) [10,31].

μ	$\hat{\omega}_i$	ΔT = 10 [K]				ΔT = 30 [K]				ΔT = 60 [K]			
		p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5	p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5	p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5
0	1	9.64683	7.79269	5.76580	4.68770	9.26238	7.42143	5.41096	4.34763	8.63182	6.80467	4.80699	3.75680
	2	38.66957	31.31698	23.27535	18.97883	38.29392	30.96028	22.94477	18.66502	37.70347	30.39666	22.41236	18.15788
	3	85.58428	69.32908	51.54960	42.01529	85.20670	68.97711	51.23872	41.71915	84.61731	68.42611	50.72421	41.23266
1	1	9.18596	7.41766	5.48472	4.45691	8.78135	7.02648	5.11022	4.09736	8.11350	6.37146	4.46528	3.46369
	2	32.68157	26.45817	19.65204	16.01668	32.23622	26.03325	19.25479	15.63862	31.53253	25.35827	18.61321	15.02496
	3	62.16266	50.33789	37.40513	30.47171	61.64178	49.84476	36.95336	30.04026	60.82448	49.06889	36.22027	29.34127
2	1	8.78255	7.08926	5.23844	4.25459	8.35844	6.67876	4.84466	3.87599	7.65378	5.98568	4.15843	3.19838
	2	28.79826	23.30603	17.29994	14.09284	28.29184	22.82140	16.84441	13.65850	27.48737	22.04695	16.10456	12.94828
	3	51.16508	41.41730	30.75682	25.04308	50.53096	40.81334	30.19601	24.50666	49.53067	39.85739	29.28703	23.63586

3	*1*	*8.42547*	*6.79847*	*5.02021*	*4.07522*	*7.98241*	*6.36915*	*4.60757*	*3.67791*	*7.24125*	*5.63802*	*3.87936*	*2.95487*
	2	*26.01716*	*21.04776*	*15.61378*	*12.71301*	*25.45548*	*20.50905*	*15.10542*	*12.22750*	*24.55826*	*19.64269*	*14.27389*	*11.42648*
	3	*44.44886*	*35.96749*	*26.69256*	*21.72273*	*43.71743*	*35.26842*	*26.03855*	*21.09631*	*42.55728*	*34.15483*	*24.97433*	*20.07283*
4	*1*	*8.10639*	*6.53852*	*4.82500*	*3.91468*	*7.64486*	*6.09082*	*4.39384*	*3.49893*	*6.86736*	*5.32148*	*3.62267*	*2.72855*
	2	*23.89801*	*19.32638*	*14.32768*	*11.66003*	*23.28527*	*18.73765*	*13.77034*	*11.12696*	*22.30092*	*17.78446*	*12.85130*	*10.23848*
	3	*39.80073*	*32.19442*	*23.87692*	*19.42126*	*38.98219*	*31.41019*	*23.13947*	*18.71402*	*37.67651*	*30.15251*	*21.93199*	*17.54845*

Tableau.3. L'effet de la température et le pourcentage du mélange sur les trios premiers mode de vibration pour une distribution uniforme (UTR) (L/h=20).

μ	$\hat{\omega}_i$	ΔT = 10 [K]				ΔT = 30 [K]				ΔT = 60 [K]			
		p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5	p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5	p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5
0	*1*	9.64617	7.79661	5.77176	4.69188	9.45388	7.62133	5.61051	4.53568	9.14754	7.34220	5.35374	4.28686
	2	38.66892	31.32462	23.28910	18.99092	38.47960	31.16030	23.14932	18.86014	38.18399	30.90402	22.93201	18.65798
	3	85.58363	69.34517	51.58001	42.04167	85.39307	69.19203	51.46723	41.94353	85.09658	68.95312	51.29058	41.79047
1	*1*	9.18527	7.42168	5.49077	4.46106	8.98312	7.23707	5.32043	4.29578	8.66014	6.94211	5.04802	4.03109
	2	32.68080	26.46562	19.66493	16.02746	32.45656	26.26749	19.49136	15.86291	32.10554	25.95786	19.22114	15.60807
	3	62.16176	50.35150	37.42969	30.49198	61.89915	50.12589	37.24099	30.31658	61.48947	49.77420	36.94759	30.04544
2	*1*	8.78183	7.09339	5.24458	4.25872	8.57018	6.89977	5.06546	4.08464	8.23101	6.58940	4.77774	3.80432
	2	28.79738	23.31347	17.31244	14.10286	28.54265	23.08612	17.11004	13.90960	28.14286	22.72995	16.79413	13.60931
	3	51.16399	41.43010	30.77909	25.06068	50.84461	41.14926	30.53478	24.82942	50.34505	40.71068	30.15465	24.47151
3	*1*	8.42472	6.80270	5.02645	4.07934	8.20386	6.60036	4.83881	3.89671	7.84887	6.27489	4.53603	3.60093
	2	26.01619	21.05528	15.62610	12.72252	25.73395	20.80172	15.39802	12.50371	25.28979	20.40340	15.04090	12.16239
	3	44.44760	35.98000	26.71371	21.73884	44.07958	35.65248	26.42318	21.46135	43.50241	35.13975	25.97006	21.03058
4	*1*	8.10561	6.54285	4.83134	3.91880	7.87580	6.33204	4.63541	3.72782	7.50532	5.99174	4.31774	3.41668
	2	23.89696	19.33403	14.33994	11.66920	23.58938	19.05641	14.08838	11.42702	23.10403	18.61903	13.69312	11.04762
	3	39.79933	32.20689	23.89748	19.43642	39.38790	31.83799	23.56634	19.11839	38.74090	31.25891	23.04827	18.62275

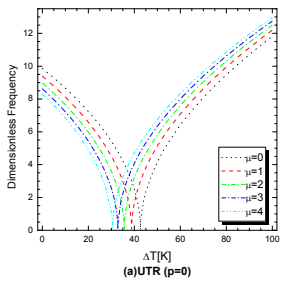
Tableau.4. L'effet de la température et le pourcentage du mélange sur les trios premiers mode de vibration pour une distribution Linéaire (LTR) (L/h=20).

μ	$\hat{\omega}_i$	ΔT = 10 [K]				ΔT = 30 [K]				ΔT = 60 [K]			
		p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5	p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5	p = 0	p = 0.2	p = 1	p = 5
0	1	9.64617	7.7986	5.7759	4.6957	9.4538	7.6282	5.6250	4.5494	9.1475	7.3591	5.3893	4.3214
	2	38.6689	31.3266	23.2932	18.9947	38.4796	31.1670	23.1633	18.8733	38.1839	30.9200	22.9651	18.6896
	3	85.5836	69.3471	51.5841	42.0455	85.3931	69.1988	51.4812	41.9568	85.0965	68.9690	51.3236	41.8220
1	1	9.18527	7.4238	5.4952	4.4652	8.9831	7.2443	5.3357	4.3103	8.6601	6.9600	5.0857	4.0678
	2	32.6808	26.4679	19.6698	16.0319	32.4565	26.2755	19.5079	15.8786	32.1055	25.9769	19.2606	15.6459

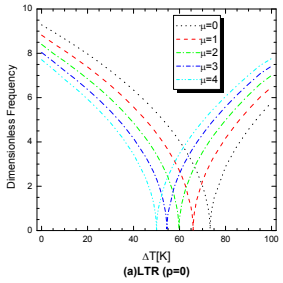
	3	62.1617	50.3542	37.4354	30.4973	61.8991	50.1352	37.2604	30.3349	61.4894	49.7963	36.9934	30.0893
2	1	8.78183	7.0956	5.2492	4.2630	8.5702	6.9074	5.0815	4.0999	8.2309	6.6082	4.8175	3.8432
	2	28.7973	23.3161	17.3179	14.1080	28.5426	23.0952	17.1289	13.9275	28.1427	22.7516	16.8393	13.6527
	3	51.1639	41.4334	30.7860	25.0672	50.8446	41.1606	30.5584	24.8518	50.3449	40.7377	30.2107	24.5254
3	1	8.42472	6.8049	5.0312	4.0838	8.2038	6.6083	4.8556	3.9127	7.8488	6.2947	4.5779	3.6420
	2	26.0161	21.0582	15.6322	12.7282	25.7339	20.8118	15.4190	12.5237	25.2897	20.4276	15.0913	12.2109
	3	44.4476	35.9838	26.7217	21.7463	44.0796	35.6656	26.4505	21.4872	43.5023	35.1710	26.0352	21.0933
4	1	8.10561	6.5452	4.8363	3.9235	7.8758	6.3404	4.6529	3.7445	7.5053	6.0125	4.3618	3.4599
	2	23.8969	19.3372	14.3466	11.6754	23.5894	19.0674	14.1113	11.4488	23.1039	18.6455	13.7485	11.1010
	3	39.7993	32.2112	23.9064	19.4448	39.3879	31.8526	23.5969	19.1474	38.7408	31.2941	23.1216	18.6935

Tableau.5. L'effet de la température et le pourcentage du mélange sur les trios premiers mode de vibration pour une distribution Non-linéaire (NLTR) (L/h=20).

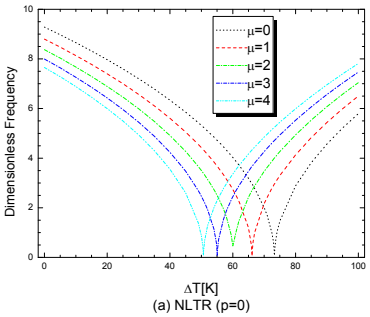
D'après les tableaux, on peut voir que la fréquence sans dimension est en relation inverse avec les paramètres de non local et de pourcentage du matériau ainsi que le changement de température, il est également remarquable que les valeurs les plus élevées de la fréquence sans dimension sont obtenues pour le troisième mode de la Nano-poutre FG de vibrations. Nous pouvons également conclure que la poutre entièrement en céramique donne les plus grandes valeurs de la fréquence propre en raison de leur haute résistance à la température.



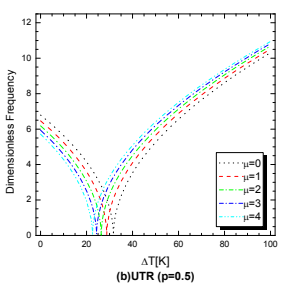
(a)UTR (p=0)



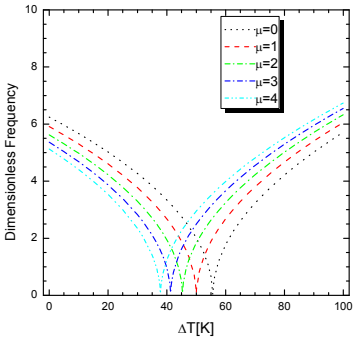
(a)LTR (p=0)



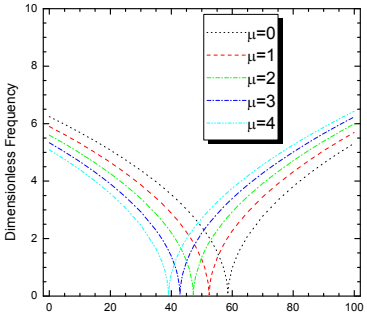
(a) NLTR (p=0)



(b)UTR (p=0.5)



(b)LTR (p=0.5)



(b) NLTR (p=0.5)

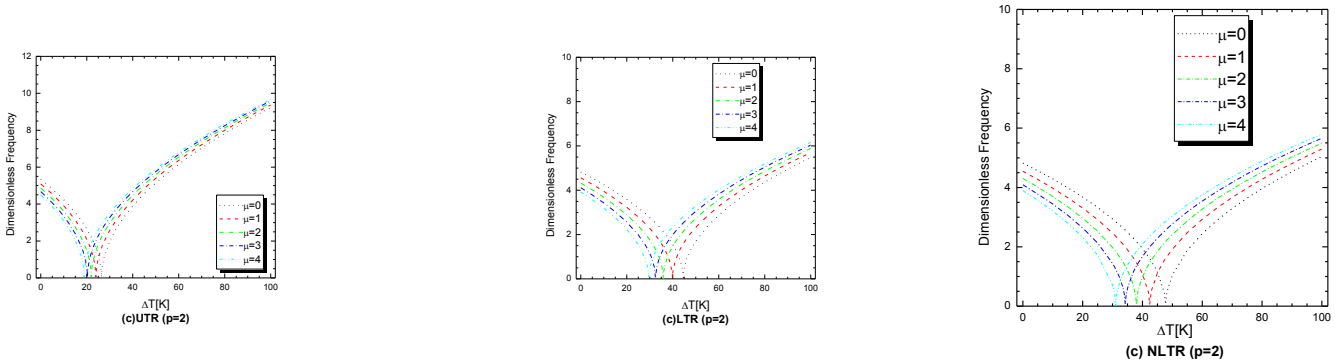


Figure .2. variation de la fréquence naturelle "$\hat{\omega}$" de la Nano-poutre FG en fonction de la variation de la température pour différents valeur"μ", indice de matériau"p" pour (L/h=50).

L'effet du changement de température et du paramètre non local sur la fréquence fondamentale sans dimension d'une Nano-poutre FG mince simplement supporté sous une charge thermique uniforme, linéaire et non linéaire est présenté à la Figure. 2. Les résultats sont calculés pour l'indice de fraction volumique, respectivement. A partir des graphes obtenus. On peut remarquer que la fréquence fondamentale sans dimension est en relation inverse avec la variation de température jusqu'à ce qu'elle devienne nulle, au-delà de cette valeur la variation de la fréquence devient en relation proportionnelle avec l'augmentation de la température. On peut noter que , quand la fréquence nulle il s'agit bien d'une température critique. On peut observer aussi que la fréquence fondamentale est en relation inverse avec l'indice matériau et le paramètre non local , mais après la température critique les valeurs de la fréquence naturelle augmentent avec l'augmentation des valeurs de l'indice matériau et le paramètre non local . Il est clair dans les résultats obtenus que les valeurs les plus élevées de la fréquence fondamentale sans dimension sont obtenues pour le Nano-poutre sous changement de température uniforme (UTR) et le paramètre matériau nul car cette structure est la plus rigide par rapport aux Nano-poutres avec un paramètre matériau non nul.

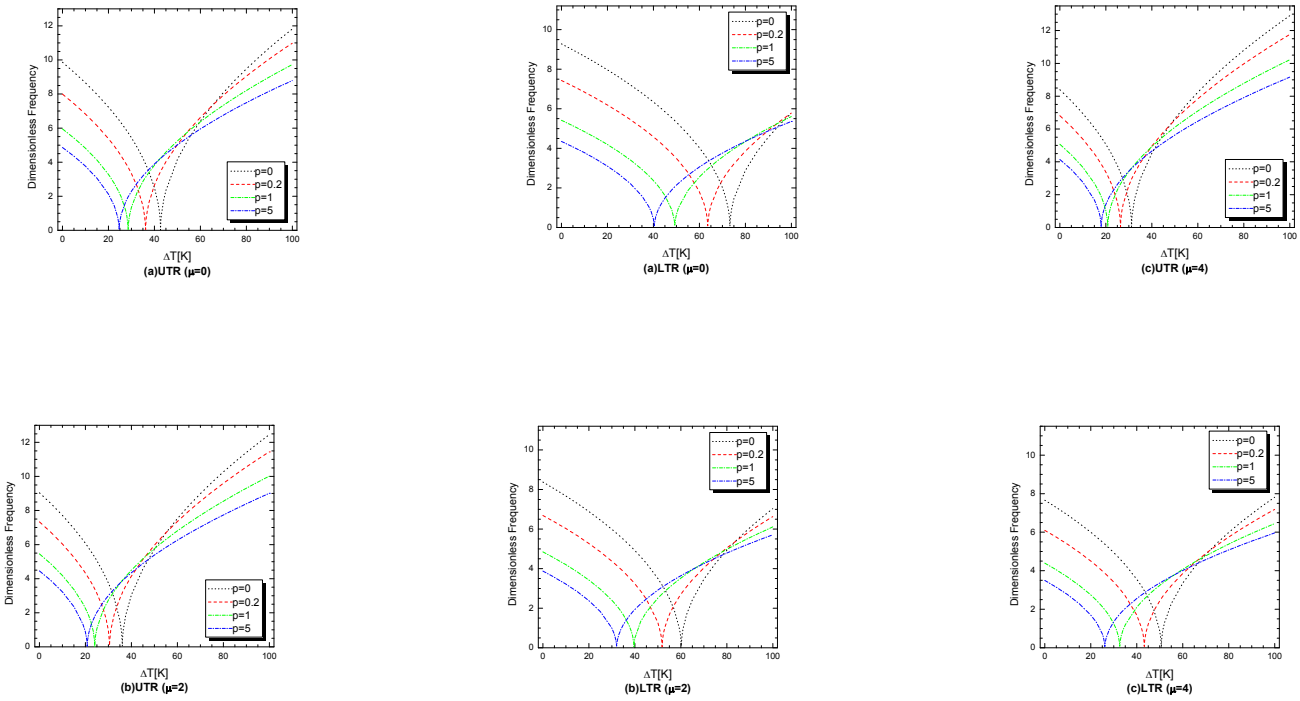


Figure .3. variation de la fréquence naturelle "$\hat{\omega}$" de la Nano-poutre FG en fonction de la variation de la température pour différents indice de fraction volumique et "μ" .

Les valeurs de la fréquence fondamentale sans dimension du Nanopoutre P-FG mince en fonction de l'indice de fraction volumique, du paramètre d'échelle et de l'élévation de température sont représentées sur la Figure. 3. Deux types de chargement thermique sont considérés. Nous pouvons voir sur les courbes tracées que l'augmentation des valeurs du paramètre d'échelle conduit à diminuer la fréquence fondamentale du Nanopoutre sous chargement thermique linéaire ou uniforme. (LTR et UTR). On peut remarquer également que la divergence des valeurs de la température critique des différents Nanopoutre devient considérable dans le cas du Nanopoutre FG sous charge thermique linéaire. Les valeurs les plus basses de la fréquence sont obtenues pour de petites valeurs du paramètre de non local.

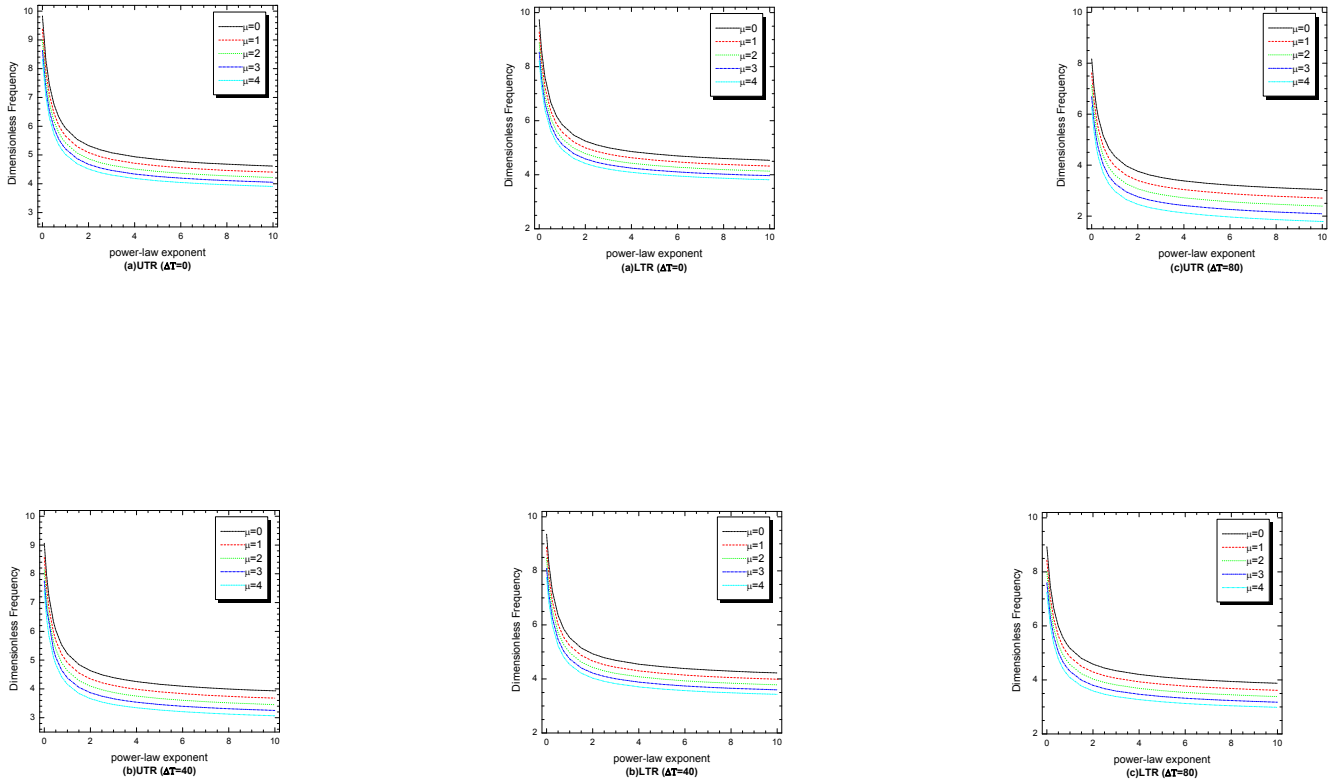


Figure .4. Variation de la fréquence naturelle "$\hat{\omega}$" de la Nano-poutre FG en fonction de la température et l'indice de graduelle de matériau pour différents paramètre non local.

La figure 4 illustre les effets de l'élévation de température et du paramètre de loi de puissance sur la fréquence fondamentale sans dimension du Nanopoutre P/FG modérément court simplement supporté sous une charge thermique uniforme et linéaire. Le paramètre d'échelle est pris en compte. D'après les graphiques tracés, il est clair que l'augmentation des valeurs du changement de température et du paramètre de la loi de puissance conduit à réduire la fréquence fondamentale car le Nanopoutre devient flexible dans le cas de valeurs inférieures de p. On peut également observer que la différence entre les fréquences pour différentes valeurs de ΔT est considérable dans le cas d'un Nanopoutre à température uniformément élevée.

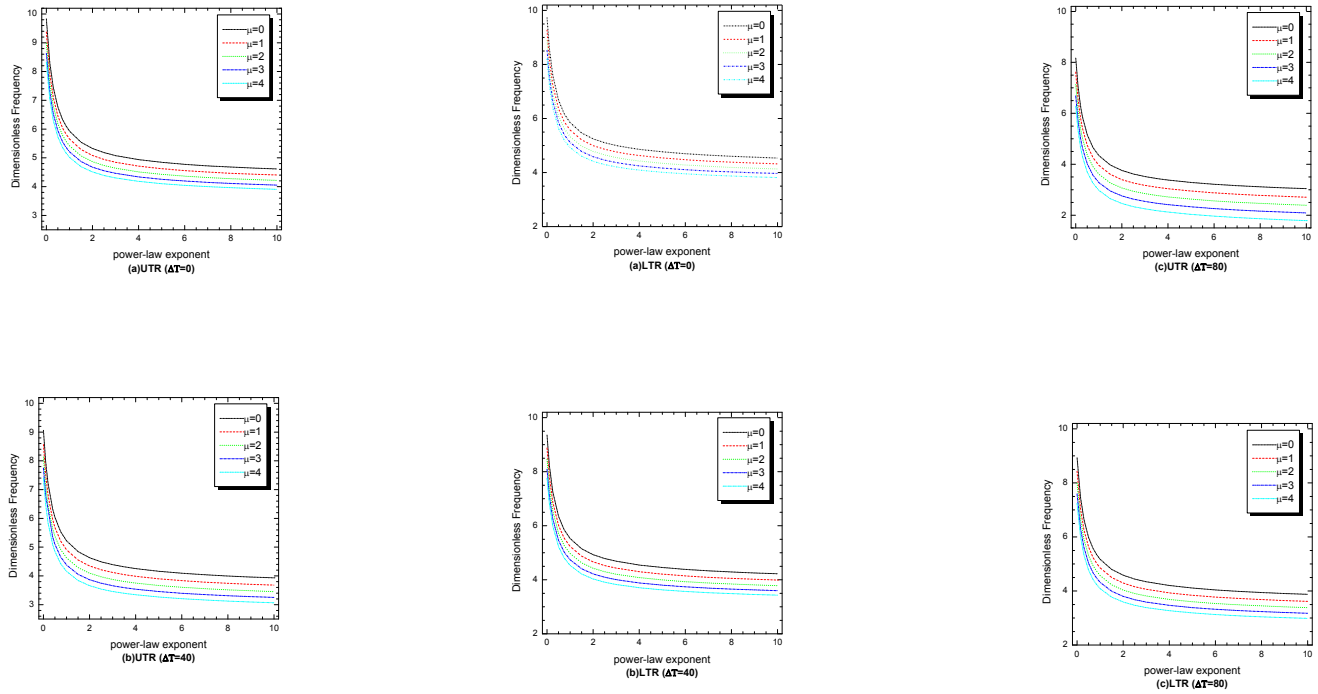


Figure .5. Variation de la fréquence naturelle "$\hat{\omega}$" de la Nano-poutre FG en fonction de l'indice de fraction volumique et le paramètre non local pour différente valeurs de température et pour *l/h=20*

La figure 5 représente la variation de la fréquence fondamentale non dimensionnelle du Nanopoutre P-FG par rapport aux paramètres de non-localité et du paramètre de la loi de puissance pour deux modèles de changement de température (linéaire et uniforme). Nous pouvons confirmer à nouveau que la fréquence diminue avec l'augmentation des paramètres et de l'indice de matériau. . Nous pouvons observer d'après les graphes tracés que le changement de température donne les valeurs les plus élevées de la fréquence sans dimension.

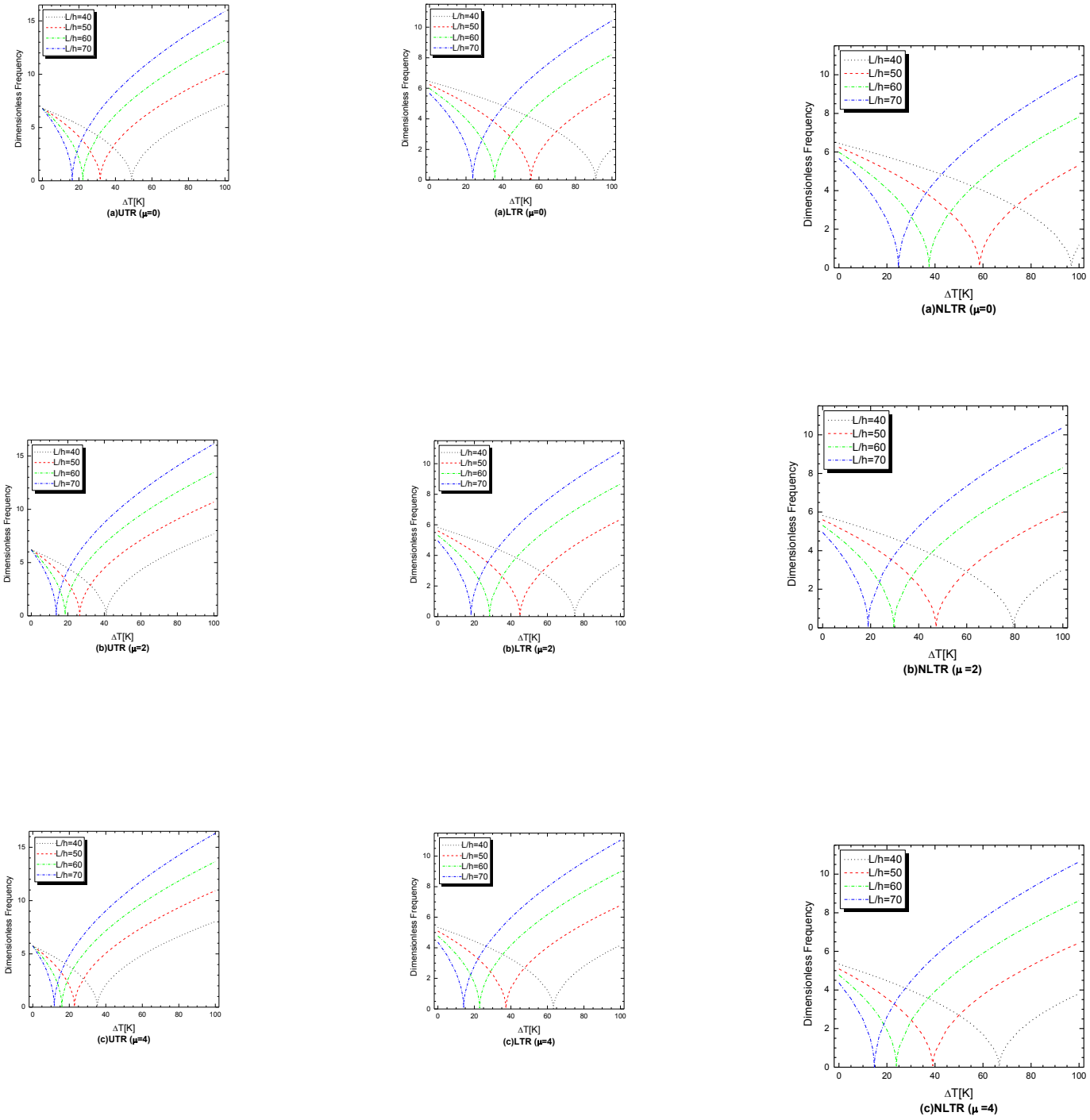


Figure .6. Variation de la fréquence naturelle "$\hat{\omega}$" de la Nano-poutre FG en fonction de de la température pour différentes valeurs de paramètre non local et différent valeurs de *l/h* et p=0.5

La figure 6 montre l'effet du paramètre d'échelle et du rapport d'élancement *l/h* sur les valeurs de la fréquence fondamentale non dimensionnelle du Nanopoutre P-FG simplement supporté sous une charge thermique linéaire, non linéaire et uniforme. D'après les graphes tracés, nous pouvons voir que la fréquence diminue avec l'augmentation la variation de température et du rapport d'élancement *l/h* dans le cas d'une température plus basse (avant la température critique), mais cela est inversé dans le cas d'une température plus élevée (après la température critique). Les valeurs inférieures de la fréquence naturelle sont obtenues pour le paramètre de non local μ=4. Nous pouvons conclure à nouveau que les plus grandes valeurs de la fréquence naturelle sont obtenues pour FG- Nanopoutre sous chargement thermique uniforme (UTR).

IV.3. Conclusion

Dans cette partie, On peut conclure que la comparaison entre les résultats du nouveau modèle d'une nanostructure en matériaux fonctionnellement graduées FGM simplement appuyée ,et celle d'un autre modèle classique, les résultats sont identique .La théorie utilisée est précise et fournit une approche adéquateet facilement réalisable pour la simulation du comportement vibratoire des structures en matériaux à gradient de propriété.

Références

[1] Asiri, S. A., Akbaş, Ş. D., & Eltaher, M. A. (2020), "Damped dynamic responses of a layered functionally graded thick beam under a pulse load", *Structural Engineering and Mechanics*, **75**(6), 713–722. https://doi.org/10.12989/SEM.2020.75.6.713.

[2] Attia, M. A., & Abdel Rahman, A. A. (2018), "On vibrations of functionally graded viscoelastic nanobeams with surface effects", *International Journal of Engineering Science*, **127**, 1–32. doi:10.1016/j.ijengsci.2018.02.005.

[3] Attia, M. A., & Mohamed, S. A. (2020), "Nonlinear thermal buckling and postbuckling analysis of bidirectional functionally graded tapered microbeams based on Reddy beam theory", *Engineering with Computers*., doi:10.1007/s00366-020-01080-1.

[4] Attia, M. A., Shanab, R. A., Mohamed, S. A., & Mohamed, N. A. (2019), "Surface energy effects on the nonlinear free vibration of functionally graded Timoshenko nanobeams based on modified couple stress theory", *International Journal of Structural Stability and Dynamics.* doi:10.1142/s021945541950127x .

[5] Avcar, M. (2016), "Free Vibration of Non-Homogeneous Beam Subjected to Axial Force Resting on Pasternak Foundation", *Journal of polytechnic-politeknik dergisi*., **19**(4), 507-512. Doi: 10.2339/2016.19.4.507-512.

[6] Avcar, M. (2019), "Free vibration of imperfect sigmoid and power law functionally graded beams", *Steel Compos. Struct.*, **30**(6), 603-615. https://doi.org/10.12989/scs.2019.30.6.603.

[7] Avcar, M., and Mohammed, W.K.M., (2018), "Free vibration of functionally graded beams resting on Winkler-Pasternak foundation", *Arabian Journal of Geosciences*, **11**, 232. https://doi.org/10.1007/s12517-018-3579-2.

[8] Barati, M., R., (2017), "Investigating dynamic response of porous inhomogeneous nanobeams on hybrid Kerr foundation under hygro-thermal loading", *Appl. Phys. A.*, **123**(5), 332. DOI 10.1007/s00339-017-0908-3.

[9] Barati, M.R, & Shahverdi, H. (2016), "A four-variable plate theory for thermal vibration of embedded FG nanoplates under non-uniform temperature distributions with different boundary conditions", *Structural Engineering and Mechanics*, **60**(4), 707–727. https://doi.org/10.12989/SEM.2016.60.4.707.

[10] Sobhy, M. (2015), "A comprehensive study on FGM nanoplates embedded in an elastic medium", *Composite Structures*, **134**, 966–980. doi:10.1016/j.compstruct.2015.08.102.

[11] Ebrahimi, F., & Barati, M. R. (2017a), "Buckling analysis of nonlocal strain gradient

axially functionally graded nanobeams resting on variable elastic medium", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*., **232**(11), 2067–2078. doi:10.1177/0954406217713518.

[12] Ebrahimi, F., & Barati, M. R. (2017b), "Scale-dependent effects on wave propagation in magnetically affected single/double-layered compositionally graded nanosize beams", *Waves in Random and Complex Media*., **28**(2), 326 342. doi:10.1080/17455030.2017.1346331.

[13] Ebrahimi, F., & Salari, E. (2015), "Size-dependent thermo-electrical buckling analysis of functionally graded piezoelectric nanobeams", *Smart Materials and Structures*, **24**(12), 125007.

[14] Eltaher, M. A. Mohamed, S. A. Melaibari, A. (2020b), "Static stability of a unified composite beams under varying axial loads", *Thin-Walled Structures*, **147**.106488. https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106488.

[15] Eltaher, M. A., Almalki, T. A., Almitani, K. ., & Ahmed, K. I.. (2019a), "Participation Factor and Vibration of Carbon Nanotube with Vacancies", *Journal of Nano Research*, **57**, 158–174. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/jnanor.57.158.

[16] Fenjan, RM, Ahmed RA, Faleh, N.M. (2019), "Investigating dynamic stability of metal foam nanoplates under periodic in-plane loads via a three-unknown plate theory", *Adv. Aircr. Spacecr. Sci*., **6**(4), 297–314. https://doi.org/10.12989/aas.2019.6.4.297.

[17] Gafour, Y., Hamidi, A., Benahmed, A., Zidour, M., & Bensattalah, T. (2020), "Porosity-dependent free vibration analysis of FG nanobeam using non-local shear deformation and energy principle", *Advances in Nano Research*, **8**(1), 37-47. DOI: https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.1.037

[18] Hadji, L., (2020), "Vibration analysis of FGM beam: Effect of the micromechanical models", *Coupled Systems Mechanics*, **9**(3), 265-280. https://doi.org/10.12989/csm.2020.9.3.265.

[19] Hadji, L., Avcar, M. (2021), "Nonlocal free vibration analysis of porous FG nanobeams using hyperbolic shear deformation beam theory", *Advances in Nano Research*, **10**(3), 281-293. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/anr.2021.10.3.281

[20] Hadji, L., Zouatnia, N. and Bernard, F. (2019), "An analytical solution for bending and free vibration responses of functionally graded beams with porosities: Effect of the micromechanical models", *Structural Engineering and Mechanics*, **69**(2), 231-241. https://doi.org/10.12989/sem.2019.69.2.231.

[21] Kar, V.R. and Panda, S.K. (2015), "Nonlinear flexural vibration of shear deformable functionally graded spherical shell panel", *Steel Compos. Struct., Int. J.*,**18**(3), 693-709. http://dx.doi.org/10.12989/scs.2015.18.3.693.

[22] Kar, V.R. and Panda, S.K. (2016), "Nonlinear thermomechanical behavior of functionally graded material cylindrical/hyperbolic/elliptical shell panel with temperature-dependent and temperature-independent properties", *Journal of Pressure Vessel Technology*, **138**(6), 061202. https://doi.org/10.1115/1.4033701.

[23] Kar, V.R. and Panda, S.K. (2020), "Nonlinear flexural vibration of shear deformable functionally graded spherical shell panel", *Steel Compos. Struct.*,**18**(3), 693-709. http://dx.doi.org/10.12989/scs.2015.18.3.693.

[24] Karami, B., & Janghorban, M. (2016), "Effect of magnetic field on the wave propagation in nanoplates based on strain gradient theory with one parameter and two-variable refined plate theory", *Modern Physics Letters B*, **30**(36), 1650421. doi:10.1142/s0217984916504212.

[25] Karami, B., Janghorban, M. (2019a), "A new size-dependent shear deformation theory for free vibration analysis of functionally graded/anisotropic nanobeams", *Thin-Walled Structures*, **143**, 106-227.https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106227.

[26] Karami, B., Janghorban, M. (2019b), "On the dynamics of porous nanotubes with variable material properties and variable thickness", *International Journal of Engineering Science*, **136**, 53-66. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2019.01.002.

[27] Karami, B., Janghorban, M. (2020), "On the mechanics of functionally graded nanoshells", *International Journal of Engineering Science*, **153**, 103309. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103309.

[28] Karami, B., Shahsavari, D., Li, L., Karami, M., & Janghorban, M. (2018b), "Thermal buckling of embedded sandwich piezoelectric nanoplates with functionally graded core by a nonlocal second-order shear deformation theory", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 095440621875645.

[29] Karami, B., Shahsavari, D., Nazemosadat, S. M. R., Li, L., & Ebrahimi, A. (2018a), "Thermal buckling of smart porous functionally graded nanobeam rested on Kerr foundation", *Steel and Composite Structures*, **29**(3), 349–362. https://doi.org/10.12989/SCS.2018.29.3.349.

[30] Karami, B., Shahsavari, D., Ordookhani, A., Gheisari, P., Li, L., & Eyvazian, A.

(2020), "Dynamics of graphene-nanoplatelets reinforced composite nanoplates including different boundary conditions", *Steel and Composite Structures*., **36**(6), 689–702. https://doi.org/10.12989/SCS.2020.36.6.689.

[31] Malekzadeh, P., & Shojaee, M. (2013), "Free vibration of nanoplates based on a nonlocal two-variable refined plate theory", *Composite Structures*, **95**, 443–452.https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.07.006.

[32] Patnaik, S.S., Swain, A. and Roy, T. (2020), "Creep compliance and micromechanics of multi-walled carbon nanotubes based hybrid composites",*Composite Materials and Engineering*., **2**(2), 141-152. DOI: 10.12989/cme.2020.2.2.141.

[33] Safa, A., Hadji, L., Bourada, M., and Zouatnia, N., (2019), "Thermal vibration analysis of FGM beams using an efficient shear deformation beam theory", *Earthquakes and Structures*, **17**(3), 329-336. https://doi.org/10.12989/eas.2019.17.3.329.

[34] Sedighi, H. M., & Yaghootian, A. (2016), "Dynamic instability of vibrating carbon nanotubes near small layers of graphite sheets based on nonlocal continuum elasticity", *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, **57**(1), 90–100. doi:10.1134/s0021894416010107.

[35] Sedighi, H. M., Daneshmand, F., & Abadyan, M. (2015b), "Modified model for instability analysis of symmetric FGM double-sided nano-bridge: Corrections due to surface layer, finite conductivity and size effect", *Composite Structures*, **132**, 545–557. doi:10.1016/j.compstruct.2015.05.076.

[36] Sedighi, H. M., Keivani, M., & Abadyan, M. (2015a), "Modified continuum model for stability analysis of asymmetric FGM double-sided NEMS: Corrections due to finite conductivity, surface energy and nonlocal effect", *Composites Part B: Engineering*., **83**, 117–133. doi:10.1016/j.compositesb.2015.08.029.

[37] Taherifar, R., Zareei, S. A., Bidgoli, M. R., & Kolahchi, R. (2020), "Seismic analysis in pad concrete foundation reinforced by nanoparticles covered by smart layer utilizing plate higher order theory", *Steel and Composite Structures.*, **37**(1), 99–115. https://doi.org/10.12989/SCS.2020.37.1.099.

[38] Tayeb, T. S., Zidour, M., Bensattalah, T., Heireche, H., Benahmed, A., & Bedia, E. A. (2020), "Mechanical buckling of FG-CNTs reinforced composite plate with parabolic distribution using Hamilton's energy principle", *Advances in nano research*, **8**(2), 135-148. DOI : https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.2.135.

[39] Timesli, A. (2020a), "Buckling analysis of double walled carbon nanotubes

embedded in Kerr elastic medium under axial compression using the nonlocal Donnell shell theory", *Advances in Nano Research*, 9(2), 69-82. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/anr.2020.9.2.069

[40] Timesli, A. (2020b), "Prediction of the critical buckling load of SWCNT reinforced concrete cylindrical shell embedded in an elastic foundation", *Computers and Concrete*, **26**(1), 53-62. DOI: http://dx.doi.org/10.12989/cac.2020.26.1.053.

[41] Yaylaci, M. (2016), "The investigation crack problem through numerical analysis", *Structural Engineering and Mechanics*, **57**(6), 1143-1156. http://dx.doi.org/10.12989/sem.2016.57.6.1143

[42] Yaylaci, M. and Avcar, M. (2020), "Finite element modeling of contact between an elastic layer and two elastic quarter planes", *Computers and Concrete*, **26**(2), 107–114. https://doi.org/10.12989/CAC.2020.26.2.107.

[43] Yaylacı, M., Adıyaman, G., Öner, E., Birinci, A. (2020a), "Examination of analytical and finite element solutions regarding contact of a functionally graded layer", *Structural Engineering and Mechanics*, **76**(3), 325-336. http://dx.doi.org/10.12989/sem.2020.76.3.325

[44] Yaylaci, M., Adiyaman, G., Oner, E., Birinci, A. (2021b), "Investigation of continuous and discontinuous contact cases in the contact mechanics of graded materials using analytical method and FEM", *Computers and Concrete*, **27**(3), 199-210. http://dx.doi.org/10.12989/cac.2021.27.3.199

[45] Yaylacı, M., Eyüboğlu, A., Adıyaman, G., Uzun Yaylacı, E., Öner, E. and Birinci, A. (2021a), "Assessment of different solution methods for receding contact problems in functionally graded layered mediums", *Mechanics of Materials*, **154**, 103730. https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2020.103730

[46] Zghal, S., Frikha, A., Dammak, F. (2018), "Mechanical buckling analysis of functionally graded power-based and carbon nanotubes-reinforced composite plates and curved panels", *Composites Part B: Engineering*, **150**, 165-83. https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.05.037.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Dans ce travail de recherche, l'impact de l'effet thermique sur les propriétés dynamiques d'un nano-poutre PFG simplement supporté est réalisé sur la base d'une nouvelle théorie de poutre de déformation de cisaillement cubique à deux inconnues en conjonction avec la théorie non locale d'Eringen et la solution de Navier. Trois distributions différentes de la température (uniforme, linéaire et non linéaire) à travers l'épaisseur sont prises en compte. Les deux équations différentielles du mouvement du système étudié sont déterminées via le principe de Hamilton. La validité des résultats actuels est vérifiée par la comparaison avec le modèle existant dans la littérature. On peut conclure que le modèle actuel avec seulement deux variables, qui n'utilise pas de coefficient de correction de cisaillement, est non seulement simple mais aussi comparable à la théorie des poutres de Timoshenko et donne d'excellents résultats pour les fréquences fondamentales. En outre, l'effet de divers paramètres tels que l'indice de puissance, le changement de température, l'effet d'échelle, le rapport d'élancement et les types de chargement thermique sur la réponse vibratoire libre sont explorés et discutés.