

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES



FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT MATERIAUX ET DEVELOPPEMENT DURABLE

THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Sciences Physiques

Option : Sciences des matériaux

Sujet de thèse

**ETUDE DU COMPORTEMENT PHYSIQUE DES
NANOSTRUCTURES FABRIQUEES A BASE DES
MATERIAUX AVANCES**

Présenté par : Mr MOKHTAR Youcef

Soutenu le / / devant le jury composé de :

Président	BENZAIR Abdelnour	Professeur	UDL SIDI BEL ABBES
Examineurs	BOUSAHLA Abdelmomen Anis	MCA	C.U RELIZANE
	HEBALI Habib	MCA	U.TIARET
	BESSEGHIR Abderrahmane	MCA	C.U.TISSEMSSILET
	TOUNSI Abdelouahed	Professeur	UDL SIDI BEL ABBE
Encadreur	HEIRECHE Houari	Professeur	UDL SIDI BEL ABBES

ANNEE UNIVERSITAIRE 2018-2019

REMERCEMENTS

Tout d'abord, j'exprime mes vifs remerciements à mon directeur de thèse Monsieur HEIRECHE Houari, Professeur à l'Université de SBA, qui m'a encadré durant la période de la thèse avec grande patience et bonne humeur. Son assistance, sa disponibilité, les encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer et enfin la confiance qu'il m'a toujours témoignée, m'ont été d'un grand secours pour l'accomplissement de ce travail, Je lui en suis très reconnaissant.

Je tiens à remercier profondément les membres de jury :

- ✓ *Monsieur BENZAIR Abdenour, Professeur à l'Université de SBA d'avoir accepté d'examiner ce travail et de m'avoir honoré de présider le jury.*
- ✓ *Monsieur TOUNSI Abdelouahed, Professeur à l'Université de SBA qui a accepté d'être examinateur. Je le remercie très sincèrement.*
- ✓ *Monsieur BOUSAHLA Abdelmoumen Anis à l'Université de RELIZANE qui m'a fait l'honneur d'examiner ce travail et je lui en suis profondément reconnaissant.*
- ✓ *Monsieur HEBALI Habib à l'Université de TLARET, qui a accepté d'être examinateur. Je le remercie très sincèrement.*
- ✓ *Monsieur BESSEGHIR Abderrahmane l'Université de TISSEMSILET qui a accepté lui aussi d'examiner cette thèse. Je tiens à le remercier pour son extrême gentillesse.*

Dédicace

À ma chère mère,

À mon cher père,

À mon défunt frère,

À mes sœurs,

À Oum Abderrahmane,

À Brahim,

À mon frère Yazid,

Et à tous qui me sont chers.

LE RESUME

Dans cette étude, une nouvelle théorie de la déformation par cisaillement pour l'analyse du flambement d'une feuille de graphène monocouche est formulée en utilisant les relations constitutives différentielles non locales d'Eringen.

La théorie actuelle n'implique que trois inconnues et trois équations comme dans la théorie classique des plaques (**CPT**), mais elle est capable de capturer avec précision les effets de déformation par cisaillement, la théorie de la déformation du cisaillement de premier ordre (**FSDT**) et la théorie de la déformation du cisaillement de l'ordre supérieur (**HSDT**).

Un facteur de correction de cisaillement n'est donc pas requis. La théorie de l'élasticité non locale est utilisée pour étudier les effets de la petite échelle sur le flambement de la nano-plaque rectangulaire. Les équations de mouvement des théories non locales sont dérivées et résolues par la procédure de Navier pour les appuis simples en tenant compte des conditions aux limites.

Les résultats sont vérifiés avec les résultats obtenus par les théories précédentes. Les influences exercées par les effets du paramètre non local, la longueur, l'épaisseur des feuilles de graphène et l'effet de déformation de cisaillement sur la charge critique de flambage sont étudiées.

Les études montrent que la théorie proposée est non seulement précise et simple dans la résolution de flambement des nano-feuillets, mais aussi comparable avec les autres théories de déformation de cisaillement d'ordre supérieur qui contiennent plus d'inconnues.

Mots-clés: flambement ; graphène ; une simple théorie des 3 inconnues ; théorie de l'élasticité non locale ; solution de type Navier.

ABSTRACT

In this paper, a novel simple shear deformation theory for buckling analysis of single layer graphene sheet is formulated using the nonlocal differential constitutive relations of Eringen.

The present theory involves only three unknown and three governing equation as in the classical plate theory, but it is capable of accurately capturing shear deformation effects, instead of five as in the well-known first shear deformation theory (**FSDT**) and higher-order shear deformation theory (**HSDT**).

A shear correction factor is, therefore, not required. Nonlocal elasticity theory is employed to investigate effects of small scale on buckling of the rectangular nano-plate. The equations of motion of the nonlocal theories are derived and solved via Navier's procedure for all edges simply supported boundary conditions.

The results are verified with the known results in the literature. The influences played by Effects of nonlocal parameter, length, thickness of the graphène sheets and shear deformation effect on the critical buckling load are studied.

Verification studies show that the proposed theory is not only accurate and simple in solving the buckling nanoplates, but also comparable with the other higher-order shear deformation theories which contain more number of unknowns.

Keywords: Buckling; graphene; a simple 3-unknown theory; nonlocal elasticity theory; Navier type solution.

المخلص

من خلال هذه الدراسة ، تم صياغة نظرية التشوه القصري البسيط والجديدة لتحليل ورقة من الجرافين أحادية الطبقة باستخدام المعادلات التفاضلية غير الموضوعية لإرينغن.

تتضمن النظرية الحالية ثلاث معادلات ذات ثلاثة مجاهيل كما في نظرية الصفائح الكلاسيكية (CPT)، ويمكن تطبيقها لدراسة تأثيرات التشوه القصري بدقة بدلاً من خمسة مجاهيل كما هو الحال في النظرية الأولى للتشوه القصري (FSDT) أو في نظرية التشوه القصري ذات الرتبة العالية (HSDT) مع أخذ معامل التصحيح القصري م هملاً .

يتم استخدام نظرية المرونة غير المحلية لدراسة تأثيرات النطاق الصغير على التواء لوحة مستطيلة من رتبة النانو متر و يتم اشتقاق معادلات الحركة باستعمال النظريات غير المحلية وحلها عبر طريقة Navier.

تم التحقق من الدراسة الحالية مع النتائج المتحصل عليها سابقاً و تمت دراسة التأثيرات التي تلعبها العوامل غير المحلية، من طول، وسمك صفائح الجرافين وتأثير التشوه القصري على الإجهاد الحرج.

تظهر دراسات أن النظرية المقترحة ليست دقيقة وبسيطة فقط من اجل دراسة الإجهاد على صفائح الجرافين النانومترية ، ولكن أيضاً قابلة للمقارنة مع نظريات التشوه القصري ذات الدرجة الأعلى والتي تحتوي على عدد أكبر من المجاهيل في معادلاتها .

الكلمات المفتاحية : التواء الجرافين؛ نظرية ذات ثلاث مجاهيل؛ نظرية المرونة غير المحلية؛ حل نافير.

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE II	Tableau 1	46
<i>Généralité sur la théorie des plaques</i>	<i>Différentes fonctions de cisaillement utilisées dans les théories des plaques isotropes</i>	
CHAPITRE IV	Tableau 1	82
<i>Résultats et discussions</i>	<i>Charge critique de flambement non dimensionnelle</i>	

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I	<i>figure 1: Structure du graphite (haut) et empilement de deux feuillets (bas)</i>	6
<i>Du carbone au graphène</i>		
	<i>Figure 2 : Le graphène entité de base des autres formes allotropiques du carbone</i>	7
	<i>Figure 3 : Représentation de la structure en (nid d'abeille)</i>	8
	<i>Figure 4 : Photographie d'une ouverture</i>	11
	<i>Figure 5 : Formation d'un cristal de graphène</i>	15
	<i>Figure 6 : Structure schématique proposée (Lerf-Klonowski model) pour l'oxyde de graphène</i>	17
	<i>Figure 7 : Schématisation de la méthode d'exfoliation du graphène en solution en présence ou non de surfactant</i>	18

	<i>Figure 8 : Concentration de dispersion aqueuse de graphène</i>	20
	<i>Figure 9 : Mécanisme de l'exfoliation et la fonctionnalisation du graphène</i>	23
	<i>Figure 10 : Exemple de réactions employées pour la fonctionnalisation du graphène</i>	25
CHAPITRE II		
<i>Généralité sur la théorie des plaques</i>	<i>Figure 1: Géométrie d'une plaque</i>	34
	<i>Figure 2: Déformation d'une plaque en flexion</i>	35
	<i>Figure 3: Conventions générales</i>	36
	<i>Figure 4 : Domaine de l'utilisation de plaque</i>	37
	<i>Figure 5: Illustration de la plaque de Love Kirchhoff</i>	39
	<i>Figure 6 : Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin</i>	40
	<i>Figure 7 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques</i>	41
CHAPITRE III		
<i>Modèle et développement analytique</i>	<i>Figure 1 : Schéma de stabilité</i>	53
	<i>Figure 2 (a et b) : Schéma de flambage par point limite</i>	54
	<i>Figure 3: Effet d'un défaut géométrique</i>	57
	<i>Figure 4 : Résultantes en membranes exercées sur un élément de plaque</i>	58
	<i>Figure 5 : Résultantes en membrane s'exerçants sur un élément de plaque déformée</i>	59

	<i>Figure 6 : Résultantes de cisaillement en membrane s'exerçants sur un élément de plaque déformée</i>	60
	<i>Figure 7 : Plaque rectangulaire soumise à une compression biaxiale</i>	64
	<i>Figure 8: Variation de la charge critique de flambement d'une plaque en compression uniaxiale, en fonction du rapport longueur sur largeur de la plaque</i>	68
<i>CHAPITRE IV</i>		
<i>Résultats et discussions</i>	<i>Figure 1 : Variation du rapport de charge de flambement en fonction de la longueur d'une nano-plaque carrée pour différents paramètres non locaux</i>	84
	<i>Figure 2 : Variation du rapport de charge de flambement en fonction de la longueur d'une feuille de graphène carrée pour différents modes de flambement pour $m = n$</i>	84
	<i>Figure 3 : Variation du rapport de charge de flambement avec la longueur d'une feuille de graphène carrée pour différents modes de flambement avec $m \neq n$</i>	85
	<i>Figure 4 : Comparaison du rapport de charge de flambement d'une nano-plaque carrée à appui simple</i>	85

LISTE DES ABREVIATIONS ET NOTATIONS

AFM	<i>Microscopie à force atomique (Atomic Force Microscopy)</i>
Å	<i>Angstrom</i>
C	<i>Carbone</i>
CO	<i>Oxyde de carbone</i>
CO₂	<i>Dioxyde de carbone</i>
CVD	<i>Dépôt de vapeur chimique (Chemical Vapour Deposition)</i>
CLPT	<i>Théorie classique des plaques (Classical Lamination Plate Theory)</i>
CT	<i>Cisaillement Transverse</i>
°C	<i>Degré Celsius</i>
Cm² v⁻¹ s⁻¹	<i>Centimètres carrés par volt seconde</i>
1D	<i>Unidimensionnel</i>
2D	<i>Bidimensionnel</i>
3D	<i>Tridimensionnel</i>
FSDT	<i>Théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First order Shear Deformation Theory)</i>
GPa	<i>Giga pascal.</i>
HSDT	<i>Théorie des plaques d'ordre supérieur (Higher order Shear Deformation Theory)</i>
MPa	<i>Méga pascal.</i>
NTC	<i>les nanotubes de carbones</i>
nm	<i>Nanomètre.</i>
PSDPT	<i>La théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (Parabolic Shear Deformation Plate Theory)</i>
SWNT	<i>Les nanotubes de carbones à simple-parois</i>
SSDT	<i>La théorie de la plaque de déformation en cisaillement de deuxième ordre (Second-Order Shear Deformation Theories)</i>
SLGS	<i>feuilles de graphène monocouche (single-layered graphene sheets)</i>
S/cm	<i>Siemens par centimètre</i>
SiC	<i>Carbure de silicium</i>
SiO₂	<i>Oxyde de Silicium</i>
TPa	<i>Téra pascal</i>
TSDPT	<i>La théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique</i>
µm	<i>Micromètre</i>

$W/(m.K)$	<i>Watt par mètre-kelvin</i>
CPT	<i>La Theorie Classique des Plaques</i>
u_0, v_0, w_0	<i>composantes du champ de déplacement</i>
FSDT	<i>La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre</i>
HSDT	<i>La theorie de deformation en cisaillement d'ordre eleve</i>
TSDT	<i>Théorie de Déformation de Cisaillement du Troisième Ordre</i>
ESDPT	<i>La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The Exponential Shear Deformation Plate Theory)</i>
HSDPT	<i>The Hyperbolic Shear Deformation Plate Theory</i>
RPT	<i>Modèle raffiné pour les plaques isotropes (Refined Plate Theory)</i>
G	<i>Module de cisaillement</i>
E	<i>Module de de Young</i>
ν	<i>Coefficient de Poisson</i>
k	<i>Paramètre du matériau</i>
a	<i>Longueur de la plaque</i>
b	<i>Largeur de la plaque</i>
h	<i>Epaisseur de la plaque</i>
u, v, w	<i>Les déplacements</i>
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	<i>Les rotations autour des axes x, y et z,</i>
$f(z)$	<i>Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)</i>
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	<i>Contraintes normales</i>
τ_{xz}, τ_{yz}	<i>Contraintes de cisaillement</i>
γ_{xz}, γ_{yz}	<i>Déformations de distorsion</i>
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	<i>Déformation dans la direction x, y et z</i>
N_x, N_y, N_z, N_{xy}	<i>Efforts normaux</i>
M_x, M_y, M_{xy}	<i>Moments de flexion</i>
S_{xz}^S, S_{yz}^S	<i>Effort de cisaillement</i>
∂	<i>Dérivée partielle</i>
i et j	<i>Sont des nombres naturels</i>
A_{ij}	<i>Termes de rigidité de la matrice de membrane</i>
B_{ij}	<i>Termes de rigidité de la matrice de couplage</i>
D_{ij}	<i>Termes de rigidité de la matrice de flexion</i>
$A_{ij}^S, B_{ij}^S, D_{ij}^S, H_{ij}^S$	<i>Termes de rigidité de la matrice</i>

TABLE DES MATIERES

<i>Remerciement</i>	I
<i>Dédicace</i>	II
<i>Résumé</i>	III
<i>Liste des tableaux</i>	IV
<i>Liste des figures</i>	V
<i>Liste des abréviations et notations</i>	VI
<i>Introduction générale</i>	1

CHAPITRE I : DU CARBONE AU GRAPHENE

<i>I. Introduction</i>	4
<i>1. Le graphène</i>	7
<i>1.1 Structure cristallographique et électronique du graphène</i>	8
<i>1.2 Propriétés physiques et chimiques du graphène</i>	10
<i>1.2.1 Propriétés électroniques</i>	10
<i>1.2.2 Propriétés optiques</i>	10
<i>1.2.2 Propriétés mécaniques</i>	11
<i>1.2.4 Propriétés thermiques</i>	12
<i>1.2.5 Propriétés chimiques</i>	13
<i>1.3 Méthodes de préparation du graphène</i>	14
<i>1.3.1 Exfoliation micromécanique</i>	14
<i>1.3.2 Dépôt chimique en phase vapeur (CVD)</i>	15
<i>1.3.3 Croissance épitaxiale à partir de carbure de silicium (SiC)</i>	16
<i>1.3.4 Méthode chimique</i>	16
<i>1.3.5 Exfoliation du graphite en solution</i>	17
<i>1.4 Fonctionnalisation chimique du graphène</i>	21
<i>1.4.1 Approche non-covalente</i>	22
<i>1.4.2 Approche covalente</i>	24
<i>1.5 Applications</i>	25
<i>1.5.1 Transistors</i>	26
<i>1.5.2 Electrodes transparentes</i>	26
<i>1.5.3 Batteries</i>	27

<i>1.5.4 Circuits informatiques</i>	27
<i>1.5.5 Smartphones</i>	27
<i>1.5.6 Cellules d'énergie</i>	28
<i>1.5.7 Tissus vivants</i>	28
<i>Références bibliographiques</i>	29

CHAPITRE II : GENERALITE SUR LA THEORIE DES PLAQUES

<i>I. Théorie des plaques</i>	34
<i>I.1 Introduction</i>	34
<i>I.2 Définition d'une plaque</i>	34
<i>I.3 Définitions et notations générales</i>	36
<i>I.4 Domaine d'utilisation</i>	37
<i>II. Modèles analytiques des plaques</i>	38
<i>II.1 La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT)</i>	38
<i>II.2 La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT)</i>	40
<i>II.3 La Théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT)</i>	41
<i>II.4 Revue sur les différents modèles de la théorie d'ordre élevé</i>	43
<i>II.5 Nouvelle théorie raffinée de déformation des plaques</i>	47
<i>Références bibliographiques</i>	48

CHAPITRE III : MODELE ET DEVELOPPEMENT ANALYTIQUE

<i>I. Phénomène de flambement : notions générales</i>	51
<i>I.1 Introduction</i>	51
<i>I.2 Notions générales de flambement statique</i>	52
<i>I.2.1 Flambage par bifurcation</i>	53
<i>I.2.2 Flambage par point limite</i>	54
<i>I.2.3 Flambage élastique linéaire - critères de stabilité</i>	55
<i>I.2.4 Effet des défauts</i>	56
<i>I.3 Relations fondamentales tenant compte du flambement</i>	58

<i>I.4 Formulation énergétique du problème de flambement</i>	62
<i>I.5 Flambement de plaques orthotropes soumises a une compression biaxiale</i>	64
<i>I.5.1 Expressions générales</i>	64
<i>I.5.2 Compression uniaxiale</i>	66
<i>I.5.3 Plaque carrée soumise à une compression biaxiale</i>	69
<i>II. Formulation théorique</i>	71
<i>II.1 Cinématique du modèle de plaque actuel</i>	71
<i>II.2 Equations de stabilité</i>	73
<i>II.3 Relations constitutives</i>	74
<i>II.3 Equations du mouvement en termes de déplacements</i>	76
<i>III. Solution analytique d'une nano-plaque a appui simple</i>	77
<i>Annexe (Bertholot 2005)</i>	79
<i>Références bibliographiques</i>	80

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS

<i>Résultats et discussions numériques</i>	82
<i>Références bibliographiques</i>	87
<i>Conclusion</i>	88

INTRDUCTION GENERALE

De nos jours, les nanostructures telles que les nano-tiges, nano-poutres et nano-plaques sont de plus en plus utilisées dans des dispositifs et systèmes tels que le biocapteur, le microscope à force atomique, les structures renforcées par (**CNT**), les systèmes micro-électromécaniques (**MEMS**) et les systèmes nano-électromécaniques (**NEMS**), en raison de leurs caractéristiques mécaniques, thermiques, chimiques et électroniques élevées.

La réalisation d'expériences avec des spécimens à l'échelle nanométrique n'est pas seulement très compliquée et difficile, mais aussi très coûteuse, en raison des limites des analyses mécaniques des nanostructures. Ainsi, la modélisation théorique et la simulation numérique deviennent une question importante concernant ses applications de nanostructures en nano-ingénierie.

Dans ces applications, les effets de taille deviennent souvent très importants, dont la cause doit être explicitement abordée avec un intérêt important. Il convient de noter que les modèles de plaques conventionnels basés sur les théories classiques de l'élasticité ont été largement utilisés pendant très longtemps et ne conviennent pas aux nano-plaques en raison de l'influence négligeable de la taille dans les nanostructures.

Cela a incité de nombreux chercheurs à établir des modèles de plaques basés sur des théories selon la taille qui expliquent les effets à petite échelle. La théorie de l'élasticité non locale suppose que la contrainte à un point de référence tienne compte non seulement de la contrainte au point de référence, mais aussi de tous les autres points du domaine. Ainsi, les effets à petite échelle sont inclus par l'utilisation d'équations de constitutive. La théorie de l'élasticité non locale a été largement utilisée dans les structures à petite échelle.

Dans ce contexte, de nombreuses études ont été réalisées pour analyser la flexion statique, dynamique et stabilité des plaques.

Des travaux plus récents sur le développement de modèles de nano-poutres et de plaques ont été réalisés. Tous ces modèles étaient basés sur la théorie classique des plaques (**CPT**), la théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre (**FSDT**) et la théorie des plaques d'ordre supérieur (**HSDT**).

Le **CPT** ne s'applique qu'aux plaques minces, ignore les effets de déformation de cisaillement et fournit des résultats raisonnables pour les plaques minces et donne des résultats acceptables pour les structures minces seulement. Cependant, il sous-estime la déformation et surestime la charge de flambage et la fréquence des plaques modérément épaisses. Le **FSDT** tient compte l'effet de déformation de cisaillement transversal et donne des résultats acceptables pour les plaques moyennement épaisses et minces, mais nécessite une correction de cisaillement pour compenser la différence entre l'état de contrainte réel et l'état de contrainte constante due à une hypothèse de contrainte de cisaillement constante à travers l'épaisseur.

Le **HSDT** tiennent compte des effets de déformation de cisaillement par des variations d'ordre supérieur des déplacements dans le plan ou des déplacements transversaux dans l'épaisseur, fournissent une meilleure prédiction de la réponse de la plaque épaisse et ne nécessite aucun facteur de cisaillement. Satisfaire à des conditions de contrainte de cisaillement nulle sur les surfaces supérieure et inférieure des plaques.

Plusieurs études ont développé une nouvelle théorie de déformation de cisaillement pour flexion, le flambage et la vibration de la plaque **FG** à appuis simples avec seulement trois inconnues.

L'objectif de cet article est de développer une nouvelle théorie simple de la déformation de cisaillement sur les plaques à l'échelle micro-nanométrique.

La caractéristique la plus intéressante de cette théorie est qu'elle tient compte d'une variation parabolique des déformations transversales de cisaillement à travers l'épaisseur et satisfait aux conditions limites de traction nulle sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans utiliser de facteurs de correction de cisaillement.

La théorie proposée contient moins d'inconnues et d'équations du mouvement que la théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre. En effet, contrairement aux théories mentionnées précédemment, le nombre de variables dans la théorie actuelle est le même que dans le **CPT**. Les équations de mouvement sont dérivées du principe Hamiltonien basé sur les relations constitutives non locales d'Eringen.

Des solutions analytiques pour la charge de flambement sont présentées pour des plaques à appui simple, et les résultats obtenus sont vérifiés en comparant ces derniers avec ceux qui ont été obtenus dans la bibliographie pour vérifier l'exactitude de la théorie actuelle.

Pour atteindre nos objectifs, ce travail de thèse s'articule autour de quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à donner une étude bibliographique sur le carbone et le graphène et les principales caractéristiques du graphène obtenu.

Le deuxième chapitre rassemble une étude bibliographique sur la théorie des plaques.

Le troisième chapitre nous avons développé un modèle analytique du comportement de flambement sur les plaques de graphène .

Le quatrième chapitre sera consacré à l'interprétation des résultats obtenus du modèle de plaque de graphène.

A la fin de ce travail, nous avons terminé par une conclusion générale sur l'ensemble de ces travaux qui permet de revenir sur les résultats importants de ce travail, et qui envisage des perspectives pour les futurs travaux.

I. INTRODUCTION

Face à l'évolution perpétuelle de notre société, les enjeux technologiques, énergétiques et environnementaux sont continuellement redéfinis. Les entreprises recherchent des matériaux toujours plus performants permettant de répondre à la demande du marché. La miniaturisation, la résistance, la légèreté et même la flexibilité, sont autant de nouveaux paramètres qu'il faut maintenant prendre en compte lors de la conception de produits manufacturés de haute qualité. Ces nouvelles variables ont alors montré les limites des matériaux en place comme le silicium que l'on retrouve dans la majorité des composants électroniques à base de transistors et circuits intégrés, mais aussi l'oxyde d'indium-étain (ITO) le matériau conducteur transparent le plus utilisé pour fabriquer des piles photovoltaïques et des diodes électroluminescentes.

L'émergence des nanomatériaux lors des deux dernières décennies a ouvert la voie à une révolution, en particulier lors de la découverte des propriétés uniques du graphène en 2004. Le graphène a alors été présenté comme le « matériau du futur » ou le « matériau miracle » et a été très étudié pour identifier ses propriétés et leur origine. Grâce à ses nombreuses très bonnes caractéristiques (conducteur d'électricité et de chaleur, transparent, résistant aux contraintes mécaniques, finesse, légèreté, etc), une multitude d'applications innovantes ont été imaginées pour répondre aux attentes du marché. A ce jour, les produits à base de graphène ne sont pas légion sur le marché en raison de la difficulté de préparation du graphène de qualité et du coût de la production pour des quantités industrielles. Les promesses placées dans le graphène, notamment pour la conception d'écrans tactiles flexibles, ne sont pas encore tenues mais cela ne fait qu'une dizaine d'années que le matériau a été découvert et le développement d'applications à partir du graphène a débuté il y a peu. Les progrès récents de la recherche sur le graphène laissent penser que les premiers écrans tactiles et photovoltaïques pourront être commercialisables d'ici une dizaine d'années avec un coût de fabrication viable.

Le carbone est l'élément de base de la vie sur terre et un des principaux composants des êtres vivants. Il est ainsi à l'origine de la chimie organique qui peut être définie comme la chimie du carbone et de ses composés. Ce rôle important du carbone est dû à sa tétravalence et sa haute capacité de caténation qui permet la formation de longues structures par le biais de liaisons covalentes fortes. Ainsi, le carbone peut créer trois types de liaisons chimiques, simples, doubles ou triples, avec des géométries et des longueurs différentes. Ces trois différentes liaisons entraînent la formation de diverses structures allotropiques du carbone, sous forme de carbone amorphe (charbon) et cristallisé, le diamant et le graphite étant les plus communs.

Le diamant est un minéral transparent qui possède une structure de carbones sp^3 dans un réseau cubique faces centrées typique avec un motif répétitif de 8 atomes. Cela conduit à un cristal présentant la plus grande dureté et la meilleure conductivité thermique pour un matériau naturel. Ces propriétés déterminent l'application majeure des diamants dans la production d'outils de coupe et de polissage. Le diamant naturellement produit sous de fortes pressions et températures dans le manteau terrestre. Des diamants peuvent aussi être synthétisés en reproduisant des conditions similaires¹ ou par déposition en phase vapeur.² Le diamant est métastable et il est en équilibre thermodynamique avec les autres formes du carbone. Il se transforme en graphite avec une cinétique très lente de quelques milliards d'années.

Le graphite est la forme la plus stable du carbone à pression et température ambiante. Il se présente sous la forme d'un solide noir et friable. Il est composé d'atomes de carbone hybridés sp^2 dans une structure plane de feuillets superposés. Dans chaque couche, les atomes sont ordonnés dans une maille de type « nid d'abeille » et les plans sont reliés entre eux par des interactions faibles de type Van der Waals avec une distance de 0,335 nm (Figure 1).

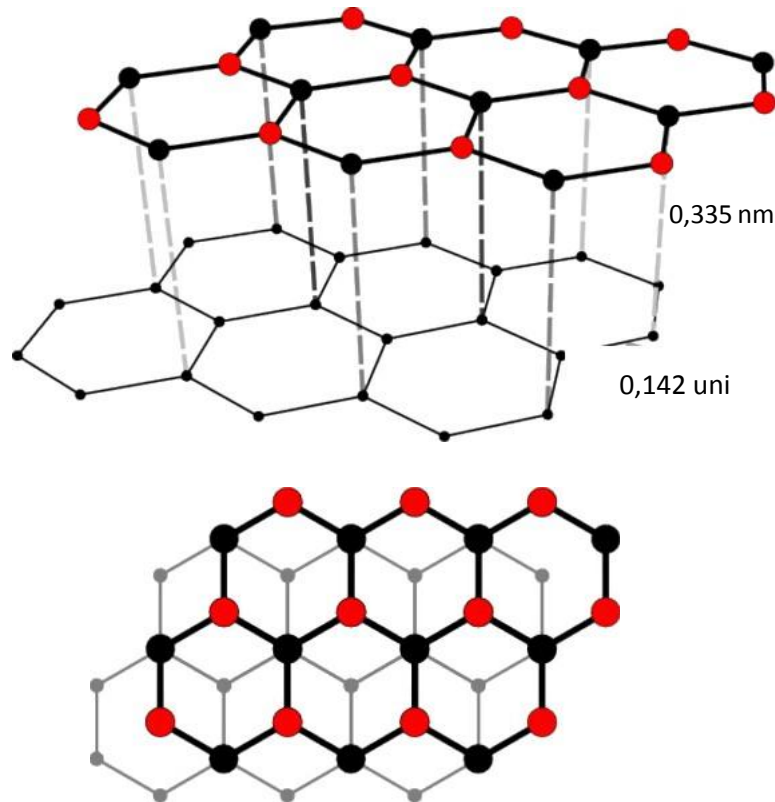


figure 1 : Structure du graphite (haut) et empiement de deux feuillets (bas).

En raison de cette structure en feuillets, ses propriétés physiques sont fortement anisotropes. Il se clive facilement et a une faible densité mais il est extrêmement résistant à la chaleur et quasiment inerte au contact d'autres matériaux, notamment métalliques. Le graphite est aussi un bon conducteur électrique, en raison de la délocalisation des électrons σ de valence sur tous les plans (mobilité électronique de $20\,000\text{ cm}^2\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$), et thermique (conductivité thermique de 25 à $470\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Il peut alors être utilisé pour fabriquer des batteries, en tant qu'électrode, mais aussi comme matériau réfractaire ou lubrifiant.

Ces formes allotropiques du carbone étaient, jusqu'à ces 30 dernières années, les seules formes cristallines connues. Depuis, de nouvelles structures ont été synthétisées par l'homme, avec des propriétés physiques et structurales très intéressantes.

1. LE GRAPHENE

Le graphène est l'entité de base du graphite. Il se définit comme une monocouche plane d'atomes de carbone hybridés sp^3 liés entre eux de façon covalente dans un réseau bidimensionnel de type « nid d'abeille ». C'est la composante de base des différentes nanostructures carbonées d'autre dimension telles que les fullerènes (0 D), les nanotubes de carbone (1 D) et le graphite (3 D) (Figure 2).

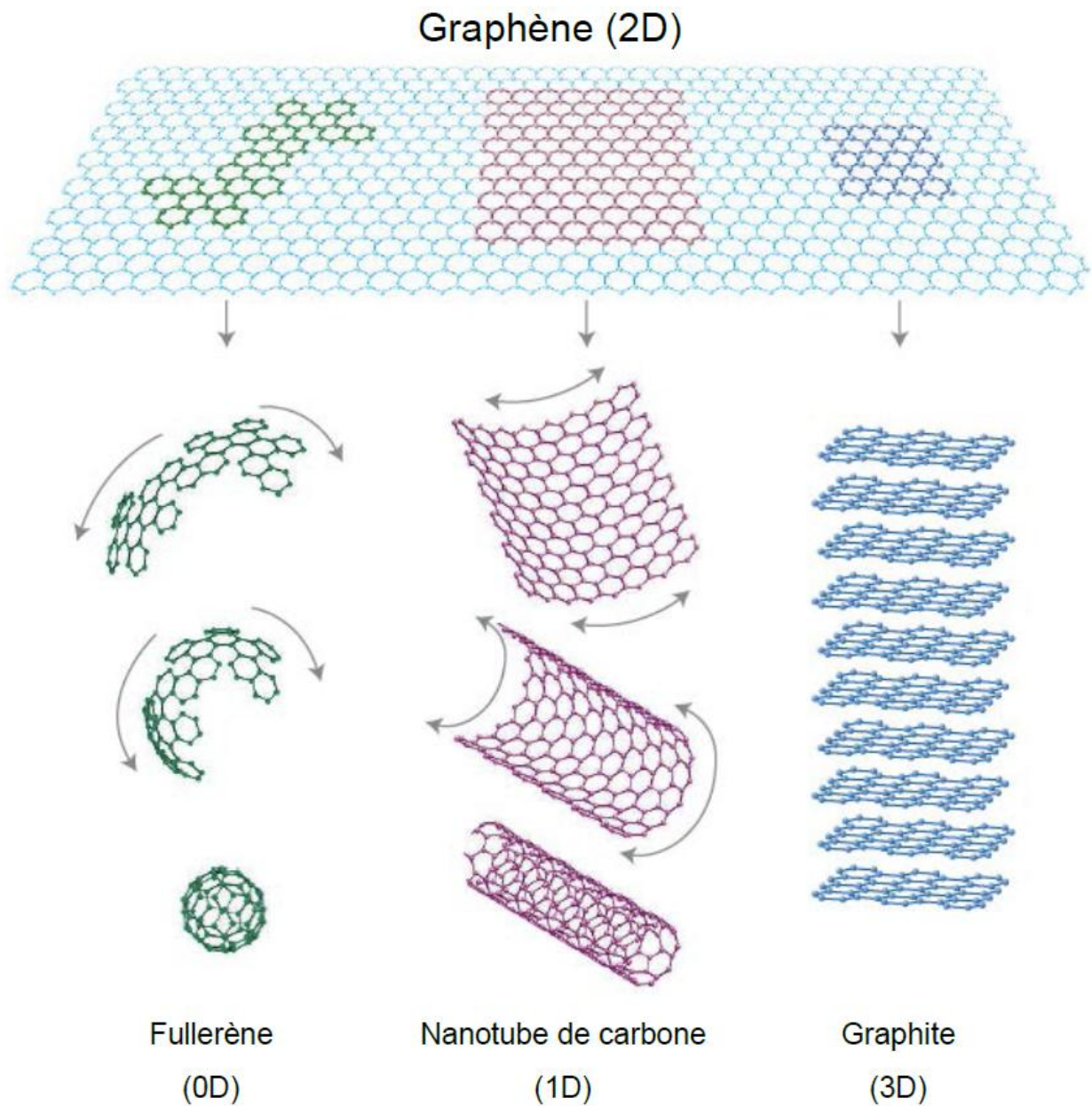


Figure 2 : Le graphène : entité de base des autres formes allotropiques du carbone

Le graphène a été isolé pour la première fois en 2004 par Andre Geim et Konstantin Novoselov,³ ce qui leur a valu le prix Nobel de Chimie en 2010.⁴ Bien que l'existence du graphène avait été prédit dès les années 30, jamais de monofeuillets n'avaient été observés malgré de nombreuses tentatives. Cette découverte a représenté un réel bond en avant pour la compréhension et l'étude de la structure et des propriétés du carbone.

1.1 STRUCTURE CRISTALLOGRAPHIQUE ET ELECTRONIQUE DU GRAPHENE

Le graphène se présente sous une structure cristalline bidimensionnelle simple de type « nid d'abeille », ou il existe deux types de carbone, A et B, qui ont chacun un environnement différent. Le réseau cristallin du graphène est alors décrit comme un réseau hexagonal avec un motif de deux atomes (A et B) par maille élémentaire. Il peut aussi être représenté comme deux sous-réseaux hexagonaux, l'un d'atomes A et l'autre d'atomes B. Les paramètres de maille a_1 et a_2 sont définis par l'équation $|a_1| = |a_2| = \sqrt{3}a$, où a est la longueur de la liaison entre deux carbones, d'une valeur de $1,42 \text{ \AA}$ (Figure 3). Dans cette structure, chaque atome de carbone est fortement lié à trois atomes adjacents avec un angle de 120° , et présente une orbitale p_z non hybridée perpendiculaire au plan du feuillet. Ces orbitales, à moitié remplies, se chevauchent et créent les bandes π (bande de valence) et π^* (bande de conduction) du graphène. C'est ce recouvrement et cette structure de bandes qui sont à l'origine des propriétés électroniques du graphène.

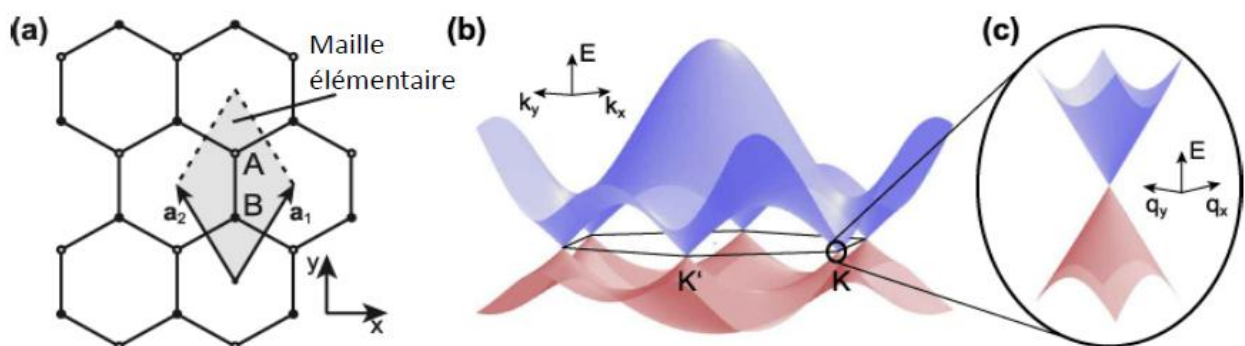


Figure 3 : Représentation de la structure en (nid d'abeille) (a), et la structure de bande de graphène (b). Schématisation de la structure de bande à basse énergie avec deux cônes se rencontrant au point de Dirac K (c)⁵.

En étudiant la structure de bande du graphène, il a été montré que les bandes de valence et de conduction ne sont pas séparées par une bande interdite (gap) comme dans un semi-conducteur, et ne se recouvrent pas comme dans un métal.^{6,7} Elles se touchent en deux points non Equivalents K et K' , appelés aussi points de Dirac, au bord de la première zone de Brillouin (Figure 3). De plus, il y a autant d'électrons que d'atomes de carbone, ce qui signifie que la bande de valence est pleine et la bande de conduction est vide. Le niveau de Fermi est alors au même niveau d'énergie que les points K et K' , soit à une énergie nulle. Le graphène est donc un semi-conducteur à gap nul et un semi-métal. Aussi, au voisinage du niveau de Fermi et du point K (ou K'), la relation de dispersion est linéaire et s'écrit :

$$E_x(\vec{q}) = \pm \hbar v_F |\vec{q}|$$

ou \vec{q} est le moment mesuré relatif au point de Dirac et v_F est la vitesse de Fermi d'une valeur de 1.10^6 m.s^{-1} . L'énergie étant nulle au voisinage du point K (ou K'), la masse effective des porteurs de charges peut aussi être considérée comme nulle dans cette région.⁴ C'est ce qui permet de dire que les électrons du graphène sont « relativistes » avec une masse effective nulle et une vitesse égale à la vitesse de la lumière effective (vitesse de Fermi). Au voisinage du niveau de Fermi, il existe une symétrie entre bande de conduction et bande de valence et un électron dans cette zone appartient simultanément aux deux bandes.^{8,9}

Cette structure de bande du graphène est une des particularités les plus intéressantes de ce matériau et est en partie responsable des propriétés étonnantes du graphène, notamment ses propriétés électroniques.

1.2 PROPRIETES PHYSIQUES ET CHIMIQUES DU GRAPHENE

Grâce à ses propriétés structurales uniques, le graphène possède des propriétés physiques extraordinaires. Le réseau sp^2 conjugué et la structure de bande du graphène laisse entrevoir la possibilité de conduire les électrons, mais aussi la chaleur, avec une grande efficacité. Sa finesse le rend transparent et il apparaît être très résistant aux contraintes mécaniques, ce qui peut aussi être un avantage pour l'élaboration de systèmes optoélectroniques et dans le domaine photovoltaïque. Il faut noter que la qualité du graphène varie en fonction de sa préparation et la présence de défauts résiduels dans la structure du graphène peut modifier ses propriétés intrinsèques. Ainsi, un mono-feuillet de graphène possède des propriétés différentes d'un bi-feuillet qui lui-même diffère d'un multi-feuillet. Les caractéristiques énoncées par la suite sont celles reportées pour une monocouche de graphène, produite par exfoliation micromécanique du graphite permettant d'obtenir la meilleure qualité de graphène.

1.2.1 PROPRIETES ELECTRONIQUES

D'après l'analyse de la structure de bande du graphène, décrite dans le paragraphe 1.1, le graphène est un semi-conducteur à gap nul où les électrons sont considérés comme des porteurs de charge sans masse au voisinage du niveau de Fermi. Cette caractéristique laisse penser que le graphène peut être un très bon conducteur avec une mobilité électronique importante.¹⁰ En effet, des études expérimentales montrent que la mobilité électronique dans des puces électroniques à base de graphène suspendu peut aller au-delà de $200\,000\text{ cm}^2\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$.^{11, 12} Ces mobilités électroniques impressionnantes ne peuvent être observées qu'à basse température, entre 10 et 100 K.⁹ Toutefois, des mobilités électroniques supérieures à $15\,000\text{ cm}^2\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ peuvent être obtenues à température ambiante (300 K).^{4,8,9}

1.2.2 PROPRIETES OPTIQUES

Une monocouche de graphène possède, expérimentalement, une transmittance de 97,7 % dans le domaine spectral du visible, soit une opacité de 2,3 %.¹⁴

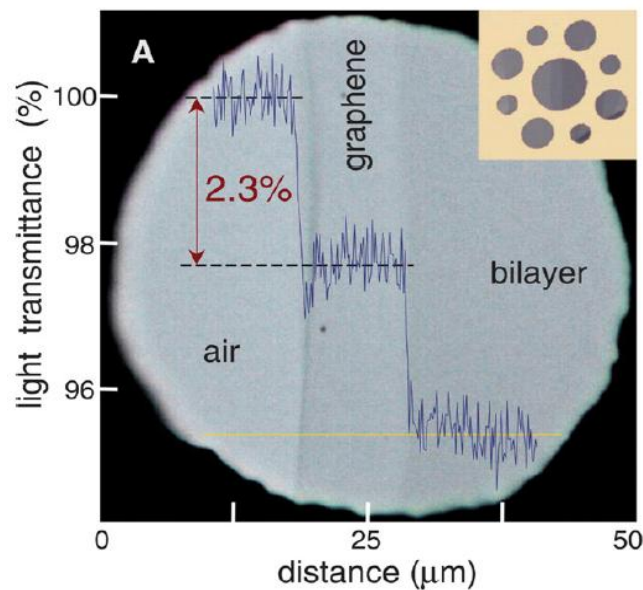


Figure 4 : Photographie d'une ouverture de 50 µm partiellement couverte par une mono-couche et une bi-couche de graphène. Le profil linéaire montre l'intensité de la lumière blanche transmise le long de la ligne jaune. L'insert montre la forme de l'échantillon : un support métallique de 20 µm d'épaisseur présente plusieurs ouvertures de 20, 30, et 50 µm de diamètre avec des cristaux de graphène placés par-dessus.¹⁴

Théoriquement, la transmittance optique T est totalement en accord avec les résultats expérimentaux et est définie par l'équation¹⁵ :

$$T = (1 + 1/2\pi\alpha)^{-2} \approx 97.7 \%$$

Où α est la constante de structure fine $2\pi e^2/hc \approx 1/137$, e est la charge électronique, c la vitesse de la lumière et h la constante de Planck. Et ce chiffre diminue linéairement avec le nombre de couche de graphène.

1.2.3 PROPRIETES MECANIQUES

Les formes allotropiques naturelles du carbone, le diamant et le graphite, possèdent une excellente résistance mécanique, affichant notamment un module de Young élevé. Cela se vérifie aussi avec le graphène, qui présente des propriétés mécaniques encore plus remarquables. En effet, les propriétés l'élasticité et de résistance à la rupture d'une monocouche de graphène non-suppportée ont été mesurées à l'aide d'une technique de nano-indentation par microscopie à force atomique (AFM).¹⁶

Un monofeuillet de graphène sans défauts présente alors un module de Young de 1,0 TPa et une résistance intrinsèque de 42 N.m^{-1} , soit une contrainte intrinsèque de 130 GPa pour une monocouche de 0,335 nm d'épaisseur. La résistance intrinsèque peut être définie comme la contrainte maximale qu'un matériau peut supporter en étant tiré ou étiré avant de se rompre, et elle est presque 200 fois supérieure à celle de l'acier dans le cas d'une monocouche de graphène sans défauts. Le graphène peut donc être considéré comme le plus résistant des matériaux connus, mais aussi le plus fin, ce qui fait de qui fait un élément viable pour la fabrication de matériaux composites plus résistants.

1.2.4 PROPRIETES THERMIQUES

Les propriétés thermiques du graphène proviennent de la force et de l'anisotropie des liaisons sp^2 dans le plan du feuillet. En effet, au niveau du centre de la zone de Brillouin, les fréquences des modes acoustiques transversal et longitudinal des phonons présentent des relations de dispersions linéaires $\omega = v \cdot q$ avec des vitesses v élevées, par exemple six fois plus que pour le silicium. Des simulations moléculaires dynamiques ont démontré que la conductivité thermique K était dépendante de la température au-delà de 100 K, selon la relation $k \propto 1/T$. Ces simulations ont prédit une conductivité thermique de l'ordre de $6000 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à température ambiante (300 K) pour un monofeuillet de graphène suspendu. En réalité, des conductivités thermiques de l'ordre de $5300 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, à 300 K, ont été mesurées pour des monofeuillets de graphène suspendus à l'aide d'une méthode optique non conventionnelle qui suit le déplacement Raman de la bande G du graphène.¹⁷ La conductivité thermique d'un feuillet de graphène exfolié déposé sur un substrat SiO_2 est de $600 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.¹⁸ Cette valeur est très inférieure à celle obtenue dans le cas du graphène suspendu et peut être due à la fuite de phonons à travers l'interface graphène-substrat. Les propriétés thermiques du graphène vont avoir un intérêt particulier dans la conception de matériaux d'interface dans des systèmes électroniques ou optoélectroniques avancés. Intégré dans des matériaux composites, le graphène permet d'accentuer la conductivité thermique tout en régulant la chaleur émise,¹⁹ ce qui est très important pour les appareillages électroniques qui utilisent des systèmes de refroidissement.

1.2.5 PROPRIETES CHIMIQUES

Le graphène possède une très grande surface spécifique, de $2630 \text{ m}^2.\text{g}^{-1}$, largement supérieure à d'autres allotropes du carbone et pourrait donc être un très bon matériau pour absorber des molécules, ou faire de la catalyse hétérogène ou diverses réactions à sa surface.^{20,21} Théoriquement, le graphène peut être fonctionnalisé sur ses deux faces et sur les bords des feuillets. Bien que le graphène soit considéré comme chimiquement inerte (ou stable) en raison de son système π -conjugué « infini », une certaine réactivité a été observée vis-à-vis de certaines espèces très réactives. La formation d'une liaison covalente dans le plan du graphène conduit à la rupture d'une double liaison sp^2 et la création d'une simple liaison sp^3 . L'apparition d'un électron non apparié sur un carbone adjacent au site de réaction exalte la réactivité à ce niveau, provoquant des réactions en chaîne. De plus, un feuillet de graphène n'est en réalité pas totalement plat et présente des ondulations « intrinsèques » comme il l'a été démontré par des simulations de Monte Carlo²² et microscopie électronique par transmission.²³ Ces courbures dans la structure du graphène sont des zones préférentiellement réactives à cause du déplacement de la densité électronique au-dessus du plan. Les bords des feuillets ont aussi un rôle important dans la réactivité du graphène. Ces bords peuvent être soit de type zig-zag, soit de type chaise. Dans le cas des bords de type zig-zag, il est plus difficile de former des cycles aromatiques que pour les bords de type chaise, et les orbitales frontières vont aussi y être plus localisées. Cela leur confère une structure thermodynamiquement moins stable qui peut expliquer leur plus forte réactivité comparée aux bords de type chaise.²⁴

Le graphène possède un énorme potentiel pour être un constituant important de technologie future de par ses propriétés et ses capacités d'applications, en particulier dans le domaine des nanotechnologies. Il reste cependant à affirmer ce potentiel en proposant des voies de production de graphène de qualité adéquate afin de remplacer les matériaux déjà en place et développer de nouvelles applications.

1.3 METHODES DE PREPARATION DU GRAPHÈNE

La découverte des propriétés du graphène a stimulé un grand nombre d'études ces dernières années afin de développer de nouvelles méthodes de production du graphène. Malgré ses qualités le graphène est difficilement exploitable à cause des problèmes liés à sa fabrication. Le défi est de développer une méthode de production à l'échelle industrielle tout en préservant les propriétés intrinsèques du graphène. Certaines approches permettent de produire des films de graphène de très bonne qualité mais en faible quantité. C'est le cas des méthodes dites « bottom-up », telles que la CVD, la décomposition thermique du carbure de silicium ou la synthèse chimique à partir d'assemblages moléculaires. Ces procédés utilisent des précurseurs carbonés pour faire croître des couches de graphène, généralement à très haute température. La préparation de feuillets de graphène est aussi possible directement à partir du graphite par exfoliation micromécanique, électrochimique, thermique ou chimique. Dans le dernier cas, différentes méthodes existent pour faciliter l'exfoliation en solution dont la modification chimique et l'utilisation de composés d'intercalation, de surfactants ou de solvants adéquats.

1.3.1 EXFOLIATION MICROMECHANIQUE

L'exfoliation micromécanique du graphite fut la méthode utilisée par Geim et Novoselov en 2004 pour préparer un monofeuillet de graphène.⁴ Elle se base sur le clivage micromécanique répété du graphite à l'aide de ruban adhésif. Les feuillets obtenus sont ensuite transférés sur des substrats en oxyde de silicium. C'est pour le moment le procédé qui permet d'obtenir la meilleure qualité de graphène. La mobilité électronique est d'environ $20\,000\text{ cm}^2\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ à température ambiante et elle peut monter jusqu'à des valeurs de l'ordre de $10^7\text{ cm}^2\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ à très basse température (25 K).²⁵ Bien que ce procédé soit optimisé pour produire des monofeuillets de taille micrométrique (de 5 à 100 μm)²⁶ il ne peut pas être appliqué à la production de gros volumes. En effet, la forme, l'orientation et le nombre de couches des échantillons ne sont pas contrôlés et les feuillets obtenus sont spécifiquement utilisés pour des études fondamentales du graphène.

1.3.2 DEPOT CHIMIQUE EN PHASE VAPEUR (CVD)

La méthode CVD consiste à faire croître un cristal de graphène sur une surface métallique plane, généralement du cuivre ou du nickel, à partir de gaz carbonés, comme le méthane, l'éthylène ou le monoxyde de carbone, à haute température (1 000 °C).²⁶ Le précurseur carboné se dissocie à haute température sur la surface catalytique, le carbone est dissous dans le métal, puis précipite à la surface durant le refroidissement.

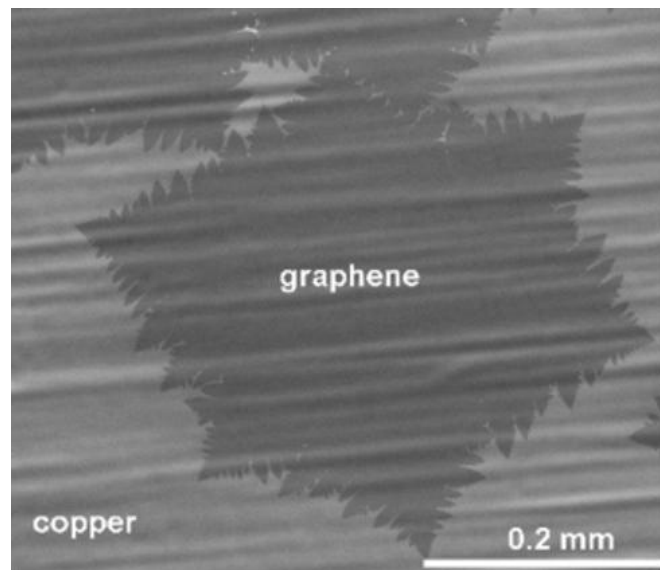


Figure 5 : Formation d'un cristal de graphène par dépôt chimique en phase vapeur à basse pression de méthane sur du cuivre à 1035 C°.²⁸

Les films produits peuvent atteindre des tailles allant jusqu'à 75 cm (30 pouces) et sont de très bonne qualité.²⁹ Cette technique est potentiellement applicable à l'échelle industrielle mais les coûts de production sont élevés. La morphologie et le nombre de couches des films obtenus sont aussi difficiles à contrôler.^{30, 31} De plus, une étape de transfert sur des substrats isolants est nécessaire ce qui peut contaminer les films ou provoquer la formation de défauts. Ces désavantages limitent pour l'instant la production à grande échelle mais la méthode CVD est une des voies les plus prometteuses pour la production massive de graphène de très bonne qualité. Ce graphène pourrait alors être utilisé dans la préparation de technologies innovantes comme des écrans tactiles, LCD ou OLED flexibles, ou de cellules photovoltaïques, entre autres.

1.3.3 CROISSANCE EPITAXIALE A PARTIR DE CARBURE DE SILICIUM (SiC)

La croissance épitaxiale sur carbure de silicium, aussi appelée décomposition thermique du SiC,³² est une voie analogue à la CVD. Ici, la méthode consiste à produire le graphène par décomposition thermique d'un cristal de SiC (très pur) à plus de 1000 °C.³³ Dès l'entrée dans le four, les atomes de silicium s'évaporent laissant les atomes de carbone se réarranger à la surface, formant une ou plusieurs couches de graphène épitaxie. Les films produits sont de très bonne qualité et de taille supérieure à 50 µm.³⁴ L'avantage de ce procédé est que les films sont directement disponibles sur substrat isolant (SiC) et une étape de transfert n'est pas nécessaire, contrairement à la méthode CVD. Néanmoins, les rendements sont assez faibles et les coûts de production très importants, notamment en raison du prix des substrats SiC. Ainsi, la préparation de grandes quantités de graphène par cette technique reste un défi, bien que le matériau formé trouve des applications dans l'élaboration de transistors, semi-conducteurs et autres systèmes électroniques haute fréquence.³⁵

1.3.4 METHODE CHIMIQUE

La voie chimique est une alternative qui s'est développée fortement pour produire du graphène à l'échelle industrielle et à bas coût. Elle repose sur l'oxydation du graphite en oxyde de graphite par traitement acide et oxydant, puis la dispersion de cet oxyde en solution par ultrason ou agitation. Les principales méthodes d'oxydation du graphite ont été développées par Hummers,³⁶ Brodie³⁷ et Staudenmaier,³⁸ et impliquent différents niveaux d'oxydation. Brodie et Staudenmaier utilisent un mélange d'acide nitrique et de chlorure de potassium alors que Hummers propose une combinaison d'acide sulfurique, de nitrate de sodium et de permanganate de potassium. En raison de la présence de groupements fonctionnels polaires à la surface (acide carboxylique, époxyde, alcool) et, par conséquent, d'un espace plus grand entre les feuillets, l'oxyde de graphite peut être exfolié facilement dans l'eau.³⁹

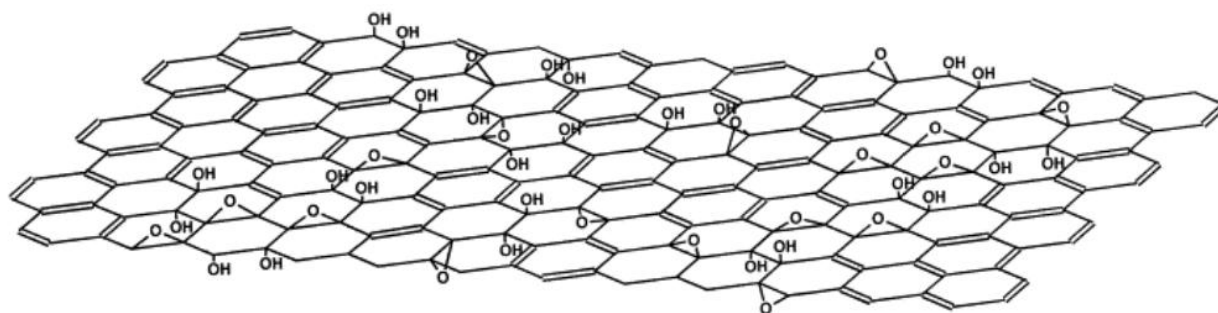


Figure 6 : Structure schématique proposée (Lerf-Klonowski model) pour l'oxyde de graphène.⁴⁰

La présence de ces groupes améliore aussi l'affinité de surface du matériau et facilite la fonctionnalisation covalente pour des applications de ciblage, en tant que biocapteurs, par exemple. Malgré ces avantages, ce graphène modifié présente une conductivité électronique et thermique, et une résistance mécanique très inférieures à celles du graphène pur, en raison de la présence de défauts dans la structure de base. La conductivité électrique de l'oxyde de graphène est de $0,02 \text{ S.m}^{-1}$, ce qui en fait un matériau isolant.⁴¹ Une certaine conductivité peut toutefois être retrouvée à hauteur de 2420 S.m^{-1} par réduction avec l'hydrate d'hydrazine,⁴² mais sa faiblesse subsiste en raison de défauts résiduels permanents au sein de la maille structurale. Son fort potentiel de production de gros volume à bas coût et sa faible pureté font de l'oxyde de graphène réduit un bon candidat pour la conception d'encres ou de peintures conductrices, de nanocomposites polymères et d'électrodes pour batteries.

1.3.5 EXFOLIATION DU GRAPHITE EN SOLUTION

L'exfoliation du graphite en solution sans oxydation est une autre solution pour produire du graphène en grande quantité et à bas coût, avec une meilleure qualité que dans le cas de l'oxyde de graphène. Cette méthode consiste à disperser le graphite dans un solvant et séparer les feuillets à l'aide d'une assistance énergétique, généralement par l'emploi d'ultrasons. En comparaison avec l'oxyde de graphite, les espaces inter-feuillets sont beaucoup plus faibles dans le graphite et l'exfoliation sera donc plus difficile.

Des solvants avec une tension de surface proche de 40 mN.m^{-1} (tels le N-méthyl- 2-pyrrolidone, le *N,N*-diméthylformamide etc.) minimisent la tension interfaciale entre le solvant et le graphène et facilitent l'exfoliation.⁴³ L'utilisation d'agents d'intercalation et de surfactants permet d'augmenter l'espace inter-couche dans le graphite. Les surfactants jouent aussi un rôle important pour l'exfoliation et la stabilisation du graphène dans des solvants polaires, en particulier dans l'eau.

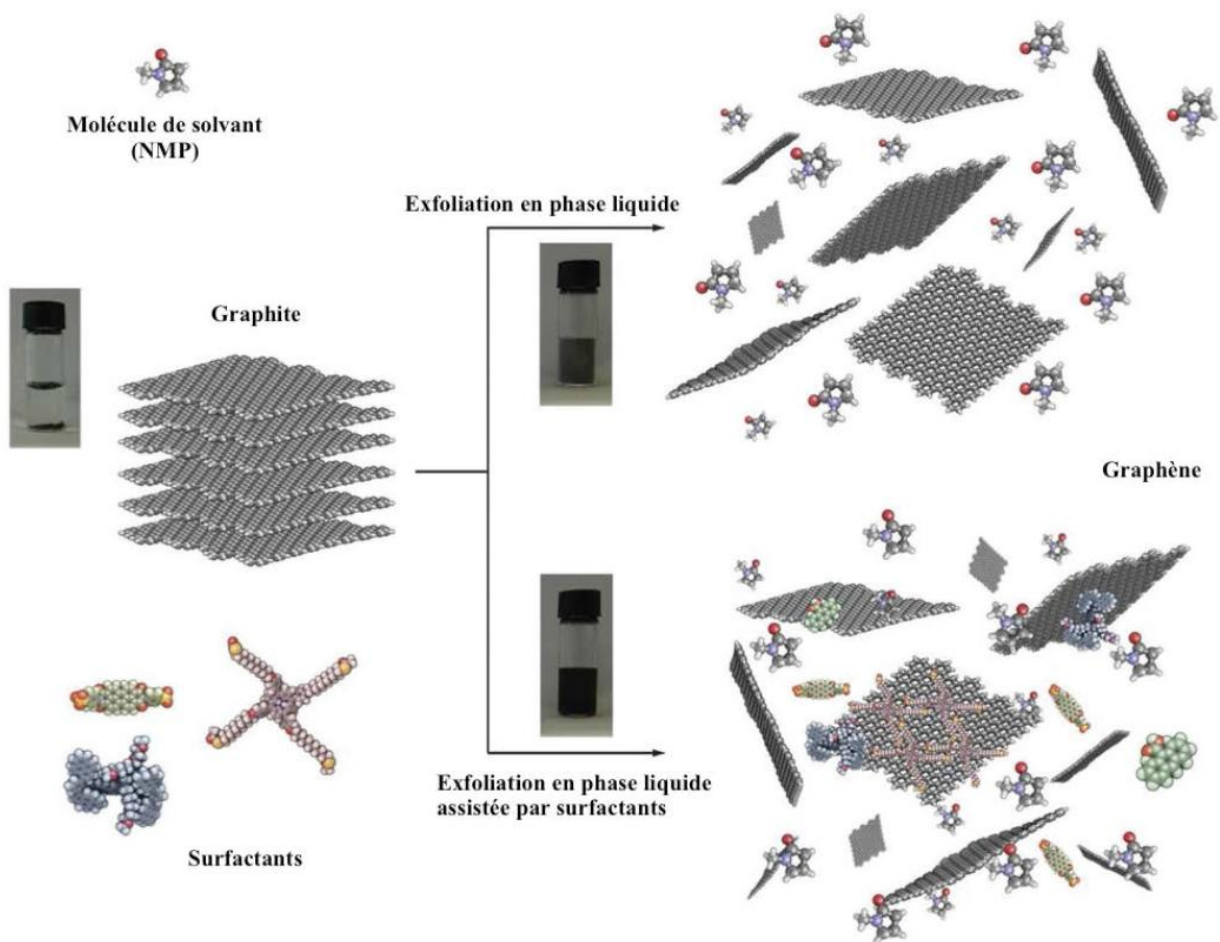


Figure 7 : Schématisation de la méthode d'exfoliation du graphène en solution en présence ou non de surfactant.⁴⁴

La première exfoliation directe du graphite en solution a été accomplie dans le *N*-methyl-2-pyrrolidone (NMP) par l'emploi d'ultrasons.⁴³ Le graphène obtenu ne subit pas de modification chimique et une étape de centrifugation permet de récupérer les feuillets exfoliés dans la solution surnageant (le graphite non-exfolié restant au fond du tube). La quasi-totalité du graphène dans la solution prélevée présente moins de 6 couches avec 28 % de monocouches. Cependant, le rendement est faible, environ 1% massique, tout comme la concentration, de 0,01 mg.ml⁻¹. Des films conducteurs de graphène (6500 S.m⁻¹) peuvent néanmoins être produits à partir des solutions par simple filtration sous vide, démontrant la bonne qualité des feuillets produits. Des améliorations sont par la suite apportées pour augmenter les rendements de l'exfoliation et la solubilité du graphène dans les solvants organiques. Ainsi, l'utilisation dichlorobenzène,⁴⁵ et jusqu'à 0,5 mg.ml⁻¹ dans la benzylamine.⁴⁶ Une autre amélioration des rendements consiste à rallonger le temps d'ultrasons et à utiliser des bains à ultrasons de plus faible puissance pour éviter de trop endommager les feuillets. L'exposition d'une poudre de graphite dans le NMP aux ultrasons pendant 460 heures produit solutions stables à 1,2 mg.ml⁻¹* comprenant plus de 90 % d'échantillons de moins de six couches et 20 % de monofeuillets.⁴⁷ Il faut noter que la taille moyenne des feuillets obtenus diminue par rapport à des temps sous ultrasons plus faibles, mais reste de l'ordre d'un micromètre. Une étude similaire permet l'obtention de solutions stables à 1 mg.ml⁻¹ dans le *N,N*-diméthylformamide (DMF) par l'emploi d'ultrasons pendant 150 heures.⁴⁸ Les solvants utilisés dans ces études sont tous des solvants à haut point d'ébullition rendant difficile leur élimination pour des utilisations futures.

Un autre défi est de pouvoir produire des solutions stables de graphène dans l'eau. Cela est particulièrement difficile car le graphène est très hydrophobe et la tension de surface de l'eau (70 mN.m⁻¹) n'est pas favorable à la création de dispersions stables. L'emploi de surfactants est une solution possible afin d'assister l'exfoliation tout en stabilisant la dispersion de graphène en évitant la réaggrégation. La première exfoliation du graphite dans l'eau assistée d'un surfactant a été décrite en 2009 par l'équipe de J. N. Coleman avec l'utilisation du dodécylbenzènesulfonate de sodium.⁴⁹ Les solutions obtenues présentent concentrations faibles, inférieures à 0,01 mg.ml⁻¹, avec une majorité de composés de moins de 6 couches et environ 10 % de monofeuillet. La faible conductivité des films préparés par filtration sous vide, de 35 S.m⁻¹, est causée par la présence du surfactant à la surface.

Elle peut monter à 1500 S.m^{-1} après recuit et élimination partielle des molécules de surfactant. Comme dans le cas de l'exfoliation du graphite dans le NMP, des temps prolongés d'ultrasons à faible puissance, jusqu'à 400 heures, conduisent à une forte augmentation de la concentration des dispersions, jusqu'à $0,3 \text{ mg.ml}^{-1}$.⁵⁰ Depuis cette étude, une grande diversité de surfactants, ioniques et non-ioniques, a été testée. L'utilisation de différents surfactants ioniques conduit à la production de monofeuillets de graphène avec rendements de l'ordre de 10 %, et dans des concentrations de l'ordre de $0,1 \text{ mg.ml}^{-1}$. L'approche non-ionique, quant à elle, est bien plus performante que celle ionique (Figure 8).⁵¹ Le meilleur résultat conduit à environ 1 mg.l^{-1} , après deux heures sous ultrasons, en utilisant le copolymère tri-bloc Pluronic P-123.⁵²

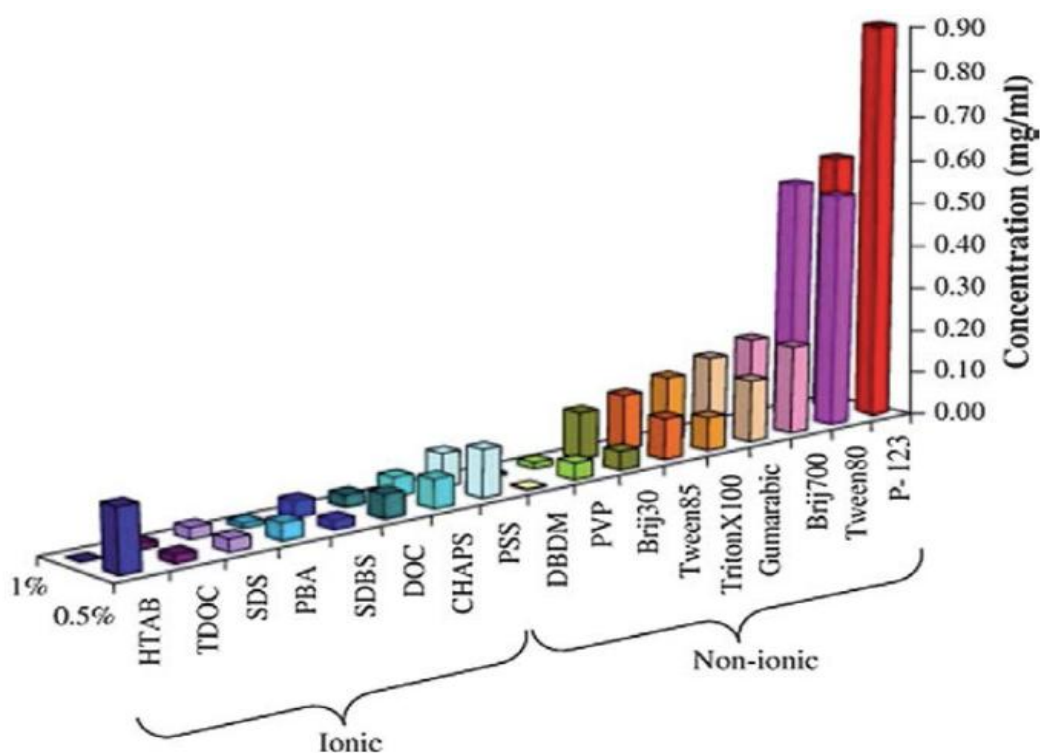


Figure 8 : Concentration de dispersion aqueuse de graphène obtenues à l'aide de surfactants ioniques et non-ioniques. Deux concentrations initiales en surfactants sont représentés (0.5 % et 1 % massique par volume).

L'utilisation d'agents d'intercalation du graphite est aussi un moyen efficace de préparer le graphène par exfoliation du graphite en phase liquide. L'étape d'intercalation provoque une augmentation de la distance entre les couches afin de faciliter la séparation des feuillets. L'utilisation de sels tertiaires de potassium $K(THF)C_{24}$ ou KC_8 comme composé d'intercalation par Pénicaud *et al.* conduit à la dissolution spontanée du graphite en solutions stables (mais sensibles à l'air) de graphène négativement chargé sans l'emploi d'ultrasons.^{53, 55} Cette méthode permet de produire des mono-feuillets de près de 40 µm en taille et d'une épaisseur de 0,4 nm dans le NMP mais aussi dans des solvants plus volatils comme le THF ou le 2- méthyltétrahydrofurane. La méthode de préparation du graphène en solution à l'aide d'agents d'intercalation permet de produire de grands feuillets de graphène de bonne qualité. Toutefois, ces composés ont besoin d'être manipulés sous atmosphère contrôlée (ils s'oxydent à l'air).

La production de solutions stables et concentrées de graphène est un avantage pour la préparation de films fins continus pour leur incorporation dans des appareillages électroniques. Le graphène en solution présente aussi l'intérêt de pouvoir être modifié facilement par une grande variété de procédés.

1.4 FONCTIONNALISATION CHIMIQUE DU GRAPHENE

Le graphène possède des propriétés très prometteuses et potentiellement applicables dans diverses technologies pour une grande variété de domaines. Il reste maintenant à pouvoir transformer ces prémisses en réels matériaux fonctionnels. L'excellente conductivité électrique du graphène lui est conférée par l'absence de gap dans sa structure électronique. Cette particularité l'empêche pourtant d'être utilisé dans des transistors. En effet, en raison de son gap nul, il est impossible d'éteindre et allumer un système électronique à base de graphène. De plus, le graphène est insoluble dans une majorité de solvants organiques communs en raison des interactions π - π entre les feuillets qui conduit à la réagrégation sous forme de graphite. Cela rend difficile la transposition des techniques de déposition (assemblage couche par couche, spin-coating, filtration) à l'échelle industrielle.

L'utilisation de molécules organiques ou inorganiques adéquates permettant la fonctionnalisation chimique du graphène est une solution alternative à ces problèmes. En effet, la modification chimique du graphène peut entraîner l'altération des propriétés chimiques, structurales, électroniques du matériau, comme par exemple l'ouverture de la bande interdite ou rendre sa surface hydrophile. La fonctionnalisation chimique du graphène se présente selon deux approches : covalente et non-covalente. Ces deux approches seront décrites par la suite pour la fonctionnalisation du graphène à l'état quasi-pur.

1.4.1 APPROCHE NON-COVALENTE

L'attrait principal de la fonctionnalisation non-covalente du graphène est de préserver le système π -conjugué. Cette approche est basée sur des interactions ou affinités faibles (interactions π , forces électrostatiques, hydrophobiques) entre la surface du feuillet et une molécule « partenaire de liaison ». Ce type de fonctionnalisation peut être accomplie par l'adsorption de surfactants, de polymères ou de molécules aromatiques à la surface du graphène.

En se référant à la partie 1.3.5 sur l'exfoliation du graphite en solution, il a été reporté que le graphène pouvait être préparé en solution aqueuse à partir du graphite par l'emploi de surfactants, ioniques ou non-ioniques. Cette méthode est ainsi basée sur la fonctionnalisation non-covalente du graphène et offre des dispersions stables après l'utilisation d'ultrasons, avec des feuillets de 750 nm de long et de 1 à 4 couches d'épaisseur en moyenne.⁵¹ Dans le cas des tensioactifs ioniques, ils sont adsorbés sur le graphène et transmettent une charge effective. Cela produit des forces électrostatiques de répulsion qui maintiennent les feuillets séparés et évitent leur agrégation. De même, les agents de surface non-ioniques possèdent un bloc hydrophobe et une longue partie hydrophile, et les solutions de graphène sont stabilisées par des forces de répulsion stériques. D'autres forces de répulsion peuvent entrer en jeu pour les surfactants non-ioniques contenant des groupements acides ou des liens éther qui interagissent avec l'eau.

La fonctionnalisation non-covalente est aussi possible par l'absorption de molécules aromatiques comme des dérivés de pyrène, ^{56,57} de pyrène, de pérylène ^{58,59} ou de coronène. ⁶⁰ Ces molécules possèdent une large partie aromatique plane et interagissent avec la surface conjuguée du graphène par l'intermédiaire d'interactions π - π . Il est ainsi possible d'exfolier facilement le graphite en graphène dans des solutions aqueuses en utilisant par exemple l'acide 1-pyrèncarboxylique ou le 1-pyrènesulfonate de sodium. ^{56, 57, 61} Ces forment des assemblages par des interactions π avec la surface graphitique. Dans un solvant polaire comme l'eau, et sous agitation, la partie non-polaire se fixe à la surface des feuillets ou pénètre entre les couches pour minimiser les forces hydrophobes entre l'eau et le graphite. Une agitation plus prolongée permet de séparer les feuillets du graphite et monofeuillets de graphène par incorporation d'un plus grande de pyrène (figure 9).

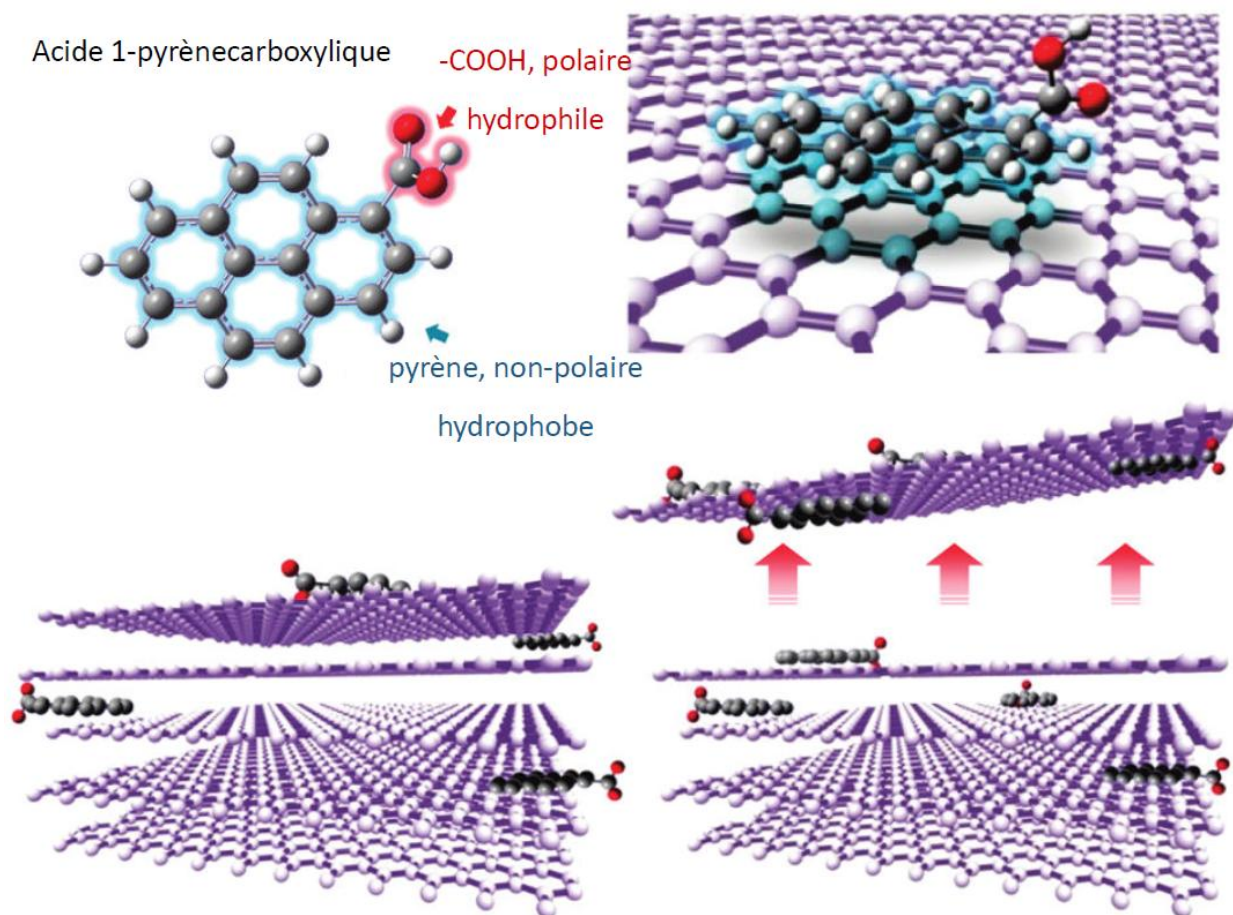


Figure 9 : Mécanisme de l'exfoliation et la fonctionnalisation du graphène par l'acide 1-pyrèncarboxylique. ⁵⁶

L'acide 1-pyrènegarboxylique et le 1-pyrènesulfonate de sodium présentent respectivement une fonction acide et un groupe sulfonique qui leur permet d'être soluble dans l'eau. L'électronégativité des groupements fonctionnels joue aussi un rôle important sur la force des interactions π - π et par conséquent sur le rendement de l'exfoliation. En effet, la variation de la densité électronique à la surface des composés est induite par la polarisation du plan de pyrène, qui peut se traduire par le partage d'électrons σ entre le graphène et le pyrène. La présence de groupements fonctionnels sur le pyrène peut modifier la position des électrons dans leur environnement proche. Un groupe électroattracteur diminue la densité électronique dans le plan du pyrène et augmente ainsi son affinité à accepter les électrons σ du graphène. C'est pourquoi le 1-pyrènesulfonate de sodium permet de stabiliser un plus grand nombre de feuillets de graphène que l'acide 1-pyrènegarboxylique.⁶¹ Des dispersions de concentration de l'ordre de 0,8 à 1 mg.ml⁻¹ peuvent être préparées à l'aide 1-pyrènesulfonate de sodium.

1.4.2 APPROCHE COVALENTE

Tandis que la fonctionnalisation non-covalente du graphène cherche à conserver la structure π -conjuguée intacte et améliorer la conductivité par le dopage ou le transfert de charge, la chimie covalente aspire à perturber le réseau de carbone sp^2 afin d'introduire une bande interdite dans la structure électronique du graphène, essentielle pour la fabrication de semi-conducteurs. La modification de surface est liée à la réhybridation d'atomes de carbone sp^2 en carbones sp^3 ce qui conduit à la diminution de la conjugaison électronique et par conséquent de la conductivité. La délocalisation des électrons π dans tout le réseau bidimensionnel rend le graphène plutôt inerte chimiquement. Des intermédiaires très réactifs devront être utilisés pour réagir efficacement avec le graphène.

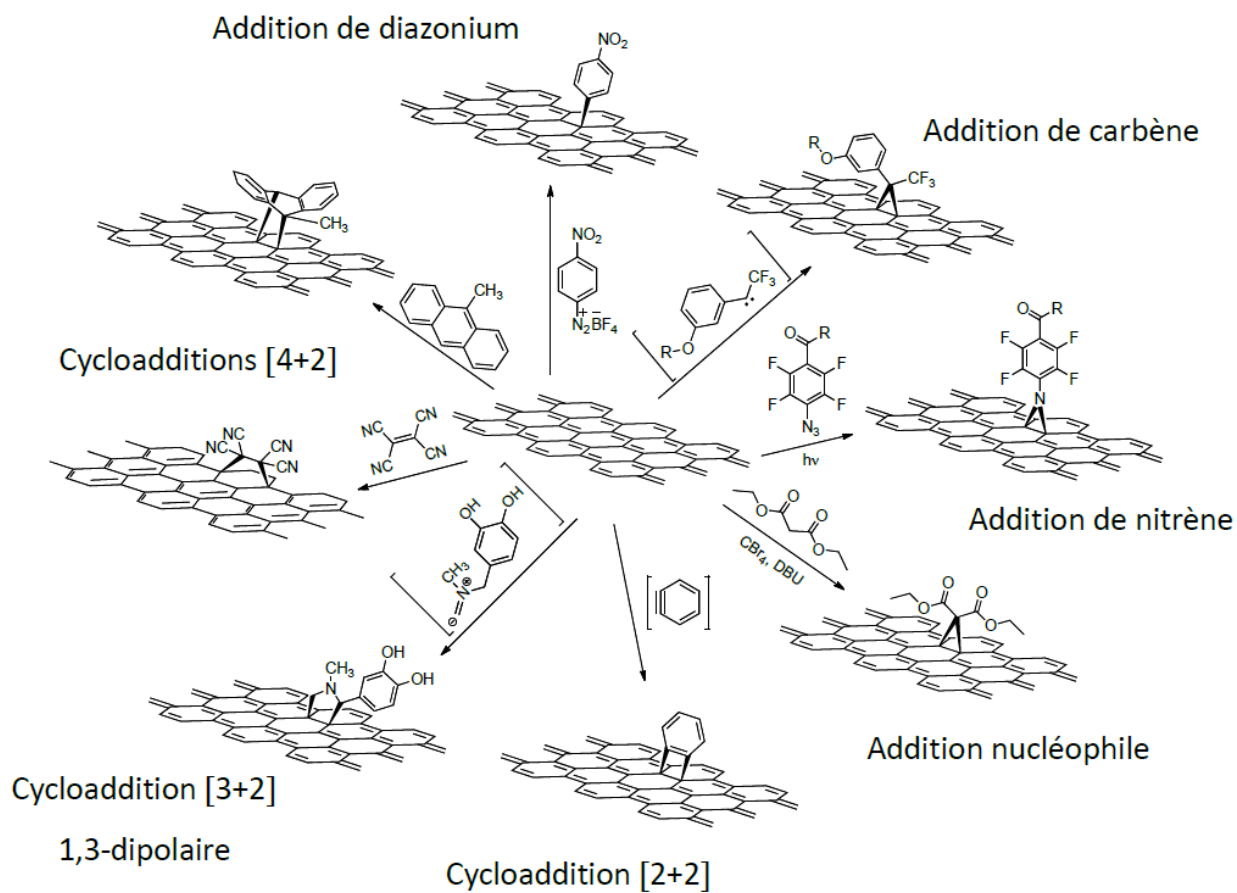


Figure 10 : Exemple de réactions employées pour la fonctionnalisation du graphène

1.5 APPLICATIONS

En effet, le graphène a de vastes potentialités d'applications notamment dans le domaine de l'électronique, du stockage d'énergie et des matériaux composites. Ci-dessous sont explicités des domaines applicatifs porteurs à ce jour.

1.5.1 TRANSISTORS

Les performances exceptionnelles du graphène, en particulier concernant la conductivité électronique, font de ce dernier, au premier abord, un concurrent tout désigné pour succéder au silicium dans le domaine des composants électroniques. Cependant, à ce jour, le niveau de maturité technologique est encore loin d'être atteint. Pourtant, des progrès sont réalisés dans la conception de transistor haute-fréquence au graphène capable d'atteindre des fréquences de 26 GHz⁶², 100 GHz⁶³ et 300 GHz⁶⁴. Cependant, le graphène a une bande interdite nulle, empêchant le canal des transistors à base de graphène d'être complètement fermé à l'état *off*. Plusieurs approches sont envisagées pour ouvrir une bande interdite dans le graphène. Il est possible de structurer le graphène en fines bandes, appelées nano-rubans de graphène, et qui en dessous de 100 nm de largeur présentent une bande interdite non nulle⁶⁵. De plus, l'énergie de la bande interdite créée peut être contrôlée car elle augmente lorsque la largeur du nano-ruban diminue. Une autre possibilité est d'utiliser du graphène bi-couche qui possède une bande interdite, dont l'énergie est contrôlable, lorsqu'on applique un champ électrique^{66, 67}. Enfin, appliquer une contrainte uniaxiale au graphène permet également d'ouvrir une bande interdite, dont l'énergie dépend du niveau de contrainte⁶⁸. Les solutions proposées par ces trois approches sont complexes à mettre en oeuvre, surtout lorsqu'on envisage une énergie de bande interdite supérieure à 350 meV. De plus, la réalisation de composant électronique utilisant du graphène nécessite un graphène homogène et de très bonne qualité structurale ce qui n'est pas atteint, à l'heure actuelle, dans l'optique d'une production de masse.

1.5.2 ELECTRODES TRANSPARENTES

Dans un futur plus proche, le graphène pourrait concurrencer l'ITO (oxyde d'indium étain) dans l'élaboration d'électrodes transparentes que l'on retrouve dans la conception d'écrans ou encore de cellules photovoltaïques. En effet, l'ITO, standard actuel, est un matériau onéreux et relativement fragile. Concernant la performance des électrodes transparentes, la valeur minimale de transmittance souhaitée est fixée à 90 % ce qui correspond à environ quatre feuillets de graphène, chaque feuillet absorbant 2,3 % de la lumière⁶⁹.

De plus, la résistance de feuille diminuant avec le nombre de couches de graphène, l'utilisation de graphène de deux à quatre couches est tout à fait satisfaisante. La réalisation d'électrodes ne nécessitant pas de graphène strictement monocouche et d'une qualité structurale parfaite, cette application est l'une des plus envisageables dans un futur proche. Enfin, la souplesse du graphène permet de concevoir des électrodes transparentes flexibles^{70, 71}.

1.5.3 BATTERIES

Le temps de charge limité des batteries constitue certainement le plus gros problème des dispositifs mobiles car elles ont constamment besoin d'être rechargées. En 2011, des ingénieurs de l'Université Northwestern ont découvert que les anodes en graphène conservaient beaucoup mieux l'énergie que les anodes de graphite avec un temps de chargement jusqu'à dix fois plus rapide. En mai dernier, des chercheurs de l'Université Rice ont constaté que le graphène mélangé à de l'oxyde de vanadium (une solution relativement bon marché) peut servir à la création de cathodes de batteries qui se rechargent en 20 secondes et conservent 90% de leur capacité, même après mille cycles d'utilisation.

1.5.4 CIRCUITS INFORMATIQUES

L'année dernière, les ingénieurs du MIT et d'Harvard ont réussi à utiliser des modèles d'ADN pour calquer des structures de graphène à l'échelle nano qui pourraient être par la suite reproduites dans des circuits électroniques. Les chercheurs doivent encore améliorer la précision globale du processus avant de pouvoir remplacer le silicium par le graphène dans les puces informatiques. Les méthodes employées en sont encore au stade expérimental et restent coûteuses mais le potentiel de l'électronique à base de graphène est tout simplement trop beau pour être ignoré.

1.5.5 SMARTPHONES

Il est probable que le graphène devienne également le matériau principal pour la fabrication future des smartphones. Il pourrait ainsi être utilisé pour la création de dispositifs mobiles incassables. Les utilisateurs pourront ainsi tordre et plier leur téléphone à volonté. Le

graphène permettra de créer des boîtiers rigides pour le smartphone mais pourra également permettre sa flexibilité ainsi que celle de l'écran tactile.

1.5.6 CELLULES D'ENERGIE

Le graphène pourra nous aider à exploiter l'énergie comme jamais. L'énergie solaire et l'énergie électrique pourraient ainsi bénéficier énormément de cette matière. En 2013, des chercheurs de la Michigan Technological University ont constaté que le graphène pourrait alimenter les cellules solaires et remplacer le platine, un élément clé de celles-ci mais qui est très cher. Grâce à sa structure moléculaire, le graphène possède la conductivité et l'activité catalytique nécessaire pour exploiter et transformer l'énergie solaire sans pour autant perdre son rendement.

1.5.7 TISSUS VIVANTS

Un numéro de mars 2012 du magazine Nature a prédit que le Graphène pourrait être utilisé pour créer des implants bioniques, mais plus récemment, Aravind Vijaraghavan de l'Université de Manchester a dit que le graphène pourrait interagir avec le système biologique d'un individu – ou parler avec ses cellules – selon ses propres termes, ce qui pourrait permettre à terme de porter l'internet des objets vers de nouvelles ambitions. Le graphène n'est pas le matériau qui communique en tant que tel ; une couche de graphène est simplement placée entre les couches de phospholipides synthétiques qui font tout le travail, mais cela montre la versatilité de ce super-matériau et sa capacité à se fondre avec notre propre système biologique.

Outre ses nombreuses propriétés pour l'électronique grand public, les applications du graphène sont pratiquement infinies, explique en guise de conclusion Business Insider. Il n'a été jusqu'ici exploité que combiné à d'autres éléments comme le gaz, les métaux ou d'autres sources de carbone. Mais depuis, les chercheurs testent le graphène afin de créer des antennes, des filtres d'eau de mer, des fenêtres, de la peinture, des ailes d'avion, des raquettes de tennis, des systèmes de séquençage d'ADN, des pneus, de l'encre et bien d'autres choses encore.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 F. P. Bundy, H.T.Hall, H.M.Strong and R.H.Wentorf, *Nature*,1955, 176,51-55.
- 2 M. Schliwander and K. Partes, *Diam. Relat. Mater.* 2011, 20, 1287-1301.
- 3 A. K. Geiin and K. S. Novoselov, *Nat. Mater.*, 2007, 6, 183-91.
- 4 K. S. Novoselov, A.K. Geiin, S.V Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V Dubonos, I. V Grigorieva and A. A. Firsov, *Science*, 2004, 306, 666-9.
- 5 Güttinger, F. Molitor, C. Stampfer, S. Schnez, A. Jacobsen, S. Dröscher, T. Ihn and K. Ensslin, *Rep.Prog Phys.*, 2012, 75, 126502
- 6 P. Wallace, *Phys. Rev.* 1947, 71, 622-634.
- 7 A. H. Castro Neto, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov and A. K. Geim *Rev. Mod. Phy.*, 2009, 81, 109-162.
- 8 Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer and P. Kim, *Noture*, 2005, 438, 201-4.
- 9 K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V Grigorieva, S. V Dubonos and A. A. Firsov, *Noture*, 2005, 438, 197-200.
- 10 A. S. Mayorov, R. V Gorbaciev, S. V Morozov, L. Britnell, R. Jalil, L. A. Ponomarenko, P. Blake, K. S. Novoselov, K. Watanabe, T. Taniguchi and A. K. Geim, *Nano Lett.*, 2011, 11, 2396-9.
- 11 K. I. Bolotin, K. J. Sikes, J. Hone, H. L. Stormer and P. Kim, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101, 096802.
- 12 K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim and H. L. Stormer, *Solid State Commun.*, 2008, 146, 351-355.
- 13 X. Du, I. Skachko, A. Barker and E. Y. Andrei, *Nat. Nanotechno.*, 2008, 3, 491-5.
- 14 R. R. Nair, P. Blake, A. N. Grigorenko, K. S. Novoselov, T. J. Booth, T. Stauber, N. M. R. Peres and A. K. Geim, *Science*, 2008, 320, 1308.
- 15 A. Kuzmenko, E. van Heumen, F. Carbone and D. van der Marel, *Phys. Rev. Lett.* 2008, 100, 117401.

- 16 C. Lee, X. Wei, J. W. Kysar and J. Hone, *Science*, 2008, 321, 385-8.
- 17 A. A. Balandin, S. Ghosh, W. Bao, I. Calizo, D. Teweldebrhan, F. Miao and C. N. Lau, *Nano Lett.*, 2008, 8, 902-7.
- 18 J. H. Seol, I. Jo, A. L. Moore, L. Lindsay, Z. H. Aitken, M. T. Pettes, X. Li, Z. Yao, R. Huang, D. Broido, N. Mingo, R. S. Ruoff and L. Shi, *Science*, 2010, 328, 213-6.
- 19 K. M. F. Shahil and A. A. Balandin, *Solid State Commun.* 2012, 152, 1331-1340
- 20 F. Bonaccorso, L. Colombo, G. Yu, M. Stoller, V. Tozzini, A. C. Ferrari, R. S. Ruoff and V. Pellegrini, *Science*, 2015, 347, 1246501-1246501.
- 21 M. D. Stoller, S. Park Y. Zhu, J. An and R. S. Ruoff, *Nano Lett.* 2008, 8, 3498-502.
- 22 A. Fasolino, J. H. Los and M. I. Katsnelson, *Nat. Mater.* 2007, 6, 858-61.
- 23 J. C. Meyer, A. K. Geim, M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, T. J. Booth and S. Roth, *Nature*, 2007, 446, 60-3.
- 24 D. Jiang, B. G. Sumpter and S. Dai, *J. Chem. Phys.*, 2007, 126, 134701.
- 25 P. Neugebauer, M. Orlita, C. Faugeras, A. L. Barra and M. Potemski, *Phys. Rev. Lett.* 2009, 103, 136403.
- 26 A. K. Geim, *Science*, 2009, 324, 1530-4.
- 27 X. Li, W. Cai, J. An, S. Kim, J. Nah, D. Yang, R. Piner, A. Velamakanni, I. Jung, E. Tutuc, S. K. Banerjee, L. Colombo and R. S. Ruoff, *Science*, 2009, 324, 1312-4.
- 28 X. Li, C. W. Magnuson, A. Venugopal, R. M. Tromp, J. B. Hannon, E. M. Vogel, L. Colombo and R. S. Ruoff, *J. Am. Chem. Soc.*, 2011, 133, 2816-9.
- 29 S. Bae, H. Kim, Y. Lee, X. Xu, J. S. Park Y. Zheng, J. Balakrishnan, T. Lei, H. R. Kim, Y. Il Song, Y.J. Kim, K S. Kim, B. Ozyilmaz, J.-H. Ahn, B. H. Hong and S. Iijima, *Nat. Nanotechnol.*, 2010, 5, 574-8.
- 30 W. Regan, N. Alem, B. Alemàn B. Geng, C. Girit, L. Maserati, F. Wang, M. Crommie and A. Zettl, *Appl. Phys. Lett.*, 2010, 96, 113102.
- 31 Y. Zhang, L. Zhang and C. Zihou, *Acc. Chem. Res.*, 2013, 46, 23 29-39.
- 32 I. Forbeaux, J M. Themlin and J. M. Debever, *Phys. Rev. B*, 1998, 58, 16396-16406.

- 33 C. Berger, Z. Song, T. Li, X. Li, A. Y. Ogbazghi, R. Feng, Z. Dai, A. N. Marchkov, E. H. Conrad, P. N. First and W. A. de Heer, *J. Phys. Chem. B*, 2004, 108, 19912-19916.
- 34 C. Virojanadara, M. Syväjarvi, R. Yakiinova, L. I. Joliansson, A. A. Zakliarov and T. Balasubrainanian, *Phys. Rev. B*, 2008, 78, 245403.
- 35 Y.-M. Lin, C. Diinitrakopoulos, K. A. Jenkins, D. B. Farmer, H.-Y. Chiu, A. Grill and P. Avouris, *Science*, 2010, 327, 662.
- 36 W. S. Hummers and R. E. Offeman, *J. Am. Chem. Soc.*, 1958, 80, 1339-1339.
- 37 B. C. Brodie, *Ann. Chim. Phys*, 1860, 59, 466-472.
- 38 L. Staudenmaier, *Berichte der Dtsch. Chem. Gesellschaft*, 1898, 31, 1481-1487.
- 39 S. Stankovich, R. D. Piner, X. Chen, N. Wu, S. T. Nguyen and R. S. Ruoff, *J. Mater. Chem.*, 2006, 16, 155-158.
- 40 H. He, J. Klinowski, M. Forster and A. Lerf, *Chem. Phys. Lett.*, 1998, 287, 53-56.
- 41 C.Y. Su, Y. Xu, W. Zhang, J. Zhao, X. Tang, C.-H. Tsai and L.J. Li, *Chem. Mater.* 2009, 21, 5674-5680.
- 42 S. Stankovich, D. A. Dikin, R. D. Piner, K. A. Kohlhaas, A. Kleinhammes, Y. Jia, Y. Wu, S. T. Nguyen and R. S. Ruoff, *Carbon N. Y.*, 2007, 45, 1558-1565.
- 43 Y. Hernandez, V. Nicolosi, M. Lotya, F. M. Blighe, Z. Sun, S. De, I. T. McGovern, B. Holland, M. Byrne, Y. K. Gun'Ko, J. J. Boland, P. Niraj, G. Duesberg, S. Krishnamurthy, R. Goodhue, J. Hutchison, V. Scardaci, A. C. Ferrari and J. N. Coleman, *Nat. Nanotechnol.*, 2008, 3, 563-8.
- 44 A. Ciesielski and P. Samori, *Chem. Soc. Rev.* 2014, 43, 381-98.
- 45 C. E. Hamilton, J. R. Lomeda, Z. Sun, J. M. Tour and A. R. Barron, *Nano Lett*, 2009, 9, 3460-2.
- 46 S. P. Economopoulos, G. Rotas, Y. Miyata, H. Shinohara and N. Tagmatarchis, *ACS Nano*, 2010, 4, 7499-507.
- 47 U. Khan, A. O'Neill, M. Lotya, S. De and J. N. Coleman, *Smoff*, 2010, 6, 864-71.
- 48 U. Khan, P. May, A. O'Neill and J. N. Coleman, *Carbon*, 2010, 48, 4035-4041.

- 49 M. Lotya, Y. Hernandez, P. J. King, R. J. Smith, V. Nicolosi, L. S. Karlsson, F. M. Bligie, S. De, Z. Wang, T. McGovern, G. S. Duesberg and J. N. Coleman, *J. Am. Chem. Soc.*, 2009, 131, 3611-20.
- 50 M. Lotya, P. J. King, U. Khan, S. De and J. N. Coleman, *ACS Nano*, 2010, 4, 3155-62.
- 51 R. J. Smith, M. Lotya and J. N. Coleman, *New J. Phys.*, 2010, 12, 125008.
- 52 L. Guardia, M. J. Fernandez-Merino, J. I. Paredes, P. Solis-Fernández, S. Villar-Rodil, A. Martiiez- Alonso and J. M. D. Tascôn, *Carbon*, 2011, 49, 1653 -166 2.
- 53 C. Vallés, C. Drummond, H. Saadaoui, C. A. Furtado, M. He, O. Roubeau, L. Ortolani, M. Monthieux and A. Pénicaud, *J. Am. Chem. Soc.*, 2008, 130, 15802 -4.
- 54 A. Catheline, C. Vallés, C. Drummond, L. Ortolani, V. Morandi, M. Marcaccio, M. I urlo, F. Paolucci and A. Pénicaud, *Chem. Commun.* 2011, 47, 5470 -2.
- 55 A. Catheline, L. Ortolani, V. Morandi, M. Melle-Franco, C. Drummond, C. Zakri and A. Pénicaud, *Soft Matter*, 2012, 8, 788 2.
- 56 X. An, T. Simmons, R. Shah, C. Wolfe, K. M. Lewis, M. Washington, S. K. Nayak S. Talapatra and S. Kar, *Nano Lett.*, 2010, 10, 4295 -301.
- 57 J. H. Jang, D. Rangappa, Y. U. Kwon and I. Honma, *J. Mater. Chem.*, 2011, 21, 3462-3 466.
- 58 J. M. Englert, J. Röhr, C. D. Schmidt, R. Graupner, M. Hundhausen, F. Hauke and A. Hirsch, *Adv. Mater.*, 2009, 21, 4265 -4 269.
- 59 N. V Kozhemnyakina, J. M. Englert, G. Yang, E. Spiecker, C. D. Schmidt, F. Hauke and A. Hirsch, *Adv. Mater.*, 2010, 22, 5483 -7.
- 60 A. Ghosh, K. V. Rao, S. J. George and C. N. R. Rao, *Chemistry*, 2010,16 , 2700-4.
- 61 D. Parviz, S. Das, H. S. T. Ahmed, F. Irin, S. Bhattacharia and M. J. Green, *ACS Nano*, 2012, 6, 885 7-67.
- 62 Y.-M. Lin, K. a Jenkins, A. Valdes-Garcia, J. P. Small, D. B. Farmer, and P. Avouris, "Operation of graphene transistors at gigahertz frequencies.," *Nano Lett.*, vol. 9, no. 1, pp. 422–426, 2009.
- 63 Y. Lin, C. Dimitrakopoulos, K. A. Jenkins, D. B. Farmer, H. Chiu, A. Grill, and P. Avouris, "100- GHz Transistors from wafer-scale epitaxial graphene," p. 100.

- 64 L. Liao, J. Bai, R. Cheng, Y. Lin, S. Jiang, Y. Huang, and X. Duan, “Top-gated Graphene Nanoribbon Transistors with Ultrathin High- κ Dielectrics,” pp. 2–6.
- 64 J. Cai, P. Ruffieux, R. Jaafar, M. Bieri, T. Braun, S. Blankenburg, M. Muoth, A. P. Seitsonen, M. Saleh, X. Feng, K. Müllen, and R. Fasel, “Atomically precise bottom-up fabrication of graphene nanoribbons.,” *Nature*, vol. 466, no. 7305, pp. 470–473, 2010.
- 65 L. M. Malard, J. Nilsson, D. C. Elias, J. C. Brant, F. Plentz, E. S. Alves, A. H. C. Neto, and M. A. Pimenta, “Probing the electronic structure of bilayer graphene by Raman scattering,” pp. 1–4, 2007.
- 66 P. Gava, M. Lazzeri, a. M. Saitta, and F. Mauri, “Ab initio study of gap opening and screening effects in gated bilayer graphene,” *Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys.*, vol. 79, no. 16, pp. 1–13, 2009.
- 67 Y. Zhang, T.-T. Tang, C. Girit, Z. Hao, M. C. Martin, A. Zettl, M. F. Crommie, Y. R. Shen, and F. Wang, “Direct observation of a widely tunable bandgap in bilayer graphene.,” *Nature*, vol. 459, no. 7248, pp. 820–823, 2009.
- 68 Z. H. Ni, T. Yu, Y. H. Lu, Y. Y. Wang, Y. P. Feng, and Z. X. Shen, “Uniaxial Strain on Graphene : Raman,” vol. 2, no. 11, pp. 2301–2305, 2008.
- 69 R. R. Nair, P. Blake, a N. Grigorenko, K. S. Novoselov, T. J. Booth, T. Stauber, N. M. R. Peres, and a K. Geim, “Fine structure constant defines visual transparency of graphene.,” *Science*, vol. 320, no. 5881, p. 1308, 2008.
- 70 W. Cai, Y. Zhu, X. Li, R. D. Piner, and R. S. Ruoff, “Large area few-layer graphene/graphite films as transparent thin conducting electrodes,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 95, no. 12, p. 123115, 2009.
- 71 S. Bae, H. Kim, Y. Lee, X. Xu, J.-S. Park, Y. Zheng, J. Balakrishnan, T. Lei, H. R. Kim, Y. Il Song, Y.- J. Kim, K. S. Kim, B. Ozyilmaz, J.-H. Ahn, B. H. Hong, and S. Iijima, “Roll-to-roll production of 30- inch graphene films for transparent electrodes.,” *Nat. Nanotechnol.*, vol. 5, no. 8, pp. 574– 578, 2010.

I. THEORIE DES PLAQUES

I.1 INTRODUCTION

Les plaques sont des structures très utilisées dans l'industrie sous marine, aérospatial, le génie civil et dans des constructions courantes (ponts, toits de bâtiments,...), dans le domaine de l'énergie, et dans la conception industrielle (turbines, pièces de mécanique, carrosserie de voiture,...), et même dans le monde du vivant (artères, bronches,...), etc. Tous ces domaines sont stratégiques et économiquement très importants. C'est pour cette raison que les plaques ont fait l'objet de très grand nombre de travaux depuis plus d'un siècle.

I.2 DEFINITION D'UNE PLAQUE

Une plaque est un solide défini par une surface de référence plane (plan x,y) et par une petite épaisseur (notée $h(x,y)$), par rapport aux autres dimensions ,à savoir la longueur et la largeur. Suivant l'ordre de grandeur de h par rapport aux autres dimensions, on introduit l'adjectif mince au épaisse aux plaques et aux coques. Cependant, ce qualificatif n'implique pas seulement une caractéristique géométrique, mais définit aussi un rôle particulier des déformations dites de cisaillement transversal (**CT**). Cette influence est d'autant plus importante que les structures sont minces car l'épaisseur h varie en sens inverse de l'influence **CT**. La plaque peut être constituée d'un matériau homogène.

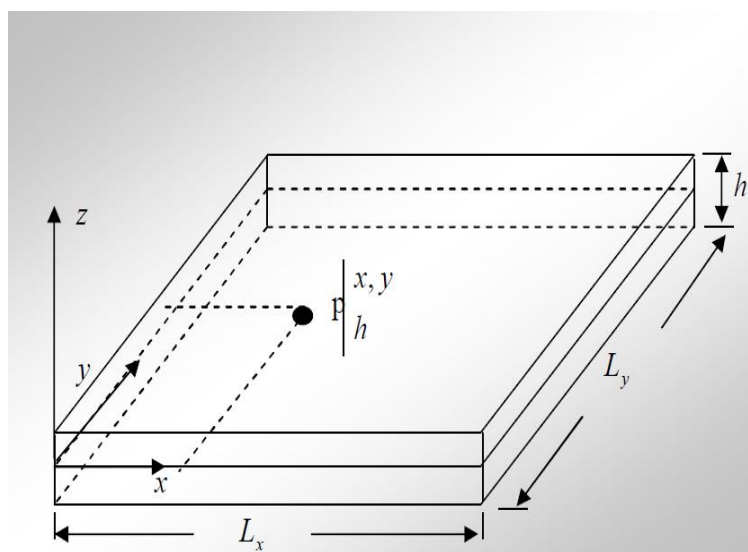


Figure 1: Géométrie d'une plaque

Ces plaques sont souvent suivies de l'adjectif mince ou épais suivant la grandeur de l'épaisseur h , nous admettons généralement.

- pour les plaques épaisses $\frac{1}{20} < \frac{h}{L} < \frac{1}{4}$
- Pour les plaques minces $\frac{h}{L} < \frac{1}{20}$

Hypothèses :

La théorie des plaques repose sur les hypothèses suivantes :

H.1 : Les contraintes normales σ_{zz} sont négligeables par rapport aux autres composantes de contraintes : $\sigma_{zz} = 0$.

H.2 : Les pentes de la surface moyenne après déformation, sont supposées petites par rapport à l'unité (Petite déflexion du plan moyen).

H.3 : Les points situés sur une normale à la surface moyenne avant déformation, restent sur cette normale au cours de la déformation ; ceci permet de négliger l'effet de cisaillement transversal.

Dans ce cas, on a : $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$

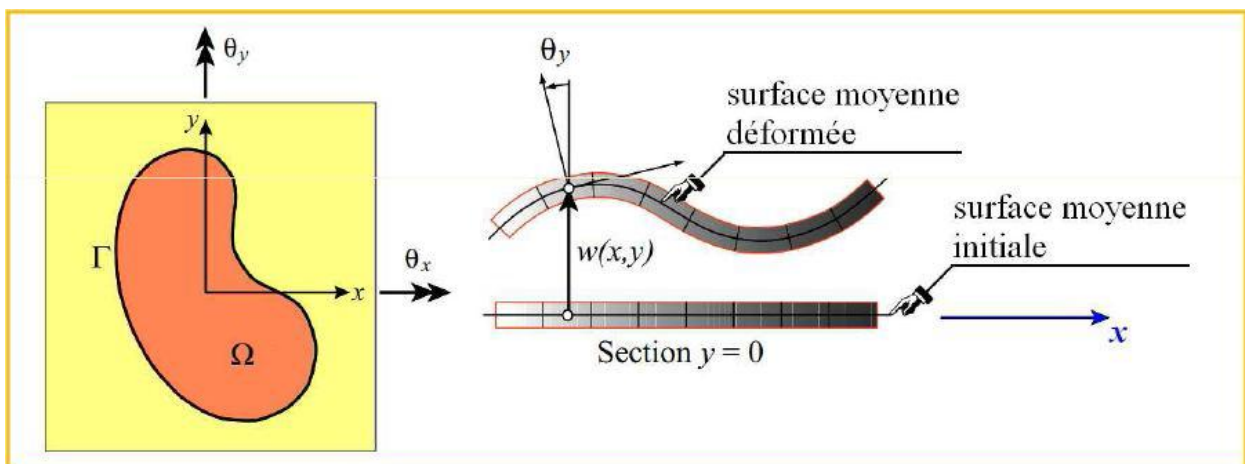


Figure 2: Déformation d'une plaque en flexion.

I.3 DEFINITIONS ET NOTATIONS GENERALES

Conventions de signe pour déplacements et rotations .Les notations adoptées ci après pour les déplacements sont définis à la Figure 3

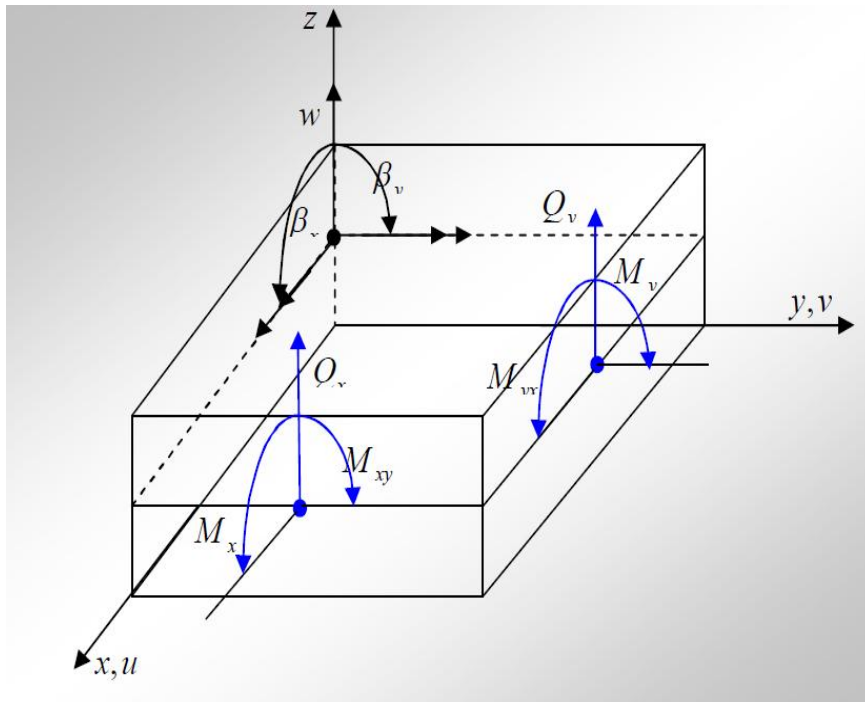


Figure 3: Conventions générales

L'équation d'équilibre des moments est :

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p_z(x, y) \tag{II.1}$$

L'intégration des équations des moments fléchissant donne l'équation de la plaque soumise aux charges distribuées $p_z(x, y)$:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2} = \frac{-p_z(x, y)}{D} \tag{II.2}$$

I.4 DOMAINE D'UTILISATION

Le domaine de l'utilisation de plaque est très répandue dans tous les domaines, en particulier dans le domaine du génie civil où, on les utilise dans les constructions simples (habitation) où les ouvrages d'art et elle existe sous formes différentes, y compris les circulaires et rectangulaires et d'autre formes selon la qualité de l'ouvrage, Comme celle-est représenté dans les photos ci-dessous.

**Ouvrages d'arts (plaques circulaire)****Ouvrages d'arts (plaques circulaire)****Ouvrages souterrains****Constructions civiles****Figure 4 : Domaine de l'utilisation de plaque.**

II. MODELES ANALYTIQUES DES PLAQUES

Il est nécessaire de choisir la bonne théorie décrivant correctement le comportement statique et dynamique de la structure ainsi que la méthode de résolution à appliquer.

C'est en 1888 que Love utilisa les hypothèses de Gustav Kirchhoff, elles-mêmes inspirées des hypothèses d'Euler-Bernoulli pour fonder une théorie des plaques minces (également appelée théorie classique ou théorie de Kirchhoff-Love). La théorie des plaques semi-épaisses (théorie des déformations du premier ordre) a été consolidée par Mindlin à partir des travaux de Rayleigh, Timoshenko¹, Reissner² et Uflyand³. Ensuite, des théories d'ordre supérieur sont venues améliorer les hypothèses des théories classiques et du premier ordre lorsque l'épaisseur de la plaque devient importante. Il existe aussi la théorie basée sur l'élasticité tridimensionnelle (théorie 3-D) qui ne fait aucune hypothèse restrictive sur les déplacements de la plaque. Nous présentons dans ce chapitre quelques modèles sur les théories des plaques développées dans la littérature pour améliorer l'évolution de la variation du champ des déplacements à travers l'épaisseur des plaques.

II.1 LA THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES MINCES DE LOVE-KIRCHHOFF (CPT)

On parle d'une plaque mince, lorsque la flèche générée par les déformations de cisaillement reste négligeable devant la flèche générée par la courbure de la plaque. Dans le cas d'une plaque homogène isotrope, la part de cisaillement dans la flèche est directement reliée à l'élanement (L/h).

La théorie classique des plaques minces (CPT) se base sur les hypothèses de Love- Kirchhoff, selon les quelles une droite normale au plan moyen de la plaque reste perpendiculaire après déformation (figure 5), ce qui revient à négliger les effets de déformation de cisaillement transverse.

Ce modèle de plaque peut être référé à Timoshenko et Woinowsky-Krieger⁴, et Reddy^{5,6}.

En se basant sur les hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement est donné par :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

II.3

Avec (u_0, v_0, w_0) sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque ($z = 0$).

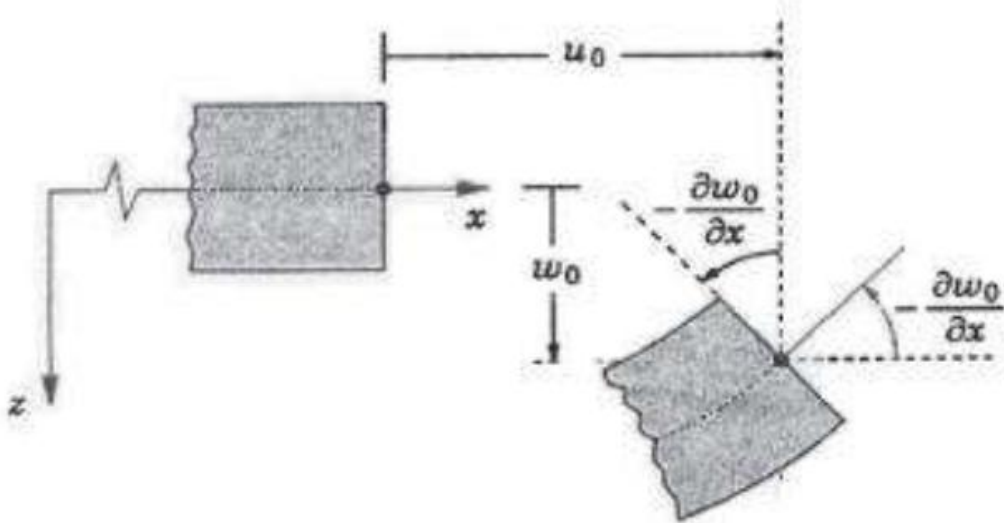


Figure 5: Illustration de la plaque de Love Kirchhoff (Reddy⁶).

Puisque ce modèle ne tient pas en compte l'effet de cisaillement transverse, il donne des résultats non précis pour les plaques épaisses.

II.2 LA THEORIE DE DEFORMATION DE CISAILLEMENT DU PREMIER ORDRE (FSDT)

La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre a prolongée la théorie classique des plaques en tenant compte de l'effet de cisaillement transverse. Dans ce cas les contraintes et les déformations sont constantes à travers l'épaisseur de la plaque, ce qui nécessite l'introduction d'un du facteur de correction de cisaillement. Les études sur la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT) peuvent être trouve dans les références (Reissner²; Mindlin⁷). La théorie du premier ordre est basée sur le champ de déplacement suivant :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\phi_x(x, y) \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\phi_y(x, y) \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned}
 \tag{II.4}$$

Avec : (u_0, v_0, w_0) et $(\phi_x$ et $\phi_y)$ sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes y et x, respectivement. Le champ de déplacement définis dans l'expression ci-dessus permet de reprendre la théorie classique des plaques décrite dans la dernière section par le remplacement de :

$$\phi_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x}, \phi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y}
 \tag{II.5}$$

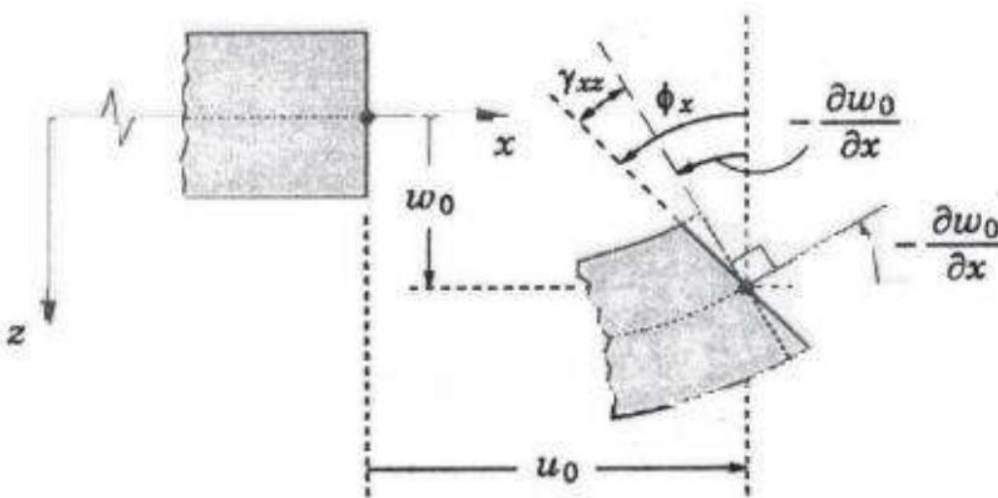


Figure 6 : Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin (Reddy⁶).

Pour éviter l'introduction d'un facteur de correction, des théories de déformation de cisaillement d'ordre élevée ont été développées.

II.3 LA THEORIE DE DEFORMATION EN CISAILLEMENT D'ORDRE ELEVE (HSDT)

À la différence de la théorie classique des plaques (CPT) et la théorie du premier ordre (FSDT) avec les hypothèses de la distribution linéaire du déplacement à travers l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs à travers l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement de la déformation normale transversale.

Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction. Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans (Hildebrand et al⁸; Naghd⁹; Reissner¹⁰; Reddy¹¹; Kant et Swaminathan¹²).

Nous avons introduit ici quatre modèles de plaque utilisés pour analyser le comportement des plaques.

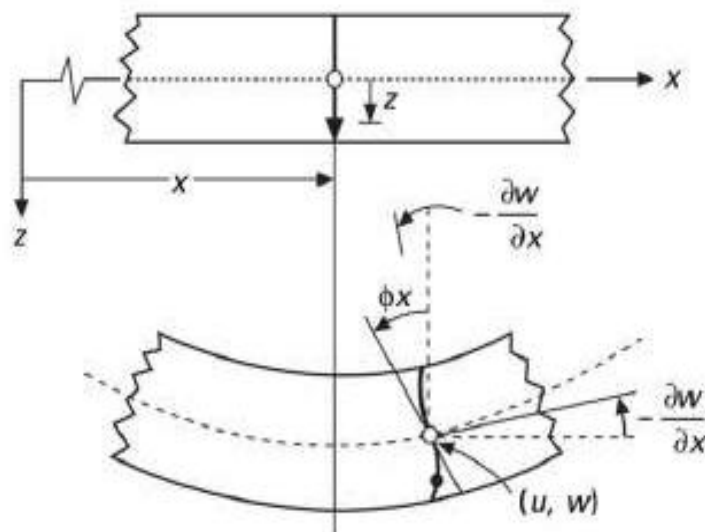


Figure 7 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques.

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + f(z) \phi_x(x, y) \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} + f(z) \phi_y(x, y) \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned}
 \tag{II.6}$$

Avec : (u_0, v_0, w_0) et (ϕ_x, ϕ_y) sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes y et x , respectivement $(\phi_x = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x, \phi_y = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y,)$ $f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes.

En effet, les déplacements de la théorie classique des plaques (CPT) est obtenue en prenant $f(z) = 0$, alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue par $f(z) = z$. Le champ de déplacement de la théorie de déformation de cisaillement du troisième ordre (TSDT) de Reddy^{5,6} est obtenu par la prise de la fonction suivante:

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right)
 \tag{II.7}$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution d'élasticité tridimensionnelle. La distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique à travers l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

Touratier¹³ propose le modèle sinus (SSDT) qui est différent des autres modèles d'ordre supérieurs puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suite:

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)
 \tag{II.8}$$

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par le modèle (sinus) prennent une forme cosinusoidale à travers l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The exponential shear deformation plate theory ESDPT) développée par Karama et al¹⁴ est obtenue en prenant :

$$f(z) = ze^{-2(z/h)^2} \tag{II.9}$$

La version hyperbolique de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The hyperbolic shear deformation plate theory HSDPT) développée par Ait Atmane et al¹⁵ est obtenue en prenant :

$$f(z) = \frac{\cosh(\pi/2)}{[\cosh(\pi/2) - 1]} z - \frac{(h/\pi)\sinh(\frac{\pi}{h}z)}{[\cosh(\pi/2) - 1]} \tag{II.10}$$

II.4 REVUE SUR LES DIFFERENTS MODELES DE LA THEORIE D'ORDRE ELEVE

Pour franchir les limites des théories du premier ordre, plusieurs auteurs ont proposé quelques contributions importantes pour le développement de modèles d'ordre élevé qui se sont distingués dans la littérature par l'expression de la fonction de cisaillement $f(z)$. Les modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs de déplacement à travers l'épaisseur, et qui permettent de représenter le gauchissement de la section transversale dans la configuration déformée (Figure 7) (Whitney¹⁷ ; Nelson¹⁸ ; Lo¹⁹ ; Touratier¹³. Nous citons en particulier :

- L'approche d'Ambartsumyan Ambartsumyan avec;

$$f(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \tag{II.11}$$

- L'approche de Reissner² avec ;

$$f(z) = \frac{5}{4}z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad \text{II.12}$$

- L'approche de Levinson, Murthy²⁰ et Reddy Avec ;

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad \text{II.13}$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal w , est constant (Reddy¹¹). Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution élastique tridimensionnelle dans le cas homogène (Duong²¹).

La distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique à travers l'épaisseur (elle doit être parabolique par couche pour un multicouche). Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites. Les résultats du modèle de Reddy sont également très proches des deux modèles d'ordre élevé proposés par Kant²¹.

Touratier propose le modèle (sinus) qui est différent des autres modèles d'ordre élevés puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoidale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur (Touratier¹³). La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suite:

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) = \frac{h}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \left(\frac{\pi z}{h}\right)^{2n+1} \\ &= z \left(1 - \frac{\pi^2 z^2}{3! h^2} + \frac{\pi^4 z^4}{5! h^4} - \frac{\pi^6 z^6}{7! h^6} + \dots \right) \end{aligned} \quad \text{II.14}$$

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par le modèle (sinus) prennent une forme cosinusoidale à travers l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy¹¹. En se basant sur les travaux de Touratier, un élément fini triangulaire à six noeuds, est construit pour les structures multicouches non linéaires géométriques par Dau²².

Récemment, Afaq et al¹⁵ proposent un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche. La fonction de distribution de cisaillement transverse est de la forme Suivante:

$$f(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad \text{II.15}$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable z , alors que la fonction (sinus) de Touratier¹³ ne permet qu'un développement en puissance impair.

Malgré le fait que les modèles d'ordre élevé assurent une continuité de déplacement et de déformation à l'interface, les contraintes de cisaillement Inter-laminaire et les contraintes d'interface, restent discontinues. Ceci présente un inconvénient lors de l'analyse locale de l'interface des structures multicouches dont les propriétés des couches sont très différentes (Duong²¹).

Nous regroupons dans le tableau suivant les différentes fonctions de cisaillement ainsi qu'une comparaison entre les différents modèles.

Théorie	intitulé	Fonction de cisaillement $f(z)$	Distribution de γ_{xz} et γ_{yz} suivant z	Coefficient de correction de cisaillement	Domaine de validité
CPT, Kirchoff (Kirchhoff, G.R. 1850 a) et (Kirchhoff, G.R. 1850 b)	Théorie classique des plaques	o	-----	-----	Plaques minces
FSDT, Mindlin (Mindlin. R.D 1951)	Théorie de déformation des plaques du 1 ^{er} ordre	z	Constante	Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Ambartsumian (Ambartsumian, S.A. 1958)	Théorie d'ordre supérieur	$\frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	Quadratique	Non Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Reissner (Reissner. E 1975)	Théorie d'ordre supérieur	$\frac{5}{4} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right)$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses
TSDPT, Touratier (Touratier. M 1991)	Théorie de déformation trigonométrique des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right)$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses
ESDPT, Karama et al. (Karama et al. 2003)	Théorie de déformation exponentielle des plaques	$z e^{-2(z/h)^2}$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses
PSDPT, Levinson (Levinson, M. 1980), Reddy (Reddy. J.N, 1984)	Théorie de déformation parabolique des plaques	$z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right)$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses
Aydogdu (Aydogdu, M. 2009)	Théorie de déformation exponentielle des plaques	$z \alpha^{\frac{2(z/h)^2}{\ln(\alpha)}}, \alpha > 0$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses
El meiche, Tounsi et al. (El Meiche et al. 2011)	Théorie raffinée des plaques	$\frac{(h/\pi) \sin(hz/\pi) - z}{(\cosh(\pi/2) - 1)}$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses
Ait Atmane et al. (Ait Atmane et al. 2010)	Théorie raffinée des plaques	$\frac{\cosh(\pi/2)}{[\cosh(\pi/2) - 1]} z - \frac{(h/\pi) \sinh(\frac{\pi}{h} z)}{[\cosh(\pi/2) - 1]}$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses
Shimpi (Shimpi, R.P. 2002)	Théorie raffinée des plaques	$h \left[\frac{1}{4} \left(\frac{z}{h} \right) - \frac{5}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right]$	Parabolique	Non Requis	Plaques minces et épaisses

Tableau 1 : Différentes fonctions de cisaillement utilisées dans les théories des plaques isotropes.

II.5 NOUVELLE THEORIE RAFFINEE DE DEFORMATION DES PLAQUES

Shimpi²³ a développé un modèle raffiné pour les plaques isotropes (RPT : Refined Plate Theory). Les caractéristiques les plus intéressantes de cette méthode est qu'elle ne contient que deux variables qui donne seulement quatre inconnus à trouver au lieu des cinq dans le cas classique. En plus, cette théorie n'exige pas de facteur de correction de cisaillement et donne une distribution parabolique de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque. Aussi, elle présente beaucoup de similitudes avec la théorie classique des plaques quant aux équations du mouvement, les conditions aux limites et les expressions des moments. Ait Atmane et al¹⁵ ont adaptée cette théorie pour la flexion des plaques FGM. Récemment Thai et Kim¹⁶ et Hadji et al ont adapté la RPT, avec succès, au flambement des plaques orthotropes, et à la vibration libre des plaques stratifiées et sandwichs respectivement.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1 Timoshenko, S. (1921), "On the correction of transverse shear deformation of the differential equations for transverse vibrations of prismatic bars", *Philosophical Magazine*, Vol. 41 (series 46) p. 744–746.

2 Reissner, E. (1945). —The effect of transverse shears deformation on the bending of elastic plates. *J. Appl. Mech.*, vol. 12, pages 69/77.

3 Uflyand, Y.S. (1948), "The propagation of waves in the transverse vibrations of bars and plates", 12, 287–300.

4 Timoshenko. S.P, S.Woinowsky-Krieger, (1959). —Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, New York.

5 Kawasaki. A and Watanabe. R (1997), "Evaluation of thermo mechanical performance for thermal barrier type of sintered functionally graded materials", *Composites Part B, Engineering*, 29–35.

6 Miyamoto, M., Kaysser, W.A., Rabin, B.H. et al. (1999), "Functionally Graded Materials Design". Processing and Applications.

7 Mindlin. R.D, (1951). —Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 18, pages 31-38.

8 Hildebrand. F.B, E. Reissner, G.G. Thomas, (1949). —Notes on the foundations of theory of small displacements of orthotropic shells. NACA T. N. N°:1833.

9 Naghdi. P. M, (1957). —On the theory of thin elastic shells. *Quarterly Appl. Math*, 14: 369-380.

- 10** Reissner. E, (1975). —On transverse bending of plates, including the effects of transverse shear deformation, Int. J. Solids Structures; 25 (5):495-502.
- 11** Reddy. J.N, (1984). —A simple higher-order theory for laminated composite plates, Journal of Applied Mechanics; 51 (4): 745-752.
- 13** Touratier. M, (1991). —An efficient standard plate theory, Engng Sci, vol. 29, no 8, pages 901-916.
- 14** Afaq. K.S, (2003). « Développement d'un nouveau modèle pour les structures composites multicouches et sandwichs avec prise en compte du cisaillement transverse et des effets de bord. PhD thesis, Université Toulouse III - Paul Sabatier.
- 15** Karama. M, K.S. Afaq., S. Mistou, (2003). —Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity, Int. J. Solids Structures; 40 (6): 1525-1546.
- 16** Ait Atmane. H, A. Tounsi., I. Mechab., E.A Adda Bedia, (2010). —Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory, Int. J. Mech. Mater. Design; 6 (2): 113-121.
- 17** Hadji, L., Atmane, H.A., Tounsi, A., Mechab, I. et Adda Bedia, E.A. (2011), "Free vibration of functionally graded sandwich plates using four-variable refined plate theory", Applied Mathematics and Mechanics, 925–942.
- 18** Whitney. J.M, (1973). —Shear correction factors for orthotropic laminates under static loads, J. Applied Mechanics, Vol.40, pages 302-304.
- 19** Lo. K.H & R.M. Christensen, (1977). —A higher order theory of plate deformation. Part 1: homogeneous plate's, journal of applied mechanics, Vol.44, N° 4, pages 669-676.
- 20** Murthy. M.V.V, (1981). —An improved transverse shear deformation theory for laminated anisotropic plate. Rapport technique, NASA.

21 Kant.T, K. Swaminathan, (2002). —Analytical solutions for the static analysis of laminated composite and sandwich plates based on a higher order refined theory. Composite Structure; 56 (4): 329-344.

22 Dau. F, O. Polit, and M. Touratier, (2006). —C1 plate and shell finite elements for geometrically non linear analysis of multilayered structures. Computers and Structures, 84:1264-1274.

23 Shimpi, R.P. (2002), "Refined plate theory and its variants", AIAA Journal, 137–146. Sohn, K.J., Kim, J.H. (2008), —Structural stability of functionally graded panels subjected to aero-thermal loads, Composite Structures, 82, 317–25.

I. PHENOMENE DE FLAMBEMENT : NOTIONS GENERALES

I.1 INTRODUCTION

De jour en jour, l'utilisation des matériaux composites prend de l'ampleur vis-à-vis des matériaux traditionnels, dans pratiquement tous les secteurs industriels et plus spécialement dans l'aérospatial et l'aéronautique. Souvent, les structures en matériaux composites sont sujettes à de sérieux chargements mécaniques sévères. Ces derniers, peuvent engendrer des contraintes importantes capables de causer leur instabilité.

Le flambement de plaques stratifiées a fait l'objet d'études depuis plus d'un siècle. Des solutions exactes et approximatives pour des plaques rectangulaires ont été trouvées. Il existe de nombreuses solutions exactes de plaques minces isotropes élastiques linéaires ; qui ont été traitées par Timoshenko¹. Les propriétés mécaniques des matériaux composites sont souvent estimés comme orthotropes. Le flambement des plaques orthotropes a fait l'objet de nombreuses recherches dans le passé. Selon Vakiener, Zureick, et Will², le premier traitement de la stabilité d'une plaque orthotrope avec un bord libre a été fait par Trayer. Une solution basée sur une méthode énergétique a été présenté pour la stabilité d'une bride articulée élastiquement avec des propriétés orthotropes. Ashton et Waddoups³ ont déterminé les charges critiques de flambement pour le cas général de plaques anisotropes. En utilisant la méthode approchée de Rayleigh-Ritz, ils ont présenté des techniques de résolution pour la détermination de la charge critique de flambement de plaques rectangulaires stratifiées anisotropes. Ashton et Whitney⁴ ont formulés des équations approximatives de la charge de flambement pour plaques stratifiées. Ils ont traité le cas de stratifié spécialement orthotrope comme étant équivalent à celui d'une plaque orthotrope homogène.

Les solutions exactes des plaques orthotropes simplement appuyées sur tous les bords ont été obtenues et compilées par Whitney .Bao, Jiang et Roberts⁵ ont utilisé la méthode des éléments finis pour la détermination de la charge critique de flambement de plaques orthotropes rectangulaires. Ils ont constaté, pour les plaques simplement appuyées sur tous les cotés, que les résultats obtenues sont presque confondus avec les solutions exactes. Veres et Kollar⁶ ont présentés sous forme de formules approximatives pour le calcul des plaques orthotropes rectangulaires avec des bords encastés simplement appuyés.

Ils ont utilisé ces formules et la méthode des éléments finis afin de les comparer aux solutions exactes obtenues par Whitney, ils ont trouvés que les formules surestiment la charge de flambement avec des valeurs qui peuvent aller jusqu'à 8%.

Khdeir⁷ a étudié la stabilité de plaques stratifiées équilibrées antisymétriques. Khdeir a utilisé une solution généralisée de type Levy pour la détermination des charges critiques de flambement de plaques de forme rectangulaire. Il a montré l'influence de couches, l'orientation des plis du stratifié et le type de conditions aux limites sur le comportement au flambement des plaques composites.

I.2 NOTIONS GENERALES DE FLAMBEMENT STATIQUE

Le flambement est un phénomène mécanique équivalent à une sollicitation composée de compression et de flexion. L'effort à partir duquel se manifeste les grandes déformations allant jusqu'à l'instabilité est appelé *l'effort critique de flambement*.

Cette partie est consacrée à une présentation générale du phénomène de flambage des structures. Nous présentons brièvement le formalisme général du flambage statique, nous parlons également de l'effet des défauts géométriques et des différentes approches de la stabilité. Ces concepts sont très clairement définis dans Koiter⁸.

Le flambage est un phénomène d'instabilité. Il peut tout particulièrement être observé pour des structures élancées (faible raideur de flexion) soumises à des contraintes de compression, au-delà d'une certaine valeur, la charge appliquée conduit à un important changement de forme de la structure qui se traduit par l'apparition brutale ou progressive de plis ou d'ondulations. Ce changement de configuration, lié aux effets des non linéarités géométriques, peut s'accompagner ou non de plasticité. La notion de flambage recouvre deux notions distinctes que nous allons préciser celle de bifurcation et celle de point limite.

Nous considérons une structure soumise à un chargement l entraînant un déplacement caractéristique d . Dans un premier temps, sous l'effet d'un chargement croissant, la structure passe par une succession d'états d'équilibre stables appelé chemin d'équilibre fondamental ou branche primaire (OA) (Figure 1,2).

I.2.1 FLAMBAGE PAR BIFURCATION

Si suivant le domaine d'appartenance de (λ, δ) , cette structure peut admettre plusieurs familles (λ, δ) solutions des équations d'équilibre, il y aura flambage par *bifurcation* au point A et la charge λ correspondante est dite *charge critique* (Figure 1).

Au-delà du point A, la branche secondaire peut être stable ou instable. En revanche, la solution qui correspondait à l'état fondamental devient instable (branche AA' Figure 1).

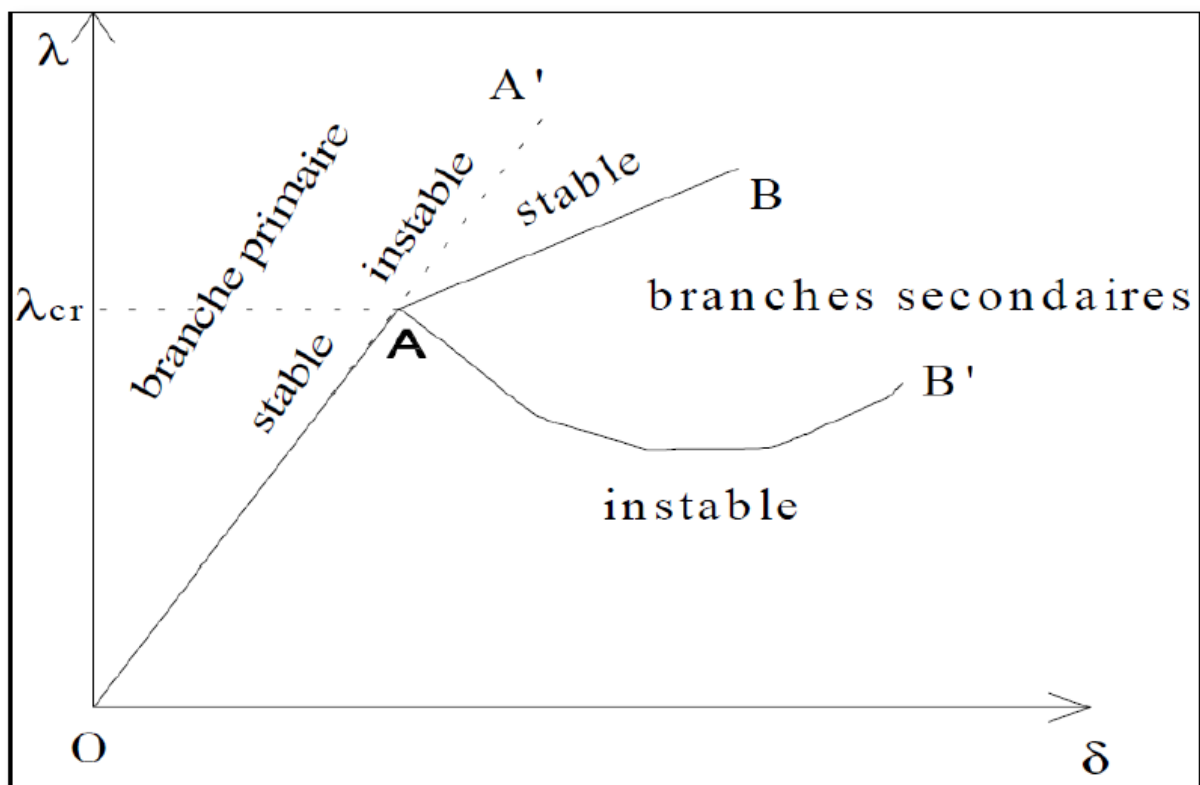


Figure 1 : Schéma de stabilité

Le cas d'une branche secondaire instable (AB' , flambage par bifurcation avec chute de rigidité) peut être illustré par une coque mince cylindrique circulaire, sans défaut, sous compression axiale. Les flambages par bifurcation sans chute de la rigidité (branche AB) peuvent se rencontrer dans le cas de structures sans défaut telles que:

- La poutre en compression axiale (comportement élastique).
- L'anneau circulaire en compression radiale.
- La plaque rectangulaire en compression longitudinale.

I.2.2. FLAMBAGE PAR POINT LIMITE

Lorsque la structure n'admet qu'une seule famille (λ, δ) solution des équations d'équilibre, le point A est appelé point limite (Figure 2). La courbe (λ, δ) présente alors un maximum au point A pour lequel la rigidité de la structure s'annule. La figure 2 illustre deux courbes typiques de flambage par point limite.

Le cas de la Figure 2b est représentatif d'une calotte sphérique sous pression externe (phénomène de claquage puis retour à un état stable).

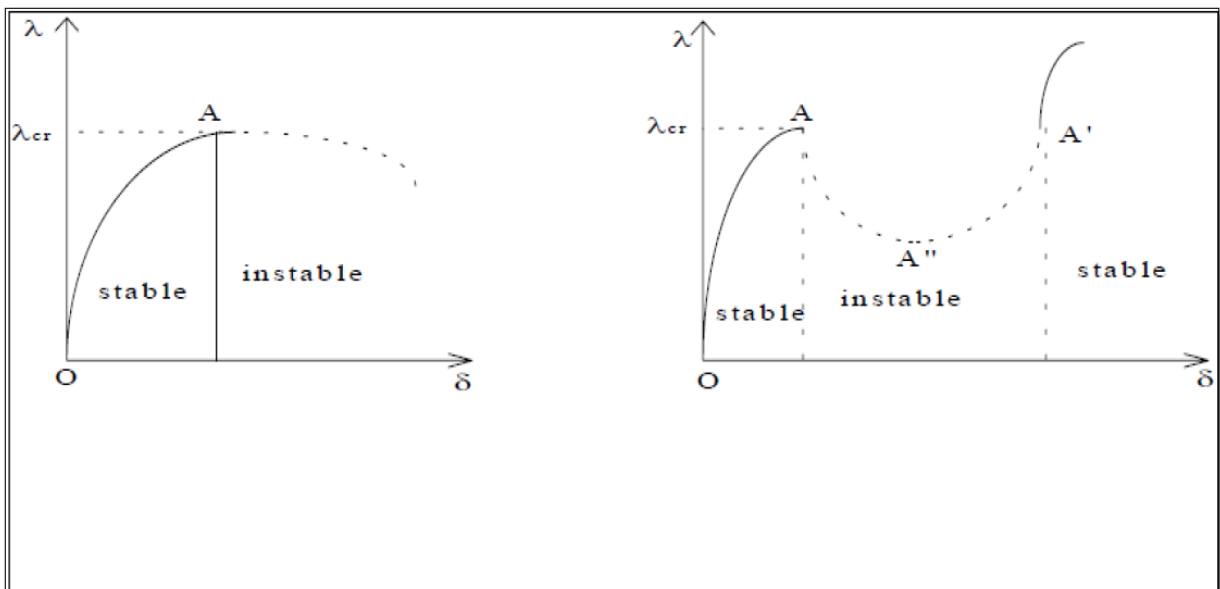


Figure 2 (a et b) : Schéma de flambage par point limite.

Le problème revient donc dans tous les cas à chercher la charge à partir de laquelle la branche fondamentale d'équilibre devient instable ou de stabilité indéfinie.

I.2.3 FLAMBAGE ELASTIQUE LINEAIRE - CRITERES DE STABILITE

Il existe plusieurs critères de stabilité (critère de Liapounov, le critère minimum de l'énergie potentielle Koiter⁹ ou le critère de la variation de l'énergie potentielle totale), nous nous contenterons ici d'en présenter deux.

Le premier critère de stabilité est celui défini par Liapounov Pig (1990), il est basé sur l'existence d'une borne délimitant la zone de stabilité autour de la position d'équilibre.

Soit une norme définie ($\|X\| = \rho$) comme la distance entre la configuration d'équilibre $x = 0$ et la configuration à l'instant t . Si l'on applique une perturbation à l'instant $t = 0$ définie par $x(0) = x_0$ alors la configuration d'équilibre $x = 0$ est stable si et seulement si :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon) > 0 \text{ Tel que pour } \rho(x) \leq \varepsilon, \forall t > 0, \rho_0 = \rho(x_0) \leq \delta(\varepsilon) \quad \text{III.1}$$

Nous pouvons noter que la stabilité d'un équilibre est un problème dynamique alors qu'un équilibre est un problème statique. En outre ce critère dépend du choix de la norme ρ et de la distance ρ_0 .

Le second critère est un critère énergétique basé sur la variation de l'énergie potentielle totale.

Il s'applique à des systèmes conservatifs : « une structure est dans une configuration d'équilibre stable si et seulement si l'accroissement de l'énergie potentielle totale pour tout déplacement cinématiquement admissible suffisamment petit est positif ».

Considérons un système en équilibre stable (énergie potentielle totale minimale) et u_0 le champ de déplacement initial associé au niveau de chargement λ . On applique une petite perturbation cinématiquement admissible ηu , nous avons alors :

$$u = u_0 + \eta u \quad \text{III.2}$$

L'énergie potentielle totale correspondante s'écrit :

III.3

Avec w_0 : énergie potentielle totale du système non perturbé.

La variation de l'énergie potentielle totale s'écrit :

$$\Delta w = w - w_0 = \delta w + \frac{1}{2} \eta^2 \delta^2 w + \frac{1}{3!} \eta^3 \delta^3 w \quad \text{III.4}$$

Le système est en équilibre donc $\delta w = 0$.

La variation seconde $\delta^2 w$ permet de définir la stabilité de l'équilibre (en négligeant les termes d'ordre supérieur car la perturbation est supposée petite) :

- si $\delta^2 > 0$ l'équilibre est jugé stable.
- si $\delta^2 < 0$ l'équilibre est jugé instable.
- si $\delta^2 = 0$ l'équilibre est jugé neutre et la charge correspondante est appelée charge critique d'EULER λ_E , le mode correspondant est le mode d'EULER (si l'on considère l'hypothèse des petits déplacements).

I.2.4 EFFET DES DEFAUTS

A partir des toutes premières études sur le flambage, il est apparu très clairement qu'un calcul élastique linéaire conduisait à des charges critiques supérieures (parfois d'un facteur très important) aux charges critiques expérimentales. Cette différence provient d'un ensemble de facteurs (défaut de chargement, défaut géométrique, caractéristiques mécaniques du matériau...) qui empêchent d'avoir expérimentalement une étude sur une structure parfaite.

L'un des premiers à tenir compte des défauts géométriques fût Koiter¹⁰. Dans le cas des défauts géométriques le comportement avant *bifurcation* est généralement non linéaire. Cette non linéarité provient des flexions importantes provoquées par les défauts géométriques, elle entraîne un changement dans la réponse de la structure qui au lieu de suivre le chemin d'équilibre (a) des structures parfaites (Figure 3) suit un autre chemin (b).

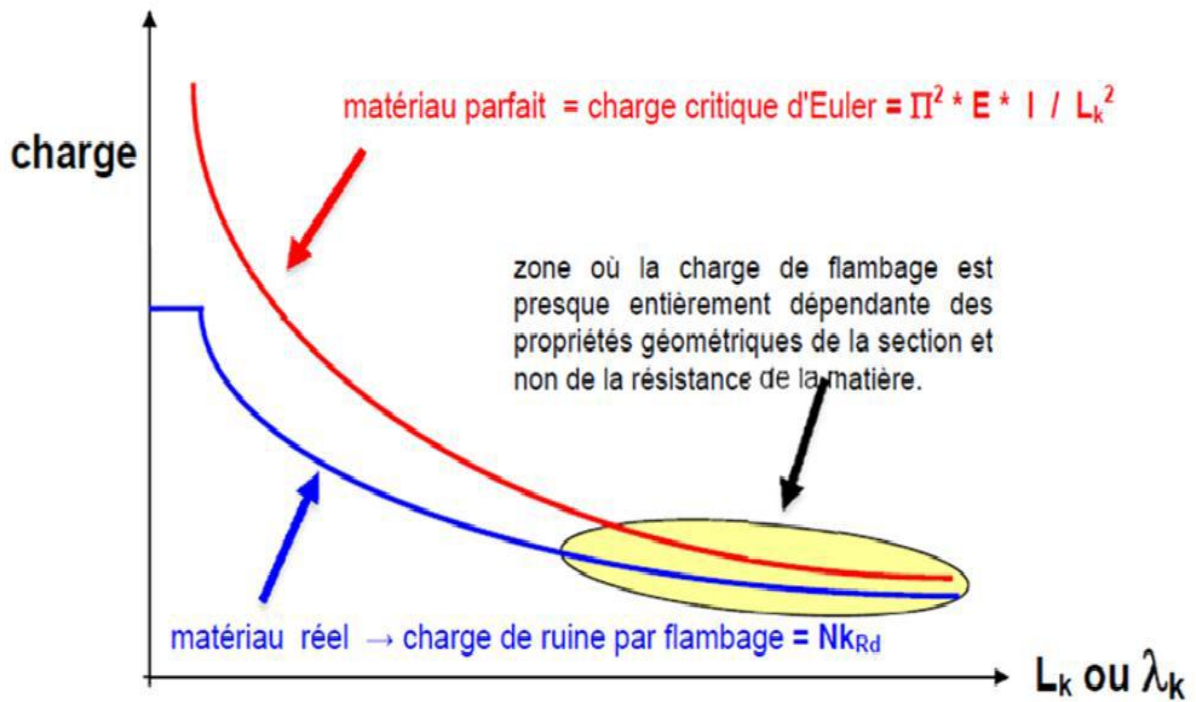
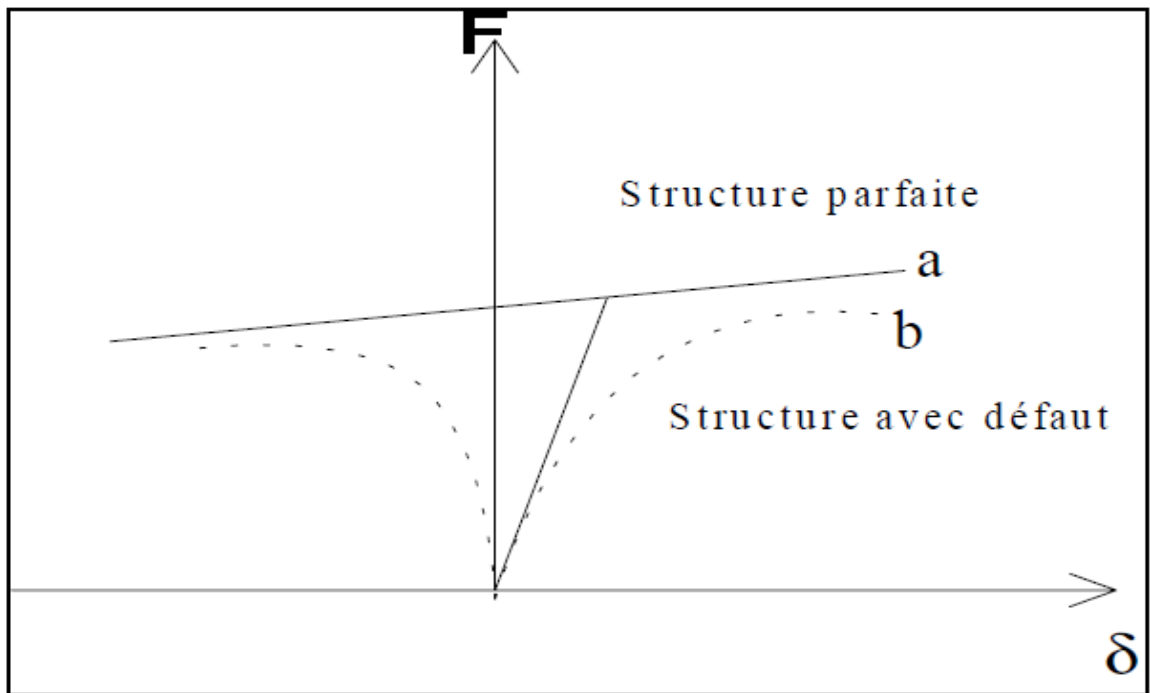


Figure 3: Effet d'un défaut géométrique

I.3 RELATIONS FONDAMENTALES TENANT COMPTE DU FLAMBEMENT

Pour prendre en compte le phénomène de flambement, il est donc nécessaire d'écrire les équations des plaques en tenant compte de la déformation latérale, c'est-à-dire en considérant pour chaque point de la structure les coordonnées après déformation, contrairement à la théorie initiale. Nous établissons ces équations en considérant directement les résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de plaque de côtés dx et dy (Figure 4).

La déformée latérale dans le plan (x, z) sous l'action de la résultante N_x est schématisée sur la Figure 5. Il en résulte que la composante suivant z de la charge N_x , exercée sur l'élément de plaque, est pour de faibles déformations :

$$\frac{1}{dx dy} \left[\left(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \right) dy \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} dx \right) - N_x dy \frac{\partial w_0}{\partial x} \right] \tag{III.5}$$

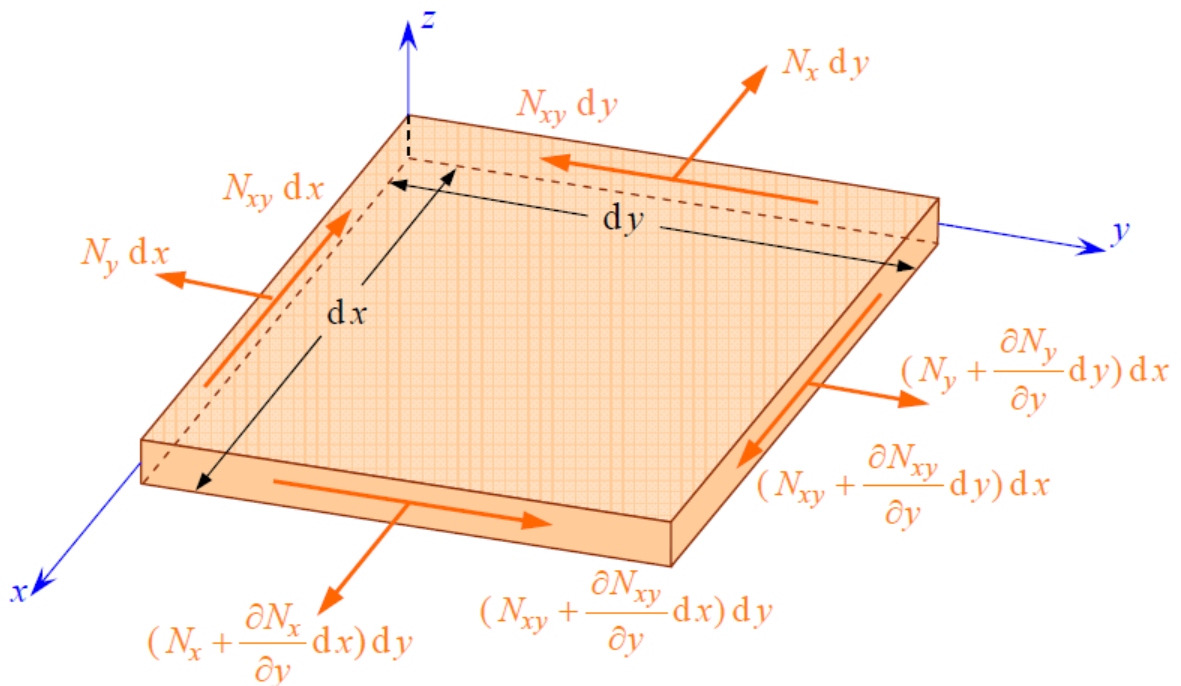


Figure 4 : Résultantes en membranes exercées sur un élément de plaque (Berthelot¹¹)

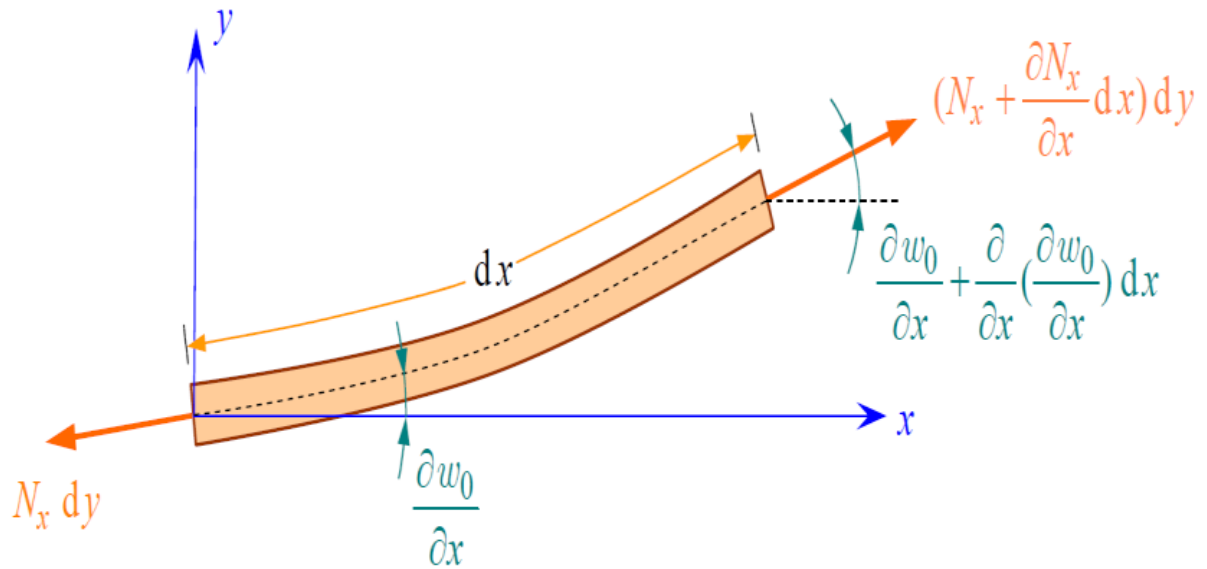


Figure 5 : Résultantes en membrane s'exerçant sur un élément de plaque déformée (Berthelot¹¹)

En se limitant aux termes du deuxième ordre, la résultante par unité de surface de plaque dans la direction z est :

$$N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial x} \tag{III.6}$$

De la même manière, la composante suivant z due à la résultante N_y est :

$$N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial N_y}{\partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} \tag{III.7}$$

La composante suivant z due à la résultante en cisaillement N_{xy} peut être évaluée à partir du schéma de la figure 6. Elle s'exprime suivant :

$$\frac{1}{dx dy} \left[\left(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx \right) \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) dy + \left(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} dy \right) \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) dx + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} dy - N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} dx \right] \quad \text{III.8}$$

Ou en se limitant aux termes du deuxième ordre :

$$2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \text{III.9}$$

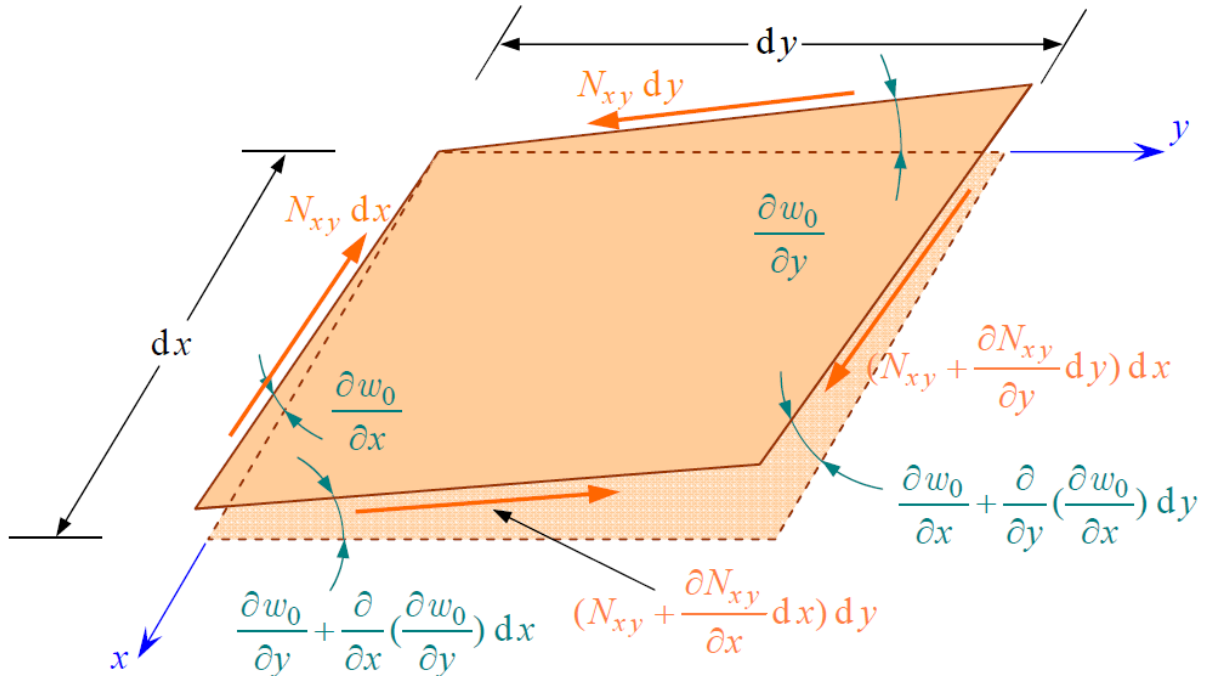


Figure 6 : Résultantes de cisaillement en membrane s'exerçant sur un élément de plaque déformée (Berthelot¹¹)

En regroupant les expressions (III.6), (III.7) et (III.9), la composante totale suivant z s'écrit :

$$N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial w_2}{\partial x} \left(\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \right) + \frac{\partial w_0}{\partial y} \left(\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \right) \quad \text{III.10}$$

Les équations des plaques (1) et (2) (ANNEXE) montrent que les deux derniers termes de l'expression précédente sont nuls dans le cas de problèmes statiques et du troisième ordre dans le cas de problèmes dynamiques. Il en résulte que la composante (III.10) suivant z se réduit à :

$$N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad \text{III.11}$$

Les équations des plaques prenant en compte la déformation latérale sont alors obtenues en introduisant la composante en z dans les équations (1) (ANNEXE). Soit :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = \rho_s \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = \rho_s \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}$$

$$N_x + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad \text{III.12}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0$$

Ces équations peuvent être également écrites en éliminant les résultantes de cisaillement sous la forme :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_x}{\partial y} = \rho_s \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = \rho_s \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \quad \text{III.13}$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + q = \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}$$

I.4 FORMULATION ENERGETIQUE DU PROBLEME DE FLAMBEMENT

Dans le cas où l'on tient compte de la déformation latérale, les actions exercées sur le stratifié résultent des charges transverses q exercées sur les faces inférieure et supérieure du stratifié, et des charges en membrane. La variation du travail des actions exercées sur le stratifié s'écrit donc :

$$\delta W = \delta W_f + \delta W_m \quad \text{III.14}$$

Où la variation W_f s'écrit :

$$W_f = - \iint q \delta w_0 \, dx dy \quad \text{III.15}$$

La fonction énergie W_m des actions en membrane s'exprime suivant :

$$W_m = - \iint (N_x^i \varepsilon_{xx}^i + N_y^i \varepsilon_{yy}^i + N_{xy}^i \gamma_{xy}^i) \, dx dy \quad \text{III.16}$$

Où $\varepsilon_{xx}^i, \varepsilon_{yy}^i$ et γ_{xy}^i sont les déformations en membrane résultant de la flèche w_0 . Ces déformations sont déduites des expressions générales (3) (ANNEXE), incluant les grandes déformations. Dans le cas où l'on tient compte seulement de grandes déformations latérales, les déformations s'écrivent :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 = \varepsilon_{xx}^0 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 = \varepsilon_{yy}^0 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \quad \text{III.17}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} = \gamma_{xy}^0 + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

Il en résulte que les déformations en membrane dues à la déformation latérale s'expriment suivant :

$$\varepsilon'_{xx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2, \varepsilon'_{yy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2, \gamma'_{xy} = \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad \text{III.18}$$

Et l'énergie W_m s'écrit :

$$W_m = -\frac{1}{2} \iint \left(N_x^i \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + N_y^i \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 + 2N_{xy}^i \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) dx dy \quad \text{III.19}$$

La variation du travail des actions en membrane s'exprime finalement en prenant la variation de (III.19), soit :

$$\delta W_m = - \left(\iint N_x^i \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + N_y^i \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 2N_{xy}^i \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \delta w_0 dx dy \quad \text{III.20}$$

Les formulations vibrationnelles du problème de flambement sont déduites des relations de la variation des travaux virtuels : $\delta U=0$ dans le cas de problèmes statiques et l'introduction du facteur temps (t) dans le cas de problèmes dynamiques. Elles s'écrivent ici :

➤ Cas de problèmes statiques :

$$\delta(U_d - W_f - W_m) = 0 \quad \text{III.21}$$

➤ Cas de problèmes dynamiques :

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta(U_d - W_f - W_m - E_c) dt = 0 \quad \text{III.22}$$

I. 5 FLAMBEMENT DE PLAQUES ORTHOTROPES SOUMISES À UNE COMPRESSION BIAXIALE

I. 5.1 EXPRESSIONS GÉNÉRALES

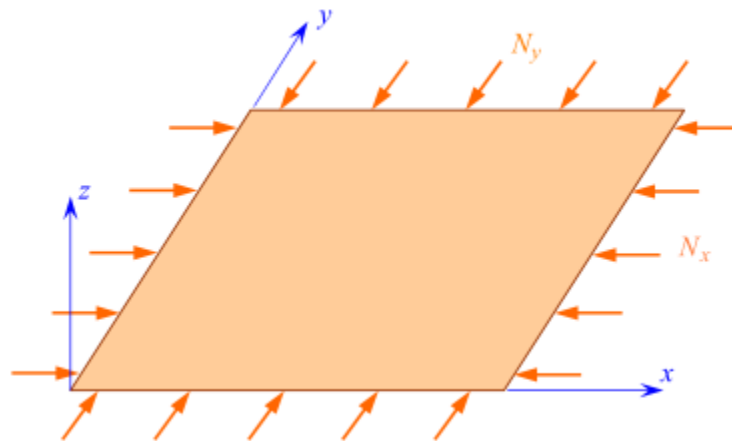


Figure 7 : Plaque rectangulaire soumise à une compression biaxiale

Nous considérons (Figure 7) une plaque rectangulaire en appuis simples sur ses quatre côtés, constituée d'un stratifié orthotrope. Cette plaque est soumise à une compression uniforme sur chaque côté, de résultantes respectives N_x et N_y , aucune charge latérale n'étant exercée ($q = 0$). L'équation de flambement se déduit de l'équation (4) (ANNEXE), soit :

$$D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^2} = N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad \text{III.23}$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

➤ sur les côtés $x = 0$ et $x = a$:

$$w_0 = 0, M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0 \quad \text{III.24}$$

➤ sur les côtés $y = 0$ et $y = b$:

$$w_0 = 0, M_x = -D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0 \quad \text{III.25}$$

Les conditions sont satisfaites avec une flèche de la forme :

$$W_0(x, y) = A_{mn} \sin m\pi \frac{x}{a} \sin n\pi \frac{y}{b} \quad \text{III.26}$$

En reportant cette expression dans l'équation (III.23), nous obtenons :

$$\pi^2 A_{mn} [m^4 D_{11} + 2m^2 n^2 R^2 (D_{12} + 2D_{66} + n^4 R^4 D_{22})] = -A_{mn} (m^2 N_x + n^2 R^2 N_y) a^2 \quad \text{III.27}$$

Où R est le rapport longueur sur largeur de la plaque.

Une solution non nulle au problème de flambement conduit à l'expression des résultantes :

$$m^2 N_x + n^2 R^2 N_y = -\frac{\pi^2}{a^2} [m^4 D_{11} + 2m^2 n^2 R^2 (D_{12} + 2D_{66}) + n^4 R^4 D_{22}] \quad \text{III.28}$$

Nous examinons le cas d'une compression uniforme sur chaque côté de la forme :

$$N_x = -N_0, N_y = -\alpha N_0 \quad \text{III.29}$$

Où N_0 est positif. L'expression (III.28) conduit à :

$$N_0 = \frac{\pi^2 [m^4 D_{11} + 2m^2 n^2 R^2 (D_{12} + 2D_{66}) + n^4 R^4 D_{22}]}{a^2 (m^2 + \alpha n^2 R^2)} \quad \text{III.30}$$

La charge critique de flambement correspond aux valeurs de m et n , conduisant aux valeurs les plus faibles de N_0 . Nous étudions divers types de chargements.

I. 5.2 COMPRESSION UNIAXIALE

Dans le cas d'une compression uniaxiale suivant x , nous avons $\alpha = 0$, et l'expression (III.30) devient :

$$N_0 = \frac{\pi^2}{m^2 a^2} [m^4 D_{11} + 2m^2 n^2 R^2 (D_{12} + 2D_{66}) + n^4 R^4 D_{22}] \quad \text{III.31}$$

Pour m donné, la plus faible valeur de N_0 est obtenue pour $n = 1$, soit :

$$N_0 = \frac{\pi^2}{m^2 a^2} [m^4 D_{11} + 2m^2 R^2 (D_{12} + 2D_{66}) + R^4 D_{22}] \quad \text{III.32}$$

L'expression de la charge critique dépend du rapport longueur sur largeur de la plaque. En effet, nous avons :

$$\Delta N_0 = N_0(m+1) - N_0(m) = \frac{\pi^2}{a^2} \frac{2m+1}{m^2(m+1)} D_{22} \left[\frac{D_{11}}{D_{22}} m^2 (m+1)^2 - R^4 \right] \quad \text{III.33}$$

La valeur de ΔN_0 change de signe pour :

$$R = R_m = \sqrt{m(m+1)} \left(\frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{1/4} \quad \text{III.34}$$

Il en résulte que :

➤ Si $R \leq R_m$:

$$N_{cr} = N_0(m) \quad \text{III.35}$$

➤ Si $R \geq R_m$:

$$N_{cr} = N_0(m+1) \quad \text{III.36}$$

Ce qui conduit pour les premières valeurs de m à :

➤ Pour $R \leq \sqrt{2} \left(\frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{1/4}$:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{a^2} [D_{11} + 2R^2(D_{12} + 2D_{66}) + R^4 D_{22}] \quad \text{III.37}$$

➤ Pour $\sqrt{2} \left(\frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{1/4} \leq R \leq \sqrt{6} \left(\frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{1/4}$:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{4a^2} [16D_{11} + 8R^2(D_{12} + 2D_{66}) + R^4 D_{22}] \quad \text{III.38}$$

➤ Pour $\sqrt{6} \left(\frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{1/4} \leq R \leq \sqrt{12} \left(\frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{1/4}$:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{9a^2} [81D_{11} + 8R^2(D_{12} + 2D_{66}) + D_{22}] \quad \text{III.39}$$

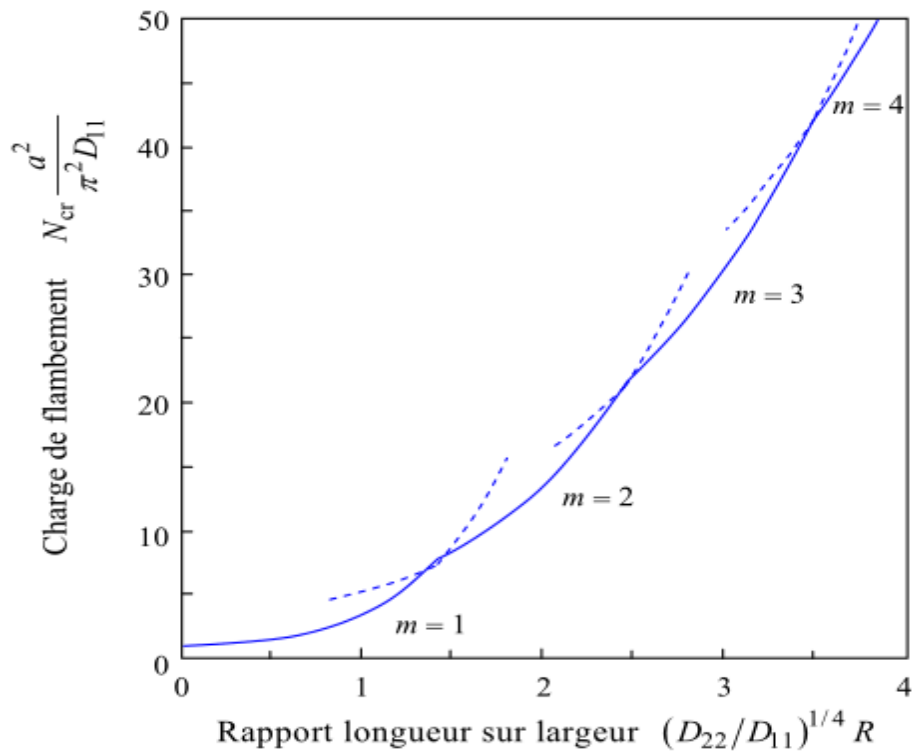


Figure 8: Variation de la charge critique de flambement d’une plaque en compression uniaxiale, en fonction du rapport longueur sur largeur de la plaque.

La variation de la charge critique de flambement en fonction du rapport longueur sur largeur de la plaque est reportée sur la Figure 8 Pour :

$$D_{11} = D_{22} , D_{12} + 2D_{66} = 0.7D_{22} \tag{III.40}$$

Pour les valeurs (III.34) du rapport longueur sur largeur, deux modes de flambement, conduisant à la même valeur de la charge critique, sont possibles :

$$W_0 = A_{m,1} \sin m \pi \frac{x}{a} \sin \pi \frac{y}{b} \tag{III.41}$$

$$W_0 = A_{m+1,1} \sin(m + 1) \pi \frac{x}{a} \sin \pi \frac{y}{b} \tag{III.42}$$

I. 5.3 PLAQUE CARREE SOUMISE A UNE COMPRESSION BIAXIALE

Dans le cas d'une plaque carrée soumise à une compression biaxiale de valeurs identiques sur les deux côtés, nous avons $\alpha = 1$ et $R = 1$. L'expression (III.30) s'écrit :

$$N_0 = \frac{\pi^2}{(m^2 + \alpha n^2)a^2} [m^4 D_{11} + 2m^2 n^2 (D_{12} + 2D_{66}) + n^4 D_{22}] \quad \text{III.43}$$

Cette expression montre que, pour $D_{11} \geq D_{22}$, la plus faible valeur de N_0 est obtenue pour $m = 1$, soit :

$$N_0 = \frac{\pi^2}{(1 + n^2)a^2} D_{22} \left[\frac{D_{11}}{D_{22}} + 2n^2 \left(\frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{22}} \right) + n^4 \right] \quad \text{III.44}$$

➤ Pour $n = 1$:

$$N_0(1) = \frac{\pi^2}{a^2} D_{22} \frac{1}{2} \left[\frac{D_{11}}{D_{22}} + 2 \left(\frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{22}} \right) + 1 \right] \quad \text{III.45}$$

➤ Pour $n = 2$:

$$N_0(2) = \frac{\pi^2}{a^2} D_{22} \frac{1}{5} \left[\frac{D_{11}}{D_{22}} + 8 \left(\frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{22}} \right) + 16 \right] \quad \text{III.46}$$

La comparaison des expressions (III.45) et (III.46) montre que dans le cas où :

$$\frac{D_{11}}{D_{22}} \leq 2 \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{22}} + 9 \quad \text{III.47}$$

La charge critique correspond à $n = 1$, soit :

$$N_{cr} = N_0(1) \quad \text{III.48}$$

Et le mode de flambement est :

$$W_0 = A_{11} \sin \pi \frac{x}{a} \sin \pi \frac{y}{b} \quad \text{III.49}$$

Dans le cas où :

$$\frac{D_{11}}{D_{22}} \geq 2 \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{22}} + 9 \quad \text{III.50}$$

La charge critique correspond à $n = 2$, soit :

$$N_{cr} = N_0(2) \quad \text{III.51}$$

Et le mode de flambement est :

$$W_0 = A_{12} \sin \pi \frac{x}{a} \sin 2\pi \frac{y}{b} \quad \text{III.52}$$

Nous avons présenté les principales notions et définitions du phénomène de flambement en exposant les équations fondamentales pour le calcul de la charge critique de flambement dans le cas des plaques stratifiées orthotropes soumises à des charges axiales.

Le but de ce travail est de développer une simple théorie de la déformation du cisaillement de Houari et al¹², Tounsi et al (2016), Hachemi et al¹³ et Belabed et al¹⁴ à Belabed et al (2018) pour les plaques (micro/nanométrique). La caractéristique la plus intéressante de cette théorie est qu'elle tient compte de la variation parabolique des déformations du cisaillement transversales à travers l'épaisseur et satisfait aux conditions aux limites de traction nulle sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans utiliser le facteur de correction de cisaillement. La théorie proposée contient moins d'inconnues et d'équations du mouvement que la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre, le nombre de variables de la théorie actuelle est le même que celui de la théorie de CPT.

Les équations de mouvement sont dérivées du principe de Hamilton basé sur les relations constitutives non locales d'Eringen.

Des solutions analytiques pour la charge de flambement sont présentées pour les plaques à appui simple, et les résultats obtenus sont vérifiés et comparés avec ceux rapportés dans la littérature pour vérifier l'exactitude de la théorie actuelle.

II. FORMULATION THEORIQUE

Considérons un SLGS de longueur l_a , largeur l_b et épaisseur h comme indiqué à la figure 1. L'origine du système de coordonnées est considérée au centre de la feuille de graphène. Contrairement aux théories mentionnées précédemment, le nombre de fonctions inconnues impliquées dans la théorie actuelle n'est que de trois comme dans le CPT.

II.1 CINEMATIQUE DU MODELE DE PLAQUE ACTUEL

Le champ de déplacement satisfaisant aux conditions des contraintes transversales de cisaillement (et donc des déformations) disparaissant en un point $(x, y, \pm h/2)$ sur les surfaces extérieure (supérieure) et intérieure (inférieure) de la plaque, est donné comme suit :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} - f(z) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} - f(z) \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \tag{III.53}$$

Où u_0 , v_0 et w_0 sont les trois champs de déplacements inconnus. Pour les fonctions du plan médian de la plaque. $f(z)$ est une fonction de forme représentant la distribution des contraintes transversales de cisaillement et des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque et est donnée sous la forme suivante :

$$f(z) = \frac{2h^2 \left(h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) \cosh\left(\frac{1}{2}\right)^2 - z \cosh\left(\frac{z}{h}\right) \right)}{\cosh\left(\frac{z}{h}\right) \cos\left(\frac{1}{2}\right)^2} \quad \text{III.54}$$

Dans ce travail, la fonction de forme dans Eq (III.54) est exprimée par une fonction hyperbolique et assure une distribution précise de la déformation du cisaillement à travers l'épaisseur de la nano-plaque et permet de faire varier les contraintes de cisaillement transversales comme parabolique sur l'épaisseur en satisfaisant les conditions de surface. En effet, il faut mentionner que contrairement à la première théorie de la déformation du cisaillement (FSDT), la théorie proposée n'exige pas de facteurs de correction du cisaillement.

Les équations non linéaires de Von Karman de déplacement de déformation sont les suivantes :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad \text{III.55}$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad \text{III.56a}$$

$$\begin{Bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \\ -\frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \\ -\frac{\partial^2 (\nabla^2 w_0)}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} \\ -\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \end{Bmatrix} \quad \text{III.56b}$$

Et

$$g(z) = f'(z), \nabla^2 w_0 = \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad \text{III.57}$$

II.2 ÉQUATIONS DE STABILITE

Les équations différentielles de mouvement de la nouvelle théorie des plaques dans le cas de la forme locale sont les suivantes (Tounsi et al. 2016)

$$\delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0$$

III.58

$$\delta w_0 : \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^4 S_x}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 S_{xy}}{\partial x^3 \partial y} + \frac{\partial^4 S_{xy}}{\partial y^3 \partial x} + \frac{\partial^4 S_y}{\partial y^4} - \frac{\partial^3 Q_{xy}}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 Q_{yz}}{\partial y^3} + \bar{N}$$

Avec

$$\bar{N} = N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad \text{III.59}$$

N_x^0 et N_y^0 les charges dans le plan perpendiculaire aux bords $x = 0$ et $y = 0$, respectivement, N_{xy}^0 les forces de cisaillements distribuées parallèles aux bords $x = 0$ et $y = 0$, respectivement.

Les contraintes résultantes N , M et S sont définies par

$$(N_i, M_i^b, M_i^s) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, f) \sigma_i dz, (i = x, y, xy) \quad \text{III.60a}$$

$$(S_{xy}^s, S_{yz}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} g(\tau_{xz}, \tau_{yz}) dz \quad \text{III.60b}$$

II.3 RELATIONS CONSTITUTIVES

La théorie non locale considère que la contrainte à un point est liée non seulement à la contrainte à ce point, mais aussi aux contraintes à tous les autres points du corps. De telles dépendances sont liées aux liaisons interatomiques entre un atome et ses atomes voisins (Kiani¹⁶). Selon la théorie non locale du continuum (Eringen¹⁵), le tenseur de contrainte non local.

$$(1 - \mu \nabla^2) \sigma = \tau \quad \text{III.61}$$

Où ∇^2 est l'opérateur laplacien dans un système de coordonnées cartésien bidimensionnel ; τ est le tenseur de contrainte classique à un point lié à la contrainte par la loi d'Hooke ; et $\mu = (e_0 a)^2$ est le paramètre non local qui inclut l'effet de petite échelle, a est la longueur caractéristique interne et e_0 est une constante appropriée à chaque matériau.

Pour une plaque isotrope à l'échelle micro et nanométrique, la relation constitutive non locale de l'équation (III.61) prend les formes suivantes

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} - \mu \nabla^2 \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{III.62}$$

où $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy})$ et $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy})$ sont respectivement les composantes de contrainte et de déformation. C_{ij} Les coefficients de rigidité, peuvent être exprimés comme suit

$$C_{11} = C_{22} = \frac{E}{1 - \nu^2}, C_{12} = \nu C_{11} \quad \text{III.63a}$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{III.63b}$$

E et ν sont respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson. En utilisant les équations (III.55), (III.60) et (III.63), les résultats de contrainte peuvent être écrits en termes de déplacements comme suit

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} - \mu \nabla^2 \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & B_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & D_{66}^s \\ B_{11}^s & B_{12}^s & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 & H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 & H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s & 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{III.64a}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{Bmatrix} - \mu \nabla^2 \begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55}^s & 0 \\ 0 & A_{44}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad \text{III.64b}$$

Où

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} C_{11}(1, z, z^2, f(z), zf(z), f^2(z)) \begin{Bmatrix} 1 \\ v \\ \frac{1-v}{2} \end{Bmatrix} dz \quad \text{III.65a}$$

$$(A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^s, D_{22}^s, H_{22}^s) = (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s) \quad \text{III.65b}$$

$$A_{44}^s = A_{55}^s = \int_{-h/2}^{h/2} C_{44}[g(z)]^2 dz \quad \text{III.65c}$$

II.4 ÉQUATIONS DU MOUVEMENT EN TERMES DE DEPLACEMENTS

Les équations non locales du mouvement de la formulation actuelle peuvent être écrites en termes de déplacements généralisés (u_0, v_0 et w_0) en utilisant l'opérateur différentiel linéaire $(1 - \mu \nabla^2)$ sur l'équation (III.58)

$$\begin{aligned} A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \\ - \left(B_{66}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^3 \partial y^2} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 w_0}{\partial x \partial y^4} + B_{11}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^5} \right) = 0 \end{aligned} \quad \text{III.66a}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} - B_{22} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^2 \partial y} \\ - \left(B_{66}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^2 \partial y^3} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 w_0}{\partial x^4 \partial y} + B_{22}^s \frac{\partial^5 w_0}{\partial y^5} \right) = 0 \end{aligned} \quad \text{III.66b}$$

$$\begin{aligned}
 & B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} - D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \\
 & - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} \\
 & - D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \left[B_{11}^s \frac{\partial^5 u_0}{\partial x^5} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 u_0}{\partial x \partial y^4} + (B_{12}^s + B_{66}^s) \frac{\partial^5 v_0}{\partial x^4 \partial y} \right. \\
 & + B_{22}^s \frac{\partial^5 v_0}{\partial y^5} + B_{66}^s \frac{\partial^5 v_0}{\partial x^3 \partial y^3} + B_{66}^s \frac{\partial^5 v_0}{\partial x^2 \partial y^3} - 2D_{11}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^6} \\
 & \left. - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^2 \partial y^4} - 2(D_{12}^s + D_{66}^s) \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^4 \partial y^2} - 2D_{22}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial y^6} \right] \\
 & - \left[H_{11}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^8} + 2(H_{12}^s + H_{66}^s) \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^4 \partial y^4} + H_{66}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^6 \partial y^2} + H_{66}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial x^2 \partial y^6} \right. \\
 & \left. + H_{22}^s \frac{\partial^8 w_0}{\partial y^8} - A_{44}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial x^6} - A_{55}^s \frac{\partial^6 w_0}{\partial y^6} \right] \bar{N} - \mu \nabla^2 \bar{N} = 0
 \end{aligned}
 \tag{III.66c}$$

III. SOLUTION ANALYTIQUE D'UNE NANO-PLAQUE A APPUI SIMPLE

Considérons une plaque rectangulaire à appui simple de longueur l_a et de largeur l_b soumise à une charge sur le plan dans les deux directions. Nous sommes concernés par les solutions exactes de l'équation (III.66) pour une nano-plaque à appui simple.

En se basant sur la méthode de la solution de Navier, les déplacements sont supposés comme suit

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{Bmatrix}
 \tag{III.67}$$

où, U_{mn} , V_{mn} et W_{mn} sont des paramètres arbitraires à déterminer, et $\alpha = m\pi/l_a$ et $\beta = n\pi/l_b$. En substituant l'équation (III.67) dans l'équation (III.66).

Les solutions analytiques peuvent être obtenues à partir des équations suivantes

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} + k\lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{III.68}$$

Où

$$\begin{aligned} a_{11} &= -(A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2) \\ a_{12} &= -\alpha\beta(A_{12} + A_{66}) \\ a_{13} &= \alpha[B_{11}\alpha^2 + (B_{12} + 2B_{66})\beta^2 - (B_{11}^s\alpha^4 + B_{12}^s\beta^4 + B_{66}^s\alpha^2\beta^2 + B_{66}^s\beta^4)] \\ a_{22} &= -(A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2) \\ a_{23} &= \beta[B_{22}\beta^2 + (B_{12} + 2B_{66})\alpha^2 - \beta(B_{22}^s\beta^4 + B_{12}^s\beta^2 + B_{66}^s\alpha^2\beta^2 + B_{66}^s\alpha^4)] \\ a_{33} &= -D_{11}\alpha^4 - 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 \\ &\quad - \beta[D_{22}\beta^4 - 2(D_{11}^s\alpha^6 + D_{22}^s\beta^6) - 2(\alpha^4\mu^2 + \alpha^2\beta^4)(D_{12}^s + 2D_{66}^s)] \\ &\quad - [H_{11}^s\alpha^8 + H_{22}^s\beta^8 + 2\alpha^4\beta^4(H_{12}^s + H_{66}^s) + (\alpha^6\mu^2 + \alpha^2\beta^6)H_{66}^s \\ &\quad + A_{44}^s\alpha^6 + A_{55}^s\beta^6] \\ k &= N_{cr}(\gamma_1\alpha^2 + \gamma_2\beta^2) \quad , \quad \lambda = 1 + \mu(\alpha^2 + \beta^2) \end{aligned} \quad \text{III.69}$$

ANNEXE (BERTHOLOT 2005)

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= \rho_s \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= \rho_s \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q &= \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0, \\ \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y &= 0, \end{aligned} \quad 1$$

2

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad 3$$

Le cas de stratifiés orthotropes l'équation de flambement s'écrit :

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \\ = N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + q \end{aligned} \quad 4$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1** Timoshenko, S.P., (1961), Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York.
- 2** Vakiener, A.R., Zureick, A., and Will, K.M., (1991), —Prediction of Local Flange Buckling in Pultruded Shapes by Finite Element Analysis, Advanced Composite Materials in Civil Engineering Structures, S. L. Iyer Ed., ASCE, N. Y., pp. 303-312.
- 3** Ashton, J.E. and Waddoups, M.E., (1969), —Analysis of Anisotropic Plates, Journal of Composite Materials, Vol. 3, pp. 148-165.
- 4** Ashton, J.E. and Whitney, J.M., (1970), Theory of Laminated Plates, Technomic, Stamford, Conn.
- 5** Whitney JM, Pagano NJ. (1970). Shear deformation in heterogeneous anisotropic plate. Journal of Applied Mechanics; 37:1031–6.
- 6** Veres, I.A. and Kollar, L.P., (2001), —Buckling of Rectangular Orthotropic Plates Subjected to Biaxial Normal Forces, Journal of Composite Materials, Vol. 35, No. 7, pp. 625-635.
- 7** Khdeir, A.A., (1989), —Stability of Antisymmetric Angle-Ply Laminated Plates, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, No. 5, pp.952-963.
- 8** Koiter W. T. (1974) An consistent first approximation in general theory of buckling of structures. IUTAM Symposium, Harvard University, p. 133-147.
- 9** Koiter W. T. (1982) The application of the initial post-buckling analysis to the shells. Buckling of shells, A state of the art Colloquium, Institute für Baustatik, Univ. Stuttgart, Stuttgart, Vol. 1, p. 1-15.
- 10** Iyengar, S.N.R.K., Chadrashekhara, K. et Sebastian, V.K., "On the analysis of thick rectangular plates", Z Angew Math Mech, (1974), 589–591.

- 11** Berthelot J.-M (1999). Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures, 4e édition. Technique & Documentation 2005.
- 12** Ahouel, M., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A. and Tounsi, A. (2016), "Size-dependent mechanical behavior of functionally graded trigonometric shear deformable nanobeams including neutral surface position concept", *Steel Compos. Struct.*, 20(5), 963-981.
- 13** Hachemi, H., Kaci, A., Houari, M.S.A., Bourada, A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "A new simple three-unknown shear deformation theory for bending analysis of FG plates resting on elastic foundations", *Steel and Composite Structures*, 25(6), 717-726.
- 14** Belabed, Z., Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2018), "A new 3-unknown hyperbolic shear deformation theory for vibration of functionally graded sandwich plate", *Earthquakes and Structures*, 14(2), 103-115.
- 15** Eringen, A. C. (1983), "On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves", *Journal of Applied Physics.*, 54(9), 4703-4710.
- 16** Kiani, K. (2013), "Vibrations of biaxially tensioned embedded nanoplates for nanoparticle delivery", *Indi. J. Sci. Tech.*, 6(7),48944902.

RESULTATS ET DISCUSSIONS NUMERIQUES

Dans cette partie, l'exactitude de la nouvelle théorie des plaques présentée pour le flambement des feuilles de graphène mono-couche (SLGS) est prouvée en comparant la solution analytique avec celles d'autres résultats disponibles dans la littérature. En outre, les influences du paramètre non local et de la déformation de cisaillement sur les comportements mécaniques de flambage des plaques à l'échelle micro-nanométrique sont également étudiées. Les équations différentielles gouvernantes du mouvement de la théorie des trois nouvelles plaques variables sont écrites en Eq (III.66). En mettant $e_0 a = 0$ dans l'équation Eq (III.66), on obtient les équations classiques des plaques. En conséquence, en mettant $D = EI$ et $b = \infty$ dans l'équation (III.67), on obtient des solutions non locales pour le flambement de la poutre de la théorie actuelle.

Une poutre ayant les propriétés matérielles et les dimensions géométriques suivantes sont prises en compte pour la comparaison de module d'élasticité $E_b = 30 \text{ GPa}$, longueur $l_{poutre} = 10 \text{ nm}$, hauteur h_{poutre} varié, les charges critiques de flambement non-dimensionnelles sont comme suit $\bar{N} = N_{cr} l_a^2 / EI$.

l_{poutre} / h	$\sqrt{\mu}(nm)^2$	CPT Pardhan et Murmu (2009)	FSDT Hosseini Hashemi et Samaei (2010)	HSDT Pradhan (2009)	Présent
100	0	9.8791	9.8671	9.8671	9.8669
	0.5	9.4156	9.4029	9.4031	9.4029
	1	9.9947	8.9803	8.9807	8.9806
	1.5	8.6073	8.5939	8.5974	8.5945
	2	8.2537	8.2393	8.2405	8.2403
20	0	9.8177	9.8067	9.8067	9.8027
	0.5	9.3570	9.3455	9.3455	9.3417
	1	8.9652	8.9527	8.9528	8.9222
	1.5	8.5546	8.5420	8.5421	8.5386
	2	8.2114	8.1898	8.1900	8.1867

Tableau 1: Charge critique de flambement non dimensionnelle

Dans le tableau 1, une comparaison des premières charges critiques de flambement non dimensionnelles \bar{N} est présentée pour la poutre mentionnée précédemment, avec la théorie d'Euler-Bernoulli (**EBT**) obtenue par Pradhan et Murmu¹, la théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre (**FSDT**) décrite par Hosseini Hashemi et Samaei³ et aussi la théorie de la déformation de cisaillement d'ordre supérieur (HSDT) obtenue par Pradhan².

Pour les solutions de la (**FSDT**), le facteur de correction de cisaillement $k_s = 5/6$ est pris en compte. Un bon accord est démontré entre les résultats actuels pour la poutre et ceux de Pradhan² et Hosseini Hashemi et Samaei⁴ quelle que soit la valeur du paramètre non local μ et les différentes valeurs du rapport d'épaisseur (l_{poutre}/h).

Dans cette partie, on considère qu'une nano-plaque carrée à appui simple constituée d'une feuille de graphène monocouche (SLGS) pour illustrer les effets de la taille (longueur ou largeur) de la feuille de graphène, le mode de flambement, et l'épaisseur de la feuille de graphène sur le flambement mécanique des nano-plaques.

Les propriétés géométriques et mécaniques de la SLGS sont $E = 1.02 \text{ TPa}$, $\nu = 0.3$, $h = 0.34 \text{ nm}$. Nous définissons le rapport de charge de flambement comme suit

Rapport de charge de flambage :

$$\xi = \frac{\text{Charge de flambage calculée en utilisant la théorie non locale}}{\text{Charge de flambage calculée à partir de la théorie locale}}$$

La figure 1 montre la variation du rapport de charge critique pour les premiers modes de flambage par rapport à la longueur l de la feuille de graphène et pour différents coefficients à petite échelle. La longueur de la plaque varie de 5 à 30 nm. On peut voir que le rapport de charge de flambement diminue avec l'augmentation du paramètre non local et augmente avec l'augmentation de la longueur de la feuille de graphène. Ceci est plus présent dans les modes de flambement plus élevés.

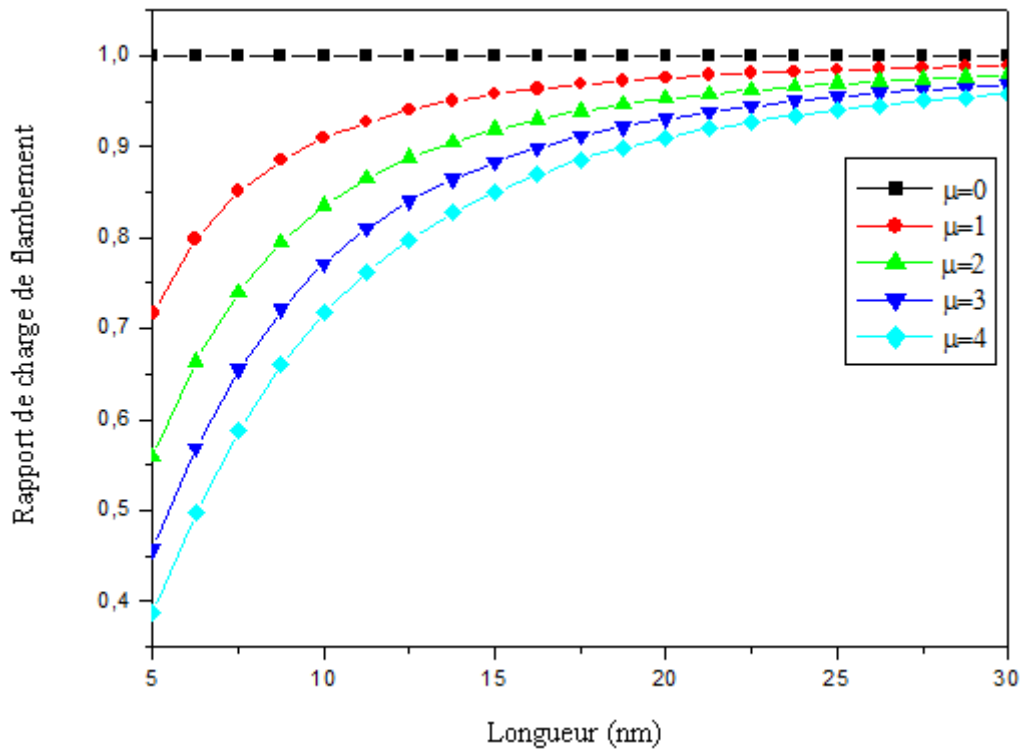


Figure 1 : Variation du rapport de charge de flambement en fonction de la longueur d'une nanoplaque carrée pour différents paramètres non locaux.

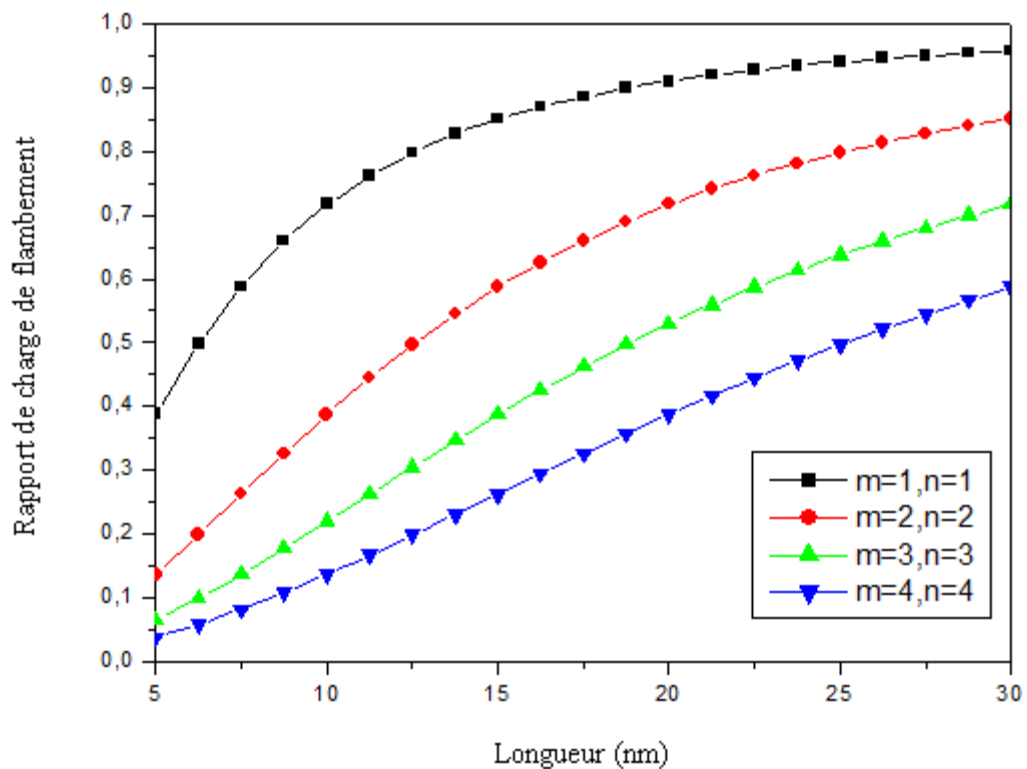


Figure 2 : Variation du rapport de charge de flambement en fonction de la longueur d'une feuille de graphène carrée pour différents modes de flambement pour $m = n$.

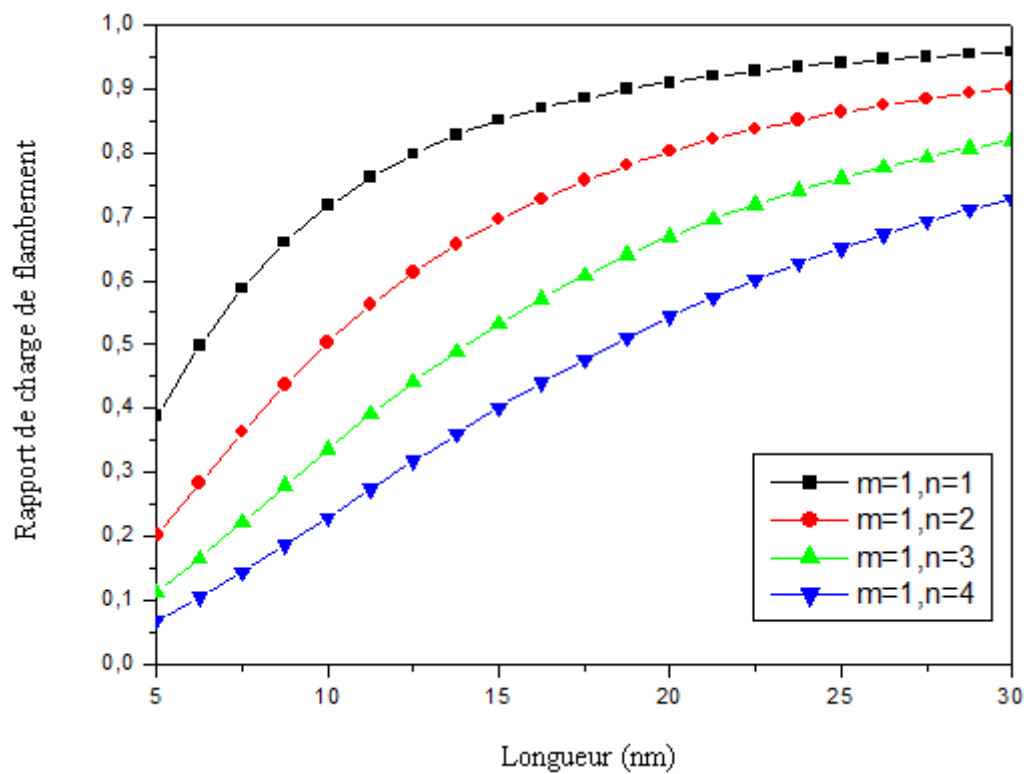


Figure 3 : Variation du rapport de charge de flambement avec la longueur d'une feuille de graphène carrée pour différents modes de flambement avec $m \neq n$

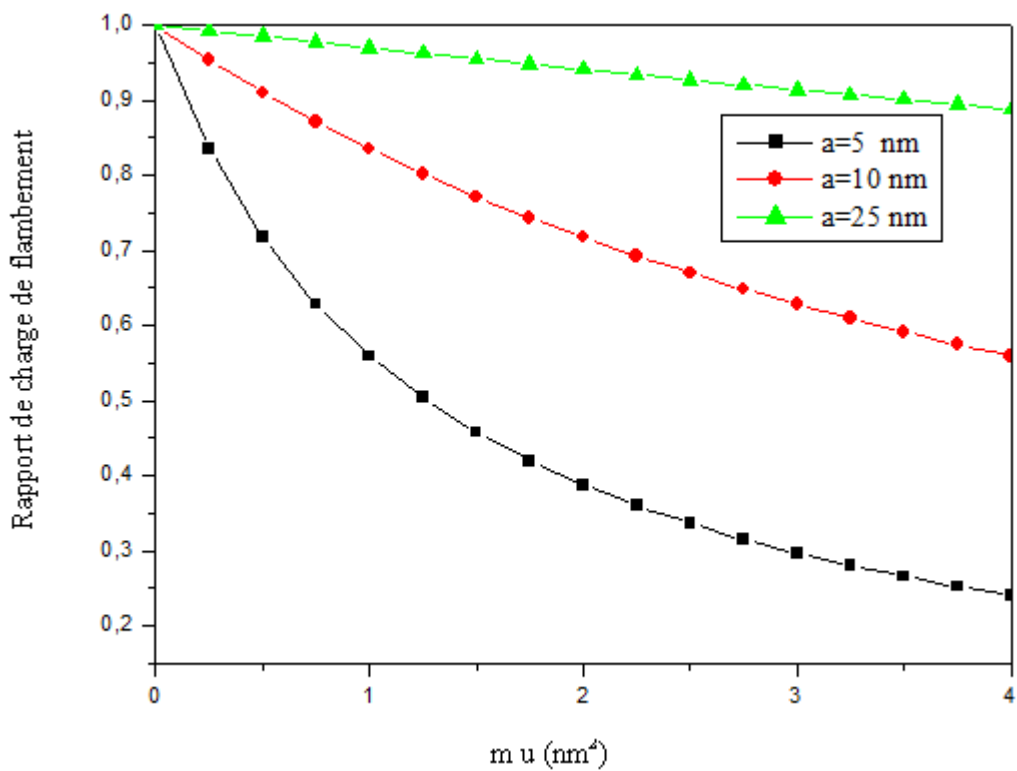


Figure 4 : Comparaison du rapport de charge de flambement d'une nano-plaque carrée à appui simple.

Pour représenter l'influence du nombre de mode élevé sur la charge de flambement de la SLGS, la variation du rapport de charge de flambement avec la longueur latérale de la SLGS et les différents modes de flambement sont représentés sur les figures 2 et 3. Le SLGS est considéré comme une plaque carrée dont la longueur varie de 5 à 30 nm ainsi que la valeur du paramètre non local e_0a est $\sqrt{2}$ nm². On peut constater que les rapports de charge de flambement diminuent avec l'augmentation dans les modes de flambement.

La figure 4 montre l'effet de la dimension de la nano-plaque carrée. Lorsque la taille de la nano-plaque carrée augmente de (5 nm x 5 nm) à (25 nm x 25 nm), le rapport de charge de flambement diminue de façon considérable. La différence de rapport de charge de flambement augmente lorsque les valeurs du paramètre non local sont plus importantes.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1 Aghababaei, R. and Reddy, J.N. (2009), "Nonlocal third-order shear deformation plate theory with application to bending and vibration of plates", *J. Sound Vib.*, **326**(1), 277-289.

2 Murmu, T., Pradhan, S. C. (2009), "Vibration analysis of nano-single-layered graphene sheets embedded in elastic medium based on nonlocal elasticity theory", *Journal of Applied Physics.*, **105**(6), 064319.

3 Pradhan, S. C., Phadikar, J. K. (2010), "Scale effect and buckling analysis of multilayered graphene sheets based on nonlocal continuum mechanics", *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience.*, **7**(10), 1948-1954.

4 Reddy, J. N. (2010), "Nonlocal nonlinear formulations for bending of classical and shear deformation theories of beams and plates", *International Journal of Engineering Science.*, **48**(11), 1507-1518.

CONCLUSION

Une toute nouvelle théorie de déformation de cisaillement simple de la feuille de graphène à couche unique est développée pour l'analyse de flambement des nano-plaques. La théorie actuelle n'a que trois inconnues et trois équations gouvernantes comme dans la théorie classique des plaques.

La théorie actuelle est capable de décrire la déformation de cisaillement de petite échelle des nano-plaques et satisfait les conditions aux limites de traction sur les surfaces supérieure et inférieure des nano-plaques sans tenir compte du facteur de correction de cisaillement, alors que la théorie bien connue de la déformation de cisaillement d'ordre supérieur (HSDT) est de cinq. En se basant sur la relation constitutive différentielle non locale d'Eringen, les équations non locales du mouvement de la théorie proposée sont déduites du principe d'Hamilton.

On peut cependant constater que le rapport de charge de flambement diminue avec l'augmentation du paramètre de petite échelle non locale et que cette variation est plus marquée dans les modes de flambement plus élevés et on peut conclure que la théorie actuelle, qui n'exige pas un facteur de correction de cisaillement, est non seulement simple mais aussi comparable à la théorie de la déformation de cisaillement d'ordre supérieur.