

N° d'ordre :

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR & DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES  
FACULTE DES SCIENCES EXACTES  
SIDI-BEL-ABBÈS

# ***THESE*** ***DE DOCTORAT EN SCIENCES***

*Présenté par:*

*KADARI Belkacem*

*Spécialité : Sciences physiques*

*Option : Sciences des matériaux*

*Intitulée*

*Application des modèles d'élasticité non locale pour  
l'étude du comportement physique des nanostructures :  
Application au graphène et nanotubes*

*Soutenue le 23/12/2020*

*Devant le jury composé de :*

<i>Président :</i>	<i>Mr. BENZAIR Abdelnour</i>	<i>Professeur</i>	<i>UDL. SBA</i>
<i>Examineurs:</i>	<i>Mr. BOUMIA Lakhdar</i>	<i>MCA</i>	<i>U. Tissemsilt</i>
	<i>Mr. MAZOUZ Hadj Moulay</i>	<i>MCA</i>	<i>U. Boumerdes</i>
	<i>Mr. CHIKH Abdelbaki</i>	<i>MCA</i>	<i>U. Tiaret</i>
<i>Directeur de thèse:</i>	<i>Mr. HEIRECHE Houari</i>	<i>Professeur</i>	<i>UDL. SBA</i>
<i>Co-Directeur de thèse:</i>	<i>Mr. TOUNSI Abdelouahed</i>	<i>Professeur</i>	<i>UDL. SBA</i>

*Année universitaire : 2020 / 2021*

## *Remerciements*

Je remercie au premier lieu le professeur Houari HEIRECHE pour m'avoir accueillie au sein de son laboratoire modélisation et simulation multi-échelle, et pour m'avoir proposé ce travail de thèse, sous sa direction, je tiens à exprimer de ma profonde gratitude pour toute la confiance qu'il m'a témoigné, l'encouragement, les conseils et son aide précieuse toute au long de ses années.

Je voudrais également adresser mes vifs remerciements au président du jury Monsieur Abdelnour BENZAIK pour l'honneur qu'il m'a présenté en acceptant de présider le jury.

Je tiens à remercier particulièrement mon co-directeur le Professeur Abdelouahed TOUNSI, pour m'avoir guidé dans ce sujet de recherche. Je lui ai très reconnaissant de ces explications, conseils avisés, discussions et sa disponibilité.

Je remercie Monsieur Lakhdar BOUMIA, Maître de conférences A à l'Université de Tissemsilt, Monsieur Hadj Moulay MAZOUZ, Maître de conférences A à l'Université de Boumerdès et Monsieur Abdelbaki CHIKH, Maître de conférences A à l'Université de Tiaret pour leurs acceptations d'examiner cette thèse, et de participer à ce jury.

Je suis aussi reconnaissant envers toutes les personnes de l'Université de Sidi-Bel-Abbès, tout particulièrement : Madame Aicha Bessaim, Abdelmoumen Anis Bousahla et Mohammed Sidi Ahmed Houari pour leur aide. Un grand merci au professeur Fayçal Bourada pour ces conseils, ainsi qu'au Docteur Soumia Benguedieb pour m'avoir initié à la théorie d'élasticité nonlocale.

Je voudrais en particulier remercier tous les membres de ma famille et mes amis pour avoir toujours su m'épauler et m'encourager tout au long de ces travaux, particulièrement, ma femme et mes enfants : *Mohammed* et *Hidaya*.

Enfin à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin pour réaliser ce travail, à vous tous encore un grand Merci.

*À la mémoire de :*

*Mes Parents;*

*Mon grand frère Ali Benaissa.*

# *RÉSUMÉ*

## ***ABSTRACT***

This work presents the buckling investigation of embedded orthotropic nanoplates by using a new hyperbolic plate theory and nonlocal small-scale effects. The main advantage of this theory is that, in addition to including the shear deformation effect, the displacement field is modeled with only three unknowns and three governing equations as the case of the classical plate theory (CPT) and which is even less than the first order shear deformation theory (FSDT) and higher-order shear deformation theory (HSDT). A shear correction factor is, therefore, not required. Nonlocal differential constitutive relations of Eringen are employed to investigate effects of small scale on buckling of the rectangular nanoplate. The elastic foundation is modeled as two parameters Pasternak foundation. The equations of motion of the nonlocal theories are derived and solved via Navier's procedure for all edges simply supported boundary conditions. The proposed theory is compared with other plate theories. Analytical solutions for buckling loads are obtained for single-layered graphene sheets with isotropic and orthotropic properties. The results presented in this study may provide useful guidance for design of orthotropic graphene based nanodevices that make use of the buckling properties of orthotropic nanoplates. Verification studies show that the proposed theory is not only accurate and simple in solving the buckling nanoplates, but also comparable with the other higher-order shear deformation theories which contain more number of unknowns

**Keywords:** Buckling; orthotropic nanoplates; a simple 3-unknown theory; nonlocal elasticity theory; Pasternak's foundations

## ***RÉSUMÉ***

Ce travail présente l'étude du flambement des nanoplaques orthotropes encastrées en utilisant une nouvelle théorie des plaques hyperboliques et des effets non locaux à petite échelle. Le principal avantage de cette théorie est qu'en plus d'inclure l'effet de déformation par cisaillement, le champ de déplacement est modélisé avec seulement trois inconnues et trois équations gouvernantes comme le cas de la théorie classique des plaques (CPT) et qui est encore moins que la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de la déformation par cisaillement d'ordre supérieur (HSDT). Le facteur de correction de cisaillement n'est donc pas requis. Les relations constitutives différentielles non locales d'Eringen sont utilisées pour étudier les effets à petite échelle sur le flambement de la nanoplaque rectangulaire. La fondation élastique est modélisée comme une fondation Pasternak à deux paramètres. Les équations de mouvement des théories non locales sont dérivées et résolues via la procédure de Navier pour toutes les arrêtes supportant simplement les conditions aux limites. La théorie proposée est comparée à d'autres théories des plaques. Des solutions analytiques pour les charges de flambement sont obtenues pour des feuilles de graphène monocouche avec des propriétés isotropes et orthotropes. Les résultats présentés dans cette étude peuvent fournir des indications utiles pour la conception des nano-dispositifs à base de graphène orthotrope qui utilisent les propriétés de flambement des nanoplaques orthotropes. Les études de comparaison montrent que la théorie proposée est non seulement précise et simple pour résoudre le flambement des nanoplaques, mais également comparable aux autres théories de déformation de cisaillement d'ordre supérieur qui contiennent plus de nombre d'inconnues.

### **Mots-clés:**

*Flambement; nanoplaques orthotropes; une théorie simple à 3 inconnues; théorie de l'élasticité non locale; les fondations de Pasternak*

## ملخص

يقدم هذا العمل دراسة عن التواء للصفائح النانوية المدمجة بواسطة باستخدام نظرية القطع الجديدة و أبعاد صغيرة. الميزة الرئيسية لهذه النظرية هي أنه بالإضافة إلى تضمين تأثير تشوه القص ، فإن حقل الإزاحة مصمم على شكل ثلاثة مجاهيل فقط وثلاثة معادلات تحكم كحالة نظرية الألواح الكلاسيكية الأولى ونظرية تشوه القص العليا

يتم استخدام العلاقات التفاضلية غير المحلية لإرينجن لدراسة تأثيرات النطاق الصغير على مشبك النانو وبالتالي فإن عامل تصحيح القص غير مطلوب، يتم الحصول على حلول تحليلية لأحمال لأوراق الغرافين أحادية الطبقة ذات الخصائص المتساوية،

قد تقدم النتائج المقدمة في هذه الدراسة إرشادات مفيدة لتصميم أجهزة النانو القائمة على الغرافين ، تُظهر دراساتنا التحقق أن النظرية المقترحة ليست دقيقة وبسيطة فقط في حل الألواح النانوية ، ولكنها أيضًا قابلة للمقارنة مع نظريات تشوه القص العليا الأخرى والتي تحتوي على عدد أكبر من المجاهيل

### كلمات البحث:

الالتواء؛ تقويم لوحات النانو؛ نظرية مع 3 مجهولين بسيطة ؛ نظرية المرونة غير المحلية ؛ قاعدة باسترناك

# ***SOMMAIRE***

# SOMMAIRE

<b>Résumé</b>	i
<b>Liste des figures</b>	v
<b>Liste des tableaux</b>	vii
<b>Liste des abréviations</b>	viii
<b>Liste des notations</b>	ix
<b>Introduction générale</b>	01
<b>Chapitre I :</b>	
<b>Généralité sur le graphène</b>	05
<b>I.1 Généralités sur la nanotechnologie et ses domaines d'application</b>	05
I.1.1. Nanotechnologie	06
I.1.2. Nanoélectronique	06
I.1.3 Nanomédecine	08
I.1.4 Nanostructures	08
I.1.5 Nanocomposites	09
I.1.6 Les différentes formes des Nanomatériaux	09
I.1.7 Fabrication et caractérisation des nanomatériaux	13
I.1.7.1 Nanofabrication	13
I.1.7.2 Nanocaractérisation	14
I.1.8 Les avantages et les inconvénients de la nanotechnologie	16
<b>I.2 Les formes allotropiques du carbone</b>	17
I.2.1. Le graphite	17
I.2.2. Le diamant	18
I.2.3. Les fullerènes	19
I.2.4. Les nanotubes de carbones	21
I.2.5. Le graphène	21
<b>I.3 Le graphène en 2D</b>	22
I.3.1. Structure cristallographique	22
I.3.2. Structure électronique	23
I.3.3. Propriétés du graphène	24
I.3.4. Techniques de préparation du graphène	24
I.3.4.1. Graphène exfolié	25
I.3.4.2. Graphène par épitaxie	25
I.3.4.3. Graphène chimique	26

I.3.4.4. Le dépôt chimique en phase vapeur	27
I.3.4.5. Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite	28
I.3.4.6. Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène	29
<b>I.4. Références</b>	<b>32</b>

## **Chapitre II :**

<b>Généralité sur les théories des plaques</b>	<b>35</b>
<b>II.1. Introduction</b>	<b>35</b>
<b>II.2. Théorie classique des plaques(CPT)</b>	<b>35</b>
<b>II.3. Théorie des plaques du premier ordre</b>	<b>36</b>
II.3.1. Facteurs de correction	37
<b>II.4. Théorie des plaques d'ordre élevé (HSDT)</b>	<b>38</b>
<b>II.5. Théorie des plaques du second ordre</b>	<b>38</b>
<b>II.6. Théorie des plaques du troisième ordre</b>	<b>39</b>
<b>II.7. Références</b>	<b>47</b>

## **Chapitre III :**

<b>Formulation théorique</b>	<b>49</b>
<b>III.1. Définition d'une plaque</b>	<b>49</b>
<b>III.2. Hypothèses</b>	<b>50</b>
<b>III.3. Formulation mathématique</b>	<b>50</b>
<b>III.4. Cinématique du présent modèle de la plaque</b>	<b>50</b>
<b>III.5. Equation de stabilité</b>	<b>52</b>
<b>III.6. Les relations constitutives</b>	<b>52</b>
<b>III.7. Equation de mouvement en termes de déplacement</b>	<b>54</b>
<b>III.8. Solution analytique d'une nanoplaque à appui simple</b>	<b>55</b>
<b>III.9. Références</b>	<b>57</b>

## **Chapitre IV :**

<b>IV. Validation et comparaison des résultats</b>	<b>58</b>
<b>IV.1 Références</b>	<b>67</b>

<b>Conclusion</b>	<b>68</b>
-------------------	-----------

## ***LISTE DES FIGURES***

# Liste des figures

<b>Figure I.1</b> : Les différentes formes de confinement quantique	5
<b>Figure I.2</b> : Nouveau design de nanostructure en carbone	8
<b>Figure I.3</b> : Structure du graphite hexagonal	18
<b>Figure I.4</b> : Structure du diamant	19
<b>Figure I.5</b> : Structure du $C_{60}$ . Les liaisons C- C communes à un hexagone et un pentagone sont représentées en rouge, les liaisons communes à deux hexagones sont représentées en jaune	20
<b>Figure I.6</b> : Du $C_{60}$ au $C_{80}$ : les atomes ajoutés au $C_{60}$ pour obtenir le $C_{70}$ et le $C_{80}$ sont représentés en rouge	20
<b>Figure I.7</b> : Récapitulation des différentes formes allotropiques du carbone abordées dans ce paragraphe	20
<b>Figure I.8</b> : Structure d'un nanotube de carbone mono feuillet; (a) et multi feuillets; (b) (Schaller.E, 1996)	21
<b>Figure I.9</b> : a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de $120^\circ$ . Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons $\sigma$ dans le plan de graphène et des orbitales $\pi$ perpendiculaire à ce plan	22
<b>Figure I.10</b> : a) Calcul <i>ab-initio</i> de la structure de bandes d'énergie du graphène isolé. Les bandes $\sigma$ , $\pi$ et $\pi^*$ sont indiquées par les flèches violette, orange et verte respectivement. b) Première zone de Brillouin qui montre les points de haute symétrie $\Gamma$ , $M$ , $K$ et $K'$ . c) Calcul <i>ab-initio</i> des structures de bande pour le graphène, bi-plan de graphène et graphite autour du point $K$ et au voisinage du niveau de Fermi. Images issues de [12]	23
<b>Figure I.11</b> : Première exfoliation du graphite	25
<b>Figure I.12</b> : Exfoliation répétée du graphite	25
<b>Figure I.13</b> : Transfert sur le substrat de SiO	25
<b>Figure I.14</b> : La diffraction d'électrons lents ( <i>Low Energy Electrons Diffraction, LEED</i> ) de trois couches de graphène épitaxié sur SiC	26
<b>Figure I.15</b> : Schéma du système CVD pour la croissance de films de graphène	27
<b>Figure I.16</b> : Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène [37]	28

<b>Figure I.17 :</b> (a) Image d'AFM des nano feuillets de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3 D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). Histogramme de distribution de taille pour les nanofeuillets observés dans la figure (a). (e) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm [37]	29
<b>Figure I.18 :</b> Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène	30
<b>Figure I.19 :</b> (a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nanofeuillets de graphène chimiquement réduit [45]	30
<b>Figure I.20 :</b> Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydraté [36]	31
<b>Figure II.1 :</b> Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques	35
<b>Figure II.2 :</b> Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre	37
<b>Figure II.3 :</b> Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques	39
<b>Figure III.1 :</b> Géométrie d'une plaque	49
<b>Figure III.2 :</b> Feuille de graphène monocouche reposant sur un substrat élastique <i>Winkler- Pasternak</i> [3]	50
<b>Figure IV.1 :</b> Variation de la charge critique de flambement $\widehat{N}_{cr}$ d'une nanoplaque carrée orthotrope par rapport au paramètre nonlocal $\mu$ et avec différents rapports $a/h$ utilisant différents théories des plaques ( $k_w = 100, k_s = 100$ )	63
<b>Figure IV.2 :</b> Variation de la charge critique de flambement $\widehat{N}_{cr}$ par rapport à la longueur d'une nanoplaque carrée orthotrope à appui simple ( $k_w = 100, k_s = 100$ )	64
<b>Figure IV.3 :</b> Variation de la charge critique de flambement $\widehat{N}_{cr}$ par rapport à la longueur d'une nanoplaque carrée orthotropiques pour différentes valeurs de coefficient rigidités de fondation élastique ( $\mu = 4$ )	65
<b>Figure IV.4 :</b> La charge de flambement en fonction du rapport d'élancement $a/h$ de nanoplaque orthotrope carrée simplement supportée pour diverses valeurs de nombre de mode $m$ et $n$ ( $k_w = 100, k_s = 100, \mu = 4$ )	66

# ***LISTE DES TABLEAUX***

## Liste des tableaux

<b>Tableau I.1</b> : Les propriétés principales d'un nanofeuillet de graphène	24
<b>Tableau II.1</b> : Quelques modèles d'ordre supérieur	41
<b>Tableau II.2</b> : Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes	45
<b>Tableau IV.1</b> : Comparaison des charges critiques de flambement adimensionnelle $\widehat{N}_{cr}$ d'une plaque carrée isotrope sous une compression uniaxiale	59
<b>Tableau IV.2</b> : Comparaison des charges de flambement critiques adimensionnelles $\widehat{N}_{cr}$ d'une plaque isotrope carrée reposant sur fondation élastique sous compression uniaxiale	59
<b>Tableau IV.3</b> : Charge critique de flambement $\widehat{N}_{cr}$ des feuillets de graphène isotropes monocouche avec ou sans fondement élastique pour diverses valeurs du paramètres non local $\mu$	61
<b>Tableau IV.4</b> : Charge critique de flambement $\widehat{N}_{cr}$ des feuillets de graphène orthotropes monocouche avec ou sans fondement élastique pour diverses valeurs du paramètres non local $\mu$	62

## ***LISTE DES ABRÉVIATIONS***

## Liste des abréviations

<b>ADN</b>	Acide Nucléique Artificiel
<b>AFM</b>	Microscopie à Force Atomique
<b>CNT</b>	Nanotube en Carbone
<b>CPT</b>	Théorie Classique des Plaques
<b>CVD</b>	Chemical Vapor Deposition
<b>DWNT</b>	Nanotube Double Parois
<b>EBT</b>	La théorie Classique d'Euler
<b>FIB</b>	Sonde Ionique Focalisée
<b>ISO</b>	Organisation Internationale de Normalisation
<b>MEB</b>	Microscopie électronique à balayage
<b>MEMS</b>	Micro-Électro-Mécaniques Systèmes
<b>MET</b>	Microscope électronique à transmission
<b>MNMS</b>	Micro nano matériaux
<b>MWNT</b>	Nanotube multicouches
<b>NST</b>	Nano-Sciences et Nanotechnologies
<b>ONERA</b>	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
<b>PMMA</b>	Le PolyMéthacrylate de Méthyle
<b>PVD</b>	Physical Vapor Deposition
<b>RBT</b>	La Théorie d'Ordre Élevé de Reddy
<b>R&amp;D</b>	Recherche et développement
<b>SiO<sub>2</sub></b>	Dioxyde de Silicium
<b>STM</b>	Microscopie à Effet Tunnel
<b>SWNT</b>	Nanotube Monocouche
<b>TBT</b>	La théorie de 1 <sup>er</sup> ordre de Timoshenko

## ***LISTE DES NOTATIONS***

## Liste des notations

$b$	La largeur
$h$	La hauteur
$L$	La longueur
$u(x,y,z,t), u$	Le déplacement suivant l'axe des x
$v(x,y,z,t), v$	Le déplacement suivant l'axe des y
$w(x,y,t), w(x)$	Le déplacement suivant l'axe des z
$\varphi(x,t)$	La rotation
$\phi_n$	La rotation généralisée
$U_n$	Le déplacement généralisé suivant l'axe des x
$V_n$	Le déplacement généralisé suivant l'axe des y
$W_n$	Le déplacement généralisé suivant l'axe des z
$\delta U$	La variation de l'énergie de déformation de la nanoplaque
$\delta V$	La variation de l'énergie potentielle des charges appliquées
$\delta K$	La variation de l'énergie cinétique
$\epsilon_x$	La déformation normale suivant l'axe x
$\epsilon_y$	La déformation normale suivant l'axe y
$\sigma_x$	La contrainte normale suivant de l'axe x
$\sigma_y$	La contrainte normale suivant de l'axe y
$\gamma_{xz}$	La déformation transversale suivant l'axe x et z
$\gamma_{yz}$	La déformation transversale suivant l'axe y et z
$\tau_{xz}$	La contrainte tangentielle suivant de l'axe x
$\tau_{yz}$	La contrainte tangentielle suivant de l'axe y
$\dot{u}$	La dérivée de déplacement suivant l'axe x par rapport au temps : la vitesse
$\dot{w}$	La dérivée de déplacement suivant l'axe z par rapport au temps : la vitesse
$\ddot{w}$	La deuxième dérivée de déplacement suivant l'axe z par rapport au temps : l'accélération
$\dot{\varphi}$	La dérivée de rotation par rapport au temps : la vitesse
$\ddot{\varphi}$	La deuxième dérivée de rotation par rapport au temps: l'accélération
$M$	Le moment fléchissant
$q$	La charge transversale
$N_{cr}$	L'effort critique du flambement
$E$	Le module de Young
$G$	Le module de cisaillement
$\mu, (e_0.a)$	Le paramètre non locale
$\bar{w}, \bar{N}$ et $\bar{\omega}$	La flèche, l'effort critique et la fréquence adimensionnels respectivement
$K, C$	Constantes de la force
$\beta$	Coefficient de correction de cisaillement

$\rho$	La densité
$\vec{a}_1$ et $\vec{a}_2$	Les vecteurs de base
$\vec{C}_h$	Le vecteur de chiralité
$\Theta$	L'angle de chiralité

# ***INTRODUCTION GÉNÉRALE***

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Au cours des trente dernières années, les chercheurs ont appris à structurer la matière à l'échelle du nanomètre. À ces dimensions, les propriétés physiques sont très différentes de celles observées à l'état massif et sont gouvernées par la mécanique quantique. Beaucoup de scientifiques se sont intéressés particulièrement aux matériaux nanostructurés, qui ouvrent un grand champ de recherche, et des perspectives d'application originales grâce à leurs propriétés très particulières.

Le monde du nanomètre nous a permis de fabriquer et de développer des produits plus petits, plus légers, moins onéreux, ce dernier nous propose des ordinateurs plus performants, des moyens de communication plus rapides, des traitements médicaux plus efficaces, un environnement plus propre, donc, un cadre de vie plus agréable. Ce monde, c'est le nanomonde, c'est-à-dire le monde des nanosciences et des nanotechnologies. Ce monde fascinant vise à élaborer de nouveaux matériaux et des composants à des dimensions très réduites et toujours plus petites, à construire de nouvelles molécules par la manipulation des atomes, puis à les assembler pour réaliser de nouvelles fonctions, et à exploiter des phénomènes nouveaux qui n'apparaissent qu'à l'échelle du nanomètre. Cette émergence des nanotechnologies et des nanosciences nécessite aussi le développement de nouvelles techniques d'observation capables de s'adapter à cette miniaturisation des objets, afin d'étudier les propriétés physiques à l'échelle nanométrique. La mesure et la compréhension des propriétés mécaniques d'objets nanométriques peuvent en effet apporter des informations très utiles concernant leur structure, leurs applications pratiques dans notre vie quotidienne.

Depuis l'invention du premier transistor de silicium en 1947, la taille a réduit de façon exponentielle et le nombre de transistors sur une puce a énormément augmenté (loi de Moore) il y a plus de 65 ans. Comme la puce devient de plus en plus complexe, les obstacles des procédés de lithographie seront présents, tels que les motifs multiples et la lithographie par ultraviolets extrêmes (EUV). En 2004, le premier graphène matérielle 2D a été fabriquée par Andre Geim et Konstantin. La structure en nid d'abeille notamment à motifs avec  $sp_2$  liés atomes de carbone apporte au graphène d'excellentes propriétés électriques, optiques, mécaniques et thermiques,

etc., qui rend le graphène comme le candidat idéal appliqué dans l'industrie nano et microélectronique, les MEMS et les NEMS.

Le mot carbone est l'élément chimique symbolisé par "C", numéroté six dans le tableau périodique. Le carbone était déjà connu dans l'Antiquité sous la forme de charbon, mais ce n'est qu'à la fin du XVIIIème siècle que le carbone a été identifié sous d'autres formes, telles que le diamant ou le graphite. A la fin du XXème siècle, il est apparu sous la forme de nouvelles variétés allotropiques, fullerènes et nanotubes. Et pourtant, cet élément qui existe depuis des milliards d'années n'a pas fini de nous surprendre. En effet, au début du XXIème siècle, il a fait la une des journaux scientifiques avec la publication des propriétés inattendues du graphène.

Le graphène est un matériau planaire de structure hexagonale, souvent comparé à un réseau en nid d'abeille, et tire ses propriétés de cette structure : souple, résistant à de fortes pressions, excellent conducteur thermique et électrique, transparent etc. Nous sommes encore loin des applications commercialisables, mais comme précisé par le comité Nobel, les chercheurs Geim et Novoselov ont obtenu ce prix pour avoir donné la preuve de l'existence d'un film 2D de graphène et mesuré ses caractéristiques exceptionnelles, notamment ses propriétés de transport électronique, qui permettent d'envisager de futures applications innovantes, notamment dans le domaine de la conversion et du stockage d'énergie, de la détection, de l'électronique, de la photonique et de la biomédecine.

Il existe plusieurs techniques de fabrication du graphène. Historiquement, la première ayant permis d'isoler un plan unique de graphène repose sur l'exfoliation d'un cristal de graphite à l'aide de ruban adhésif. L'opération est répétée plusieurs fois afin que le film soit suffisamment fin (quelques plans de graphène, voire un seul) avant de le déposer sur un substrat (le plus souvent, Si/SiO<sub>2</sub>). Cette technique est très utilisée notamment parce qu'elle est simple et peu onéreuse et aussi parce que les propriétés du graphène sont accessibles facilement (mobilité, effet Hall quantique). La seconde méthode repose sur une observation datant de 1975 où lorsqu'un substrat de carbure de silicium est recuit à haute température, il y a sublimation du " Si ", ce qui induit une réorganisation des atomes de "C" conduisant à la formation de plan (s) de graphène en surface. Une troisième méthode, qui a suscité un engouement assez récent dans la communauté graphène, repose sur le dépôt par voie chimique sur métaux à partir d'hydrocarbures. Le craquage des molécules en surface est catalysé par le substrat métallique et le carbone ainsi déposé se

réorganise en graphène soit directement, soit après des phases de dissolution dans le solide puis de ségrégation en surface.

La compatibilité avec la technologie existante dans les procédés de fabrication en microélectronique élimine l'exfoliation comme méthode de fabrication à grande échelle. Par ailleurs, la croissance par CVD sur métaux est intéressante pour les faibles épaisseurs de graphène et leur homogénéité, mais elle demande de reporter les couches sur un autre substrat. Dans le cas de la graphitisation, le processus est bien maîtrisé sur la face Si du SiC, mais les mobilités sont limitées par le couplage électronique avec le substrat. Sur la face "C", il est observé une forte déstructuration du substrat après l'obtention de plusieurs plans de graphène. La réalisation de fines épaisseurs est difficilement maîtrisée sur cette face, notamment du fait de la vitesse élevée de croissance dans ce cas. De plus, la graphitisation impose des températures de recuit élevées ( $\geq 1200^{\circ}\text{C}$ ).

En cette thèse, nous proposons une nouvelle théorie nonlocale des nanoplaques orthotropes en prenant en considération la déformation de cisaillement et les influences de l'effet à faible échelle sur une feuille de graphène (*SLGSs : Single Layer Graphene sheets*) se reposant sur le milieu d'élastique de Pasternak. Pour la première fois, des termes intégraux sont inclus dans le domaine proposé de déplacement pour réduire le nombre de variables et d'équations gouvernantes. Les équations obtenues sont alors traitées pour l'analyse de flambement des nanoplaques à base d'un monofeuillet de graphène (SLGSs).

Cette thèse comporte quatre chapitres organisés comme suit :

- Une étude bibliographique présente les principales caractéristiques du graphène et différentes techniques de fabrication, plus, un rappel sur les nanotechnologies et ses domaines d'application.

- Dans le deuxième chapitre, nous citons les diverses théories des plaques (mince et épaisse) et leur hypothèses fondamentales (hypothèses de Love-Kirchhoff et Reissner-Mindlin et HSDT).
- Le troisième chapitre sera consacré à la formulation théorique d'un nouveau modèle de nanoplaque avec une application au graphène.
- Le quatrième chapitre est consacré à la validation numérique du modèle de la nanoplaque, et une étude de l'influence des caractéristiques géométriques, physiques et conditions aux limites sur le modèle étudié.

Finalement, le travail se termine par une conclusion générale résumant les résultats obtenus et qu'ils seront utiles pour les chercheurs et les ingénieurs travaillant dans le domaine des nanostructures.

# ***CHAPITRE I***

# GÉNÉRALITES SUR LE GRAPHÈNE

Le carbone peut être confiné en 0D (point quantique) comme le fullerène, 1D (fil quantique) comme le nanotube de carbone, et 2D (puits quantique) comme le graphène, tel qu'illustré sur la figure 1.1. Cependant, il y a un net avantage avec des structures à confinement 2D, d'où les déplacements des porteurs de charge seront limités à une petite zone de l'espace. Le cas des nanofeuillets du graphène (SLGSs) possédant ainsi des propriétés exceptionnelles dans le domaine électrique, électronique, optique, mécanique, thermique et chimique.

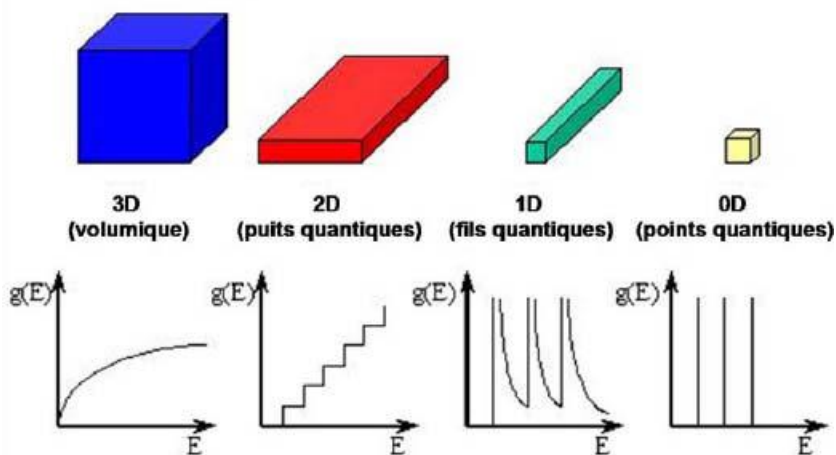


FIG.1.1 Les différentes formes de confinement quantique

## 1.1 Généralités sur la nanotechnologie et ses domaines application:

La découverte du graphène n'aurait vue le jour sans l'avancée des sciences en nanotechnologie et les développements poussés sur le plan théorique et expérimental des nanomatériaux. Des percées majeures ayant été faite et ont bouleversé notre mode de vie. En premier, la microélectronique a conduit au développement fulgurant de l'informatique et les moyens de communications comme la téléphonie mobile. Les nanotechnologies portent un espoir sur les applications différentes mais tout aussi importantes. La nanomédecine couvrant les domaines de l'administration de médicaments sous forme de nanoparticules cela permet de modifier la distribution de la molécule active dans l'organisme. Les nanorobots capables d'interactions précises avec des objets microscopiques, ou capables d'effectuer des manipulations à l'échelle du nano. En effet, de nouvelles technologies permettent de construire des matériaux, atome par atome, ce qui leur confère souvent des propriétés fort différentes des matériaux usuels. Les nanoparticules et les nanotechnologies ne représentent pas uniquement une autre étape vers la miniaturisation. Dans le domaine des nanomatériaux, il convient de considérer également les

nanoparticules, les revêtements nanostructurés ainsi que les matériaux massifs denses ou encore les nanocomposites (à matrices organique, inorganique ou encore métallique). De nouveaux comportements de la matière sont attendus due à la prépondérance des lois de la physique quantique s'exprimant essentiellement à cette échelle.

### **I.1.1 Nanotechnologie :**

La nanotechnologie peut-être définie comme l'ensemble des études et des procédés de fabrication et de manipulation de structures que ce soit électroniques, chimiques et autres, de dispositifs et de systèmes matériels à l'échelle du nanomètre (*nm*). Dans ce contexte, on peut aussi définir les nanosciences comme l'étude des phénomènes et de la manipulation de la matière aux échelles atomique, moléculaire et macromoléculaire, où les propriétés diffèrent significativement de celles à l'état massif. Les nanotechnologies touchent la conception, la caractérisation, la production et l'application de structures, dispositifs et systèmes par le contrôle de la forme et de la taille à une échelle nano. Malgré la relative simplicité et la précision de ces définitions, les nanosciences et nanotechnologies présentent plusieurs aspects liés à des différentes disciplines telles que l'optique, la biologie, la mécanique, microtechnologie.

Ainsi, comme le reconnaît le portail français officiel des NST, « les scientifiques ne sont pas unanimes quant à la définition de nanoscience et de nanotechnologie ». Les nanomatériaux ont été reconnus comme toxiques pour les tissus humains et les cellules en culture.

### **I.1.2 Nanoélectronique :**

La nanoélectronique fait référence à l'utilisation des nanotechnologies dans la conception des composants électroniques, tels que les transistors. Bien que le terme de nanotechnologie soit généralement utilisé pour des technologies dont la taille est inférieure à 100 nanomètres, la nanoélectronique concerne des composants si petits qu'il est nécessaire de prendre en compte les interactions interatomiques et les phénomènes quantiques. La nanoélectronique est parfois considérée comme un bouleversement technologique car les composants actuels sont très différents des transistors traditionnels. Parmi ces composants, on trouve notamment : l'électronique hybride moléculaire/semi-conducteurs, les nanotubes et les nanofils, ou encore l'électronique moléculaire avancée. La nanoélectronique à basse-tension et à ultra-basse-tension sont d'importants thèmes de recherche et de développement et l'apparition de nouveaux circuits qui fonctionnent à proximité de la limite théorique.

La maîtrise et le développement de la nanoélectronique nous ouvre les portes dans l'industrie de l'électronique et de la télécommunication, sachant bien que la microélectronique a

pour but de fabriquer des circuits intégrés, des semiconducteurs, des transistors...etc, contenant des puces électroniques, véritables. On parle de centaines de milliards de puces qui ont été fabriquées pour un chiffre d'affaires de centaines milliards de dollars. La maîtrise de la fabrication de ces composants se mesure à l'échelle atomique, l'électronique faisant ainsi partie intégrante des nanotechnologies.

Dans les circuits intégrés, tels que ceux constituant les microprocesseurs, les fabricants parviennent à assembler plusieurs centaines de millions de transistors de taille inférieure à 100 nanomètres. Cette miniaturisation des composants a suivi la logique de la loi de « Moore » diminution de la taille et accroissement de la puissance d'un facteur tous les 18 mois, qui s'est accélérée en passant à l'échelle nanométrique. Actuellement, les plus petits composants en fabrication industrielle atteignent une taille de 65 nm et descendront à 45 voire à 32 nm. Aller au-delà par la voie descendante n'est pas envisageable en l'état actuel des procédés de fabrication et se heurtera tôt ou tard aux limites de la matière. Cette miniaturisation permet d'accroître les fonctionnalités associées au composant (puissance, volume de stockage des mémoires...) tout en diminuant sa taille et sa consommation électrique.

Parallèlement aux efforts accomplis pour miniaturiser les composants électroniques en améliorant les technologies existantes, on étudie la possibilité d'utiliser des molécules comme nanocomposants de base pour l'électronique. Le cœur de l'électronique et de l'informatique - c'est-à-dire le passage ou non de courant que matérialisent les chiffres zéro (0) et un (1) serait remplacé par l'utilisation d'une molécule particulière qui pourrait être associée à des combinaisons plus complexes que cette logique binaire. Ces transistors moléculaires pourraient prendre la forme de nanotubes de carbone, de nanofils ou même de l'ADN dont les propriétés de conduction pourraient permettre aux électrons de circuler sans résistance et sans échauffement.

L'électronique connaît une forte croissance au niveau mondial par rapport à l'industrie manufacturière de l'automobile, mais la pression est très forte sur les prix et les gains de productivité sont à la fois amplifiés par une large échelle de production et limités en raison notamment d'une hausse des coûts de recherche et développement et de l'importance des investissements qui peuvent aller de plusieurs milliards de dollars pour la création d'une nouvelle usine de fabrication de gaufre de silicium (wafers) de 300 millimètres. Le marché mondial des systèmes électroniques et des semiconducteurs utilisant des nanotechnologies est en pleine croissance.

### I.1.3 Nanomédecine :

La nanomédecine, est l'application médicale de la nanotechnologie et de la recherche apparentée. Elle couvre les domaines de l'administration de médicaments sous forme de nanoparticules.

L'idée de l'utilisation de nanomédicaments est de modifier la distribution des molécules actives dans l'organisme, ce faisant il est alors théoriquement possible d'accumuler la molécule active sur ses sites d'actions pharmacologiques et de l'éloigner des sites sur lesquels elle pourrait avoir des effets non désirés ou effets secondaires. Les nanomédicaments, en plus d'améliorer l'efficacité du traitement permet aussi dans une certaine mesure d'améliorer le diagnostic, car ils peuvent apporter un élément détectable sur une zone d'intérêt comme une tumeur par exemple. Lorsque diagnostic et thérapeutique sont couplés dans le même système, on parle de théranostique. Les domaines d'applications des nanomédecine en santé sont très variés, la cancérologie est un des domaines où l'on trouve le plus d'applications du fait des possibilités de ciblage, ou vectorisation, des tumeurs offertes par les nanoparticules.

Les objets thérapeutiques utilisés en nanomédecine ont une taille inférieure au micromètre et bien souvent inférieure à 200 nanomètres. On trouve par exemple des nanoparticules, des nanocapsules, des liposomes, des micelles, qui sont issus des nanotechnologies.

### I.1.4 Nanostructures :

Une nanostructure est un assemblage d'atomes ou de molécules dont au moins une dimension est comprise entre 0,1 et 100 nanomètres. En pratique, on tolère un certain débordement dans ces limites. Une nanostructure semble à une structure d'un bâtiment est présentée sur la figure (I.2).

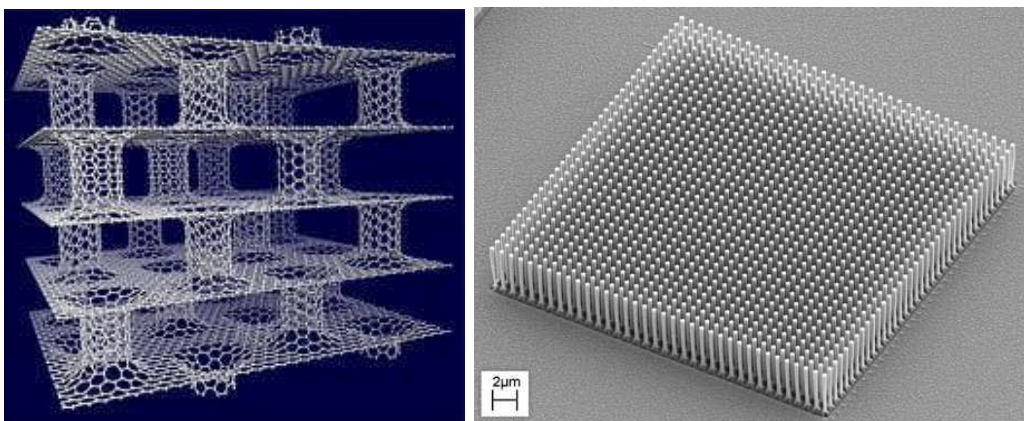


FIG.I.2 Nouveau design de nanostructure en carbone

### **I.1.5 Nanocomposites :**

Les nanocomposites peuvent être définis comme des matériaux comportant plusieurs phases dont l'une au moins a une dimension nanométrique. Comme pour les composites traditionnels les nanocomposites peuvent posséder non seulement les propriétés des matériaux parent mais aussi de taille d'une phase et au très grand rapport de la surface interphase au volume totale qui en résulte. L'incorporation de nanostructures ou particules dans une matrice vise généralement à modifier ou améliorer des propriétés mécaniques optiques, magnétique ou thermiques. On trouve des nanomatériaux monodimensionnels, comme les fils de carbone ainsi que des structures de deux à trois dimensions. La phase majoritaire d'un composite est appelée matrice. Environ un tiers des objets usuels sont aujourd'hui constitués d'un matériau dont la matrice est polymère. C'est le cas ustensiles en plastique, en caoutchouc ou en résine, des colles, des peintures et des gels. Les polymères sont des substances organiques et inorganiques, constituées d'enchaînements en motifs répétés de macromolécules de même nature chimique et reliées par des liaisons covalentes. Un polymère peut être d'origine naturelle, ou obtenu par une réaction chimique appelé polymérisation qui réalise les liaisons covalentes entre des molécules plus petites (monomères). A l'état solide, les chaînes peuvent être localement ordonnées et l'on parle alors de polymère semi cristallins : le polyéthylène, le polypropylène et le nylon font partie.

### **I.1.6 Les différentes formes des Nanomatériaux :**

La nanotechnologie consiste à la manipulation d'atomes ou de molécules, elle nous permis à concevoir et de produire des objets de taille infime ou des matériaux contenant des particules ou des structures de très petite taille. L'échelle de ces objets ou structures est de l'ordre de moins de 100 nanomètres. Les nanomatériaux comme par exemple les particules, tubes, tiges ou fibres nanométriques sont les principaux produits de la nanotechnologie. Les nanoparticules sont normalement définies comme ayant au moins une dimension inférieure à 100 nanomètres. Avec le développement des nanotechnologies, les nanomatériaux trouvent des applications dans de nombreux secteurs comme la santé, l'électronique, la cosmétique, le textile, les technologies de l'information et la protection de l'environnement.

Il existe de nombreux types différents de nanomatériaux. Ceux-ci peuvent être produits à partir de matières premières, par synthèse chimique ou à partir de l'assemblage de composants plus petits. Ils peuvent comporter des composants multiples, être groupés en agglomérats, et avoir différentes structures internes ou externes.

Ces diverses caractéristiques peuvent affecter les propriétés des nanomatériaux, de telle sorte que leurs propriétés chimiques ou physiques sont souvent différentes de celles des matériaux massifs. Cela peut poser des difficultés pour conduire une évaluation des risques alors même que l'utilisation de ces matériaux est en pleine expansion.

Dans ce contexte, on cite les différentes formes de nanomatériaux :

- *Les nanocristaux* : les nanocristaux sont des monocristaux dont au moins une des dimensions est inférieure à 100 nm. Pour les nanocristaux de semi-conducteurs, pour des dimensions inférieures à 10 nm on parle souvent aussi de points quantiques (*quantum dot* ou *qdot*). nous citons un exemple sur les nanocristaux obtenus par implantation ionique dans une matrice de silice, ces derniers sont utilisés pour leur propriété optoélectronique remarquable, surtout dans le domaine de la télécommunication, la fabrication des composants électroniques avec la technologie " tout silicium " et la génération de laser à base de silicium nanostructuré [1].
- *Les Nanopoudres* : C'est des poudres utilisées dans le domaine des nanotechnologies, dont la taille se situe entre 1 et 100 nanomètres. Différents secteurs utilisent les nanopoudres, comme l'électronique, l'optique, les fabricants de pièces mécaniques, l'énergie et l'environnement ou encore le domaine médical. L'électronique et les fabricants de pièces mécaniques se sont appropriés la silice et l'alumine. L'oxyde de zinc devient également très intéressant puisqu'il contribue à créer la nouvelle génération des crèmes solaires. La zircone est utilisée pour les céramiques mécaniques de haute performance. Il est aussi biocompatible et permet de fabriquer des prothèses. Le plus souvent, il est sous forme stabilisée, c'est-à-dire mélange avec quelques pourcents de Cérium, d'Yttrium ou de Calcium. Parmi les techniques utilisées pour la fabrication des poudres de bonne qualité, c'est le broyage mécanique.
- *Les nanotiges* : En nanotechnologie, une nanotige est l'une des formes des objets nanométriques. Chacune de ses dimensions est de 1 à 100 nm. Elle peut être synthétisée chimiquement à partir d'un matériau métallique ou semi-conducteur. Un ensemble de ligands influent sur les agents de forme et se lient aux différentes facettes de la nanotige avec une force variable. Ces forces agissent sur le taux de

croissance des facettes, ce qui permet de créer une nanotige étirée selon une direction.

Les nanotiges peuvent se retrouver dans les appareils d'affichage (la réflectivité des nanotiges change selon le champ électrique appliqué) et dans les microsystèmes électromécaniques. Les nanotiges fabriquées à partir de matériaux semi-conducteurs pourraient servir comme intermédiaire dans les systèmes photovoltaïques.

- *Les nanocapteurs* : Les nanocapteurs sont des capteurs dont la taille ne dépasse pas quelques nanomètres. Un premier exemple est l'ICCR (ion channel coupled receptor) récemment mis au point par une double équipe<sup>1</sup> de français, par ingénierie de protéines. Il s'agit d'un assemblage moléculaire répondant à deux fonctions : en premier, la reconnaissance d'un signal chimique (hormone, neurotransmetteur), en second, la conversion en signal électrique.

Quand la protéine est en contact avec la molécule qu'elle doit reconnaître, elle change de conformation, modifiant le canal adjacent par ouverture d'un passage transmembranaire permettant un flux d'ions détecté comme micro-courant électrique.

Les prospectivistes imaginent donc des batteries de biocapteurs pouvant imiter des capteurs naturels et cibler ou détecter des molécules particulières. (Toxiques, médicaments, signal hormonal, etc.).

- *Les nanofils* : c'est des nanostructures, dont le diamètre est exprimé en nanomètre, (inférieur ou égal à 100 nm). d'un autre côté, les nanofils peuvent être définis comme des structures qui ont une épaisseur ou un diamètre définis, mais d'une longueur quelconque. À ces échelles les effets sont importants d'où l'utilisation du terme de « fils quantiques ». De nombreux types de nanofils existent, incluant des matériaux métalliques (par exemple, Ni, Pt, Au), semiconducteurs (comme Si, InP, GaN, etc.), ou diélectriques (e.g. SiO<sub>2</sub>, TiO<sub>2</sub>). Les nanofils moléculaires sont constitués d'unités moléculaires organiques (par exemple l'ADN) ou inorganiques se répétant.

Ces objets nanométriques présentent des intérêts pour de nombreux champs technologiques (micro/nanoélectronique, énergie photovoltaïque) et scientifiques (biologie, physique).

- *Les nanoparticules* : Une nanoparticule est définie comme étant un nano-objet dont les trois dimensions sont à l'échelle nanométrique, c'est-à-dire une particule dont le diamètre nominal est inférieur à 100 nm environ. Une autre définition, plus large, qualifie de « nanoparticule » un assemblage d'atomes dont au moins une des dimensions se situe à l'échelle nanométrique ; ceci correspond à la définition de « nano-objet ». Certaines nanoparticules (naturelles ou artificielles), diffusées dans l'environnement, notamment par l'air ou via les eaux usées, sont fortement suspectées d'avoir des effets négatifs sur l'environnement, et sur la santé quand elles sont inhalées ou qu'elles pénètrent le corps via la peau, l'eau ou l'alimentation; « Les études toxicologiques démontrent clairement que la très petite taille des nanoparticules est un élément-clé au niveau de la toxicité, surtout au niveau des particules non ou peu solubles. Les propriétés de surface, la capacité à induire des radicaux libres ou à libérer certains ions peuvent également influencer substantiellement sur la toxicité. Plusieurs effets pulmonaires ont été documentés dont la capacité de certaines nanoparticules à induire des granulomes pulmonaires. Les données actuellement disponibles semblent indiquer par ailleurs que l'absorption cutanée serait relativement limitée » (Ostiguy et Al., 2006).
- *Les Nanotubes* : Les nanotubes sont des structures cristallines particulières, de forme tubulaire, creuse et close, composée d'atomes disposés régulièrement en pentagones, hexagones et/ou heptagones, obtenue à partir de certains matériaux, en particulier le carbone et le nitrure de bore. Les propriétés mécaniques des nanotubes n'ont bien sûr pas échappé aux spécialistes des matériaux. Leur coût est certes élevé, mais incorporés en petites quantités dans des matrices en polymère, ils pourraient renforcer mécaniquement ces derniers. Ils permettraient également d'améliorer les propriétés de conduction thermique de ces matériaux. Malgré leur minuscule taille, on sait bobiner et tisser des nanotubes de carbone, à l'instar de n'importe quel fil. Ces nanotubes sont capables de subir des contraintes et des déformations extraordinaires sans casser". Certains ont même émis l'idée de construire un ascenseur spatial en tendant un câble de nanotubes entre la Terre et un satellite géostationnaire. Une telle entreprise est peu réaliste, étant donné son

coût et ses difficultés techniques, mais la Nasa américaine s'y intéresse néanmoins, et développe un projet (encore très théorique) sur le sujet. Des propriétés mécaniques hors du commun avec une très grande élasticité (module d'élasticité  $> 1000$  GPa) et très grande flexibilité (contrainte tangentielle: 45 GPa).

Si les nanotubes à base de carbone sont de loin les plus connus, ce ne sont pas les seuls existants. L'ONERA a en effet développé des nanotubes à base de nitrure de bore (BN). En alternant les atomes d'azote et ceux de bore, on retrouve en effet la même structure en nids d'abeilles que le graphite, qui peut aussi s'enrouler pour former des nanotubes. Les méthodes de synthèse de ces molécules sont comparables à celles carbonées, en chauffant à très haute température du nitrure de bore. Dès 1994 des chercheurs ont obtenu les premiers nanotubes de nitrure de bore multifeuillets grâce à la méthode de l'arc électrique. Et en 2000, une équipe l'ONERA a réussi à synthétiser en quantité massive des nanotubes de nitrure de bore monofeuillet, en vaporisant une cible de BN sous atmosphère d'azote à l'aide d'un laser à  $\text{CO}_2$ . Ces nanotubes ont des propriétés électroniques différentes de leurs homologues en carbone : leur "gap" électronique est bien plus grand, c'est-à-dire qu'ils sont moins conducteurs que les nanotubes carbonés. Ici, ce gap correspond à une émission dans l'ultraviolet, longueur d'onde où les sources et les détecteurs sont rares.

### **I.1.7 Fabrication et caractérisation des nanomatériaux :**

Le développement des sciences des nanomatériaux na été possible qu'en disposant d'instruments permettant de voir, analyser, mesurer et manipuler l'arrangement de la matière à l'échelle nanométrique et de techniques permettant de les fabriquer et de les agencer.

#### ***I.1.7.1 Nanofabrication:***

Pour fabriquer des nanocomposants, deux approches sont possibles : l'approche descendante (*top-down*) et l'approche ascendante. L'approche descendante (*bottom-up*) consiste à réduire progressivement la taille d'un matériau, d'un composant. C'est la voie suivie par la microélectronique depuis plus de 50 ans, notamment au moyen de la photolithographie. Toujours activement exploitée, elle se heurte de plus en plus à des limites techniques et économiques en descendant vers l'échelle nanométrique. L'approche ascendante consiste, quant à elle, à assembler la matière, atome par atome, pour construire des molécules que l'on intègre ensuite dans des systèmes plus grands, afin d'obtenir les propriétés ou les fonctions désirées.

Présentement, certains microcomposants et microsystèmes voient progressivement leurs dimensions diminuer et se rapprocher de l'échelle du nanomètre suivant la voie descendante, devenant ainsi des nanocomposants et des nanosystèmes. Parallèlement, les scientifiques pensent même à la mise au point de nouvelles méthodes d'assemblage atome par atome, molécule par molécule, qui ouvrent la voie à la démarche ascendante : ces méthodes, inspirées du monde de la chimie et de la biologie, consistent à construire des nanosystèmes à partir des éléments de base que sont les atomes. Cette démarche nécessite l'invention d'instruments d'observation et de fabrication adaptés, mais aussi de comprendre comment fonctionnent des systèmes aussi petits. En effet, les objets nanométriques possèdent souvent des propriétés chimiques, électriques, magnétiques différentes de celles des objets, de même composition, mais de taille macro ou microscopiques (comme la flexibilité, la résistance, l'adhésion ou la répulsion), et très recherchées par les industriels. Les lois de la physique classique ne permettent pas d'expliquer leur comportement et l'on doit alors faire appel aux lois de la physique quantique pour comprendre et identifier ces nouvelles propriétés.

#### ***1.1.7.2 Nanocaractérisation:***

Dans le cas des microscopes optiques traditionnels, ces derniers permettent de voir et d'imager des poussières ou les bactéries, mais ce n'est pas le cas quand on parle d'un nanotube d'une dimension de 50.000 à 100.000 fois plus fin qu'un cheveu. En effet, la longueur d'onde de la lumière se situe entre 400 et 800 nanomètres, elle est trop grande pour observer un objet de moins de dix nanomètres de largeur. Cependant, de nouvelles techniques d'imagerie ont fait leur apparition depuis l'émergence des nanotechnologies. Il s'agit bien du célèbre microscope à effet tunnel (*STM : scanning tunneling microscope*), offre des images de la surface des nanotubes, et permet de distinguer les atomes du feuillet extérieur du nanotube. La microscopie électronique a permis d'identifier les nanomatériaux et continue à jouer un rôle important pour mieux les étudier. Ils existent aussi d'autres équipements qui existaient déjà et qui ont été développés pour avoir une meilleure résolution, nous citons le microscope électronique à balayage (*SEM : scanning electron microscopy*) et le microscope électronique à transmission (*TEM : transmitted electron microscopy*) dans lequel un faisceau d'électrons interagit avec les atomes des molécules que l'on observe, ce qui permet de récupérer des informations sur ces molécules. Cette technique ne permet pas de distinguer les atomes en particulier, mais elle est très efficace pour reconnaître les nanotubes par exemple. On voit en effet distinctement les rebords de ces filaments, ou leur section. On peut même compter le nombre de feuillets de chaque nanotube.

- *La microscopie électronique à balayage* : La microscopie électronique à balayage (*MEB*) est une technique de microscopie électronique capable de produire des images en haute résolution de la surface d'un échantillon en utilisant le principe des interactions électrons- matière.

S'appuyant sur les travaux de Max Knoll et Manfred Von Ardenne dans les années 1930, la MEB consiste en un faisceau d'électrons balayant la surface de l'échantillon à analyser qui, en réponse, réémet certaines particules. Ces particules sont analysées par différents détecteurs qui permettent de reconstruire une image en trois dimensions de la surface. Les travaux menés dans les années 1960 dans le laboratoire de Charles Oatley à l'université de Cambridge ont grandement contribué au développement de la MEB, et ont conduit en 1965 à la commercialisation par Cambridge Instrument Co. des premiers microscopes à balayage. Aujourd'hui, la microscopie électronique à balayage est utilisée dans des domaines allant de la biologie à la science des matériaux, et un grand nombre de constructeurs proposent des appareils de série équipés de détecteurs d'électrons secondaires et dont la résolution se situe entre 0,4 nanomètre et 20 nanomètres.

- *Le microscope à effet tunnel* : Le microscope à effet tunnel (*STM*) fut inventé en 1981 par des chercheurs d'IBM, Gerd Binnig et Heinrich Rohrer, qui reçurent le prix Nobel de physique pour cette invention en 1986. C'est un microscope en champ proche qui utilise un phénomène quantique, l'effet tunnel, pour déterminer la morphologie et la densité d'états électroniques de surfaces conductrices ou semi-conductrices avec une résolution spatiale pouvant être égale ou inférieure à la taille des atomes.
- *Le microscope à force atomique* : Le microscope à force atomique (*AFM atomic force microscope*) est un type de microscope à sonde locale de balayage qui sert à former une image topographique de surface en trois dimensions (3D) et de déterminer la rugosité de la surface. Inventé en 1985, par G.Binnig , F.Quate et C. Gerber, ce microscope est essentiellement basé sur l'analyse d'un d'échantillon point par point au moyen d'un balayage via une sonde locale, assimilable à une pointe effilée. Ce mode d'observation permet alors, de réaliser la cartographie locale des grandeurs physiques caractéristiques de l'échantillon sondé (force, capacité, intensité de rayonnement, courant), mais également de travailler dans

des environnements particuliers tels que les milieux sous vide, liquides ou ambiants.

- *La Sonde ionique focalisée* : La Sonde ionique focalisée, (*FIB* : *Focused ion beam*), est un instrument scientifique qui ressemble au microscope électronique à balayage (MEB). Mais là où le MEB utilise un faisceau d'électrons focalisés pour faire l'image d'un échantillon, la "FIB" utilise un faisceau d'ions focalisés, généralement de l'Argon. Il est en effet facile de construire une source à métal liquide (*LMIS*, *liquid metal ion source*). Contrairement aux MEB, les FIB sont destructives. Par conséquent, leur domaine d'applications est plus la microfabrication que la microscopie. Les principaux domaines d'applications sont la science des matériaux et en particulier le domaine des semi-conducteurs et des circuits intégrés.

### **I.1.8 Les avantages et les inconvénients de la nanotechnologie :**

Nous citons en premiers quelques avantages de la nanotechnologie qui n'est pas seulement une révolution industrielle, mais également une voie permettant de résoudre beaucoup de problèmes de notre monde et aussi une voie permettant d'avoir une meilleure vie. De plus avec la nanotechnologie, l'élaboration de nombreux systèmes de transformations et de productions plus performants pourra permettre une meilleure utilisation des ressources naturelles. Grâce à eux, certains matériaux nocifs pour l'environnement (ex: lubrifiants, engrais chimiques, pesticides...) pourraient être remplacés.

On peut dire également qu'avec la nanotechnologie, la dépollution et la réparation des dégâts causés à l'environnement sont à notre portée. Un exemple de la dépollution avec l'élimination de la pollution des eaux industrielles et de l'air. Par la nanotechnologie, des nanoparticules comme les nanopoudres peuvent être utilisées pour dépolluer l'eau. Des études ont montrées que cette méthode peut être utilisée avec succès. De plus, cette méthode a un coût beaucoup plus petit que les méthodes qui nécessitent de pomper l'eau hors de la terre pour le traitement. Au niveau de l'air, une des applications de la nanotechnologie la plus répandue dans ce domaine est le pot catalytique. Grâce à celui-ci, tous les polluants (monoxyde de carbone, oxyde d'azote) peuvent être éliminés. Ensuite, la nanotechnologie permettra une grande avancée dans le domaine médical avec l'élaboration de nombreux médicaments permettant de vaincre certaines maladies, dans le domaine militaire avec l'amélioration des armes et dans le domaine informatique avec la production de nouveaux ordinateurs, cellulaires et autres produits

électroniques. Pour conclure, les nanotechnologies ont le gros avantage de pouvoir résoudre certains problèmes inhérents aux conditions de la vie de l'homme.

En second, nous donnons aussi quelques inconvénients et les risques liés aux nanotechnologies qui sont divers. Tout d'abord, il est important de savoir que grâce à leur petite taille, les nanotechnologies peuvent facilement pénétrer dans le corps humain. En effet, ce dernier a plusieurs entrées, notamment la peau et les voies respiratoires. C'est pour cela que le corps humain est exposé aux dangers. La peau n'est plus une barrière efficace contre bon nombre de corps étrangers. Un nanorobot peut passer à travers les barrières naturelles du cerveau tout comme il peut atteindre la zone placentaire chez la femme enceinte. Il faut être prudent, car les effets cardiovasculaires, respiratoires et cancérigènes des nanotechnologies sont encore inconnus. Même si les avancées apportées par les nanotechnologies dans le domaine de la santé sont très prometteuse, il y a beaucoup d'inquiétudes concernant les nanomatériaux.

## **I.2 Les formes allotropiques du carbone :**

Le carbone est le quatrième élément le plus abondant dans le système solaire et le sixième plus abondant dans l'univers, bien qu'il ne soit que dixième au niveau de l'abondance terrestre. Il existe dans la croûte terrestre à la teneur moyenne de 180 ppm, la plupart du temps sous forme de composés, et dans l'atmosphère, sous forme de CO<sub>2</sub>, CO et de méthane [2]. Il est symbolisé par C et numéroté six dans le tableau périodique, ces quatre électrons dans la couche de valence peuvent former une large gamme de liaisons chimiques. La liaison avec lui-même c.-à-d. carbone-carbone permet de donner une liaison simple, double et triple, dans ce cas, on aura une formation de trois grandes allotropies de carbone : le diamant, le graphite et les fullerènes.

Il y a aussi trois isotopes du carbone : <sup>12</sup>C (98,89 %), <sup>13</sup>C (1,11 %) et des traces de <sup>14</sup>C, lequel est formé à partir de <sup>14</sup>N dans la haute atmosphère, du fait du bombardement de neutrons [3].

### **1.2.1. Le graphite :**

Le graphite présente une structure lamellaire constituée d'un empilement de feuillets. Chaque feuillet, ou plan de graphène, est constitué d'atomes de carbone en état d'hybridation sp<sup>2</sup>, formant un réseau hexagonal de paramètre de maille 0,243 nm, la longueur de la liaison C-C étant de 0,142 nm. Il existe deux façons d'empiler les plans de graphène sur eux-mêmes, résultant en deux formes cristallines différentes de graphite.

La forme cristalline stable est le graphite hexagonal [4]. Les plans de graphène sont empilés, comme sur la figure 1.1. La distance inter-feuillets est de 0,335 nm.

L'autre forme cristalline possible est le graphite rhomboédrique, phase métastable du graphite hexagonal. Les plans de graphène sont ici aussi empilés, mais chaque plan est décalé d'une longueur de liaison par rapport au plan précédent. La distance inter-feuillets est également de 0,335 nm.

Le graphite se rencontre rarement sous la forme d'un monocristal, bien que la croissance de monocristaux macroscopiques soit possible. Le graphite courant, celui des mines de crayon, est un poly cristal, constitué de cristallites de graphite hexagonal orienté aléatoirement.

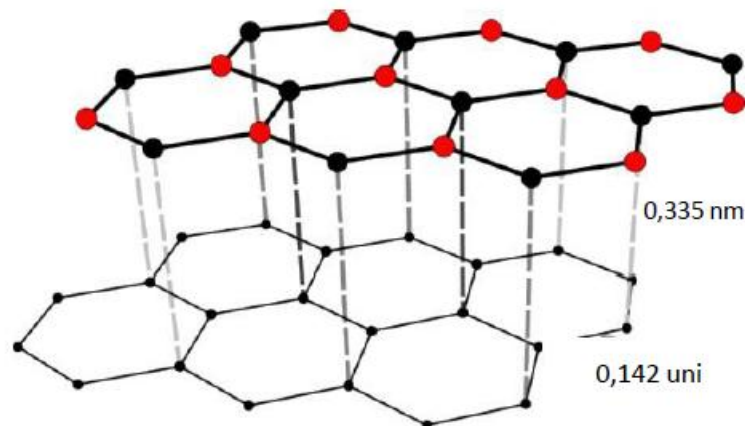


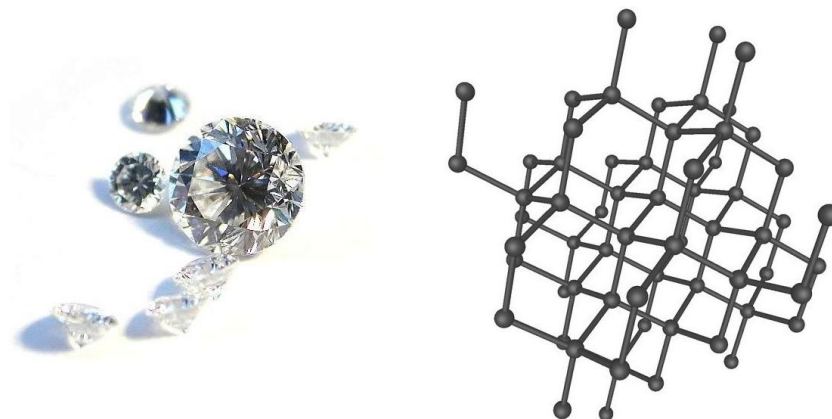
FIG.1.3 Structure du graphite hexagonal

### 1.2.2 Le diamant

Le diamant est une forme allotropique tridimensionnelle du carbone. Dans le diamant, les atomes de carbone sont en état d'hybridation  $sp^3$ , et donc tétravalents. Il existe plusieurs structures cristallines du diamant [5], comme le diamant hexagonal ou la lonsdaléite, mais la structure la plus courante est de loin le diamant cubique figure 1.2

La maille de cette structure est de type cubique faces centrées, avec un paramètre de maille de 0,356 nm, et une distance interatomique de 0,154 nm.

Le diamant est le matériau le plus dur, on trouve plusieurs applications en tant qu'abrasif haute performance. Il possède la plus haute conductivité thermique connue parmi les solides à température ambiante. C'est excellent semiconducteur lorsqu'il est dopé avec de faible dose de lithium, bore, azote ou phosphore. Il transmet la lumière depuis l'infrarouge lointain jusqu'à l'ultraviolet avec un haut indice de réfraction.



*FIG.1.4 Structure du diamant*

### 1.2.3 Les fullerènes

Considérons le graphite, phase thermodynamiquement stable du carbone : chacun de ses plans graphène possède un très grand nombre, disons une infinité, d'atomes de carbone. Si l'on grandit le nombre d'atomes de carbone, la structure doit alors « se refermer » sur elle-même. Si le nombre de carbones est inférieur à quelques centaines, les structures stables sont fermées : il s'agit des fullerènes, de formule brute  $C_{2n}$ . En conséquence directe du théorème d'Euler, on peut calculer que 12 pentagones sont nécessaires pour donner la courbure permettant à la structure de se refermer sur elle-même. [6]

Avec 12 pentagones et 20 hexagones on forme le fameux  $C_{60}$ , ou buckminster fullerène, du nom de Buckminster Fuller (architecte ayant conçu les dômes géodésiques, des structures spatiales offrant un grand volume, pour une résistance et une légèreté inégalées). Ce fullerène est représenté sur la FIG 1.3 avec ses deux types de liaisons C-C : celles qui sont communes à deux hexagones sont appelées liaisons 6-6, celles qui sont communes à un hexagone et un pentagone sont nommées liaisons 5-6. Du fait de la délocalisation électronique des électrons  $\pi$ , les carbones sont tous chimiquement équivalents : un spectre Raman  $^{13}C$  du  $C_{60}$  en solution ne comporte qu'un seul pic.

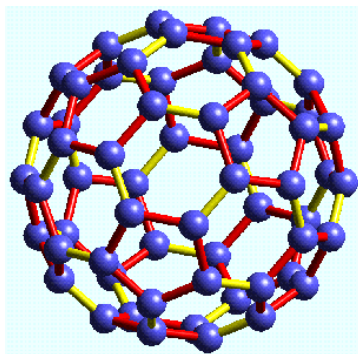


FIG.1.5 Structure du  $C_{60}$ . Les liaisons C-C communes à un hexagone et un pentagone sont représentées en rouge, les liaisons communes à deux hexagones sont représentées en jaune.

En coupant en deux parties égales le  $C_{60}$  et en ajoutant des atomes de carbone avant de refermer la structure, on peut construire le  $C_{70}$  (25 hexagones, 12 pentagones) et le  $C_{80}$  (30 hexagones, 12 pentagones). [7]

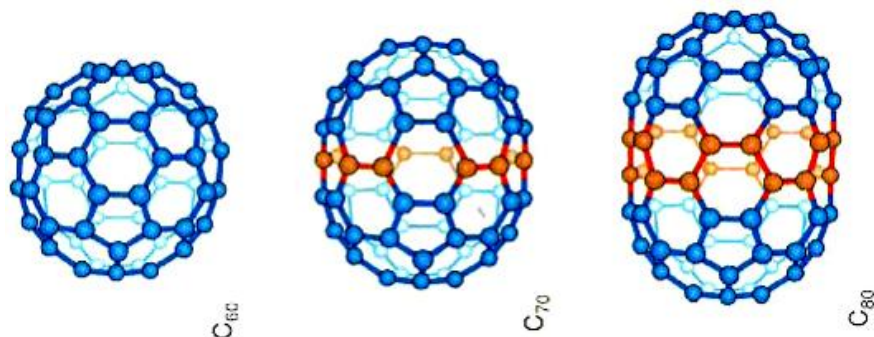


FIG.1.6 Du  $C_{60}$  au  $C_{80}$  : les atomes ajoutés au  $C_{60}$  pour obtenir le  $C_{70}$  et le  $C_{80}$  sont représentés en rouge.

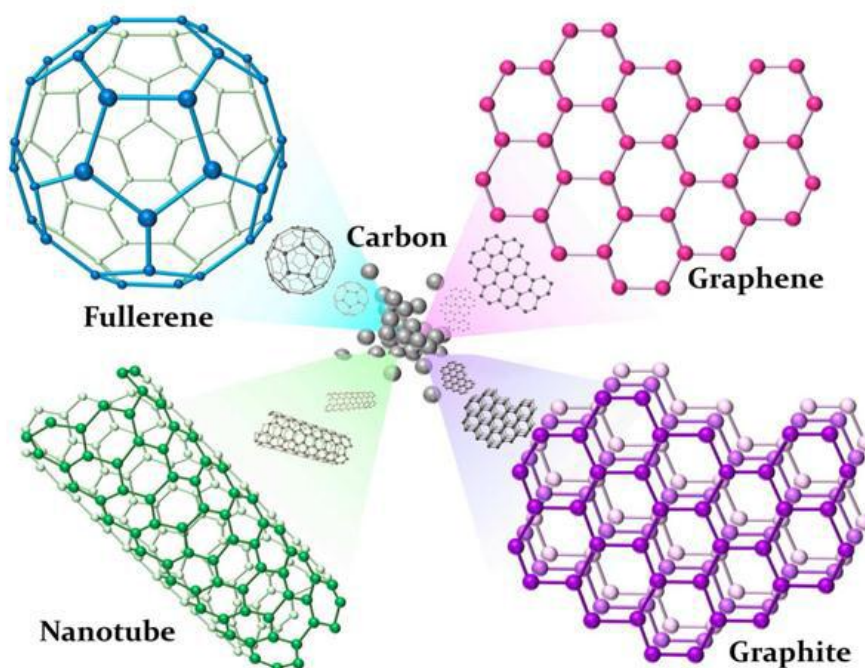
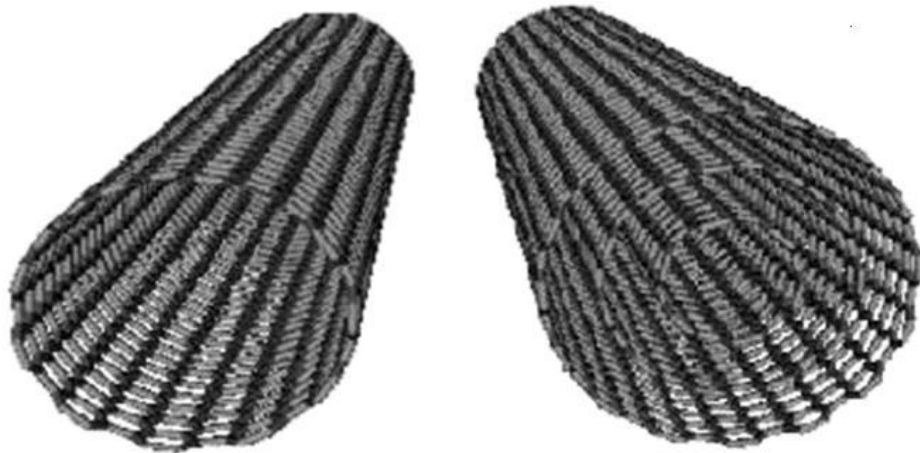


FIG.1.7 Récapitulation des différentes formes allotropiques du carbone abordées dans ce paragraphe.

### 1.2.4 Les Nanotubes de Carbone

Les nanotubes de carbone ont été découverts dans les débuts des années 1991 par Iijima *et al.* Ils se composent d'une seule couche graphitique enroulée sur elle-même, en se terminant par des demi sphères de fullerènes de chaque côté. Possédant un caractère monodimensionnel (1D) et un arrangement hexagonal des atomes de carbone, les nanotubes de carbone peuvent être à mono ou à plusieurs parois (Iijima.S, 1991).



*FIG.1.8 Deux types de nanotubes de carbone  
(à gauche) monofeuillet SWCNT ; (à droite) multifeuillets MWCNT*

Le facteur commun entre ces allotropes de carbone (graphite, nanotube et fullerène) est un arrangement hexagonal des atomes de carbone, d'où une monocouche de carbone peut-être obtenue sous plusieurs formes, un empilement de feuillets de graphène, en cylindre afin de former des nanotubes de carbone et la forme de ballon qui caractérise les fullerènes. Récemment une autre forme allotropique a été rajoutée à la famille des nanocarbone, cette dernière est nommée le graphène. Depuis sa découverte en 2004, il devient un sujet très discuté dans le domaine de la recherche des sciences des matériaux. [8]

### 1.2.5 Le graphène :

Le graphène est un allotrope bidimensionnel (2D) d'atomes de carbone qui présente une structure cristalline hexagonale. Dans les plans graphène, chaque atome a une hybridation  $sp^2$ , qui impose un réseau en nid d'abeille et établit trois liaisons " $\sigma$ " avec ses trois plus proches voisins.

Le graphène présente d'énormes potentialités dans différents domaines d'application. Ses propriétés électroniques attirent beaucoup de chercheurs et scientifiques du fait de sa mobilité des électrons intrinsèque à la température ambiante et une conductivité électrique exceptionnelle.

Le graphène détient un record de la conductivité thermique, Ses propriétés mécaniques et sa transparence permettent la conception de couches conductrices, transparentes et flexibles.

### 1.3 Le graphène en 2D :

#### 1.3.1 Structure cristallographique

Le graphène est un arrangement bidimensionnel d'atomes de carbone d'épaisseur monoatomique disposés suivant un réseau en nid d'abeilles (FIG1.7.a). Ce matériau bidimensionnel a été isolé pour la première fois en 2004 par Novoselov travaillant avec Geim [9], en utilisant la technique d'exfoliation mécanique en utilisant un ruban adhésif à partir d'un échantillon de graphite pyrolytique hautement orienté (HOPG).

La structure cristallographique du graphène est constituée d'une cellule unitaire hexagonale avec 2 atomes de carbone. La distance entre atomes de carbone est 1.42 Å et la norme des vecteurs de base ( $\vec{a}_G$  et  $\vec{b}_G$ ) du réseau sont exprimées par  $a_G = b_G = 2.46$  Å [10].

Les positions des atomes de carbone dans la cellule unitaire sont :  $\vec{r}_1 = (0,0)$

Et  $\vec{r}_2 = (1/3)\vec{a}_G + (2/3)\vec{b}_G$ . En tenant compte des atomes de carbone dans cette cellule, la densité planaire des atomes de carbone dans une monocouche de graphène est:

$$n_G^c = \frac{2 \text{ atomes}}{\left[ \frac{a_G^2 \sqrt{3}}{2} \right]} = 0.382 \text{ atomes}/\text{Å}^2$$

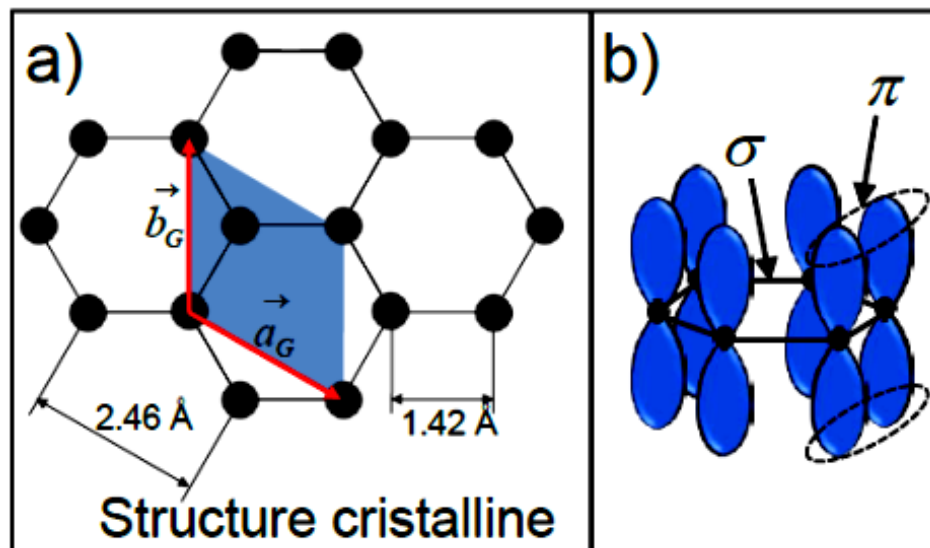


FIG.1.9: a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de 120°C. Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons  $\sigma$  dans le plan de graphène et des orbitales  $\pi$  perpendiculaire à ce plan.

Chaque atome de carbone dans le graphène est lié de façon covalente à trois autres atomes à travers des liaisons  $\sigma$  (chevauchement frontal) d'orbitales hybrides  $sp^2$  (FIG1.7.b), ces liaisons sont très fortes. Les orbitales  $p_z$  (chevauchement latéral) perpendiculaires au plan du graphène, forment des liaisons  $\pi$  qui sont responsables de la conduction électronique parallèlement au plan du graphène.

### 1.3.2 Structure électronique:

Le graphène isolé est un matériau idéal qui n'existe pas dans la nature. Les premiers calculs de la structure de bandes d'énergie du graphène ont été développés en 1947 par Wallace [13]. Dans ses calculs, il a négligé l'interaction entre plans de carbone et supposé que la conduction se produit exclusivement dans le plan de carbone. Enfin, il a montré que ce matériau (graphène) possède un comportement semi-métallique. D'autre part, les calculs 'ab initio' développés beaucoup plus tard par Varchon *et al.* [12], ont permis d'obtenir la structure de bandes du monoplan de graphène isolé (FIG1.10a), suivant le parcours  $\Gamma$ -M-K- $\Gamma$  représenté par le triangle en bleu dans la première zone de Brillouin hexagonale (FIG1.10b). Au point de haute symétrie K de la zone de Brillouin (point de Dirac), les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$  se touchent au niveau de Fermi (0 eV), (ligne tiret en noir) et la relation de dispersion  $E(k)$  est linéaire (E: énergie et k: module du vecteur du réseau réciproque). Une relation de dispersion linéaire est caractéristique du monoplan de graphène. La (FIG1.10c) montre la structure de bandes suivant le parcours M/2-K- $\Gamma/4$  pour le cas du graphène (courbe, noire), biplan de graphène (en empilement AB, courbe verte) et graphite (courbe bleue). Dans le cas du biplan de graphène et du graphite, la relation de dispersion est parabolique au point K et il existe un écart entre les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$ , plus bas pour le biplan de graphène ( $\sim 0.33$ eV) que pour le graphite ( $\sim 0.70$ eV) [12].

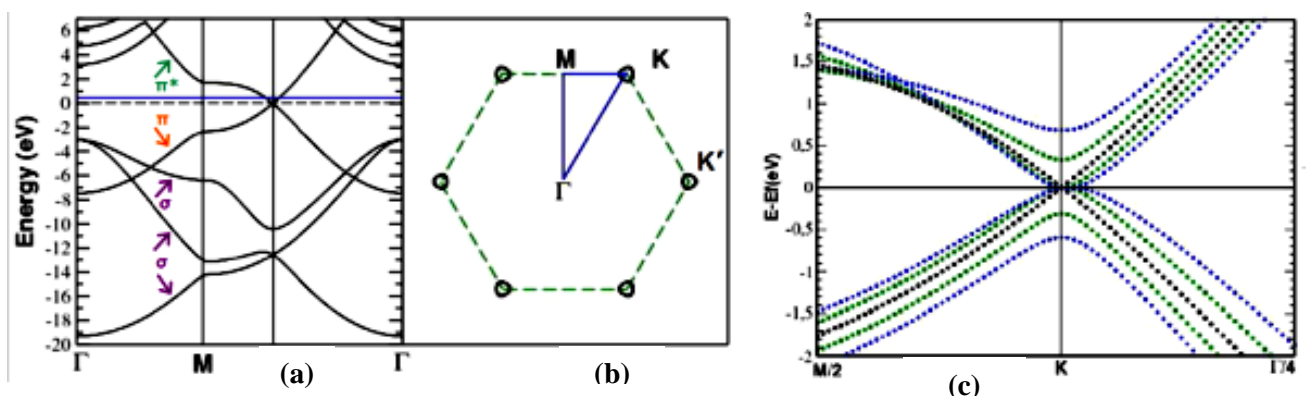


FIG.1.10: a) Calcul ab-initio de la structure de bandes d'énergie du graphène isolé. Les bandes  $\sigma$ ,  $\pi$  et  $\pi^*$  sont indiquées par les flèches violette, orange et verte respectivement. b) Première zone de Brillouin qui montre les points de haute symétrie  $\Gamma$ , M, K et  $K'$ . c) Calcul ab-initio des structures de bande pour le graphène, biplan de graphène et graphite autour du point K et au voisinage du niveau de Fermi. Images issues de [12].

### 1.3.3 Propriétés du graphène :

Avec un module de Young de 1TPa et une résistance mécanique de 130 GPa, le graphène est le matériau le plus résistant mécaniquement [14]. Il a une conductivité thermique de 5000 W/(m.K), qui correspond à la limite supérieure des valeurs les plus élevées reportés pour les nanotubes de carbones à simple parois (SWNT) [15]. En outre, le graphène présente une très haute conductivité électrique, jusqu'à 6000 S/cm [16], et contrairement aux NTC, la chiralité n'est pas un facteur dans sa conductivité électrique.

Aussi, le graphène a une forte surface spécifique (la valeur mesurée théoriquement est 2600 m<sup>2</sup>/g) et une grande imperméabilité aux gaz [17]. Les propriétés les plus importants d'un nanofeuillet de graphène sont résumées dans le Tableau I.1.

**Tableau I.1** : Les propriétés principales d'un nanofeuillet de graphène.

<i>Propriétés</i>	<i>Valeurs</i>
<i>Dimensionnalité</i>	<i>2D [4]</i>
<i>Module de Young</i>	<i>~1 (TPa) [14]</i>
<i>Résistance mécanique</i>	<i>~130 (MPa) [14]</i>
<i>Conductivité thermique</i>	<i>5. 10<sup>3</sup> W/(m.K) [15]</i>
<i>Conductivité électrique</i>	<i>6.10<sup>3</sup> (S/cm) [16]</i>
<i>Mobilité des charges</i>	<i>~2.10<sup>5</sup> (cm<sup>2</sup> V<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>) [17]</i>
<i>Surface spécifique</i>	<i>2600 (m<sup>2</sup>/g) [18]</i>
<i>Perméabilité aux gaz</i>	<i>Imperméable [19]</i>

Le graphène présente d'excellentes propriétés et un fort potentiel pour l'amélioration des propriétés physico-chimiques de polymères dans le domaine des nanocomposites. Plusieurs chercheurs ont commencé à travailler sur le graphène et ses applications et ont démontré leurs intérêts pour le développement de nouvelles méthodes pour la production de feuillets de graphène pour ces propriétés exceptionnelles

### 1.3.4 Techniques de préparation du graphène

À ce jour le graphène est synthétisé par quatre différentes méthodes soit par exfoliation du graphite qui représente la première méthode utilisée, la synthèse épitaxiale de carbure de silicium (SiC), la méthode chimique et la croissance par la déposition chimique en phase vapeur CVD (*Chemical Vapor Deposition*).

### 1.3.4.1 - Graphène exfolié

Cette technique a été découverte par hasard, en 2004 par André Geim et ses collaborateurs (Novoselov et al. 2004). Son principe est simple, il consiste à extraire une feuille de graphène à partir d'un empilement de couches de graphite pur. Ceci est réalisé généralement à partir d'un ruban adhésif, en disposant du graphite ainsi le replier sur lui-même et le redécoller pour obtenir du graphite sur les deux côtés. Cette technique est renouvelée à plusieurs reprises afin de disperser le graphite sur le ruban et ceci soit le plus fin possible. À la fin on dispose la bande adhésive sur un substrat ( $\text{SiO}_2$ ), en effet la majorité du graphène déposé sur le substrat forme des multicouches, et seule une petite proportion qui représente des monocouches de graphène. [20,21]

Cependant, l'identification d'un film monofeuillet de graphène est rendu possible via la microscope optique. Les désavantages de cette méthode pour la production des nanofeuillets de graphène pour les nano composites polymères qui nécessitent une grande quantité de graphène sous forme de poudre.

Est que l'emplacement et la taille des films de graphène dépendent du hasard, ce qui est traduit par le non reproductibilité de la méthode (Novoselov et al. 2004). [22]



FIG.1.11 : Première exfoliation du graphite

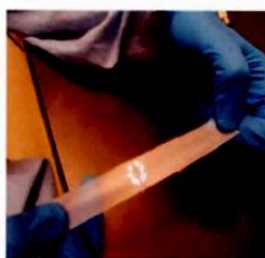


FIG.1.12: Exfoliation répétée du graphite

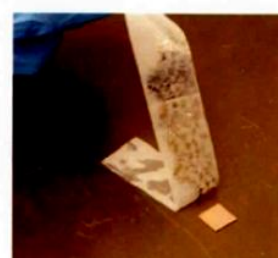
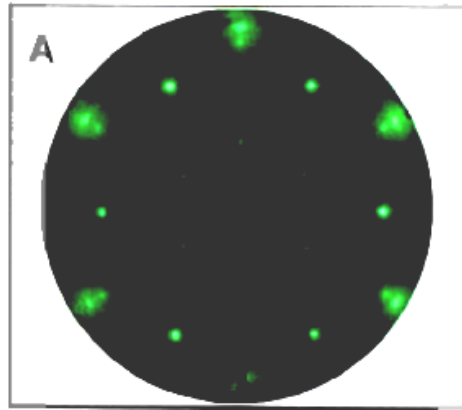


FIG.1.13: Transfert sur le substrat de  $\text{SiO}$

### 1.3.4.2 - Graphène par épitaxie

Le graphène épitaxié a été développé par le groupe de recherche de Claire Berger, Walt de Heer et leurs collaborateurs à *Georgia Tech* et *Grenoble* [30]. Cette méthode consiste à faire la croissance de graphène à partir de carbure de silicium. Un chauffage sous vide est effectué à haute température  $1300^\circ\text{C}$ , afin de réduire le carbure de silicium et permettre aux atomes de silicium des couches externes de s'évaporer (décomposition thermique). [31,32]

Cependant, après un temps bien défini, les atomes de carbone restants se réorganisent entre elles en donnant une feuille de graphène. La technique d'épitaxie permet la croissance du graphène de haute qualité. Les limites de cette méthode résultent dans l'obtention des petites surfaces de graphène, sans la possibilité de contrôler le nombre de couches résultantes. [23,24]



*FIG.1.14: La diffraction d'électrons lents (Low Energy Electrons Diffraction, LEED) de trois couches de graphène épitaxié sur SiC*

### **1.3.4.3 - Graphène chimique**

Cette technique est aussi appelée la méthode de Hummer modifiée, elle consiste en la création de suspensions colloïdales à partir du graphite. Cette dernière est réalisée en plusieurs étapes (oxydation, purification, extraction, filtration, réduction).

L'étape de l'oxydation permet de produire l'oxyde de graphène à partir du graphite, D'oxydants et d'acides. Ces derniers vont créer des fonctions d'hydroxyde, d'époxyde, des groupes carbonyle et carboxylique dans le matériau de base (graphite). La purification de l'oxyde du graphite pour obtenir l'oxyde de graphène est effectuée à l'aide des étapes de centrifugation (3000 rpm) et une solution d'acide (mélange piranha). Après cette étape, l'extraction et la filtration d'oxyde de graphène (GO) est réalisée en utilisant un filtre en cellulose. L'oxyde de graphène est suspendu et mis dans un bain d'eau pure afin d'obtenir une solution d'oxyde de graphène (GO).

Cette solution est filtrée et exposée à l'hydrazine pour obtenir l'oxyde de graphène réduit (GR ou RGO). Le film obtenu est en suite transféré sur un substrat (lamelle de verre ou SiO<sub>2</sub>).

L'étape suivante consiste à éliminer la cellulose de l'échantillon. Le nombre de feuilles de carbone, plus précisément l'épaisseur du film de graphène obtenu dépend de la concentration de la solution d'oxyde de graphène.

La méthode de Hummer modifiée est très utilisée dans les laboratoires de recherche, en raison de son coût accessible [33, 34,35]

### 1.3.4.4- Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD)

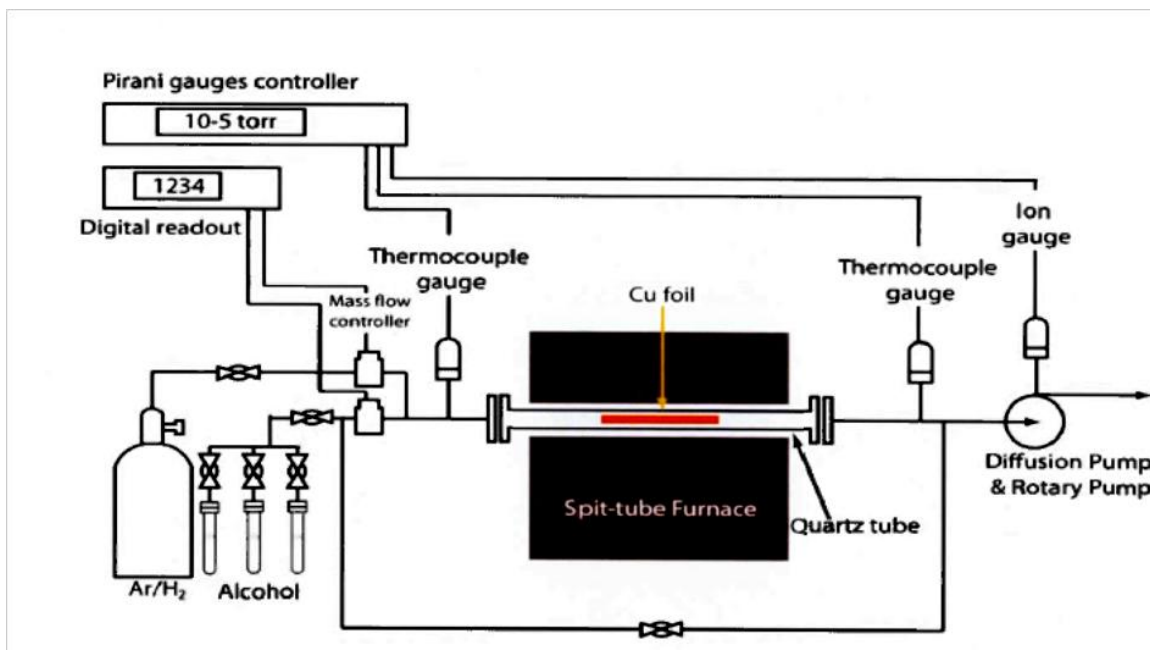


FIG.1.15: Schéma du système CVD pour la croissance de films de graphène

La déposition chimique en phase vapeur (CVD) est un processus très utilisé dans l'industrie des semi-conducteurs afin de produire des matériaux solides de haute pureté. Son principe consiste à exposer le substrat à un gaz précurseur à haute température pour permettre d'activer la réaction chimique. Dans le cas de synthèse de graphène, le précurseur utilisé généralement est le méthane ( $CH_4$ ), ainsi que les substrats les plus communs sont le cuivre (Cu) et le nickel (Ni).

Le substrat choisi joue en même temps le rôle de catalyseur. Ce dernier est placé dans un tube de quartz. Ensuite chauffé progressivement à l'aide d'une fournaise, une fois que la température est de  $500^\circ C$ , l'hydrogène est introduit comme réducteur et de l'argon comme gaz évacuateur.

Après que la température a atteint  $1000^\circ C$ , la source de carbone utilisée est généralement le méthane ( $CH_4$ ) qui est injectée avec une pression d'environ de 1 Torr.

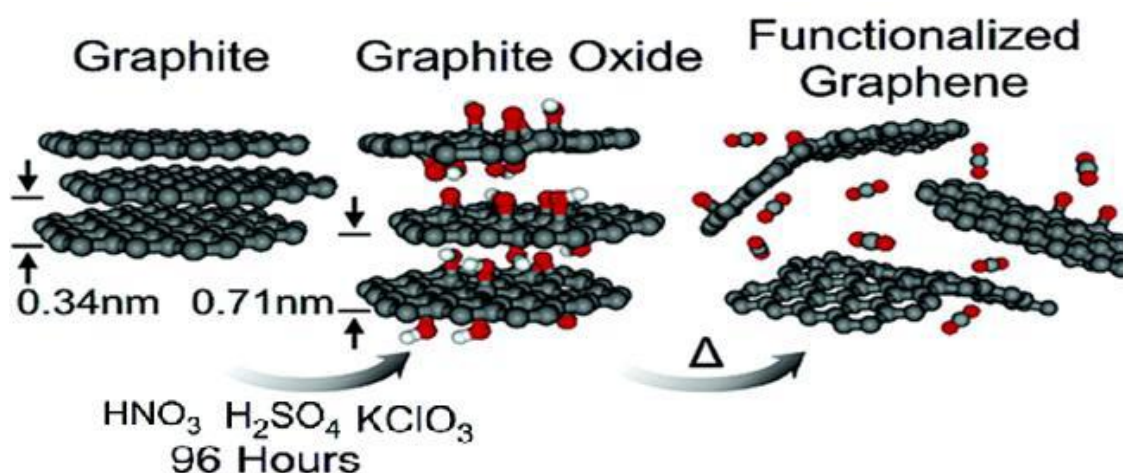
L'avantage de cette méthode est l'obtention d'un film de graphène avec une bonne qualité et une bonne mobilité des électrons. [23 ,24]

Cependant, cette méthode présente des faiblesses liées au transfert du graphène vers des substrats. En effet, le dépôt du graphène sur un substrat de verre ou de silicium s'avère compliqué.

Donc il faut passer par l'intermédiaire d'un polymère, le polyméthacrylate de méthyle (PMMA) et par la dissolution de ce dernier par de l'acétone afin de réussir un tel transfert. Cette dernière technique est évolutive et pourrait permettre la production à grande échelle de graphène.

#### ***1.3.4.5 Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite***

L'obtention des nanofeuillets de graphène en utilisant la méthode de réduction de l'oxyde de graphite a été premièrement reportée par Schniepp et al. [37]. Cependant, des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits peut être obtenus par un chauffage rapide d'oxyde graphite dans un environnement inerte et à haute température [37,39]. En effet, le chauffage d'OG à 1050 °C pendant 30 s dans un environnement inerte résulte dans la réduction et l'exfoliation d'OG produisant des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits (FIG.1.16).



*FIG.1.16: Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène [37].*

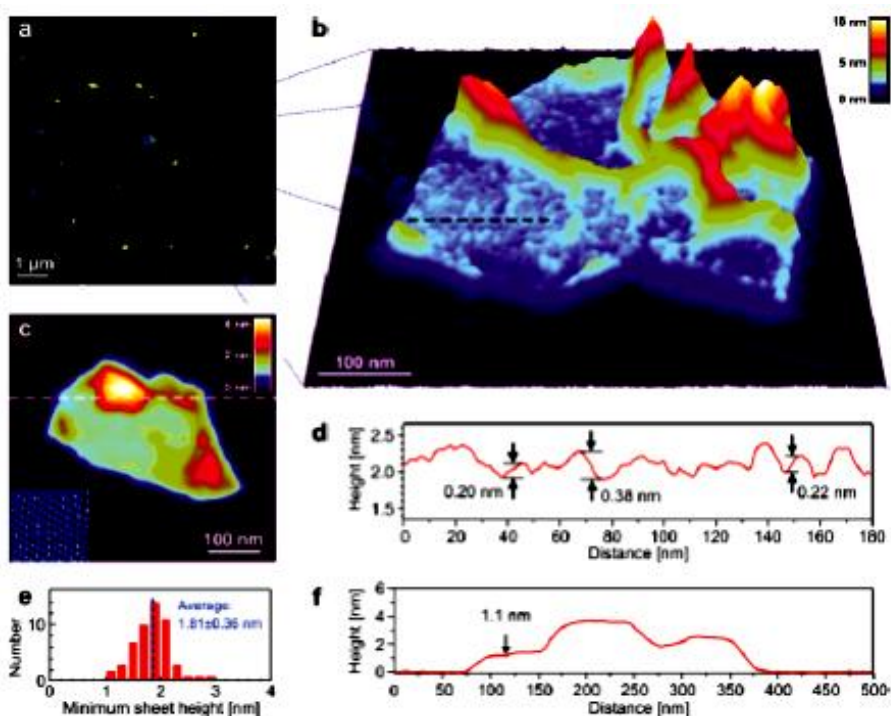


FIG.1.17: (a) Image d'AFM des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3 D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). Histogramme de distribution de taille pour les nanofeuillets observés dans la figure (a). (f) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm [37].

L'exfoliation a lieu lorsqu'une pression est générée par le gaz  $\text{CO}_2$  qui peut être émis due à la décomposition des groupes hydroxylique et époxyde d'OG, et qui peut surmonter les forces de Van-der-Waals existantes entre les feuilles d'oxyde de graphène [37].

Cependant, une quantité de 30 % peut être perdue durant le processus de chauffage, qui peut être liée à la décomposition des groupes contenant l'oxygène et l'évaporation de l'eau [37-39]. Parce que des défauts structuraux peuvent être causés par la perte de  $\text{CO}_2$ , les nanofeuillets résultants sont froissés et pliés (FIG.1.17) [37]. L'avantage de cette technique s'explique par le fait que l'exfoliation et la réduction se font en une seule étape, ainsi cette technique permet l'obtention du graphène sans passer par l'étape de dispersion d'OG dans des solvants.

#### 1.3.4.6 Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène

Dans les méthodes de la réduction chimique, une dispersion stable de l'oxyde de graphène est produite suivi par une réduction des nanofeuillets d'oxyde de graphène exfolié (FIG.1.18). Cependant, comme indiqué ci-dessus, des dispersions stables de l'oxyde de graphène peuvent être obtenus en utilisant l'eau ou des solvants organiques à l'aide d'un traitement de signification

ou agitation mécanique. La réduction chimique consiste à enlever les groupes contenant l'oxygène présents sur la surface et le bord de l'oxyde de graphène. La méthode de réduction chimique résulte en général dans la production des nanofeuillets de graphène individuels sans défauts structuraux; un exemple est montré sur la (FIG I.18).

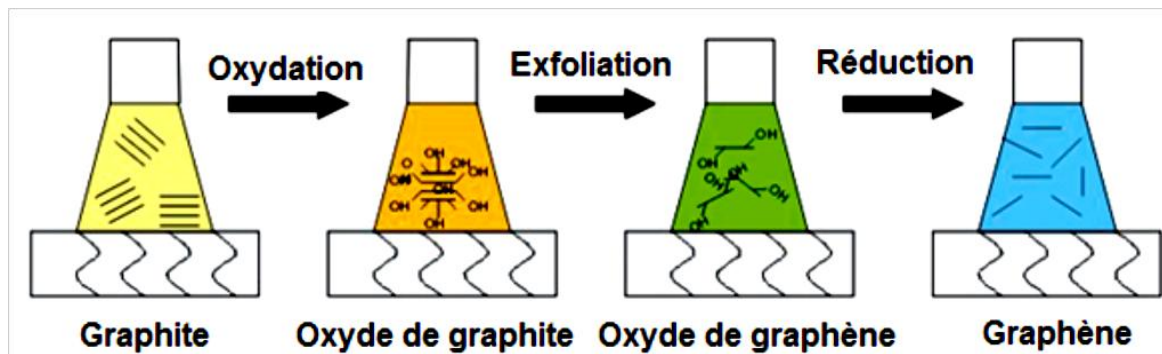


FIG.1.18: Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène

Les suspensions colloïdales de l'oxyde de graphène et sa version traitée organiquement peuvent être chimiquement réduits en des nanofeuillets de graphène en utilisant des différents réducteurs chimiques tels que l'hydrate d'hydrazine [36,38,40], la diméthylhydrazine [41], le borohydrure de sodium suivi par l'hydrazine [42], l'hydroquinone [43], le TiO<sub>2</sub> irradiée par UV [44], les composés contenant du soufre [45], le Vitamine C [46], les atomes de Fer [48] et l'hydroxyde de sodium [49]. Stankovitch et *al.* ont proposé le mécanisme de réduction chimique de l'oxyde de graphène en utilisant l'hydrate d'hydrazine (FIG1.19) [36].

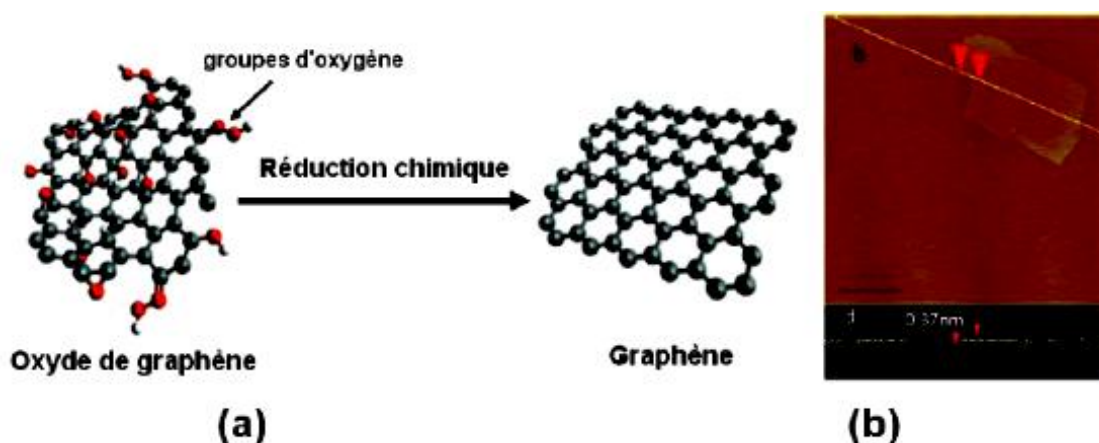


FIG.1.19: (a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nanofeuillets de graphène chimiquement réduit [45].

Parmi les méthodes de réduction chimique, l'hydrazine ou ses dérivés [36, 38, 40,41] sont bien acceptés comme agents réducteurs pour leur efficacité de réduction de l'oxyde de graphène. Cependant, l'hydrazine est très toxique et explosive, et il devrait être évité pour une production à une échelle industrielle [45]. Bien que le borohydrure de sodium a montré une excellente capacité de la réduction de l'oxyde de graphène, sa propriété d'hydrolyse peut générer la difficulté à obtenir une solution aqueuse stable de borohydrure de sodium, résultant dans une faible efficacité de réduction [45]. Les autres agents de réduction peuvent réduire l'oxyde de graphène, mais la capacité de désoxydation est beaucoup plus faible que celle possible avec de l'hydrazine.

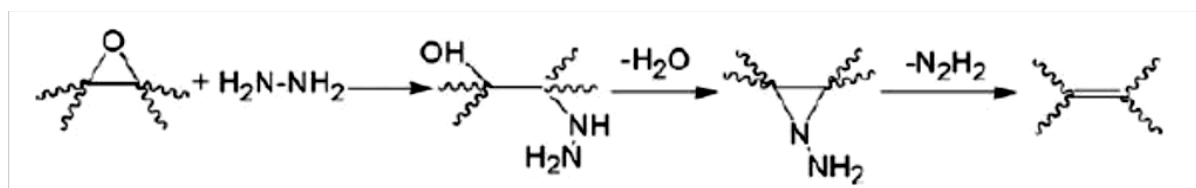


FIG.1.20. Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydraté [36].

## RÉFÉRENCES

- [1]. A. Lacombe, B. Kadari, F. Beaudoin, D. Barba, F. Martin, and G.G. Ross, *Nanotechnology*, 19 (2008) 6.
- [2]. J. E. Brady, J. R. Holman, *Fundamentals of Chemistry*, 1998, 3ème édition, John Wiley & Sons, New York.
- [3]. F. A. Cotton, G. Wilkinson, *Advanced Inorganic Chemistry*, 1998, 5ème édition, John Wiley & Sons, New York.
- [4]. Park B., Shim J.W., Choi H.J., Park Y.W. *Synthetic Metals*, 56 :3258 (1993)
- [5]. Yin M.T. et Cohen M.L. *Physical Review Letter*, 50 :2006 (1983)
- [6]. Aimé J.P., Boisgard R., Couturier G., *Microscopie de force dynamique : Parties A et B, Cours de l'école Nanosciences* (2003)
- [7]. Aimé J.P., Boisgard R., Nony L., Couturier G., *Physical Review Letters* 82 (17), 3388-3391 (1999)
- [8]. Novoselov, Geim, Morozov, Jiang, Zhang, Dubonos, Grigorieva et Firsov, 2004
- [9]. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and A. A. Firsov, *Science* 306, 666 (2004).
- [10]. U. Starke, J. Bernhardt, J. Schardt, and K. Heinz, *Surf. Rev. Lett.* 6, 1129 (1999).
- [11]. Castro Neto, A. H.; Guinea, F.; Peres, N. M. R.; Novoselov, K. S. & Geim, A. K. (2009), 'The electronic properties of graphene', *Rev. Mod. Phys.* 81(1), 109-162.
- [12]. F. Varchon, *Thesis: Propriétés Electroniques et Structurales Du Graphène Sur Carbure de Silicium*, Université Joseph Fourier, 2008.
- [13]. José Antonio MORÁN MEZA, *thesis : Propriétés structurales et électroniques du graphène sur SiC(0001) étudiées par microscopie combinée STM/AFM*, Université PARIS-SUD, 2013
- [14]. C. Lee, X. Wei, J. W. Kysar et al. *Science* (2008); vol. 321: p. 385.
- [15]. A. A. Balandin, S. Ghosh, W. Bao et al. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 902.
- [16]. X. Du, I. Skachko, A. Barker et al. *Nature Nanotechnol.* (2008); vol. 3: p. 491.
- [17]. J. S. Bunch, S. S. Verbridge, J. S. Alden et al. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 2458.
- [18]. K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang et al. *Solid State Commun.* (2008); vol. 146: p. 351.
- [19]. M. D. Stoller, S. J. Park, Y. W. Zhu et al. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 3498.
- [20]. Novoselov, K. S.; Geim, A. K.; Morozov, S. V.; Jiang, D.; Zhang, Y.; Dubonos, S. V.; Grigorieva, I. V. & Firsov, A. A. (2004), 'Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films', *Science* 306(5696), 666-669.

- [21]. Novoselov, K. S.; Geim, A. K.; Morozov, S. V.; Jiang, D.; Katsnelson, M. I.; Grigorieva, I. V.; Dubonos, S. V. & Firsov, A. A. (2005), 'Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene', *Nature* 438(7065), 197-200.
- [22]. Lu, X.; Yu, M.; Huang, H. & Ruoff, R. S. (1999), 'Tailoring graphite with the goal of achieving single sheets', *Nanotechnology* 10(3), 269.
- [23]. Hernandez, Y.; Nicolosi, V.; Lotya, M.; Blighe, F. M.; Sun, Z.; De, S.; McGovern, I. T.; Holland, B.; Byrne, M.; Gun'Ko, Y. K.; Boland, J. J.; Niraj, P.; Duesberg, G.; Krishnamurthy, S.; Goodhue, R.; Hutchison, J.; Scardaci, V.; Ferrari, A. C.; Coleman, J. N., High-yield production of graphene by liquid-phase exfoliation of graphite. *Nature Nanotechnology* 2008, 3, 563-568.
- [24]. Khan, U.; O'Neill, A.; Lotya, M.; De, S.; Coleman, J. N., High-Concentration Solvent Exfoliation of Graphene. *Small* 2010, 6 (7), 864-871.
- [25]. A. B. Bourlinos, V. Georgakilas, R. Zboril et al. *Small* (2009); vol. 5: p. 1841.
- [26]. Y. Hernandez, V. Nicolosi, M. Lotya et al. *Nature Nanotechnol.* (2008); vol. 3: p. 563.
- [27]. A. Reina, X. Jia, J. Ho et al. *Nano Letters* (2009); vol. 9: p. 30.
- [28]. W. Xianbao, Y. Haijun, L. Fangming et al. *Chem. Vapor Dep.* (2009); vol. 15: p. 53.
- [29]. N. Li, Z. Wang, K. Zhao et al. *Carbon* (2009); vol. 48: p. 255.
- [30]. M. Sprinkle, P. Soukiassian, W. A. de Heer et al. *Phys. Status Solidi RRL* (2009); vol.3: p. A91.<sup>2</sup>
- [31]. L. Zhi, K. Muellen. *J. Mater. Chem.* (2008); vol. 18: p. 1472.
- [32]. C.-D. Kim, B.-K. Min, W.-S. Jung. *Carbon* (2009); vol. 47: p. 1610.
- [33]. B. Brodie, *C. Philos. Trans. R. Soc. London* (1859); vol. 149: p. 249.
- [34]. L. Staudenmaier, *Ber. Dtsch. Chem. Ges.* (1898); vol. 31: p. 1481.
- [35]. W. S. Hummers, R. E. Offeman. *J. Am. Chem. Soc.* (1958); vol. 80: p. 1339.
- [36]. S. Stankovich, D. A. Dikin, R. D. Piner et al. *Carbon* (2007); vol. 45: p. 1558.
- [37]. H. C. Schniepp, J.-L. Li, M. J. McAllister et al. *J. Phys. Chem. B* (2006); vol. 110: p.8535.
- [38]. J. R. Lomeda, C. D. Doyle, D. V.Kosynkin et al. *J. Am. Chem. Soc.* (2008); vol. 130:p.16201
- [39]. M. J. McAllister, J.-L. Li, D. H. Adamson et al. *Chem. Mater.* (2007); vol. 19: p. 4396.
- [40]. H. Wang, J. T. Robinson, X. et al. *J. Am. Chem. Soc.* (2009); vol. 131: p. 9910.
- [41]. S. Stankovich, D. A. Dikin, G. H. B. Dommett et al. *Nature* (2006); vol. 442: p. 282.
- [42]. Y. Si, E. T. Samulski. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 1679.
- [43]. G. Wang, J. Yang, J. Park et al. *J. Phys. Chem. C* (2008); vol. 112: p. 8192.
- [44]. G. Williams, B. Seger, P. V. Kamat. *ACS Nano* (2008); vol. 2: p. 1487.

- [45]. W. Chen, L. Yan, P. R. Bangal. *J. Phys. Chem. C* (2010); vol. 114: p. 19885.
- [46]. M. J. F. Merino, L. Guardia, J. I. Paredes et al. *J. Phys. Chem. C* (2010); vol. 114: p.6426.
- [47]. Z. -J. Fan, W. Kai, J. Yan et al. *ACS Nano* (2011); vol. 5: p. 191.
- [48]. X. B. Fan, W. C. Peng, Y. Li et al. *Adv. Mater.* (2008); vol. 20: p. 4490.

## ***CHAPITRE II***

# GÉNÉRALITÉS SUR LES THÉORIES DES PLAQUES

## II.1. INTRODUCTION

L'utilisation intensive des plaques isotropes et des plaques composites dans diverses industries, particulièrement dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile, et de la construction navale, a stimulé les chercheurs à développer des théories capables de décrire correctement leur comportement structural.

L'analyse des plaques est un problème tridimensionnel. Presque toutes les théories développées ont eu pour principal objet la réduction du problème 3D à un problème 2D en servant des hypothèses simplificatrices concernant la cinématique des déformations et l'état des contraintes à travers l'épaisseur. Dans ce qui suit, seules les théories les plus utilisées dans l'analyse des plaques, seront exposées.

## II.2. THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES (CPT)

La théorie classique des plaques est la plus simple et la plus ancienne parmi les autres théories. Elle est initiée par Kirchhoff [1] en 1850, puis elle a été poursuivie par Love [2] au début du XXe siècle. Cette théorie est applicable uniquement pour les plaques/coques, minces. Cependant, elle a donné des résultats erronés quand elle a été utilisée dans l'analyse des plaques épaisses. L'hypothèse principale de la théorie CLPT (*Classical Lamination Plate Theory*) est que les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites et perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (Fig.II.1). Cette hypothèse implique la négligence des déformations dues au cisaillement transverse (CT)  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$  et les déformations/contraintes normales  $\varepsilon_z = \sigma_z = 0$

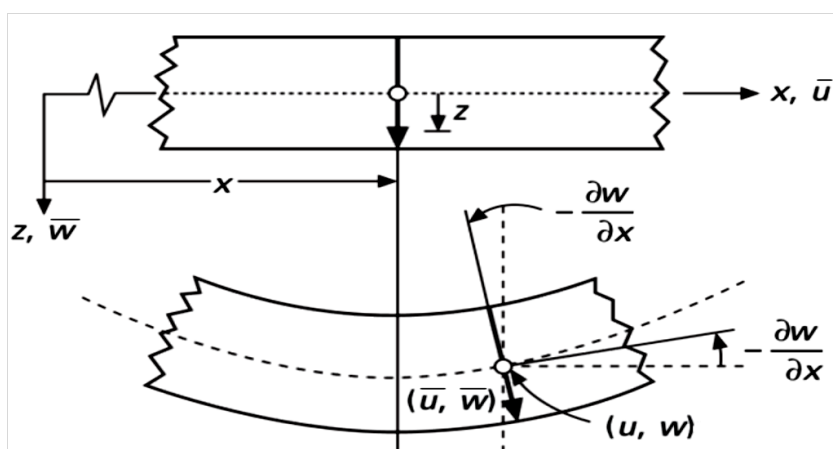


FIG. II.1: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques

La cinématique de cette théorie peut s'écrire d'une manière linéaire sous la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II.1a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II.1b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.1c})$$

Où  $u$ ,  $v$ ,  $w$  sont les déplacements le long des coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  d'un point du plan moyen (plan  $z = 0$ ).

La déformation de la plaque est due essentiellement à la flexion et aux déformations en plan (FIG II.1); ce qui limite la validité de cette théorie aux plaques minces (Ashton et Whitney (1970), Timoshenko et Woinowsky-Krieger (1959))

### II.3. THEORIE DES PLAQUES DU PREMIER ORDRE (FSDT)

La théorie du premier ordre (FSDT) peut être considérée comme une amélioration par rapport à la théorie classique (CLPT). Cette théorie est basée essentiellement sur l'hypothèse suivante de Reissner-Mindlin: les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites mais pas forcément perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (à cause

De l'effet du cisaillement transverse), (FIG.1.5). Ils ont également supposé que la contrainte normale  $\sigma_z$  est négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur de contraintes (l'hypothèse de déformation plane). Le champ de déplacement de la théorie du premier ordre s'écrit comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \quad (\text{II.2a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \quad (\text{II.2b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.2c})$$

Où  $u$ ,  $v$ ,  $w$  sont les déplacements le long des coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  d'un point du plan moyen (plan  $z = 0$ );  $\phi_x$  et  $\phi_y$  sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes  $y$  et  $x$  respectivement.

À partir de l'équation (II.2), nous remarquons que les composantes de déplacements plans ( $u$ ,  $v$ ) varient d'une manière linéaire suivant l'axe  $z$ , tandis que la composante de déplacement transversal ( $w$ ) est constante. Cela va conduire à un état de contrainte/déformation de cisaillement transverse constant sur toute l'épaisseur de la plaque (Fig.II.2), alors que, selon la théorie de l'élasticité tridimensionnelle (3D), les contraintes de

cisaillement transversal sont plutôt quadratiques à travers l'épaisseur [3]. Cette déficience est corrigée par l'introduction de ce qu'on appelle les facteurs de correction de cisaillement transverse [4, 5,6].

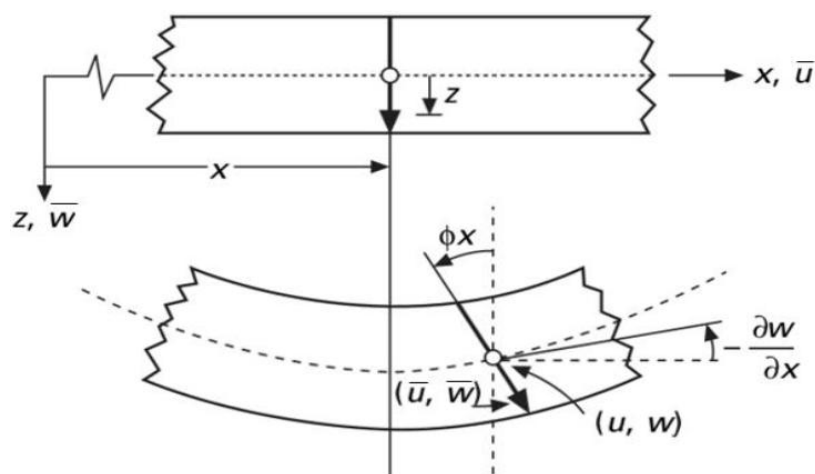


FIG.II.2: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre

### II.3. 1. Facteurs de correction du CT:

Les facteurs de correction du CT (FC), notés  $k$ , sont ajoutés pour corriger le décalage entre la répartition des contraintes de cisaillement transversal réelles (3D) et celles supposées dans la théorie du premier ordre.

Ces facteurs sont introduits comme des paramètres dans les relations constitutives entre les forces de cisaillement transversal et les déformations de cisaillement transversal. Pour les matériaux isotropes homogène, le premier concept de FC a été présenté par Reissner [7, 8]. Il a proposé une valeur de  $5/6$  qui est largement utilisée, en employant une méthode de calcul basée sur des considérations d'équilibre statique et d'équivalence énergétique. Puis, Mindlin [9] a proposé une valeur de  $k = \pi^2/12$ , en utilisant la méthode d'analyse dynamique pour la première fois (équivalence de fréquence propre associée au mode de vibration en CT ou de vitesse de propagation d'ondes de flexion). Une autre méthode a été présentée par Ayad [10] pour calculer les facteurs de correction.

Il les évalue par une comparaison entre l'énergie de cisaillement obtenue via les équations d'équilibre et celle obtenue par la théorie du premier ordre.

Par ailleurs, les facteurs de correction pour les composites stratifiés et les sandwichs dépendent essentiellement des propriétés matérielles du matériau (module de Young, coefficient de poisson, etc.), du rapport d'aspect, de la forme des fibres ainsi que leurs

orientations, de la géométrie du stratifiée, du nombre de stratification et les conditions aux limites, ce qui rend ces facteurs difficiles à déterminer.

Dans ce contexte, plusieurs méthodes ont été proposées pour estimer les facteurs de correction dans ces matériaux. La méthodologie la plus courante est basée sur la comparaison de certaines réponses (l'énergie de déformation de CT, la vitesse de propagation d'une onde de flexion, la fréquence naturelle du mode de vibration, etc.) prédite par la théorie du premier ordre et celles obtenues par la théorie d'élasticité tridimensionnelle [11.12]. Yu [8] a utilisé une méthode basée sur la comparaison des fréquences naturelles (les fréquences obtenues par la théorie d'élasticité 3D et celles obtenues par la théorie du premier ordre) pour les plaques sandwichs.

Whitney [13] a publié une analyse précise pour calculer les facteurs de correction des plaques stratifiées symétriques/antisymétriques et les plaques sandwichs. Il les identifie par une méthode basée sur des considérations des flexions cylindriques.

L'auteur a montré que, les facteurs de correction de CT ne s'approchent pas de la valeur classique 5/6, quand le nombre de couches du stratifié augmente. La même remarque a été trouvée par Madabhusi-Raman et Davalos [14].

Dans l'article de Vlachoutsis [5], les facteurs de correction de CT dans le cas sandwich, sont estimés à partir d'une expression analytique, il montre que le rapport d'anisotropie ( $E_f/E_c$ ) influe sur les valeurs des FC. Certains auteurs, dont Pai [15], ont présenté une nouvelle formulation de FC, en comparant les résultantes des contraintes de cisaillement exactes et l'énergie de déformation de cisaillement avec ceux déterminées par la théorie du premier ordre. L'article de Birman et Bert [16] résume les différentes méthodes concernant la détermination de ces facteurs pour les poutres/plaques isotropes et sandwichs.

#### **II.4. THEORIE DES PLAQUES D'ORDRE ÉLEVÉ (HSDPT)**

Dans le cas où un schéma du premier degré ne permettrait pas d'approcher convenablement un problème donné, il sera alors nécessaire de passer à un schéma d'ordre supérieur (2ème ordre, 3ème ordre, voire plus), dans le développement des déplacements en séries. Par conséquent, ces théories introduisent des fonctions supplémentaires dont les termes sont souvent difficiles à interpréter.

#### **II.5. THEORIE DES PLAQUES DU SECOND ORDRE**

Le champ des déplacements de la théorie du second ordre s'exprime par :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) \quad (\text{II.3a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) \quad (\text{II.3b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) \quad (\text{II.3c})$$

Où :  $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z$  sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées  $x$  et  $y$  et du temps  $t$ .

Cette théorie apporte une amélioration substantielle par rapport à la théorie du premier ordre tout en nécessitant un facteur de correction comme pour la FSDPT.

## II.6. THEORIE DES PLAQUES DU TROISIEME ORDRE

Dans la quête de théories plus raffinées et dans le souci de supprimer les limitations des précédentes théories, de nouvelles théories d'ordre supérieur ont vu le jour. Le champ des déplacements s'écrit comme suit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) + z^3\chi_x(x, y, t) \quad (\text{II.4a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) + z^3\chi_y(x, y, t) \quad (\text{II.4b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) + z^3\chi_z(x, y, t) \quad (\text{II.4c})$$

Où:  $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z, \chi_x, \chi_y, \chi_z$ , sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées  $x$  et  $y$  et du temps  $t$ .

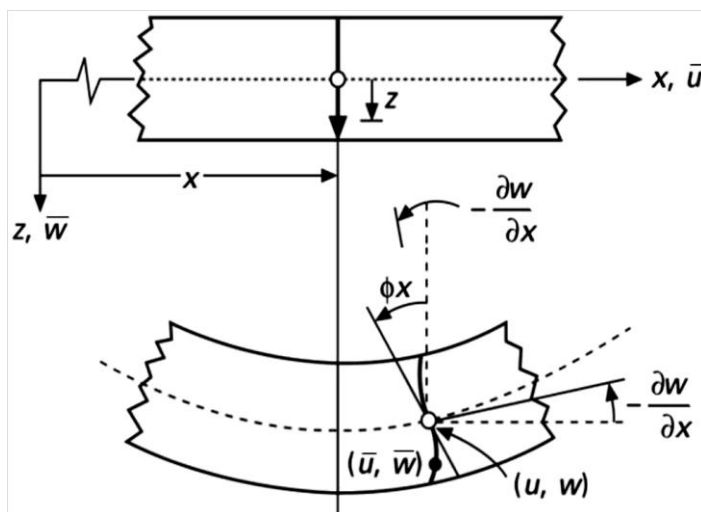


FIG.II.3 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques

Reddy a utilisé les conditions de nullité des contraintes de cisaillement  $\tau_{xz}, \tau_{yz}$  sur les faces supérieures et inférieures de la plaque qui ont été proposées pour la première fois par Levinson [17] dans l'analyse des plaques isotropes et par Murthy [18] et Bert [16] dans l'analyse des plaques stratifiées. Ces conditions permettent de réduire le nombre de variables additionnelles de déplacement.

Donc, le champ de déplacement de l'équation (II.4) contiendra des paramètres ayant une signification physique comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x + z^3 \left( -\frac{4}{3h^2} \right) \left[ \phi_x(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (\text{II.5a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y + z^3 \left( -\frac{4}{3h^2} \right) \left[ \phi_y(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (\text{II.5b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.5c})$$

Où:  $u, v$  et  $w$  sont les déplacements le long des coordonnées  $x, y$  et  $z$  d'un point du plan moyen (plan  $z = 0$ );  $\phi_x$  et  $\phi_y$  sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes  $y$  et  $x$  respectivement.

où;  $h$  est l'épaisseur totale de la plaque.

La théorie de Reddy est devenue très populaire parce qu'elle donne une meilleure précision pour les contraintes de cisaillement transversal, et se traduit par une distribution parabolique de ces contraintes, sans recours à des facteurs de correction. En plus, le nombre de variables est le même que dans la théorie FSDT (Cinq variables indépendantes). Cette théorie est aussi connue sous le nom de "la théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (PSDPT).

Certains auteurs, dont Senthilnathan *et al.* [19], ont utilisé cette théorie de Reddy pour l'analyse du flambage des plaques isotropes et composites. Ils ont enrichi la composante de déplacement normal en introduisant des variables supplémentaires comme suit:

$$w(x, y, z) = w_f(x, y) + w_c(x, y) \quad (\text{II.6})$$

où; les notations  $f$  et  $c$  indiquent les contributions de la flexion et du cisaillement transverse au déplacement normal, respectivement.

Lee *et al.* [20] ont utilisé autrement la cinématique de Reddy pour l'analyse nonlinéaire des plaques isotropes épaisses.

En outre, Rohwer [16] a présenté une étude comparative de sept modèles basés sur des théories différentes (CLPT, SSDT et HSDT) pour l'analyse des plaques composites multicouches. Il a aussi montré les avantages et les limites de ces modèles et a conclu d'après les résultats obtenus que la théorie de la plaque de Reddy est une bonne alternative parmi toutes les théories en cisaillement de déformation d'ordre supérieur dans la littérature.

Selon Ferreira et al., la théorie de Reddy est le meilleur choix pour les théories HSDT et reste toujours la théorie la plus simple et la plus populaire dans l'analyse des plaques composites stratifiées.

Kant et Swaminathan ont proposé des solutions analytiques pour l'analyse statique des plaques composites et des sandwichs simplement appuyées. Ils ont présenté deux modèles d'ordre supérieur où le champ de déplacement est défini de telle façon que les trois composantes (u,v,w) soient cubiques pour le premier modèle et pour le deuxième modèle les deux composantes membranaires (u, v) soient cubiques et la composante transversale (w) soit constante sur l'épaisseur de la plaque.

La comparaison a été faite avec des solutions d'élasticité (3D) données par Pagano et d'autres modèles trouvés dans la littérature. Cette comparaison a montré la précision et la fiabilité de ces deux modèles dans le calcul de déplacement transversal et les contraintes. Un résumé de quelques modèles d'ordre supérieur discuté précédemment est donné dans le tableau 1.

<i>Théories</i>	<i>Déformation dans le plan</i>	<i>Déformation de cisaillement transverse</i>	<i>Déformation normale transversale</i>
<i>Whitney et Sun</i>	<i>Quadratique</i>	<i>Linéaire</i>	<i>Constant</i>
<i>Whitney et Sun</i>	<i>Linéaire</i>	<i>Linéaire</i>	<i>Linéaire</i>
<i>Nelson et Lorch</i>	<i>Quadratique</i>	<i>Linéaire</i>	<i>Linéaire</i>
<i>Lo et al.</i>	<i>Cubique</i>	<i>Quadratique</i>	<i>Linéaire</i>
<i>Kant</i>	<i>Cubique</i>	<i>Quadratique</i>	<i>Linéaire</i>
<i>Reddy</i>	<i>Cubique</i>	<i>Quadratique</i>	<i>Zéro</i>
<i>Bert</i>	<i>Cubique</i>	<i>Quadratique</i>	<i>Zéro</i>
<i>Krishna Murty</i>	<i>Cubique</i>	<i>Quadratique</i>	<i>Zéro</i>

Tableau II.1 Quelques modèles d'ordre supérieur

Dans la littérature, il existe un certain nombre de modèles basés sur des théories non-polynomiales. Ces modèles permettent de décrire le gauchissement à travers l'épaisseur de la plaque, et donnent ainsi une distribution adéquate pour les déformations et les contraintes de cisaillement transversal. En 1877, Levy a développé une théorie raffinée pour les plaques isotropes épaisses pour la première fois, en utilisant des fonctions sinusoïdales (i.e. fonctions trigonométriques) dans le champ de déplacement. Mais, l'efficacité de cette théorie de plaque particulière n'a pas été validée pour plus d'un siècle. Stein a évalué cette théorie pour l'appliquer dans les plaques isotropes de forme modifiée. Plus tard, Stein et Jegley ont étudié l'effet de cisaillement transverse dans la flexion cylindrique de plaques composites stratifiées, en utilisant la théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique (TSDPT). Ils ont prouvé que cette théorie prédit les contraintes avec plus de précision que les autres théories.

Touratier a proposé un nouveau modèle, qui est largement utilisé dans les plaques stratifiées et sandwichs, en se basant sur la théorie TSDPT. L'auteur a utilisé une fonction sinusoïdale pour décrire la cinématique de son modèle où le champ de déplacement est donné par les expressions suivantes :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_x \quad (\text{II.7a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_y \quad (\text{II.7b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.7c})$$

D'après l'équation (II.7), on remarque que ce modèle se rapproche beaucoup des modèles à base de polynômes d'ordre supérieur. Selon Nguyen, les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

En 1997, Idlbi et *al.* ont présenté une étude comparative entre la théorie de Reddy (PSDPT), celle de Touratier [16] (TSDPT) et les théories classiques (CLPT et FSDT), pour la flexion et la vibration des plaques multicouches (Cross-Play et Sandwich). Ils ont montré que le modèle raffiné de type sinus est préférable, en particulier lorsque les exigences de continuité interlaminaire sont incluses.

Un nouveau modèle basé sur une autre théorie nommée la théorie de la plaque de déformation en cisaillement hyperbolique (HSDPT) a été développé par Soldatos pour l'analyse des plaques monocliniques homogènes. L'auteur a utilisé la fonction sinus hyperbolique pour les composantes membranaires tandis que le déplacement transversal est considéré comme constant à travers l'épaisseur. La cinématique de ce modèle est de la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) + h \sin h \left( \frac{z}{h} \right) - z \cos h \left( \frac{1}{2} \right) \psi_x \quad (\text{II.8a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) + h \sin h \left( \frac{z}{h} \right) - z \cos h \left( \frac{1}{2} \right) \psi_y \quad (\text{II.8b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.8c})$$

Soldatos et Timarci ont unifié la théorie HSDPT pour les plaques composites multicouches. Le principal avantage de cette théorie unifiée est la capacité de modifier la répartition des contraintes transversales. Il existe d'autres travaux notamment ceux de Karama *et al.* qui ont proposé une nouvelle fonction dite "exponentielle" pour les poutres composites stratifiées. Elle est plus tard étendue aux plaques stratifiées.

Les fonctions exponentielles s'avèrent beaucoup plus riches que les fonctions trigonométriques (sinus et cosinus) dans leur série de développement de Fourier. Elle est communément connue par la théorie de plaque de la déformation en cisaillement exponentielle (ESDPT) dont le champ de déplacement s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) + z e^{-2(z/h)^2} \psi_x \\ \bar{v}(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) + z e^{-2(z/h)^2} \psi_y \\ \bar{w}(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance paires et impaires de la variable  $z$  alors que la fonction "sinus" (Touratier [16]) ne permet qu'un développement en puissances impaires.

En 2006, Aydogdu [18] a présenté une étude dans laquelle il a comparé les différentes théories d'ordre supérieur (PSDPT, TSDPT, HSDPT et ESDPT) avec la théorie d'élasticité tridimensionnelle. L'auteur a montré que le déplacement transversal et les contraintes sont mieux prédits par la théorie ESDPT, tandis que les deux théories PSDPT et HSDPT donnent

des prédictions plus précises des fréquences naturelles et des charges critiques de flambement par rapport à d'autres théories.

Généralement, afin d'augmenter la précision des résultats, une croissance dans le degré du polynôme de l'équation (II.4) peut être une alternative. Cette technique est peu adoptée par les chercheurs à cause de son coût élevé en termes de calcul. Dans ce contexte, plusieurs simplifications ont été proposées afin de réduire le nombre de paramètres de déplacement.

Une de ces simplifications consiste à raccourcir les derniers termes de la série de Taylor en introduisant une "fonction de cisaillement". La forme du déplacement proposée à travers l'épaisseur est alors la suivante :

$$\begin{aligned}\bar{u}(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + f(z)\theta_x(x, y) \\ \bar{v}(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + f(z)\theta_y(x, y) \\ \bar{w}(x, y, z) &= w(x, y)\end{aligned}\tag{II.10}$$

$f(z)$  peut être considérée comme la fonction de cisaillement qui permet de déterminer la distribution des déformations et des contraintes de cisaillement transversal à travers l'épaisseur. Selon cette fonction  $f(z)$ , nous pouvons distinguer quelques modèles d'ordre supérieurs importants dans la littérature qui sont chronologiquement décrits comme suit:

<i>Théorie</i>	<i>Intitulé</i>	<i>Fonction de forme</i> $\varphi(z)$	<i>Distribution</i> de $\gamma_{xz}$ et $\gamma_{yz}$ suivant $z$	<i>Coefficient de</i> <i>correction de</i> <i>(cisaillement)</i>	<i>Validité</i>
<b>CPT</b> <b>Kirchhoff</b> <b>(1850)</b>	<i>Théorie classique</i> <i>des plaques</i>	0	-	-	<i>Plaques</i> <i>minces</i>
<b>FSDPT</b> <b>Mindlin</b> <b>(1951)</b>	<i>Théorie de</i> <i>déformation des</i> <i>plaques du 1er</i> <i>ordre</i>	$z$	<i>Constante</i>	<i>Requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>moyennement</i> <i>épaisses</i>
<b>Ambartsuin</b> <b>(1958)</b>	<i>Théorie d'ordre</i> <i>supérieur</i>	$\frac{z}{2} \left( \frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	<i>Quadratique</i>	<i>Non requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>moyennement</i> <i>épaisses</i>
<b>TSDPT</b> <b>Touratier</b> <b>(1991)</b>	<i>Théorie de</i> <i>déformation</i> <i>trigonométrique</i> <i>des plaques</i>	$\frac{h}{\pi} \sin \left( \frac{\pi z}{h} \right)$	<i>Parabolique</i>	<i>Non requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>épaisses</i>
<b>ESDPT</b> <b>Karama, Afaq</b> <b>et al. (2003)</b>	<i>Théorie de</i> <i>déformation</i> <i>exponentielle des</i> <i>plaques</i>	$z \text{Exp} \left( -2 \left( \frac{z}{h} \right)^2 \right)$	<i>Parabolique</i>	<i>Non requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>épaisses</i>
<b>PSDPT Reddy</b> <b>(1984)</b>	<i>Théorie de</i> <i>déformation</i> <i>parabolique des</i> <i>plaques</i>	$z \left( 1 - \frac{4}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \right)$	<i>Parabolique</i>	<i>Non requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>épaisses</i>
<b>El Meiche,</b> <b>Tounsi et al.</b> <b>(2011)</b>	<i>Théorie raffinée</i> <i>des plaques</i>	$\frac{h}{\pi} \sin \left( \frac{\pi z}{h} \right) - z$ $\cosh (\pi/2 - 1)$	<i>Parabolique</i>	<i>Non requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>épaisses</i>
<b>Atmane,</b> <b>Tounsi et al.</b> <b>(2010)</b>	<i>Théorie raffinée</i> <i>des plaques</i>	$\frac{\cosh \left( \frac{\pi}{2} \right)}{\left[ \cos \left( \frac{\pi}{2} \right) - 1 \right]^z}$ $-\frac{h}{\pi} \sin \left( \frac{\pi z}{h} \right) - z$ $\cosh (\pi/2 - 1)$	<i>Parabolique</i>	<i>Non requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>épaisses</i>
<b>Shimpi (2002)</b> <b>(*)</b>	<i>Théorie raffinée</i> <i>des plaques</i>	$h \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{z}{h} \right) - \frac{5}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^3 \right]$	<i>Parabolique</i>	<i>Non requis</i>	<i>Plaques</i> <i>minces et</i> <i>épaisses</i>

Tableau II.2: Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes

(\*) Pour ce modèle, le champ des déplacements s'écrit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{II.11.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (\text{II.11.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \quad (\text{II.11.c})$$

## RÉFÉRENCES

- [1] Kirchhoff, G.,(1850), Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 40 51-88.
- [2] Love, A.E.H., *A treatise on the mathematical theory of elasticity*1934: Cambridge University Press.
- [3] Hu, H., et al.,(2008), Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites, *Composite Structures*, 84 (3) 282-292.
- [4] Librescu, L., *Elastostatics and kinetics of anisotropic and heterogeneous shell-type structures*. Vol. 2. 1975, Noordhoff, Leyden, Netherlands
- [5] Vlachoutsis, S.,(1992), Shear correction factors for plates and shells, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33 (7) 1537-1552.
- [6] Laitinen, M., H. Lahtinen, and S.G. Sjölin,(1995), Transverse shear correction factors for laminates in cylindrical bending, *Communications in numerical methods in engineering*, 11 (1) 41-47.
- [7] Reissner, E.,(1972), A consistent treatment of transverse shear deformations in laminated anisotropic plates, *AIAA Journal*, 10 (5) 716-718.
- [8] Yu, Y.-Y.,(1959), Simple Thickness-shear Modes of Vibration in Infinite Sandwich Plates, (26) 679–681.
- [9] Mindlin, R.,(1951), Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, *J. of Appl. Mech.*, 18 31-38.
- [10] Ayad, R., *Eléments finis de plaque et coque en formulation mixte avec projection en cisaillement*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France. 1993.
- [11] Bert, C.W.,(1973), Simplified analysis of static shear factors for beams of nonhomogeneous cross section, *Journal of Composite materials*, 7 (4) 525-529.
- [12] Yang, P.C., C.H. Norris, and Y. Stavsky,(1966), Elastic wave propagation in heterogeneous plates, *International Journal of Solids and Structures*, 2 (4) 665-684.
- [13] Whitney, J.M.,(1972), Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates\*, *Journal of Composite materials*, 6 (4) 426-440.
- [14] Madabhushi-Raman, P. and J.F. Davalos,(1996), Static shear correction factor for laminated rectangular beams, *Composites Part B: Engineering*, 27 (3–4) 285-293.
- [15] Pai, P.F.,(1995), A new look at shear correction factors and warping functions of anisotropic laminates, *International Journal of Solids and Structures*, 32 (16) 2295-2313.

- [16] Birman, V. and C.W. Bert,(2002), On the choice of shear correction factor in sandwich structures, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 4 (1) 83-95.
- [17] Levinson, M.,(1980), An accurate, simple theory of the statics and dynamics of elastic plates, *Mechanics Research Communications*, 7 (6) 343-350.
- [18] Bert, C.W.,(1984), A critical evaluation of new plate theories applied to laminated composites, *Composite Structures*, 2 (4) 329-347.
- [19] Senthilnathan, N., et al., (1987), Buckling of shear-deformable plates, *AIAA Journal*, 25 (9) 1268-1271.

## ***CHAPITRE III***

## FORMULATION THÉORIQUE

### III.1 Définition d'une plaque:

Une plaque est un solide défini par une surface de référence plane (plan  $x,y$ ) et par une petite épaisseur (notée  $h(x,y)$ ), par rapport aux autres dimensions, à savoir la longueur et la largeur [1]. Suivant l'ordre de grandeur de  $h$  par rapport aux autres dimensions, on introduit l'adjectif mince ou épaisse aux plaques et aux coques.

Cependant, ce qualificatif n'implique pas seulement une caractéristique géométrique, mais définit aussi un rôle particulier des déformations dites de cisaillement transversal ( $CT$ ). Cette influence est d'autant plus importante que les structures sont minces car l'épaisseur  $h$  varie en sens inverse de l'influence du cisaillement transversal.

La plaque peut être constituée d'un matériau homogène

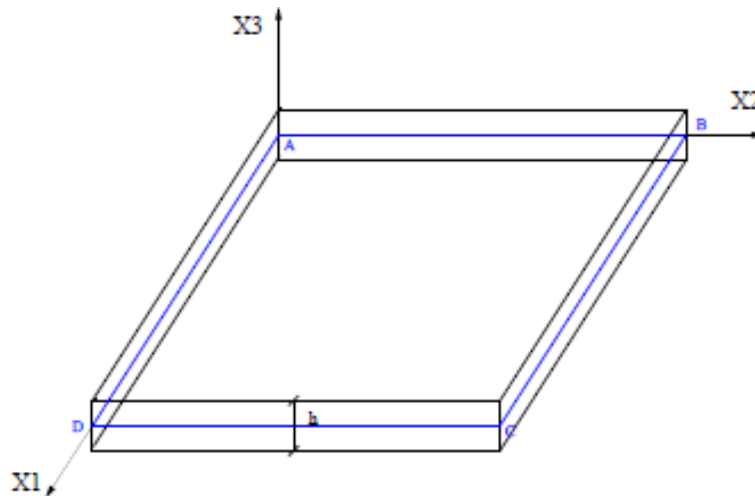


Fig III.1 Géométrie d'une plaque

Ces plaques sont souvent suivies de l'adjectif mince ou épais suivant la grandeur de l'épaisseur  $h$ , nous admettons généralement [2].

- pour les plaques épaisses :  $\frac{1}{20} < \frac{h}{L} < \frac{1}{4}$
- Pour les plaques minces :  $\frac{h}{L} < \frac{1}{20}$

### III.2. Hypothèses :

La théorie des plaques repose sur les hypothèses suivantes :

**H.1** : Les contraintes normales  $\sigma_{zz}$  sont négligeables par rapport aux autres composantes de contraintes :  $\sigma_{zz} = 0$ .

**H.2** : Les pentes de la surface moyenne après déformation, sont supposées petites par rapport à l'unité (Petite déflexion du plan moyen).

**H.3** : Les points situés sur une normale à la surface moyenne avant déformation, restent sur cette normale au cours de la déformation ; ceci permet de négliger l'effet de cisaillement transversal. Dans ce cas, on a :  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$

### III.3. Formulation mathématique :

Nous considérons une nanoplaque de longueur " $a$ ", de largeur " $b$ " et d'épaisseur " $h$ " soutenu par des fondations élastiques. L'origine du système de coordonnées est considérée au centre de la surface médiane de la nanoplaque. Le nombre des fonctions inconnues dans cette approche est seulement trois, comme dans le cas du CPT.

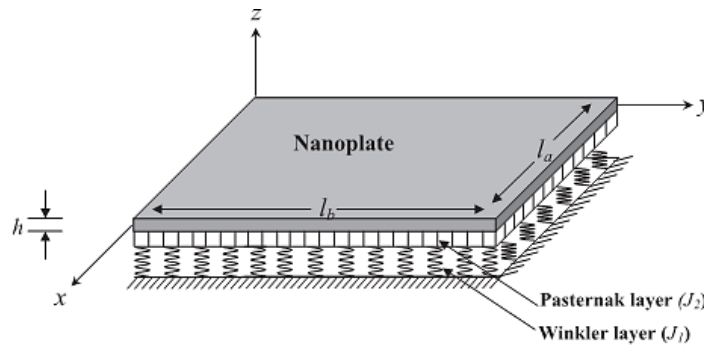


Fig III.2. Feuille de graphène monocouche reposant sur un substrat élastique Winkler- Pasternak [3]

### III.4. Cinématique du présent modèle de la plaque :

Le champ de déplacement satisfait les conditions de déformations du cisaillement transversal au point  $(x, y, \pm h/2)$  sur le haut et le bas des surfaces de la plaque est exprimé par :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} - \beta f(z) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} - \beta f(z) \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Où ;  $u_0$ ;  $v_0$ ;  $w_0$  sont trois variables de déplacement du plan médian de la plaque, et  $\beta$  est un paramètre du présent modèle de déplacement.  $f(z)$  est la fonction de forme représentant la distribution des contraintes transversales de cisaillement et de déformation à travers l'épaisseur de la plaque [4]

$$f(z) = \frac{h \tanh\left(\frac{2z}{h}\right) + 2z \left(\tanh(1)^2 - 1\right)}{2 \tanh(1)^2} \tag{2}$$

Dans ce travail la fonction de forme dans l'équation (2) est exprimée par une fonction hyperbolique assurant ainsi une parfaite distribution de la déformation de cisaillement à travers l'épaisseur de la nanoplaque et permet une variation parabolique des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur, en considérant, les conditions aux limites satisfaites, dans ce cas, on n'aura plus besoin du facteur de correction de cisaillement.

Les déformations non linéaires de Von Karman liées au champ de déplacement dans l'équation (1) sont:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} + \beta f(z) \begin{Bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \beta g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

D'où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \\ -\frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \\ -\frac{\partial^2 (\nabla^2 w_0)}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} \\ -\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \end{Bmatrix}, \tag{4}$$

et

$$g(z) = f'(z), \quad \nabla^2 w_0 = \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \tag{5}$$

### III.5. Équations de stabilité:

Les équations différentielles régissant le mouvement de la nouvelle théorie des plaques actuelle reposant sur une fondation élastique en cas de forme locale sont les suivantes [5, 6]

$$\begin{aligned}
 \delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\
 \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\
 \delta w_0 : \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \beta \frac{\partial^4 S_x}{\partial x^4} + \beta \frac{\partial^4 S_{xy}}{\partial x^3 \partial y} + \beta \frac{\partial^4 S_{xy}}{\partial y^3 \partial x} + \beta \frac{\partial^4 S_y}{\partial y^4} \\
 - \beta \frac{\partial^3 Q_{xz}}{\partial x^3} - \beta \frac{\partial^3 Q_{yz}}{\partial y^3} - f_e + \bar{N} &= 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

avec

$$\bar{N} = N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2 N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \tag{7}$$

$N_x^0$  et  $N_y^0$  les charges dans le plan perpendiculaire des bordures  $x=0$  et  $y=0$ , respectivement,  $N_{xy}^0$  les forces de cisaillement parallèles réparties aux  $x=0$  et  $y=0$ , respectivement,  $f_e$  est la densité de la force de réaction de la fondation pour le model de fondation Winkler-Pasternak

$$f_e = k_w w - k_s^1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_s^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{8}$$

où ;  $k_w$  est le paramètre du module du milieu de la fondation élastique (*elastic coefficient of the foundation*) et  $k_s^1$  and  $k_s^2$  sont les modules de cisaillement de la fondation (*shear layer foundation stiffness*). Si la fondation est homogène et isotrope, nous obtiendrons  $k_s^1 = k_s^2 = k_s$ . Si la rigidité de la couche de cisaillement est négligée, la fondation Pasternak devienne une fondation Winkler.

Les contraintes résultantes  $N$ ,  $M$  et  $S$  et  $Q$  sont définies par :

$$(N_i, M_i, S_i) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, \beta f)(\sigma_i) dz, \quad (i = x, y, xy) \quad \text{et} \quad Q_i = \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_i) \beta g(z) dz, \quad (i = xz, yz) \tag{9}$$

### III.6. Les relations constitutives :

La théorie nonlocale considère que la contrainte à un point est lié non seulement à la contrainte à ce point, mais aussi aux contraintes à tous les autres points du corps. Ces

dépendances sont liées aux liaisons interatomiques entre un atome et ses atomes voisins [7, 8, 9] selon la théorie de tenseur de contrainte nonlocale du continuum nonlocal [10]

$$(1 - \mu \nabla^2) \sigma = \tau \quad (10)$$

D'où  $\nabla^2$  est l'opérateur Laplacien dans le système de coordonnées cartésiennes

bidimensionnelles;  $\tau$  est le tenseur de contrainte classique à un point, par la loi de Hooke; et

$\mu = (e_0 a)^2$  est le paramètre nonlocal à petit échelle, " $a$ " est la longueur caractéristique interne

" $e_0$ " est une constante propre au matériau.

Les équations constitutive nonlocales d'une feuille de graphène orthotrope est comme suit

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} - \mu \nabla^2 \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

où;  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy})$  et  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy})$  sont respectivement les composantes des contrainte et de déformation. Les coefficients de rigidité,  $C_{ij}$ , peuvent s'exprimés comme suit

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad (11)$$

$$C_{66} = G_{12}, \quad C_{44} = G_{23}, \quad C_{55} = G_{13},$$

Ici on a,  $E_1, E_2$  sont les modules de Young,  $G_{12}, G_{23}, G_{13}$  le module de cisaillement, et  $\nu_{12}, \nu_{21}$  sont les rapports de Poisson. Pour une plaque isotrope, cela se réduit à :

$E_1 = E_2 = E, G_{12} = G_{23} = G_{13} = G, \nu_{12} = \nu_{21} = \nu$ . Les indices 1, 2, 3 correspondent à x, y, z des directions du système Cartésien.

En utilisant les équations (3), (9) et (11), les résultats des contraintes peuvent être écrites en termes de déplacement comme suit

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} - \mu \nabla^2 \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & \beta B_{11}^s & \beta B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & \beta B_{12}^s & \beta B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & \beta B_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & \beta D_{11}^s & \beta D_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & \beta D_{12}^s & \beta D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & \beta D_{66}^s \\ \beta B_{11}^s & \beta B_{12}^s & 0 & \beta D_{11}^s & \beta D_{12}^s & 0 & \beta^2 H_{11}^s & \beta^2 H_{12}^s & 0 \\ \beta B_{12}^s & \beta B_{22}^s & 0 & \beta D_{12}^s & \beta D_{22}^s & 0 & \beta^2 H_{12}^s & \beta^2 H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & \beta B_{66}^s & 0 & 0 & \beta D_{66}^s & 0 & 0 & \beta^2 H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix} \quad (12a)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{Bmatrix} - \mu \nabla^2 \begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{Bmatrix} = \beta^2 \begin{bmatrix} A_{55}^s & 0 \\ 0 & A_{44}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (12b)$$

D'où

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} C_{11}(1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) \begin{Bmatrix} 1 \\ \nu \\ \frac{1-\nu}{2} \end{Bmatrix} dz, \quad (13a)$$

$$(A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^s, D_{22}^s, H_{22}^s) = (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s), \quad (13b)$$

$$A_{44}^s = A_{55}^s = \int_{-h/2}^{h/2} C_{44}[g(z)]^2 dz, \quad (13c)$$

### III.7. Équations de mouvement en termes de déplacement :

Les équations de mouvement nonlocales peuvent être écrites en termes de déplacement généralisés ( $u_0$ ,  $v_0$  et  $w_0$ ) en utilisant l'opérateur différentiel linéaire de l'équation

$$(1 - \mu \nabla^2) \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 & A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \\
 & - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} - \left( B_{66}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^3 \partial y^2} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 w_0}{\partial x \partial y^4} + B_{11}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^5} \right) = 0,
 \end{aligned} \tag{14a}$$

$$\begin{aligned}
 & A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} - B_{22} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \\
 & - \left( B_{66}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^2 \partial y^3} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^4 \partial y} + B_{22}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial y^5} \right) = 0,
 \end{aligned} \tag{14b}$$

$$\begin{aligned}
 & B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} - D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \\
 & - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + \left[ B_{11}^s \frac{\partial^5 u_0}{\partial x^5} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 u_0}{\partial x \partial y^4} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 v_0}{\partial x^4 \partial y} \right. \\
 & + B_{22}^s \frac{\partial^5 v_0}{\partial y^5} + B_{66}^s \frac{\partial^5 v_0}{\partial x^3 \partial y^2} + B_{66}^s \frac{\partial^5 v_0}{\partial x^2 \partial y^3} - 2D_{11}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^6} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^2 \partial y^4} \\
 & \left. - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^4 \partial y^2} - 2D_{22}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial y^6} \right] - \left[ H_{11}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^8} + 2(H_{12}^s + H_{66}^s) \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^4 \partial y^4} \right. \\
 & \left. + H_{66}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^6 \partial y^2} + H_{66}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^2 \partial y^6} + H_{22}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial y^8} - A_{44}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^6} - A_{55}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial y^6} \right] \\
 & + (1 - \mu \nabla^2) \left( N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + (1 - \mu \nabla^2) (-K_w w_0 + K_s \nabla^2 w_0) = 0
 \end{aligned} \tag{14c}$$

### III.8. Solution analytique d'une nanoplaques à appui simple:

On considère une nanoplaque rectangulaire à appui simple de longueur  $a$  et largeur  $b$  chargée dans le plan des deux directions ( $N_x^0 = N_{cr}, N_y^0 = \gamma N_x^0, N_{xy}^0 = 0$ ). Nous prendrons en compte les solutions exactes de l'équation (14) pour une nanoplaque à appui simple. On se basant sur la méthode de la solution Navier, les déplacements seront comme suit

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{Bmatrix} \tag{15}$$

D'où;

$U_{mn}$ ,  $V_{mn}$  et  $W_{mn}$  sont des paramètres arbitraire à déterminer, et  $\alpha = m\pi/a$  et  $\beta = n\pi/b$ .

En substituant l'équation (15) de l'équation (14), on peut obtenir les solutions analytiques suivantes

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} + k \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Où;

$$\begin{aligned} a_{11} &= -(A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2) \\ a_{12} &= -\alpha \beta (A_{12} + A_{66}) \\ a_{13} &= \alpha [B_{11}\alpha^2 + (B_{12} + 2B_{66})\beta^2 - (B_{11}^s\alpha^4 + B_{12}^s\beta^4 + B_{66}^s\alpha^2\beta^2 + B_{66}^s\beta^4)] \\ a_{22} &= -(A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2) \\ a_{23} &= \beta [B_{22}\beta^2 + (B_{12} + 2B_{66})\alpha^2 - \beta (B_{22}^s\beta^4 + B_{12}^s\beta^4 + B_{66}^s\alpha^2\beta^2 + B_{66}^s\alpha^4)] \\ a_{33} &= -D_{11}\alpha^4 - 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 - \beta [D_{22}\beta^4 - 2(D_{11}^s\alpha^6 + D_{22}^s\beta^6) \\ &\quad - 2(\alpha^4\mu^2 + \alpha^2\beta^4)(D_{12}^s + 2D_{66}^s)] - [H_{11}^s\alpha^8 + H_{22}^s\beta^8 + 2\alpha^4\beta^4(H_{12}^s + H_{66}^s) \\ &\quad + (\alpha^6\mu^2 + \alpha^2\beta^6)H_{66}^s + A_{44}^s\alpha^6 + A_{55}^s\beta^6] - k_w - \mu k_w(\alpha^2 + \beta^2) \\ &\quad - k_s(\alpha^2 + \beta^2) - \mu k_s(\alpha^2 + \beta^2)^2 \\ k &= (N_x^0\alpha^2 + N_y^0\beta^2), \quad \lambda = 1 + \mu(\alpha^2 + \beta^2) \end{aligned} \quad (17)$$

En mettant ( $\mu = 0, N_{cr} = 0$ ) dans l'équation (17) et avec la résolution du déterminant du coefficient de la matrice, on peut facilement obtenir la valeur du coefficient  $\beta$ .

## RÉFÉRENCES

- [1]. M. Bachir Bouiadjra, E.A. Adda Bedia, and A. Tounsi, “Nonlinear thermal buckling behavior of functionally graded plates using an efficient sinusoidal shear deformation theory,” *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 48, pp. 547 – 567, 2013.
- [2]. M. Bachir Bouiadjra, M.S.A. Houari, and A. Tounsi, “Thermal buckling of functionally graded plates according to a four-variable refined plate theory,” *Journal of Thermal Stresses*, vol. 35, pp. 677 – 694, 2012.
- [3]. Zenkour A.M, Sobhy M. Nonlocal elasticity theory for thermal buckling of nanoplates lying on Winkler–Pasternak elastic substrate medium. *Physica E* 2013; 53: 251–259.
- [4]. M.S.A. Houari, A. Bessaim, F. Bernard, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, Buckling analysis of new quasi-3D FG nanobeams based on nonlocal strain gradient elasticity theory and variable length scale parameter, *Steel and Composite Structures*, 28 (2018) 13-24.
- [5]. Z. Belabed, A.A. Bousahla, M.S.A. Houari, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, A new 3-unknown hyperbolic shear deformation theory for vibration of functionally graded sandwich plate, *Earthquakes and Structures*, 14 (2018) 103-115
- [6]. H. Hachemi, A. Kaci, M.S.A. Houari, A. Bourada, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, A new simple three-unknown shear deformation theory for bending analysis of FG plates resting on elastic foundations, *Steel and Composite Structures*, 25 (2017) 717-726.
- [7]. S.C. Pradhan, J.K. Phadikar, Nonlocal elasticity theory for vibration of nanoplates, *Journal of Sound and Vibration.*, 325 (2009) 206-223.
- [8]. T. Murmu, S.C. Pradhan, Vibration analysis of nanoplates under uniaxial prestressed conditions via nonlocal elasticity, *J.Appl.Phys.*, 106 (2009) 104301
- [9]. F. Bounouara, K.H. Benrahou, I. Belkorissat, A. Tounsi, A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation, *Steel Compos. Struct.*, 20 (2016) 227-249
- [10]. A.C. Eringen, Nonlocal polar elastic continua, *International Journal of Engineering Science.*, 10 (1972) 1-16.

## ***CHAPITRE IV***

## RÉSULTATS ET DISCUSSION

### IV. Validation et comparaison des résultats

Dans cette section, divers exemples numériques sont présentes afin de vérifier l'exactitude de la nouvelle théorie des plaques hyperboliques à trois inconnues dans la prédiction des réponses de flambement des nanoplaques isotopes et orthotropes en appui simple se reposant sur une base élastique avec les résultats des autres travaux de recherche disponibles publiés. A cet effet, plusieurs étapes de validation ont été définies. La charge de flambement mécanique adimensionnelle  $\widehat{N}_{cr}$  des plaques carrées simplement supportées sous compression uniaxiale prévue par le modèle est d'abord comparée aux résultats de diverses théories sur les matériaux isotropes. Les paramètres adimensionnels suivants selon le matériau sont utilisés dans ce premier exemple :

$$\widehat{N}_{cr} = \frac{N_{cr} a^2}{\pi^2 D}, D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, k_w = \frac{K_w a^4}{D}, k_s = \frac{K_s a^2}{D}, \nu = 0.3, E = 73 \text{ GPa}$$

Dans le tableau IV.1, nous avons effectué une première comparaison adimensionnelle des charges du flambement critique uniaxiale  $\widehat{N}_{cr}$  pour des plaques avec la théorie classique des plaques (CPT) obtenue par Nali et al. [1], la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) rapporté par Brunelle et Robertson [2], et aussi la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) obtenue par Matsunaga [3]. Il est clair qu'il y a une grande similitude entre les présents résultats pour les plaques et ceux de [2,3] et cela, quelle que soit la valeur du rapport d'épaisseur  $a/h$

Théorie	$a/h$	
	10	100
CPT [1]	4.000	4.000
FSDT [2]	3.729	3.997
HSDT [3]	3.771	3.998
Présent	3.789	3.998

**Tableau IV.1** : Comparaison des charges critiques du flambement adimensionnelle  $\hat{N}_{cr}$  d'une plaque carrée isotrope sous une compression uniaxiale

Dans le second exemple, le tableau IV.2 montre la charge de flambement uniaxiale  $\hat{N}_{cr}$  pour une plaque carrée mince homogène avec ou sans appui sur des fondations Winkler-Pasternak. On note que notre analyse donne une charge de flambement uniaxiale très proche que celle obtenue en utilisant la théorie de déformation en cisaillement de premier ordre (FSDT) d'Akhavan [4].

Théorie	$(k_w, k_p)$			
	$(0,0)^a$	$(0,100)^b$	$(100,0)^a$	$(100,100)^b$
FSDT [4]	3.9999	18.9151	5.0265	19.1717
Présent	3.9978	18.9064	5.0244	19.1631

**Tableau IV.2** : Comparaison des charges critiques du flambement adimensionnelles  $\hat{N}_{cr}$  d'une plaque isotrope carrée reposant sur fondation élastique sous compression uniaxiale

Après avoir démontré l'exactitude de la présente théorie des plaques à trois inconnues hyperboliques, des études ont été entreprises pour étudier les analyses de flambement des nanoplaques isotropes et des plaques de graphène orthotropes monocouches s'appuyant sur une fondation élastique.

Dans cette étude les deux propriétés du matériau isotropique et orthotropiques sont présentés. En ce qui concerne le problème de flambement, la plaque est soumise à des charges de compression égales dans le plan dans les directions  $x$  et  $y$  et ( $\gamma = 1$ ). Les propriétés du matériau orthotropiques sont prises selon [5].

$$\frac{E_1}{E_2} = 10, \frac{G_{12}}{E_2} = 0.6, \frac{G_{13}}{E_2} = 0.5, G_{23} = G_{13}, \nu_{12} = 0.3.$$

Plusieurs exemples numériques ont été résolus selon les données suivantes :

$$a/h = 10, a/b = 1, m = n = 1, k_1 = k_2 = 100, h = 0.34 \text{ nm}, \mu = 4 \text{ nm}^2.$$

Les mêmes paramètres adimensionnels de la section précédente sont utilisés avec  $D = Eh^3/12(1 - \nu_{12}\nu_{21})$ . Les tableaux IV.3 et IV.4 nous montrent la charge critique de flambement  $\widehat{N}_{cr}$  des nanoplaques isotropes et orthotropes avec ou sans fondement élastiques pour différentes valeurs de paramètre nonlocal  $\mu$  et le rapport d'élancement  $a/h$  les prédictions obtenues sont comparées avec les solutions trigonométriques de Sohby [6] et les solutions raffinées de la troisième de déformation en cisaillement de [7].

$\mu$	Théorie	$(k_w = 0, k_s = 0)$				$(k_w = 100, k_s = 100)$			
		$a/h = 5$	10	20	30	$a/h = 5$	10	20	30
0	SSPT <sup>(a)</sup>	1.63329	1.89346	1.97224	1.98756	12.27871	12.53887	12.61766	12.63298
	RSPT <sup>(b)</sup>	1.63267	1.89329	1.97220	1.98755	12.27809	12.53871	12.61762	12.63296
	Présent	<b>1.63612</b>	<b>1.894324</b>	<b>1.97247</b>	<b>1.98767</b>	12.28154	12.53974	12.61789	12.63309
1	SSPT <sup>(a)</sup>	0.20858	0.69932	1.38220	1.67061	10.85401	11.34474	12.02762	12.31602
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.20851	0.69927	1.38217	1.67059	10.85393	11.34468	12.02759	12.31601
	Présent	<b>0.20895</b>	<b>0.69965</b>	<b>1.38236</b>	<b>1.67069</b>	<b>10.85437</b>	<b>11.34506</b>	<b>12.02778</b>	<b>12.31611</b>
2	SSPT <sup>(a)</sup>	0.11140	0.42886	1.06391	1.44083	10.75683	11.07428	11.70932	12.08625
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.11140	0.42882	1.06388	1.44082	10.75678	11.07424	11.70930	12.08624
	Présent	<b>0.11160</b>	<b>0.42906</b>	<b>1.06403</b>	<b>1.44091</b>	<b>10.75702</b>	<b>11.07447</b>	<b>11.70945</b>	<b>12.08633</b>
3	SSPT <sup>(a)</sup>	0.07600	0.30925	0.86476	1.26662	10.72142	10.95467	11.51018	11.91204
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.07597	0.30923	0.86475	1.26661	10.72139	10.95465	11.51017	11.91203
	Présent	<b>0.07613</b>	<b>0.30940</b>	<b>0.86487</b>	<b>1.26669</b>	<b>10.72155</b>	<b>10.95481</b>	<b>11.51029</b>	<b>11.91211</b>
4	SSPT <sup>(a)</sup>	0.05767	0.24181	0.72842	1.13000	10.70309	10.88723	11.37384	11.77542
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.05765	0.24179	0.72841	1.12999	10.70307	10.88721	11.37383	11.77541
	Présent	<b>0.05777</b>	<b>0.24193</b>	<b>0.72851</b>	<b>1.13006</b>	<b>10.70319</b>	<b>10.88734</b>	<b>11.37393</b>	<b>11.77547</b>

(a) Tiré de [6]; (b) tiré de [8]

**Tableau IV.3 :** Charge critique de flambement  $\hat{N}_{cr}$  des feuillets de graphène isotropes monocouche avec ou sans fondement élastique pour diverses valeurs du paramètres non local  $\mu$ .

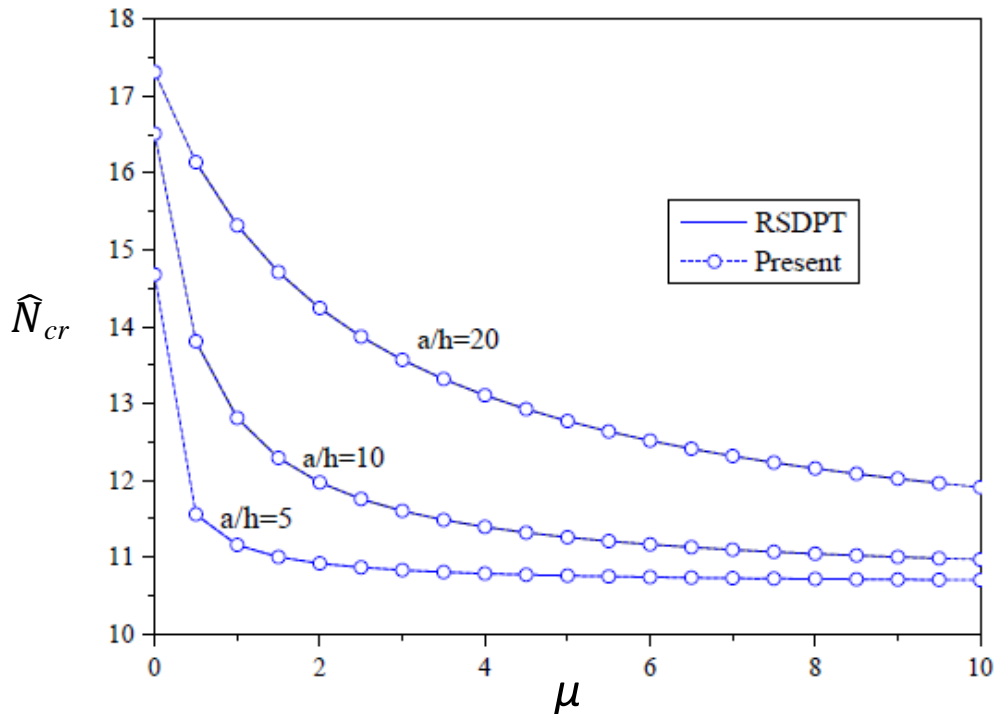
$\mu$	Théorie	$(k_w = 0, k_s = 0)$				$(k_w = 100, k_s = 100)$			
		$a/h = 5$	10	20	30	$a/h = 5$	10	20	30
0	SSPT <sup>(a)</sup>	4.01159	5.85591	6.66298	6.84003	14.65701	16.50133	17.30840	17.48544
	RSPT <sup>(b)</sup>	4.00553	5.85401	6.66249	6.83981	14.65094	16.49943	17.30791	17.48522
	Présent	4.03191	5.86469	6.66565	6.84126	14.67732	16.51011	17.31106	17.48667
1	SSPT <sup>(a)</sup>	0.51232	2.16281	4.66960	5.74924	11.15774	12.80823	15.31502	16.39466
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.51155	2.16211	4.66925	5.74905	11.15697	12.80753	15.31467	16.39447
	Présent	0.51492	2.16610	4.67146	5.75027	11.16034	12.81147	15.31688	16.39569
2	SSPT <sup>(a)</sup>	0.27363	1.32634	3.59428	4.95850	10.91905	11.97176	14.23970	15.60392
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.27322	1.32591	3.59402	4.95834	10.91864	11.97133	14.23944	15.60376
	Présent	0.27502	1.32833	3.59572	4.95939	10.92044	11.97375	14.24114	15.60481
3	SSPT <sup>(a)</sup>	0.18667	0.95643	2.92152	4.35898	10.83209	11.60185	13.56694	15.00439
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.18639	0.95613	2.92130	4.35884	10.83180	11.60154	13.56672	15.00425
	Présent	0.18761	0.95787	2.92269	4.35976	10.83303	11.60329	13.56810	15.00518
4	SSPT <sup>(a)</sup>	0.14165	0.74786	2.46090	3.88879	10.78707	11.39328	13.10631	14.53421
	RSPT <sup>(b)</sup>	0.14144	0.74762	2.46071	3.88866	10.78685	11.39304	13.10613	14.53408
	Présent	0.14237	0.74899	2.46188	3.88949	10.78778	11.39440	13.10730	14.53491

(a) Tiré de [6]; (b) tiré de [7]

**Tableau IV.4 :** Charge critique de flambement  $\hat{N}_{cr}$  des feuillets de graphène orthotropes monocouche avec ou sans fondement élastique pour diverses valeurs du paramètres non local  $\mu$

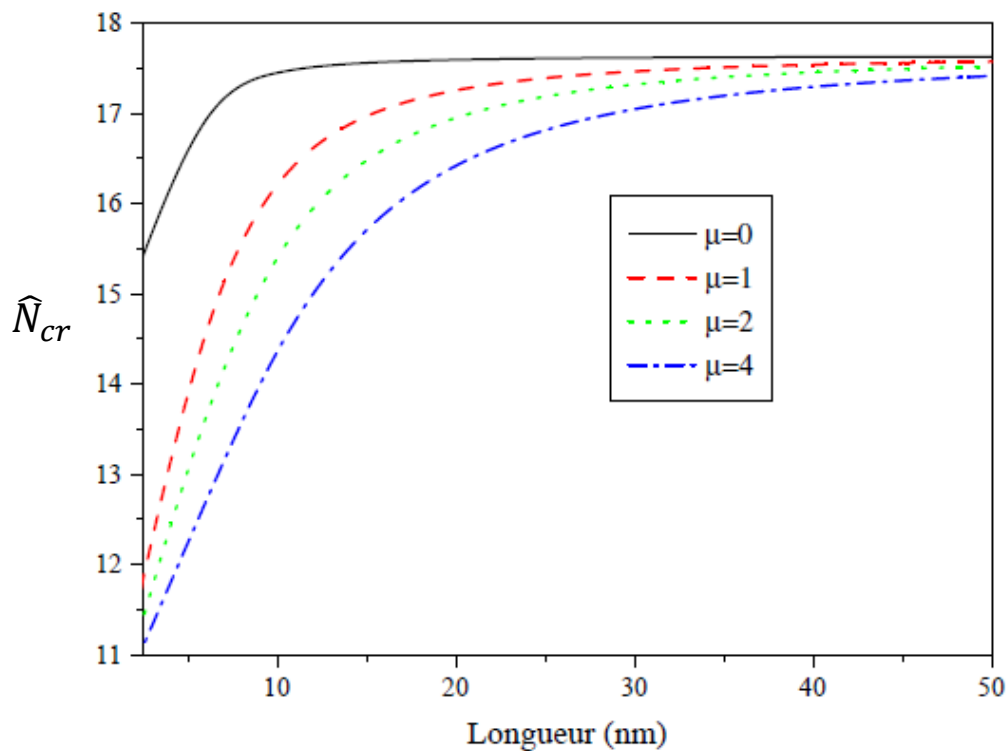
On peut voir que la charge critique de flambement adimensionnelle  $\hat{N}_{cr}$  des nanoplaques isotropes et orthotropes prédites par la nouvelle théorie hyperbolique à trois variables est en excellent accord avec la solution trigonométrique de Sohby [6] et les solutions raffinées de la troisième théorie de déformation en cisaillement de [7]. Il est à noter que la présence des fondations élastiques entraîne une augmentation sensible de la charge de flambement.

La figure 1 montre la variation de la charge critique de flambement adimensionnelle  $\hat{N}_{cr}$  pour les premiers modes de flambement par rapport au paramètre d'échelle  $\mu$  de d'une feuille de graphène orthotrope et pour différentes valeurs du rapport d'élanement  $a/h$  utilisant différentes théories de plaques. On peut voir que la charge de critique de flambement adimensionnelle  $\hat{N}_{cr}$  diminue avec l'augmentation du paramètre d'échelle et augmente avec l'augmentation du rapport d'élanement  $a/h$  de la feuille de graphène orthotrope.



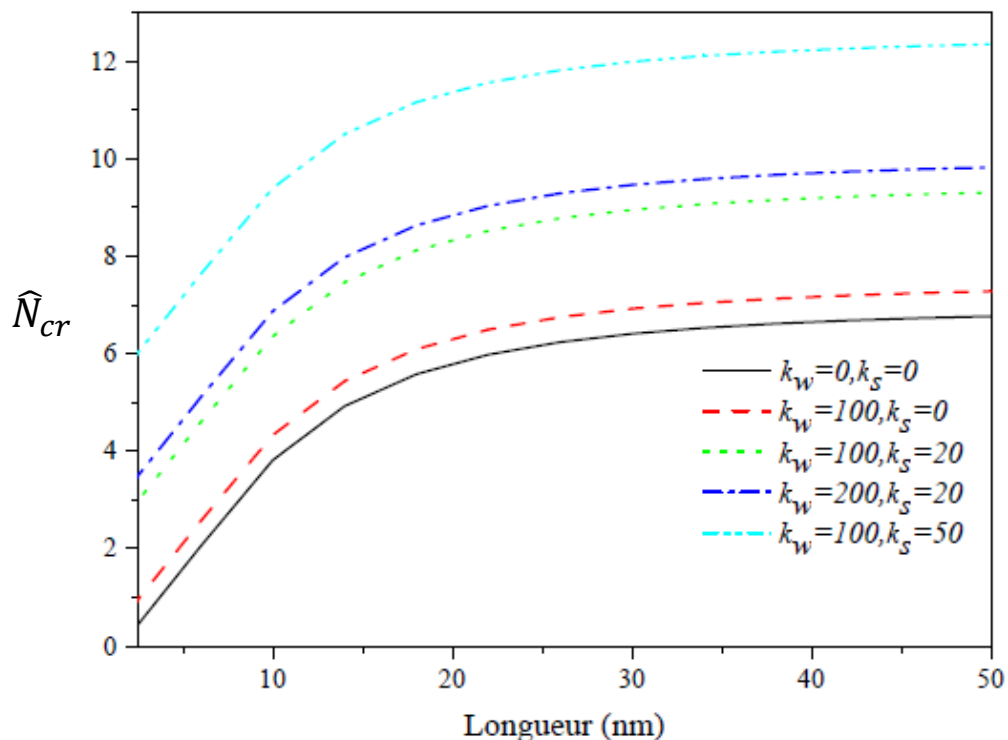
**Figure IV.1 :** Variation de la charge critique du flambement  $\hat{N}_{cr}$  d'une nanoplaque carrée orthotrope par rapport au paramètre nonlocal  $\mu$  et avec différents rapports  $a/h$  utilisant différentes théories des plaques ( $k_w = 100, k_s = 100$ ).

Pour illustrer l'influence du paramètre nonlocal  $\mu$  sur la charge critique de flambement adimensionnelle  $\hat{N}_{cr}$  de la SLGS carrée orthotrope, la variation de la charge critique de flambement  $\hat{N}_{cr}$  par rapport à la longueur des nanoplaques SLGS orthotropes pour ( $k_w = 100, k_s = 100$ ) sont représentées sur la figure IV.2. On peut voir que la charge critique de flambement  $\hat{N}_{cr}$  augmente pour toutes les valeurs du paramètre nonlocal en augmentant la longueur de la plaque.



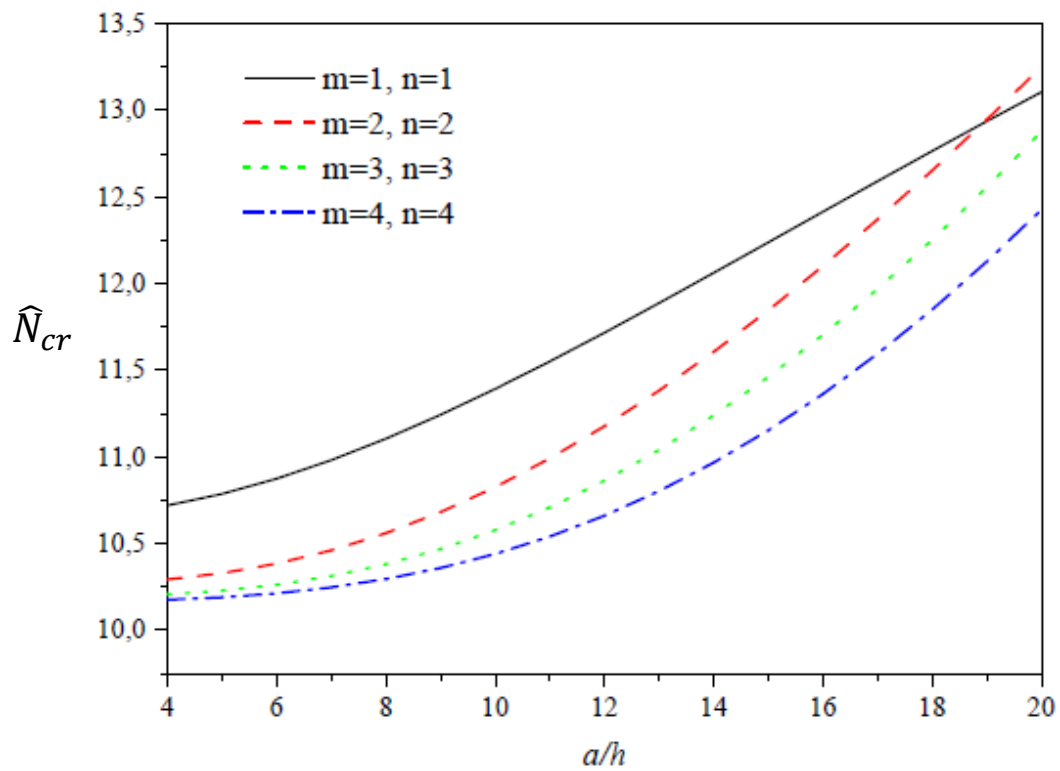
**Figure IV.2 :** Variation de la charge critique de flambement  $\hat{N}_{cr}$  par rapport à la longueur d'une nanoplaque carrée orthotrope à appui simple ( $k_w = 100$ ,  $k_s = 100$ ).

L'influence des paramètres de fondation élastique sur la charge critique de flambement d'une nanoplaque orthotrope par rapport à la longueur de la plaque est représentée sur la figure IV.3. On peut observer qu'à mesure que la longueur et les paramètres élastiques de la fondation augmentent, le flambement augmente. De plus, on peut observer qu'avec l'augmentation de la longueur des plaques, les différences entre les courbes sont presque fixes.



**Figure IV.3 :** Variation de la charge critique de flambement  $\hat{N}_{cr}$  par rapport à la longueur d'une nanoplaque carrée orthotropiques pour différentes valeurs de coefficient rigidités de fondation élastique ( $\mu = 4$ )

Finalement, la charge de flambement d'une charge critique adimensionnelle  $\hat{N}_{cr}$  d'une nanoplaque orthotropique par rapport facteur d'élanement  $a/h$  est représentée sur la figure IV.4 pour différentes valeurs de nombres de mode  $m$  et  $n$ . On peut voir que la charge de flambement augmente d'une façon monotonique lorsque le rapport  $a/h$  augmente et que le nombre de mode diminue.



**Figure IV.4** : La charge de flambement en fonction du rapport d'élancement  $a/h$  de nanoplaque orthotrope carrée simplement supportée pour diverses valeurs de nombre de mode  $m$  et  $n$  ( $k_w = 100, k_s = 100, \mu = 4$ )

## RÉFÉRENCES

- [1] P. Nali, E. Carrera, S. Lecca, Assessments of refined theories for buckling analysis of laminated plates, *Composite Structures*, 93 (2011) 456-464.
- [2] E.J. Brunelle, S.R. Robertson, Vibrations of an initially stressed thick plate, *Journal of Sound and Vibration.*, 45 (1976) 405-416.
- [3] H. Matsunaga, Free vibration and stability of thick elastic plates subjected to in-plane forces. *Int. J. Solids Struct.*, 31 (1994) 3113-3124.
- [4] H. Akhavan, H.R. Damavandi Taher, S. Hosseini-Hashemi, Sh. Vahabi, Exact solutions for rectangular Mindlin plates under in-plane loads resting on Pasternak elastic foundation. Part II: Frequency analysis, *Computational Materials Science*, 44 (2009) 951-961.
- [5] M. Sobhy, Generalized two-variable plate theory for multi-layered graphene sheets with arbitrary boundary conditions, 225 (2014) 2521–2538.
- [6] M. Sobhy, Natural frequency and buckling of orthotropic nanoplates resting on two-parameter elastic foundations with various boundary conditions, *Journal of Mechanics*, 30 (2014) 443-453.
- [7] S.C. Pradhan, Buckling of single layer graphene sheet based on nonlocal elasticity and higher order shear deformation theory, *Physics Letters A*, 373 (2009) 4182-4188.
- [8] A. Mouffoki, E.A. Adda Bedia, M.S.A. Houari, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, Vibration analysis of nonlocal advanced nanobeams in hygro-thermal environment using a new two-unknown trigonometric shear deformation beam theory, *Smart Structures Systems*, 20 (2017) 369-383.

## ***CONCLUSION GÉNÉRALE***

## CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons proposé une nouvelle théorie de déformation de cisaillement, cette dernière s'avère simple et novatrice sur une feuille de graphène monocouche orthotropique encastrée pour l'analyse de flambement des nanoplaques. La présente théorie n'utilise que trois inconnus et seulement trois équations gouvernantes comme dans la théorie classique des plaques. Un milieu de fondement élastique est modélisé comme une fondation de Pasternak à deux paramètres. L'actuelle théorie peut calculer la déformation à faible échelle et la déformation de cisaillement des nanoplaques qui satisferont les conditions aux limites sur les surfaces supérieures et inférieures des nanoplaques sans tenir compte du facteur de correction de cisaillement, comme dans le cas de la théorie de cisaillement d'ordre élevé (HSDT). Basées sur la relation constitutive différentielle nonlocale d'Eringen, les équations de mouvement nonlocales de la théorie sont dérivées selon le principe d'Hamilton.

Enfin, les résultats de nos calculs dans le cadre de cette thèse, nous donne cette présente théorie, qui n'utilise que trois inconnus, ainsi que le facteur de correction de cisaillement est clairement ignoré, une théorie simple et comparable à la théorie de déformation du premier ordre et d'ordre élevé.