

N° d'ordre Année 2014

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Djillali Liabès de Sidi- Bel-Abbes
Faculté de Technologie
Département D'électronique

Laboratoire de Télécommunications et de Traitement Numérique du Signal

THESE DE DOCTORAT

Pour l'obtention du Diplôme de Doctorat en Sciences

Spécialité: Electronique
Option: Signal et Télécommunications

Présentée par

M. FASSI Benattou

**Contribution à l'étude des codes ZCZ (Zero Correlation Zone):
Application au système CDMA**

Soutenue le :

Devant le jury composé de :

Professeur	BELBACHIR Mohamed Faouzi	USTO-MB ORAN	Président
Professeur	DJEBBARI Ali	UDL SBA	Rapporteur
Docteur	EL AHMAR Sid Ahmed	UDL SBA	Examineur
Docteur	BOUASRIA Fatima	UNIV- SAIDA	Examineur
Professeur	ABDELMALIK Taleb Ahmed	UNIV- VALENCIENNES FRANCE	Invité

Je dédie cette thèse

A mes parents, ma famille, mes proches, mes amis.

Cette thèse est le résultat des travaux de recherche menés au sein du Laboratoire des Télécommunications et Traitement Numérique du Signal (LTTNS).

J'exprime ma reconnaissance au mon directeur de thèse Professeur DJEBBARI Ali, pour m'avoir proposé ce riche sujet, ses qualités d'écoute, son expérience en recherche et son soutien permanent.

Je remercie également le Professeur BELBACHIR Mohamed Faouzi de l'USTO-MB ORAN pour avoir accepté de présider le Jury de ma thèse ainsi que les membres du Jury le Docteur EL AHMAR Sid Ahmed de l'université Djillali Liabès de Sidi-Bel Abbès et le Docteur BOUASRIA Fatima de l'université de Saida, pour avoir rapporté mon manuscrit de thèse.

Je tiens à remercier le Professeur ABDELMALIK Taleb Ahmed de l'université de Valenciennes et du Hainaut- Cambrésis, du Laboratoire LAMIH UMR CNRS – France, pour ses conseils avisés et son soutien.

Et merci à tous mes collègues et amis.

Les systèmes de communications radiofréquences de troisième génération (3G), sont majoritairement basés sur la technique d'étalement de spectre à accès multiple à répartition de codes DS-CDMA (Direct Sequence-Code Division Multiple Access). L'amélioration de la performance des systèmes DS-CDMA requiert la mise en œuvre de techniques de réduction de l'interférence entre utilisateurs.

Parmi ces techniques, le choix des codes d'étalement dans les systèmes DS-CDMA asynchrones qui est directement influencé par leurs propriétés de corrélation. Les codes dits zone de corrélation nulle ZCZ (Zero Correlation Zone) sont caractérisés par une propriété très importante: leurs fonctions d'auto-corrélation et d'inter-corrélation hors phase (décalés) sont nulles dans une zone spécifique. Ils sont d'une grande utilité seulement dans cette zone. Cette propriété est souhaitée, car les codes ZCZ peuvent éliminer les interférences ISI (Inter Symbole Interference) et MAI (Multiple Access Interference) dans un environnement à trajets multiples dans la mesure où le retard maximal, introduit par le canal, est à l'intérieur de cette zone. Ceci conduit à une augmentation de la capacité (un nombre élevé des utilisateurs) et les performances du système DS-CDMA asynchrone (TEB: Taux d'Erreur Binaire minimal).

Dans cette thèse, nous allons étudier les deux types de constructions des séquences (codes binaires et ternaires) ZCZ en donnant, pour chaque type, la procédure de construction illustrée par des exemples.

Ainsi, en se basant sur une étude critique de certaines méthodes, nous avons proposé deux nouvelles méthodes de construction de séquences binaires et ternaires ZCZ. Pour démontrer les performances des séquences ZCZ proposées (l'optimalité, la flexibilité de la construction et la longueur de la zone Z_{CZ} où les interférences MAI sont parfaitement nulles), une étude comparative avec d'autres séquences ZCZ a été effectuée, les résultats obtenus montrent que les méthodes proposées présentent de meilleures performances, dans le système DS-CDMA asynchrone, en termes de TEB.

Table des matières	IV
Dédicaces	I
Remerciement	II
Résumé	III
Table des matières	IV
Liste des figures	VIII
Liste des tableaux	XII
Glossaire	XIII
Notations	XV
 Introduction générale	 1
 CHAPITRE 1: Etalelement de Spectre et le Système CDMA	 4
1.1 Introduction	4
1.2 Caractéristiques du canal radio-mobile	4
1.2.1 Les phénomènes à grande échelle	5
1.2.2 Les phénomènes à petite échelle	5
1.2.3 Canal à évanouissement rapide et à évanouissement lent	7
1.3 Modélisation des canaux	7
1.3.1 Canal à bruit blanc Gaussien	7
1.3.2 Canal multi-trajets	9
1.3.2.1 Canal de Rayleigh	10
1.3.2.2 Canal de Rice	11
1.3.3 Canal sélectif et non sélectif en fréquence	11
1.4 Définition des principales techniques d'accès multiples	12
1.4.1 Accès multiple par répartition dans le temps (TDMA)	13
1.4.2 Accès multiple par répartition de fréquence (FDMA)	13

Table des matières	V
1.4.3 Accès multiple par répartition de codes (CDMA)	14
1.5 Étalement du spectre par séquence directe	15
1.5.1 Principe de l'étalement du spectre	15
1.5.2 Avantages et inconvénients	18
1.6 Le système DS-CDMA synchrone et asynchrone	19
1.7 Les codes d'étalement	20
1.7.1 Les critères de choix des codes	20
1.7.1.1 Les fonctions de corrélations	21
1.7.1.2 Nombre de codes	22
1.7.2 Les codes d'étalement	22
1.7.2.1 Codes orthogonaux	22
1.7.2.2 Les codes pseudo-aléatoires PN	26
1.8 Les séquences ZCZ	28
1.8.1 Définition des séquences ZCZ	28
1.8.2 Propriétés des séquences ZCZ	29
1.8.3 Limites périodiques théoriques des séquences ZCZ	30
1.8.4 Analyse comparative des performances des différents codes	31
1.9 Les séquences complémentaires (CP: Complementary Pairs)	36
1.10 Ensembles complémentaires mutuellement orthogonaux (MOCS)	38
1.11 Les séquences parfaites	39
1.12 Les interférences	41
1.12.1 Les Interférences d'Accès Multiples (MAI)	41
1.12.2 Les Interférences Inter-Symboles (ISI)	41
1.12.3 Les Interférences Co-Canal (CCI)	42
1.13 Conclusion	42

CHAPITRE 2: Principales méthodes de construction des séquences binaires et ternaires ZCZ	43
2.1 Introduction	43
2.2 Construction des séquences ZCZ	43
2.2.1 Construction des séquences binaires	43
2.2.1.1 Construction de FAN (en utilisant des paires complémentaires de Golay)	43
2.2.1.2 Construction de FAN II (en utilisant les ensembles complémentaires mutuellement orthogonaux)	51
2.2.1.3 Construction de l'ensemble des séquences binaires de Hayashi	55
2.2.2 Construction des séquences ternaires	60
2.2.2.1 Construction basée sur la matrice de Hadamard (Construction de Hayashi)	60
2.2.2.2 Construction basée sur la matrice orthogonale et la séquence parfaite (Construction de Takatsukasa)	64
2.2.2.3 Construction de Xu	66
2.3 Conclusion	68
CHAPITRE 3: Proposition de méthodes de construction des séquences ZCZ	69
3.1 Introduction	69
3.2 Construction d'un ensemble de séquences ZCZ binaires	69
3.3 Les propriétés des séquences proposées	75
3.4 Construction d'un ensemble de séquences ZCZ ternaires	77

Table des matières	VII
3.5 Les propriétés des séquences proposées	83
3.6 Evaluation des performances du système DS-CDMA asynchrone associé aux séquences ZCZ proposées	85
3.7 Conclusion	91
Conclusion générale	92
ANNEXE A	94
ANNEXE B	102
Bibliographie	111

Figure 1.1	Exemple d'une transmission entre une base et un mobile embarqué	5
Figure 1.2	Types d'interactions de l'onde électromagnétique avec le milieu	6
Figure 1.3	Modèle du canal AWGN	8
Figure 1.4	Représentation d'une distribution gaussienne	9
Figure 1.5	Canal de Rayleigh	10
Figure 1.6	Canal de Rice	11
Figure 1.7	Les trois principaux techniques d'accès multiples	12
Figure 1.8	Technique d'étalement de spectre	15
Figure 1.9	Exemple d'étalement de spectre	16
Figure 1.10	La famille des étalements de spectre	18
Figure 1.11	La liaison inverse d'un système DS-CDMA asynchrone	20
Figure 1.12	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence 11 prises de 16 de la matrice de Hadamard	24
	(b) La fonction d'inter-corrélation normalisée entre les séquences 11 et 16 de la matrice de Hadamard	24
Figure 1.13	Arbre des codes OVSF	25
Figure 1.14	L'auto-corrélation des m-séquences	27
Figure 1.15	(a) La fonction d'auto-corrélation et sa zone ZCZ	30
	(b) La fonction d'inter-corrélation et sa zone ZCZ	30
Figure 1.16	Comparaison de la fonction d'auto-corrélation et d'inter-corrélation (a)-(b) code de Walsh 32-bits, (c)-(d) code de Gold 31-bits, (e)-(f) le code PN 31-bits et (g)-(h) le code ZCZ	35

Liste des figures	IX
Figure 1.17	Les interférences inter-symboles 41
Figure 1.18	Les interférences co-canal 42
Figure 2.1	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 4 ^{ième} séquence de $F^{(2)}$ 46
	(b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 4 ^{ième} et la 8 ^{ième} séquence de $F^{(2)}$ 46
Figure 2.2	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 1 ^{ière} séquence de $F^{(1)}$ 48
	(b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 1 ^{ière} et la 3 ^{ième} séquence de $F^{(1)}$ 49
Figure 2.3	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 1 ^{ière} séquence de $F'^{(1)}$ 50
	(b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 1 ^{ière} et la 3 ^{ième} séquence de $F'^{(1)}$ 50
Figure 2.4	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 1 ^{ière} séquence de $\Delta^{(1)}$ 52
	(b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 1 ^{ière} et la 8 ^{ième} séquence de $\Delta^{(1)}$ 52
Figure 2.5	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 2 ^{ième} séquence de S'' 54
	(b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 2 ^{ième} et la 4 ^{ième} séquence de S'' 55
Figure 2.6	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique pour la 1 ^{ière} séquences ZCZ de Hayashi 59
	(b) La fonction d'inter-corrélation périodique entre la 1 ^{ière} et la 2 ^{ième} séquences ZCZ de Hayashi 59
Figure 2.7	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence $u_0^{(1)}$ 63
	(b) La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences $u_0^{(1)}$ et $u_6^{(1)}$ 63

Liste des figures	X
Figure 2.8	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence a^2 65 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences a^3 et a^4 65
Figure 2.9	(a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence b^1 67 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences b^1 et b^2 67
Figure 3.1	La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence B_{0+0} 73
Figure 3.2	La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence B_{1+1} 74
Figure 3.3	La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences B_{0+0} et B_{1+1} 74
Figure 3.4	La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence T_{0+0} 81
Figure 3.5	La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence T_{1+1} 82
Figure 3.6	La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences T_{0+0} et T_{1+1} 82
Figure 3.7	Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal AWGN. Séquences utilisées: binaires 87
Figure 3.8	Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un à évanouissement avec un bruit AWGN. Séquences utilisées: binaires 87
Figure 3.9	Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal AWGN. Séquences utilisées: ternaires 88
Figure 3.10	Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal à évanouissement avec un bruit AWGN. Séquences utilisées: ternaires 89
Figure 3.11	Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone ZCZ sur un canal AWGN. Séquences utilisées: proposées. 90
Figure 3.12	Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone ZCZ sur un canal à évanouissement avec un bruit AWGN. Séquences utilisées: proposées. 90
Figure A.1	Principe de l'inter-corrélation périodique entre les séquences a_m et a_i 94

Liste des figures		XI
Figure B.1	Le modèle du système DS-CDMA Asynchrone	102
Figure B.2	La fonction de corrélation périodique et apériodique	106

Tableau 1.1	Des séquences complémentaires de longueur 3, 5 et 7	38
Tableau 1.2	Les séquences ternaires parfaites	40
Tableau 3.1	Optimalité des séquences ternaires ZCZ proposées	83
Tableau 3.2	Comparaison de trois types d'ensembles de séquences ZCZ	84
Tableau 3.3	Comparaison entre les séquences ternaires proposées et celles de Hayashi	85

AWGN	Additive White Gaussian Noise
ACF	Auto Correlation Function
BER	Bit Error Rate
CCF	Cross Correlation Function
CCI	Co Canal Interference
CDMA	Code Division Multiple Access
CP	Complementary Pair
DL	Down Link
DS	Direct Sequence
DS-SS	Direct Sequence - Spread spectrum
DS-CDMA	Direct Sequence -Code Division Multiple Access
FDMA	Frequency Division Multiple Access
FDD	Frequency Division Duplex
FH	Frequency Hopping
FH-SS	Frequency Hopping- Spread Spectrum
FFH-CDMA	Fast Frequency Hopping- Code Division Multiple Access
GO	Generalized Orthogonality
GQO	Generalized Quasi Orthogonality
GSM	Global System for Mobile communication
ISI	Inter Symbole Interference
IS-95	Interim Standard -95
JPDC	Japanese Personal Digital Cellular
LOS	Line Of Sight

MAI	Multiple Access Interference
MC-CDMA	Multi Carrier - Code Division Multiple Access
M-sequence	Maximum- length sequence
MOCS	Mutually Orthogonal Complementary Sets
NLOS	No Line Of Sight
OVSF	Orthogonal Variable Spreading Factor
PACF	Periodic Auto Correlation Function
PAPR	Peak to Average Power Ratio
PCCF	Periodic Cross Correlation Function
PN	Pseudo Noise
SFH-CDMA	Slow Frequency Hopping- Code Division Multiple Access
TDMA	Time Division Multiple Access
TDD	Time Division Duplex
TEB	Taux d'Erreur Binaire
TH-SS	Time Hopping -Spread Spectrum
UL	Up Link
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System
W-CDMA	Wide Band -Code Division Multiple Access
ZCZ	Zero Correlation Zone
3G	Troisième Génération

Symboles algébriques

$*$	Complexe conjugué
$(\cdot)^{-1}$	Inverse
$\otimes$	Produit de Kronecker
$\{ \}_{r=0}^{2n-1}$	L'ensemble de $2n$ séquences

Grandeurs utilisées et fonctions introduites

$A_l^{(m)}$	Une variable aléatoire non négative
B_c	Bande de cohérence
B_s	Bande occupée par le signal
b_m	Les données binaires envoyées par le $m^{\text{ième}}$ utilisateur
$\{B_j\}$	Ensemble de $2n$ séquences (B_{j+0}, B_{j+1})
$\{d_j\}$	Ensemble de $2n$ séquences (d_{j+0}, d_{j+1})
$erfc$	Fonction d'Erreur Complémentaire
f_c	Fréquence porteuse
$F^{(0)}$	La matrice initiale des séquences de Fan
$F^{(n)}$	La matrice d'ordre n des séquences de Fan
H	La matrice de Hadamard
h_j	La $j^{\text{ième}}$ ligne de la matrice Hadamard H
$I_0(x)$	La fonction de Bessel modifiée d'ordre 0

K	Longueur des Zéros
L	Longueur de la séquence
M	Nombre de séquences
n	Ordre de la matrice Hadamard H
p	Nombre d'itérations
$p(x)$	La densité spectrale
$P(\alpha_n)$	La densité de probabilité
R	L'effet de la somme de tous les trajets sur l'onde reçue
$r(t)$	Le signal au niveau de récepteur
$r_{m,i}$	Le terme d'interférence causé par les utilisateurs m sauf l'utilisateur i
$S_m(t)$	Le signal transmis de $m^{\text{ième}}$ utilisateur
$\{T_j\}_{j=0}^{2n-1}$	Ensemble de $2n$ séquences (T_{j+0}, T_{j+1})
T_{coh}	Temps de cohérence du canal
T_s	La durée d'un symbole transmis
T_b	La durée d'un bit d'information
T_c	La durée du chip
σ_τ	La dispersion des retards
$n(t)$	Le bruit AWGN
σ_n^2	La variance
$\sigma_A^2(i)$	La variance MAI de l' $i^{\text{ième}}$ utilisateur désiré
Φ_{nn}	Densité spectrale de puissance bilatérale
α_n	L'atténuation du trajet n
τ_n	Le retard du trajet n

$\theta_m(t)$	La modulation
Φ	La phase des différents trajets
ϑ	Un paramètre de non-centralité dû au trajet direct
Q	La fonction d'erreur
$\theta_l^{(m)}$	Le déphasage dû à l'évanouissement
$\theta_{(X_j, X_v)}(\tau)$	La fonction de corrélation périodique entre deux séquences X_j et X_v
$\varphi_{(X_j, X_v)}(\tau)$	La fonction de corrélation aperiodique entre deux séquences X_j et X_v
τ	Retards de trajet
θ_a	La valeur maximale de la fonction d'auto-corrélation (ACF)
θ_c	La valeur maximale de la fonction d'inter-corrélation (CCF)
θ_m	$\max\{\theta_a, \theta_c\}$
μ	Rapport d'optimalité des séquences ZCZ
Δ	La matrice MOCS
X_j, X_v	Deux séquences chacune de Longueur L
$Y_m(t)$	La sortie du canal à évanouissement non sélectif de Rice
$(\gamma_m A_l^{(m)})$	L'atténuation de l'intensité du signal durant l'évanouissement
Z_{CZ}	La longueur de la zone de corrélation nulle
Z_i	La sortie de corrélation associée à la séquence i

Introduction Générale

Introduction générale

Durant ces dix dernières années, un grand nombre de travaux a été réalisé dans le domaine des techniques d'accès multiples, FDMA (Frequency Division Multiple Access), TDMA (Time Division Multiple Access) et le CDMA (Code Division Multiple Access) [1]. L'un des aspects indispensables des réseaux cellulaires est la technique d'accès multiples adoptée pour l'interface radio entre l'utilisateur et la station de base. La technique choisie doit partager de manière idéale le spectre radioélectrique disponible en un certain nombre de canaux et définir comment ces canaux sont attribués aux nombreux utilisateurs accédant au réseau [2].

Le choix d'une technique d'accès peut avoir un effet fatidique sur les performances du système. Ce choix est tellement important qu'on appelle généralement les systèmes en fonction de la technique d'accès multiple.

L'accès multiple par répartition de code, ou CDMA, est une technique de multiplexage définie comme étalement de spectre. L'étalement de spectre consiste à transmettre un signal d'information avec un spectre beaucoup plus large que nécessaire. L'idée est de transformer un signal en bande relativement étroite en un signal qui a l'apparence d'un bruit sur une bande large [3]. L'étalement spectral dans un système CDMA peut être soit par séquence directe (DS: Direct Sequence) soit à sauts de fréquence (FH: Frequency Hopping) ou bien à sauts de temps. Pour le CDMA, l'utilisation de codes d'étalement permettant de différencier les différents utilisateurs offre, de plus, l'avantage d'exploiter simultanément l'ensemble de la bande de fréquence et des intervalles de temps. Il en résulte une meilleure gestion des ressources disponibles. Le principe de l'orthogonalité des séquences dans le système permet de réduire les interférences entre utilisateurs [3]. Le principe de base du CDMA est une modulation directe du message à transmettre par une séquence de code affectée à un utilisateur donné. Cette manière de faire a donné naissance à ce qui est communément appelé CDMA à étalement de spectre à Séquence Directe ou (DS-CDMA). Il est bien d'utiliser la technique d'étalement de spectre pour son avantage de confidentialité et de résistance à l'égard du bruit, mais il faut aussi bien faire son choix au niveau des codes pour éviter les problèmes d'interférences d'accès multiples MAI qui représente un

obstacle majeure pour la performance du système DS-CDMA et, par conséquent, la capacité du système. De nombreuses recherches sur l'analyse de l'effet des interférences d'accès multiple sur les performances du système ainsi que des moyens pour supprimer ces interférences ont été le principal objectif de la recherche CDMA [1]-[4].

Dans les systèmes de communications radiofréquences, le CDMA est à la base de la norme IS-95 (Interim Standard 95) utilisée dans les pays d'Amérique du Nord et de la norme UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) de la troisième génération de la téléphonie mobile européenne [3][5].

Les trois sources principales de dégradation dans les systèmes DS-CDMA sont [5]:

- Les atténuations de puissance du signal dues aux trajets multiples.
- L'interférence d'inter symboles (ISI) fait que chaque symbole chevauche le précédent et les subséquents.
- L'interférence d'accès multiples (MAI) : Quand un certain nombre d'utilisateurs partage un canal commun simultanément la MAI se produit.

L'utilisation du CDMA pose simultanément la question de l'implémentation des codeurs et celle du choix des séquences de code à utiliser pour distinguer les signaux associés aux différents utilisateurs. L'emploi de ces codes dans un système CDMA radiofréquence, est déterminé par leurs propriétés d'auto-corrélation et d'inter-corrélation. Les codes d'étalement tels que les séquences "Walsh-Hadamard", "Pseudo Noise" (PN) ou "Gold" utilisées dans le système CDMA n'ont pas de fonctions d'auto-corrélation et d'inter-corrélation idéales [6]. Les interférences d'accès multiple, engendrées par les inter-corrélations intrinsèques aux séquences de codes, sont aussi un paramètre déterminant participant aux choix de code à implémenter.

Les séquences de type zone de corrélation nulle ZCZ qui sont vigoureusement étudiées maintenant, sont définies comme étant un ensemble de séquences avec une zone Z_{CZ} qui signifie la durée de zéro de la fonction d'auto-corrélation et de zéro de la fonction d'inter-corrélation à l'état hors-phase [6][7].

Ces codes sont différents de codes d'étalement traditionnels, car ils sont considérés comme des séquences idéales dans la Z_{CZ} zone [6][7]. L'exploitation de ses séquences

dans le système DS-CDMA asynchrone peut effectivement éliminer les MAI si tous les retards de l'accès multiples sont à l'intérieur de la zone Z_{CZ} .

Nous nous intéressons à une situation d'une transmission asynchrone, cas de transmission le plus délicat, dans un lien uplink DS-CDMA pour M utilisateurs actifs, d'un canal à trajets multiples, source d'interférences ISI et MAI, supposé connu ou estimé. Nous proposons deux nouvelles méthodes de construction des séquences binaires et ternaires ZCZ qui vont conférer de nombreux avantages dont la possibilité de supprimer les interférences ISI et MAI notamment dans une zone $Z_{CZ} \geq \tau$ (τ est le plus grand retard dû au canal), flexibles et permettant d'avoir des séquences optimales ou quasi-optimales.

Ainsi, le présent manuscrit est organisé comme suit:

Le premier chapitre introduit les différentes notions plus ou moins élémentaires dont nous aurons besoin par la suite, nous donnons brièvement les notions de base de la communication mobile. Les techniques d'accès multiples utilisées dans les systèmes de communications radiofréquence seront présentées. Un accent particulier sera mis sur le principe et les techniques d'étalement du spectre par séquence directe en mentionnant certains codes d'étalement et leurs caractéristiques. Par la suite, nous introduisons certaines généralités spécifiques sur les séquences ZCZ.

Dans le deuxième chapitre, on présentera les principales méthodes de construction de séquences ZCZ (binaires, ternaires). Les fonctions d'auto-corrélation et d'inter-corrélation périodiques de ces séquences (objet d'étude de chapitre 3) sont présentées afin de confirmer l'existence d'une zone nulle de longueur Z_{CZ} fixée a priori.

Le troisième chapitre représente la principale contribution de ce travail, nous proposons deux nouvelles méthodes de constructions des séquences binaires et ternaires ZCZ. La première construction est basée sur la méthode de Hayashi quant à la deuxième méthode de construction, ternaire, est basée sur l'insertion des zéros dans les séquences binaires obtenues à partir de la première méthode. Une étude comparative des méthodes proposées avec d'autres méthodes est présentée. Pour évaluer les performances des séquences proposées, une analyse du système DS-CDMA asynchrone exploitant ces dernières et d'autres séquences sur deux canaux (canal AWGN et canal à évanouissement non sélectif en fréquence de Rice avec un bruit AWGN) a été effectuée.

Chapitre 1

Etalelement de Spectre et le Système CDMA

Chapitre 1

Étalement de spectre et le système CDMA

1.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre, en général, les caractéristiques du canal radio-mobile et les techniques d'accès multiples applicables aux domaines des communications numériques sur radiofréquences. Ces techniques seront étudiées en mettant en évidence le principe de l'étalement du spectre par séquence directe (DS-SS), certains codes d'étalement et leurs caractéristiques seront mentionnés en citant leurs propriétés de corrélation. Nous allons par la suite présenter les outils mathématiques qui seront utiles dans la compréhension de constructions des codes ZCZ. Enfin, nous définirons les différents problèmes qui limitent le rendement des systèmes de communication tels que les interférences d'accès multiples et les interférences inter-symboles.

1.2 Caractéristiques du canal radio-mobile

L'information est transportée par une onde électromagnétique se propageant à travers un canal de propagation, dans les systèmes de télécommunication sans fils. La propagation des ondes radios dans les canaux sans fils terrestres est un phénomène compliqué qui se caractérise par une multitude d'effets, qui varient la puissance du signal mesurée [8].

Le milieu de propagation, en général, rend pratiquement impossible la présence de seulement un trajet direct dans une liaison radio mobile entre une station de base et une station mobile. Le signal transmis y subit une dispersion créant ainsi des trajets multiples à délai et phase variables [9]. Les figures 1.1 et 1.2 illustrent respectivement une transmission entre une base et un mobile embarqué et les types d'interactions de l'onde électromagnétique avec le milieu:

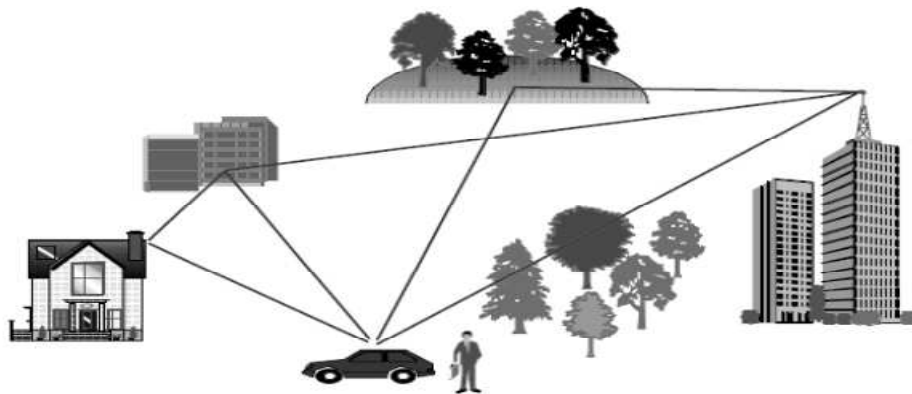


Figure 1.1: Exemple d'une transmission entre une base et un mobile embarqué [10].

1.2.1 Les phénomènes à grande échelle

Cette catégorie comprend deux effets : l'affaiblissement en distance et les effets de masquage. La cause principale de la perte de puissance est due à la propagation en espace libre de l'onde électromagnétique, ce qui s'explique par la dispersion isotrope de l'énergie transmise le long des trois dimensions spatiales. Les pertes en espace libre augmentent avec la fréquence et avec la distance. L'effet de masquage est dû à la présence d'obstacle (bâtiment, forêt...) entre l'émetteur et le récepteur. Pour les fréquences auxquelles fonctionnent les systèmes de télécommunications, l'onde électromagnétique passe à travers ces obstacles, mais la puissance est atténuée en fonction de la nature du matériau traversé. Dans la littérature anglo-saxonne, cet effet est appelé "shadowing" [8].

1.2.2 Les phénomènes à petite échelle

Les variations de la puissance à petite échelle, que l'on appelle évanouissements, sont mesurées sur un intervalle de temps assez court pour négliger une variation des phénomènes à grande échelle. Les variations de puissance observées proviennent de la présence d'objets dans l'environnement qui causent plusieurs répliques du signal transmis qui peuvent être ajoutée constructivement ou destructivement au niveau du récepteur. Il existe trois principaux mécanismes qui caractérisent les interactions de l'onde électromagnétique avec son environnement [8]:

Réflexion/Réfraction: Des phénomènes de réflexion et de réfraction se produisent lorsque l'obstacle rencontre par l'onde à une plus grande taille et de très petites irrégularités devant la longueur d'onde du signal [11].

Diffraction: Des phénomènes de diffraction apparaissent lorsque le trajet de propagation est obstrué par un obstacle imperméable aux ondes électromagnétiques. Les dimensions de cet obstacle doivent être faibles par rapport à la longueur d'onde du signal ou l'obstacle possède des arêtes vives. Le signal peut se propager dans les zones d'ombre grâce à l'énergie transmise par ces sources. Cela explique l'arrivée d'ondes radio au niveau du récepteur en l'absence de visibilité directe et d'interventions des autres types d'interactions [11].

Diffusion: Ce phénomène se produit lorsqu'il existe sur le trajet de l'onde un paquet très dense d'objets de dimensions du même ordre de grandeur ou inférieur à la longueur d'onde. Le même phénomène est observé avec une surface rugueuse ayant des aspérités assez petites [11].

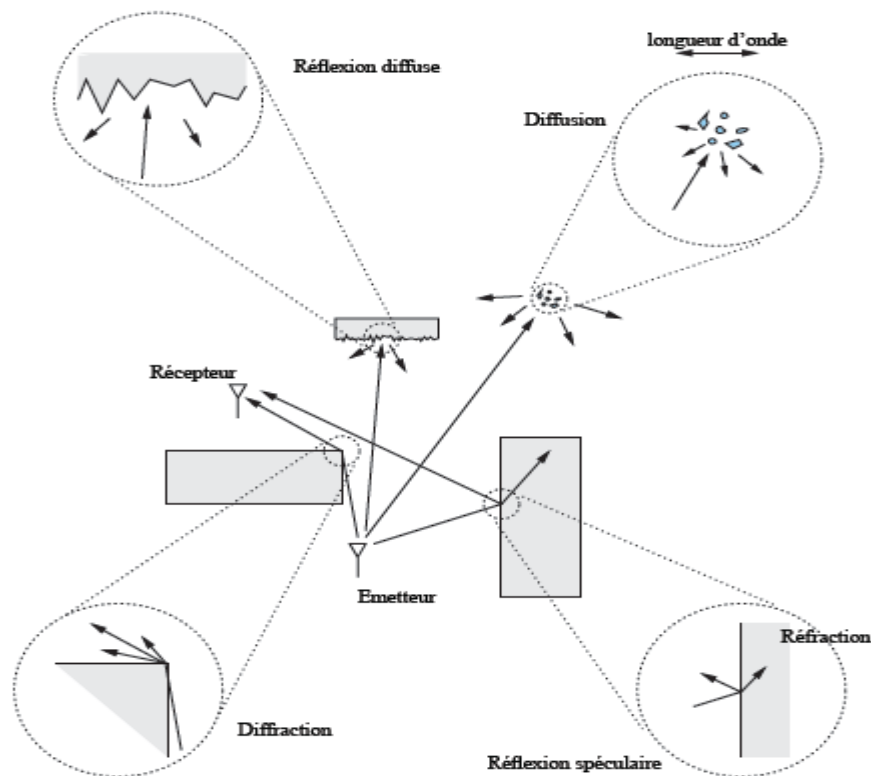


Figure 1.2: Types d'interactions de l'onde électromagnétique avec le milieu [11]

1.2.3 Canal à évanouissement rapide et à évanouissement lent

Plusieurs versions du signal causant des interférences constructives et destructives entre elles provoquent les fluctuations rapides du signal sur de petites périodes. En ce qui concerne des changements importants dans les objets autour de la station mobile, ils auront une incidence sur la moyenne du signal autour duquel les fluctuations rapides se produisent. Ces grands objets causent l'évanouissement lent. Quant aux fluctuations rapides, ils constituent l'évanouissement rapide [12].

Ces caractéristiques, désignées sous le terme anglo-saxon par "fast fading" et "slow fading" respectivement. Elles sont très importantes pour la modélisation mathématique du canal et l'évaluation de performance des systèmes d'exploitation dans ces canaux. La classification d'un canal en évanouissement rapide ou évanouissement lent est reliée à la notion de temps de cohérence T_{coh} du canal qui est la mesure de la séparation temporelle minimale pour laquelle les réponses impulsionnelles du canal à l'émission d'une fréquence pure sont considérées décorréliées [8].

Un canal est dit à évanouissement rapide si la durée d'un symbole transmis T_s est égale ou plus grande que le temps de cohérence du canal, de sorte que la réalisation du canal change d'un symbole à l'autre voir même durant le temps symbole. Si le temps de cohérence du canal est beaucoup plus grand que la durée de symbole le canal est dit à évanouissement lent. En d'autres termes, la réalisation du canal est la même pour plusieurs symboles transmis. Par conséquent un niveau de signal très bas peut être observé sur la durée de plusieurs symboles consécutifs, ce qui conduit à une série d'erreurs [8].

1.3 Modélisation des canaux

1.3.1 Canal à bruit blanc Gaussien

Le modèle de canal le plus souvent utilisé dans les transmissions numériques, qui est aussi un des plus faciles à générer et à analyser, est le canal à bruit blanc additif Gaussien. Ce bruit modélise à la fois les bruits d'origine interne (bruit thermique dû aux imperfections des équipements...) et le bruit d'origine externe (bruit d'antenne...). Toutefois, ce modèle est plus associé à une transmission filaire, ce qui représente une

transmission quasi-parfaite de l'émetteur au récepteur [13]. Le modèle du canal à bruit blanc Gaussien AWGN est composé d'un bruit blanc Gaussien ajouté à l'onde modulée $S(t)$ selon le principe de la figure 1.3 [13], [14]:

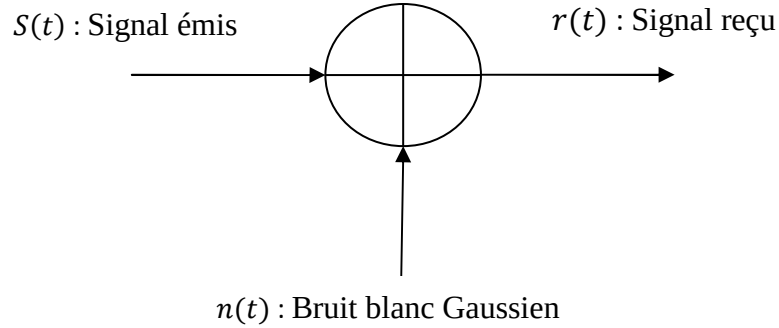


Figure 1.3: Modèle du canal AWGN [13].

Le signal au niveau de récepteur s'écrit donc [13]:

$$r(t) = S(t) + n(t) \quad (1.1)$$

Où $n(t)$ représente le bruit, caractérisé par un processus aléatoire Gaussien de moyenne nulle, de variance σ_n^2 et de densité spectrale de puissance bilatérale notée $\phi_{nn} = \frac{N_0}{2}$ [13].

Un bruit blanc Gaussien est un processus aléatoire stationnaire puisqu'il est indépendant du signal transmis [14]. La spécificité d'un bruit blanc réside dans l'uniformité de sa densité spectrale de puissance qui vaut N_0 sur toute la bande de fréquences. En raison de sa largeur de bande théoriquement infinie, il est difficile d'exprimer le bruit blanc, de sorte que l'on suppose que le bruit sommé au signal d'entrée du récepteur a été filtré par un filtre idéal, de largeur de bande B très grande devant la bande utile [13].

Ainsi, le bruit doit suivre la loi normale, ou loi de Gauss, déterminée par la densité spectrale suivante [14]:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.2)$$

Avec σ^2 qui représente la variance et m la valeur moyenne de la variable aléatoire x . La densité spectrale $p(x)$ d'un bruit blanc gaussien est représentée sur la figure 1.4:

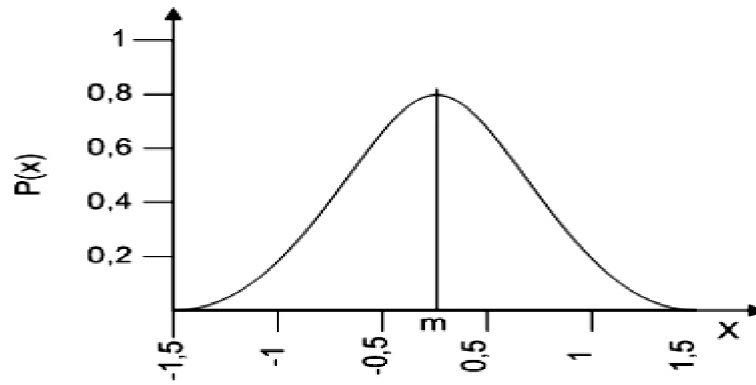


Figure 1.4: Représentation d'une distribution gaussienne [14].

1.3.2 Canal multi-trajets

On parle de multi-trajets lorsqu'un signal émis suit une multitude de trajets de propagation depuis l'antenne jusqu'au récepteur [15]. Ces chemins forment le signal reçu. Il est ainsi composé des rayons réfléchis ou diffractés, arrivant avec un retard par rapport au rayon direct, ils sont parfois appelés des échos [15]. La modélisation du canal multi-trajets prend en compte l'impact des différents trajets dus à la diversité de propagation dans le milieu indoor (réflexions multiples) et d'observer l'influence des autres utilisateurs dans la même bande. L'équation (1.3) modélise un canal comprenant i utilisateurs et n multi-trajets [14].

$$r(t) = \sum_i \sum_n \alpha_n S_i(t - \tau_n) \quad (1.3)$$

Où $r(t)$ est le signal en sortie du canal, α_n et τ_n sont respectivement l'atténuation et le retard du trajet n et $S_i(t)$ est le signal émis par l'utilisateur i [14].

Un canal à évanouissement est le modèle de canal le plus courant où l'on considère la somme des chemins au niveau du récepteur à un instant t [13]:

$$r(t) = R(\cos \omega_0 t + \theta_m(t) + \Phi) \quad (1.4)$$

Où $\theta_m(t)$ représente la modulation, et R et Φ sont des variables aléatoires. R représente l'effet de la somme de tous les trajets sur l'onde reçue et Φ représente la phase des différents trajets qui sont considérés uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ [13]. Dans un canal à évanouissement, la variable R peut suivre deux lois : soit une loi de Rayleigh dans le cas d'un affaiblissement de Rayleigh, soit une loi de Rice lorsqu'on considère le cas d'un affaiblissement de Rice [13]. Le canal de Rice est quand un chemin est prédominant par rapport aux autres voies (par exemple dans le cas d'un émetteur et un

récepteur en visibilité directe) [14]. On considère un canal de Rayleigh lorsque tous les chemins sont indépendants et d'atténuations comparables [14].

1.3.2.1 Canal de Rayleigh

C'est la distribution qui est utilisée pour modéliser les évanouissements dus aux multi-trajets incohérents lorsque l'émetteur et le récepteur ne sont pas en vue directe (NLOS: Non Line Of Sight) (voir la figure 1.5) [8]. Il s'agit d'un des canaux de propagation les plus difficiles, mais assez commun dans les environnements urbains denses [8].

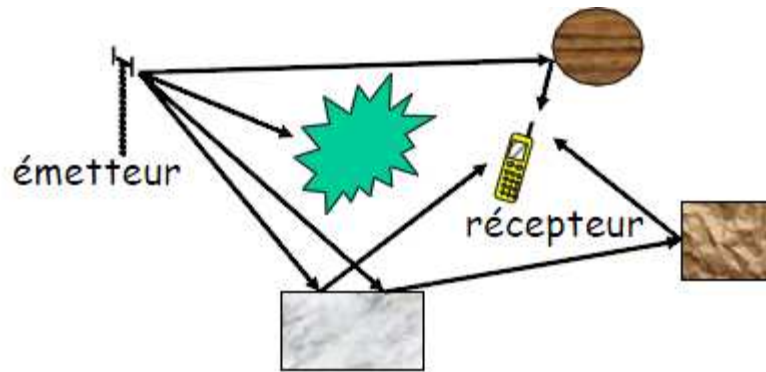


Figure 1.5: Canal de Rayleigh [16].

Dans ce cas le module de α_n suit une loi de Rayleigh avec une variance $\sigma_{\alpha_n}^2$ dont la densité de probabilité est de la forme suivante [13]:

$$P(\alpha_n) = \frac{\alpha_n}{\sigma_{\alpha_n}^2} e^{-\frac{\alpha_n^2}{2\sigma_{\alpha_n}^2}} \quad (1.5)$$

Si on a un signal $s(t)$ transmis sur un canal de Rayleigh, le signal reçu aura plusieurs trajets de propagation, à chaque trajet on associe un retard de propagation et un facteur d'atténuation [17]. Le retard de propagation et le facteur d'atténuation sont variables en temps en raison du changement dans la structure de l'environnement [17].

Le signal reçu peut se présenter sous la forme :

$$r(t) = \sum_n \alpha_n e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} s(t - \tau_n(t)) \quad (1.6)$$

Où α_n correspond à un facteur d'atténuation du n trajets et τ_n est un retard par les n trajets.

1.3.2.2 Canal de Rice

Ce modèle est souvent utilisé pour caractériser un environnement de propagation y compris une composante spéculaire forte due à une vue directe entre l'émetteur et le récepteur (LOS: Line Of Sight), et une multitude de trajets incohérents dus aux diffuseurs de l'environnement [8], comme le montre dans la figure 1.6:

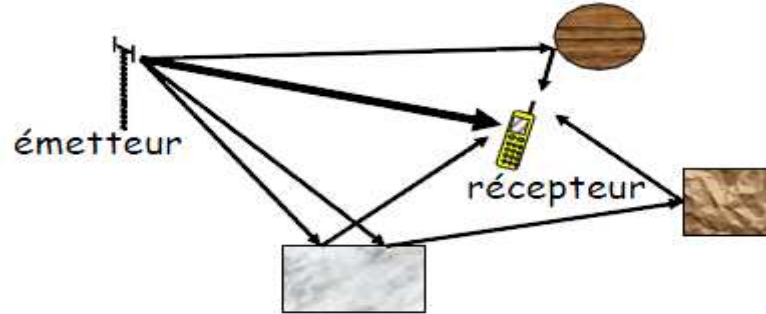


Figure 1.6: Canal de Rice [16].

La densité de probabilité est de la forme suivante [13]:

$$P(\alpha_n) = \frac{\alpha_n}{\sigma_{\alpha_n}^2} e^{-\frac{\alpha_n^2 + \theta^2}{2\sigma_{\alpha_n}^2}} I_0\left(\frac{\alpha_n \theta}{\sigma_{\alpha_n}^2}\right) \quad (1.7)$$

Où θ est un paramètre de non-centralité dû au trajet direct et $I_0(x)$ représente la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0.

1.3.3 Canal sélectif et non sélectif en fréquence

Les trajets multiples ainsi que les déplacements de l'émetteur et/ou du récepteur sont à l'origine d'une sélectivité fréquentielle et temporelle. Ces sélectivités sont mesurées à partir des valeurs de bande de cohérence et de temps de cohérence [10]. On distingue alors deux cas de figures pour la sélectivité fréquentielle [10]:

- $B_s \ll B_c \Leftrightarrow T_s \gg \sigma_\tau$ si la bande occupée par le signal B_s est inférieure à la bande de cohérence B_c du canal, ou la durée du symbole émis T_s est supérieure à la dispersion des retards σ_τ ($\sigma_\tau \propto \frac{1}{B_c}$), les fréquences du spectre sont corrélées. Ainsi, les fréquences du spectre du signal subissent les mêmes amplifications ou atténuations. D'où, le canal est considéré comme non sélectif en fréquence.
- $B_s > B_c \Leftrightarrow T_s < \sigma_\tau$: les fréquences du spectre sont décorrélées, si la bande occupée par le signal est supérieure à la bande de cohérence du canal, ou la

durée du symbole émis est inférieure à la dispersion des retards σ_τ . Lors d'un évanouissement dans la bande de cohérence, une partie du signal seulement sera perturbée. Le canal est dit sélectif en fréquence. Aussi, des interférences entre symboles apparaissent quand la durée du symbole étant inférieure à la dispersion des retards.

1.4 Définition des principales techniques d'accès multiples

La largeur des bandes de fréquences allouées doit être utilisée d'une manière optimale pour les communications hertziennes. Effectivement, il s'agit d'une part de transmettre un maximum de données utiles par unités de temps entre la source et le destinataire, mais aussi de fixer les règles permettant à tous les émetteurs de communiquer de façon optimale [10]. Il sera donc nécessaire de définir les principes de communication à l'intérieur du médium pour que les utilisateurs puissent se partager le canal. Ces principes de partage des ressources sont appelés techniques de méthode d'accès [10]. Il existe trois principales techniques d'accès multiple comme illustre la figure 1.7 [10]:

- Accès multiples par une répartition dans le temps (AMRT ou TDMA).
- Accès multiples par une répartition de fréquences (AMRF ou FDMA).
- Accès multiples par une répartition des codes (AMRC ou CDMA).

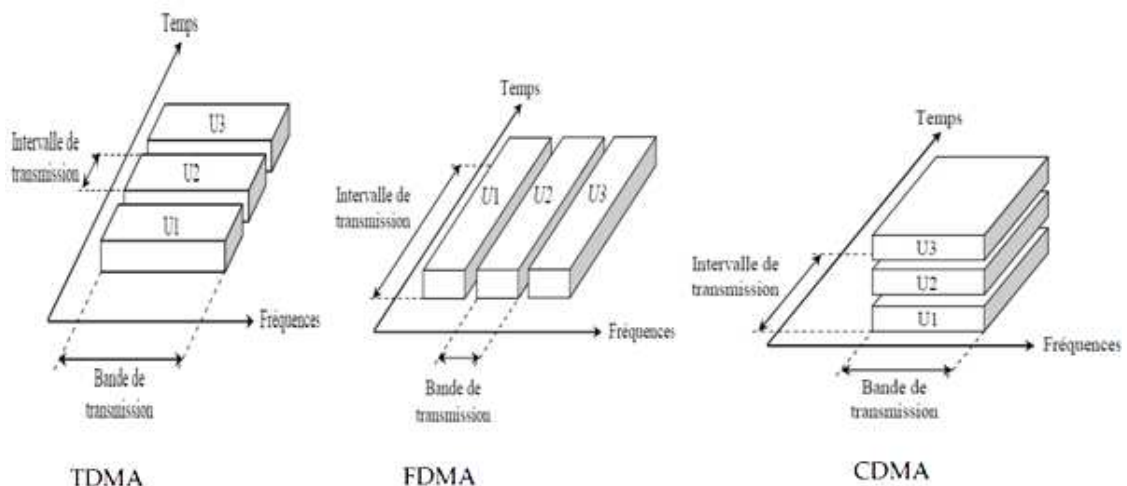


Figure 1.7: Les trois principales techniques d'accès multiples [13].

1.4.1 Accès multiple par répartition dans le temps (TDMA)

Plusieurs systèmes de communications numériques comme le "Global System for Mobiles communications" (GSM) européen, utilisent l'Accès Multiple à Répartition dans le Temps (AMRT), aussi appelé Time Division Multiple Access (TDMA). Cette technologie est aussi incluse dans le système de communication cellulaire japonais (JPDC: Japanese Personal Digital Cellular) qui représente le second standard le plus largement utilisé [18]. Cette technique est basée sur la répartition des ressources en temps. Les utilisateurs partagent la même bande passante, et émettent les données à transmettre dans les différents intervalles de temps (time slots) qui leurs sont alloués [13].

L'allocation des intervalles de temps aux différents utilisateurs se fait de façon cyclique, une période de temps T_{TDMA} est divisée en N intervalles de temps qui sont attribués à N utilisateurs. Chaque utilisateur transmet sa trame de données dépendamment du temps alloué par l'intervalle. Une synchronisation parfaite entre tous les émetteurs et les récepteurs est nécessaire dans cette technique [19].

La plupart des systèmes de communications radiofréquences utilisant la TDMA sont dit synchrones, ce qui signifie une gestion des périodes d'émission de chacun des utilisateurs [13]. Pour ne pas engendrer d'Interférence d'Accès Multiple (IAM), il est nécessaire que chaque signal respecte strictement l'intervalle de temps qui lui est accordé pour sa transmission. Pour reconstituer correctement les séquences d'information, les récepteurs doivent aussi respecter les intervalles de temps qui leurs sont associés [13].

1.4.2 Accès multiple par répartition de fréquence (FDMA)

C'est la technique la plus ancienne où les utilisateurs se partagent la bande passante du canal alors divisée, chaque utilisateur se voit allouer une fréquence porteuse différente [14]. Elle est surtout employée dans les systèmes analogiques et est combinée à la méthode TDMA dans la majorité des systèmes numériques [20]. Cette technique est facile à mettre en œuvre puisqu'en réception, les utilisateurs sont séparés par filtrage. Cependant, la largeur de bande attribuée à chaque utilisateur diminue en fonction de leur nombre [19].

L'avantage de cette technique réside dans la séparation des utilisateurs par les opérations de filtrage en réception. Cependant, l'inconvénient majeur de cette technique est le nombre maximal d'utilisateurs devant partager la bande totale [10].

1.4.3 Accès multiple par répartition de codes (CDMA)

Le CDMA est une technique de multiplexage plus récente que le TDMA et le FDMA. Dans cette technique d'accès multiple, les utilisateurs partagent le même espace fréquentiel et transmettent sur les mêmes intervalles temporels [18]. Elle est utilisée initialement par les militaires en raison de sa résistance aux interférences et le niveau de sécurité qu'elle offre [19].

Il s'agit d'assigner à chaque émetteur un code, aussi appelé signature ou encore séquence de code, ce qui lui permet de transmettre des informations en évitant d'interférer avec les messages provenant d'autres utilisateurs [18]. Afin d'atteindre à la réduction des MAI, les séquences de codes doivent être strictement orthogonales [18].

La technique CDMA permet aux différents utilisateurs de transmettre leurs données sur n'importe quelle fréquence et sans synchronisation entre eux [13]. En effet, contrairement aux techniques TDMA et FDMA, la capacité de multiplexage du CDMA n'est pas limitée par des paramètres physiques (intervalles de temps disponibles ou fréquences utilisables), mais par la capacité de générer un maximum de codes. Le nombre d'utilisateurs est donc lié au nombre de séquences d'étalement générées [19], ces derniers étant choisis de façon à minimiser les Interférences d'Accès Multiple [13].

Le CDMA consiste alors à étaler le signal sur une très large bande passante, jusqu'à le rendre invisible pour les autres utilisateurs qui partagent la même bande passante. À la réception, l'opération d'étalement effectuée lors de l'émission est répétée pour désétaler le signal en bande de base, alors que les autres signaux transmis (interférences) perçus par le récepteur comme étant du bruit [19].

Cette technique apporte un accès multiple et un partage de ressource flexible, reconfigurable et sécurisé. L'inconvénient de cette méthode est la diminution du débit réel dans la mesure où chaque bit de données sera codé par un mot de longueur inférieure et variable [14].

1.5 Étalement du spectre par séquence directe

1.5.1 Principe de l'étalement du spectre

Le développement des techniques de l'étalement de spectre a tout d'abord concerné des applications militaires dans les années 40 grâce à la théorie de l'information développée successivement par N. Wiener et C. E. Shannon [11]. Aujourd'hui, les mêmes techniques sont implémentées dans une large gamme de systèmes de communication civils et pour des utilisations commerciales [13]. Par exemple, dans la plupart des systèmes de communication radio-mobile de troisième génération, l'étalement direct du spectre est utilisé pour étaler les symboles binaires dans les deux cas : voie montante et voie descendante [13]. Le principe de l'étalement de spectre consiste à répartir l'énergie du signal à émettre sur une bande de fréquence plus large que celle réellement nécessaire à la transmission du signal utile [21].

Le principe de l'étalement du spectre, quelle que soit la méthode utilisée, repose sur le codage de l'information à transmettre avec une séquence pseudo-aléatoire (Pseudo-Noise, PN), connue uniquement par l'émetteur et le récepteur [20]. La figure 1.8 représente la technique d'étalement de spectre :

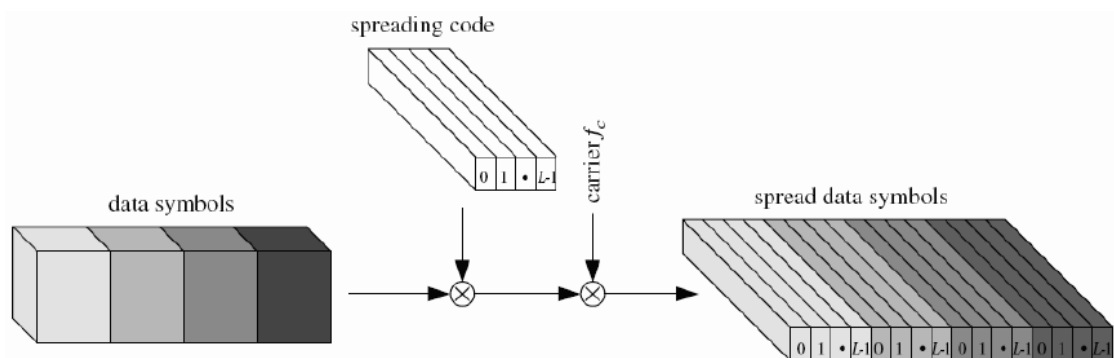


Figure 1.8: Technique d'étalement de spectre [5].

Dans un système à étalement de spectre, le signal transmis est « étalé » à partir d'un code indépendant du message d'information. Le récepteur doit utiliser ce même code pour « désétaler » le signal et pouvoir récupérer le message émis après s'être synchronisé avec l'émetteur [3].

Nous décrivons dans la figure 1.9 un exemple qui explique le principe d'étalement de spectre. Le message A de l'émetteur A , représentée par une séquence de $+1, -1$ traduisant la séquence de bits 1 et 0 logiques, est multiplié par un code C_A d'une

séquence de +1 et -1 de chips judicieusement choisie. Un autre message B de l'émetteur B multiplié par un code C_B [22]. Nous supposons que la longueur du code d'étalement est de quatre. Dans l'émetteur le signal d'information des utilisateurs A et B est étalé avec un code unique pour chaque utilisateur (nous appelons le débit du signal d'information « débit symbole » et le débit de signal étalé « débit chip») [3]. En fait, la séquence de données après l'étalement à un débit plus élevé que celui avant l'étalement, le débit chip est identique au débit symbole du signal d'information multiplié par la longueur du code d'étalement [3]. Après étalement, Les séquences produits $A * C_A$ et $B * C_B$ sont additionnées pour générer un signal mixte et transmis sur le canal radio [22].

A la réception, le destinataire du message A multiplie la séquence reçue par le code d'étalement C_A utilisé dans l'émission, la même opération pour le destinataire du message B [22]. Cette procédure de désétalement n'est possible que si le récepteur est parfaitement synchronisé temporellement avec l'émetteur [3]. Après la multiplication, les signaux sont intégrés sur la durée du symbole pour récupérer le signal d'information [3]. Si les codes sont bien choisis, sur la durée d'un bit, (donc de m chips), les codes C_A et C_B sont dits orthogonaux, (produit scalaire=0) [22].

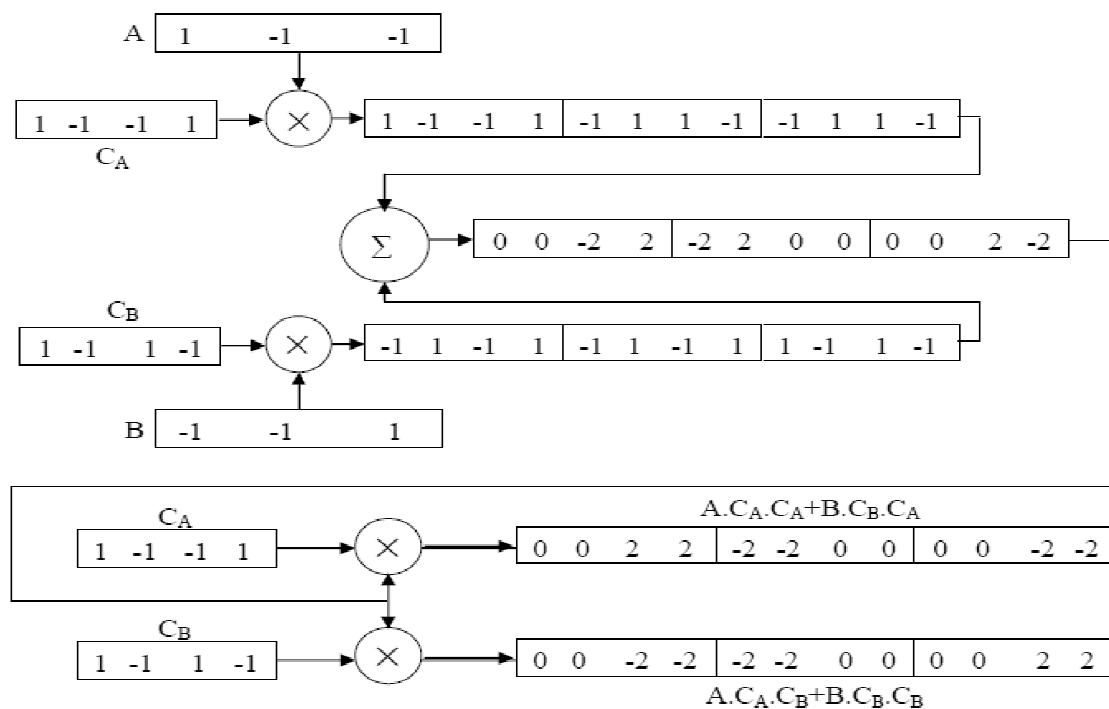


Figure 1.9 : Exemple d'étalement et désétalement de spectre [22].

Il existe plusieurs techniques d'étalement de spectre :

- L'étalement par saut de fréquence (FH-SS: Frequency Hopping Spread Spectrum) : Cette technique d'étalement de spectre est basée sur le saut de fréquence, dans laquelle la bande est divisée en canaux ayant chacun une largeur de bande fixe. Pour transmettre des données, l'émetteur et le récepteur s'accordent sur une séquence de sauts précise qui sera effectuée sur ces sous-canaux [3]. Ce saut de fréquence peut être rapide (FFH-CDMA: Fast Frequency Hopping-CDMA) lorsque l'émission des chips d'un même code se fait sur plusieurs fréquences, ou lent (SFH-CDMA: Slow Frequency Hopping-CDMA) lorsque plusieurs séquences de codes sont émises à la même fréquence, le changement de fréquence ne s'effectuant qu'après plusieurs bits de données transmis [18].
- L'étalement par séquence directe (DS-SS : Direct Sequence Spread Spectrum) : Cette technique permet de coder le signal émis par un autre signal binaire (appelé code de pseudo-bruit) ayant un débit plus élevé. Ce signal est alors perçu comme un bruit large bande [14]. C'est la technique la plus populaire dans toutes les applications de communication de CDMA [5].
- L'étalement par saut dans le temps (TH-SS: Time Hopping Spread Spectrum) : Dans un système TH-SS la transmission de données se fait par l'intermédiaire de sauts de temps, où le signal est transmis de manière discontinue sous forme de salves brèves, contrairement aux deux systèmes de l'étalement de spectre avec séquence directe et avec saut de fréquence [3]. En fait, les durées des salves sont déterminées par le code d'étalement. Pour transmettre des données, l'émetteur et le récepteur s'accordent sur un temps de saut précis, cette technique d'étalement est la plus rarement utilisée dans les applications pratiques [3].

Les trois membres de la famille des étalements de spectre sont illustrés dans la figure 1.10:

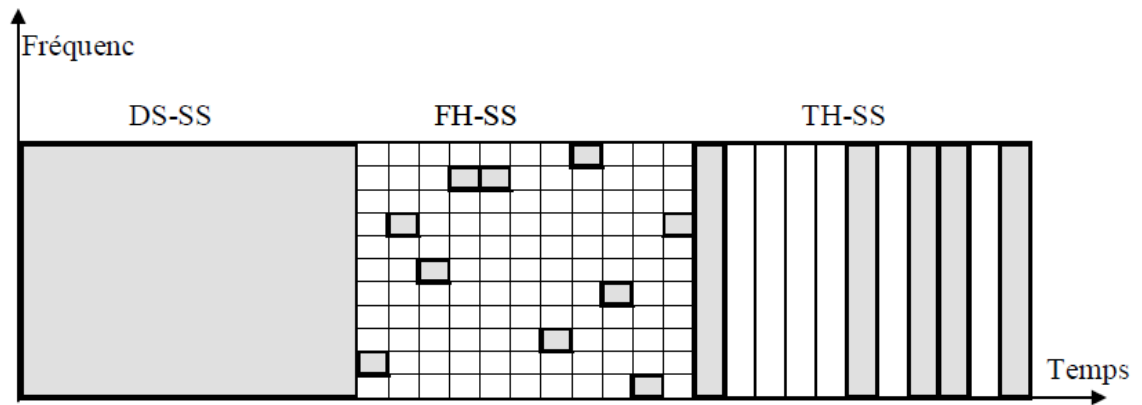


Figure 1.10: La famille des étalements de spectre [3].

1.5.2 Avantages et inconvénients

L'étalement de spectre est une technique qui possède de nombreux avantages [5], [21] et [23]. Parmi ceux-ci, nous pouvons notamment citer :

- Faible probabilité d'interception.
- Confidentialité de la transmission.
- Bonne résistance aux perturbations bande étroite.
- Améliorer le système d'accès multiple.
- Faible brouillage des émissions classiques à bande étroite.
- Insensibilité aux effets des trajets multiples.
- Sécurité des communications.

L'étalement de spectre présente aussi quelques inconvénients [5]:

- Complexité accrue des systèmes qui rend leur coût plus élevé par rapport à celui des systèmes bande étroite.
- Encombrement spectral important qui rend fréquemment l'attribution de fréquences compliquée. En réalité, le signal a toujours la même puissance mais celle-ci est répartie différemment.
- L'exigence d'avoir de bonnes méthodes de synchronisation permettant à la réception, de reconstruire le signal émis.

1.6 Le système DS CDMA synchrone et asynchrone

Il est important d'annoncer qu'en général la communication n'est pas unidirectionnelle mais plutôt en duplex [13]. Il y a par conséquent la liaison montante (Uplink: UL ou Reverse Link), de la station mobile vers la station de base, et la liaison descendante (Downlink: DL ou Forward Link), de la station de base vers le mobile [13]. En communication synchrone, les messages des utilisateurs sont émis dans le canal sans retard relatif, les codes les plus utilisés dans ce cas sont les codes orthogonaux tels que les codes de Walsh-Hadamard. Lorsque la communication est asynchrone, les messages sont émis avec des retards relatifs qui ne sont pas connus avant. Dans ce cas, ces codes ne sont plus utilisés, car ils perdent leurs propriétés d'orthogonalité [20].

Dans le DS-CDMA asynchrone, les utilisateurs emploient leurs propres séquences pour étaler les données d'informations [24]. Au terminal de chaque utilisateur, les données d'informations sont modulées. Ensuite, les premiers bits des données modulées sont répartis par une séquence de code, comme les M-séquence ou les séquences de Gold. Les données étalées de tous les utilisateurs sont transmises à la station de base en même temps. La station de base détecte les données d'informations de chaque utilisateur en corrélant le signal reçu avec une séquence de code attribué à chaque utilisateur [24].

La figure 1.11 représente un système DS-CDMA asynchrone d'une liaison inverse (des mobiles à la station de base) pour M utilisateurs actifs émettant des signaux dans le système.

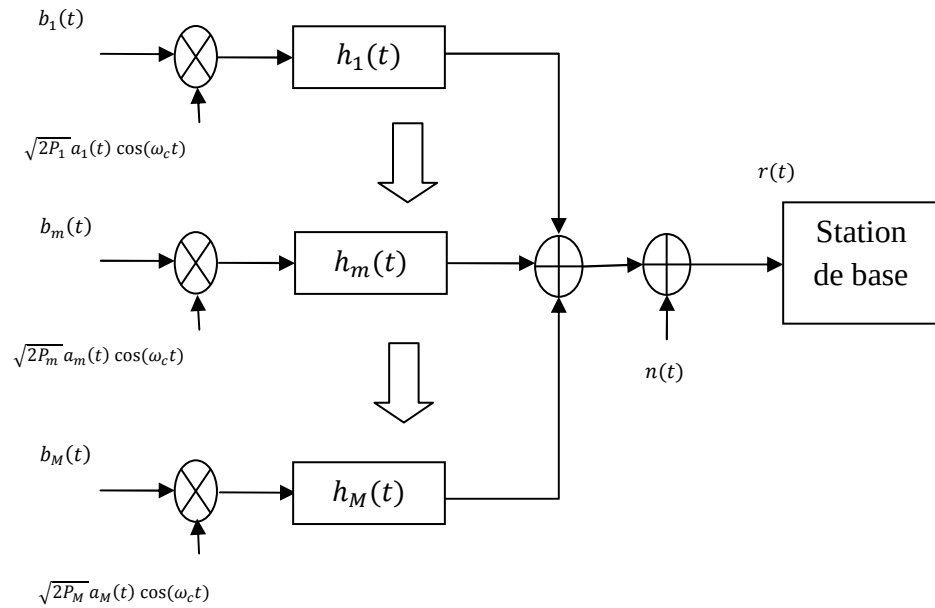


Figure 1.11: La liaison inverse d'un système DS-CDMA asynchrone [25].

Où $b_m(t)$ est une séquence binaire de données, $a_m(t)$ est une séquence pseudo-aléatoire, P_m est la puissance du signal transmis, ω_c est la fréquence angulaire de la porteuse, $h_m(t)$ est un canal de Rayleigh à trajets multiples sélectif en fréquence, $n(t)$ représente le bruit blanc additif Gaussien et $r(t)$ est le signal reçu à l'entrée du récepteur de corrélation.

1.7 Les codes d'étalement

1.7.1 Les critères de choix des codes

En fonction des caractéristiques de la communication radio-mobile, un choix sur les codes d'étalement doit être effectué, ce choix est un compromis entre la suppression des interférences entre utilisateurs, obtenue grâce à la propriété d'orthogonalité des codes, et le traitement de la diversité, facilité par l'utilisation de codes ayant de bonnes propriétés de corrélation [20]. L'utilisation de ces codes dans un système CDMA est déterminée par leurs propriétés d'auto-corrélation et d'inter-corrélation, tant pour les systèmes synchrones que pour les systèmes asynchrones [18].

1.7.1.1 Les fonctions de corrélations

Pratiquement, les codes d'étalement possèdent de bonnes propriétés de corrélation si chaque signal étalé n'est pas corrélé avec les autres signaux de la même bande, c'est-à-dire que la séquence pseudo-aléatoire est différente pour chaque utilisateur, de tel sorte qu'aucune information n'est perdue pendant l'émission, la transmission et la réception [3]. Les codes utilisés pour l'étalement de spectre doivent être orthogonaux dans le cas idéal. Si nous avons cette propriété pour l'inter-corrélation et l'auto-corrélation de codes, nous allons d'une part réduire les effets de la propagation par trajets multiples et l'interférence entre symboles ISI, et d'autre part, déterminer l'interférence entre les utilisateurs MAI [3].

a) La fonction d'auto-corrélation (ACF : Auto-Correlation Function)

L'interaction et l'interdépendance entre les deux temps (ou fréquence) des signaux variables sont définis par la fonction de corrélation provenant de la comparaison des deux signaux. La comparaison d'un signal avec lui-même est décrite comme la fonction d'auto-corrélation [23]. Ainsi, La fonction d'auto-corrélation idéale (ACF) doit avoir une valeur de crête impulsive à zéro et des valeurs nulles à tous les autres décalages [26].

b) La fonction d'inter-corrélation (CCF : Cross-Correlation Function)

L'inter-corrélation, quant à elle, est la mesure de la ressemblance entre deux codes distincts [23], la valeur de CCF idéale des codes d'étalement doit être égale à zéro à tous les décalages temporels [26].

c) Relation entre la fonction de corrélation périodique et apériodique

Supposons $X_j = (x_{j,0}, x_{j,1}, \dots, x_{j,L-1})$ et $X_v = (x_{v,0}, x_{v,1}, \dots, x_{v,L-1})$ deux séquences chacune de longueur L . Avec $x_{j,i}, x_{v,i} \in \{-1, +1\}$, $i = 0, 1, 2, \dots, L-1$. La fonction de corrélation périodique $\theta_{(X_j, X_v)}(\tau)$ de deux séquences X_j et X_v est définie comme suit [27], [28] (voir Annexe A):

$$\forall \tau \geq 0, \quad \theta_{(x_j, x_v)}(\tau) = \sum_{i=0}^{L-\tau-1} x_{j,i} x_{v,(i+\tau) \bmod L} \text{ et } \theta_{(x_j, x_v)}(-\tau) = \theta_{(x_v, x_j)}(\tau) \quad (1.8)$$

La fonction de corrélation aperiodique $\varphi_{(x_j, x_v)}(\tau)$ est définie par [27], [28] (voir Annexe A):

$$\varphi_{(x_j, x_v)}(\tau) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{L-\tau-1} x_{j,i} x_{v,(i+\tau)}, & \text{if } 0 \leq \tau < L \\ \sum_{i=0}^{L+\tau-1} x_{j,(i-\tau)} x_{v,i}, & \text{if } -L < \tau < 0 \\ 0 & \text{if } |\tau| \geq L \end{cases} \quad (1.9)$$

La relation entre les deux fonctions $\theta_{(x_j, x_v)}(\tau)$ et $\varphi_{(x_j, x_v)}(\tau)$ est donnée comme suit [27], [28] (voir Annexe A):

$$\forall \tau, \quad \theta_{(x_j, x_v)}(\tau) = \varphi_{(x_j, x_v)}(\tau \bmod L) + \varphi_{(x_j, x_v)}((\tau \bmod L) - L) \quad (1.10)$$

1.7.1.2 Nombre de codes

Un grand nombre de codes doit être fournie pour pouvoir les assigner à chaque utilisateur dans un système CDMA permettant des communications simultanées pour plusieurs utilisateurs.

1.7.2 Les codes d'étalement

Les codes utilisés pour effectuer le processus d'étalement dans les systèmes de réseaux mobiles fondés sur le DS-CDMA, sont de deux types : codes orthogonaux et codes pseudo aléatoires [5].

1.7.2.1 Codes orthogonaux

Les messages des utilisateurs sont émis dans le canal sans retard relatif en communication synchrone. Lorsque le récepteur est synchronisé sur le message reçu, la séparation des utilisateurs peut être faite grâce à ces codes orthogonaux, les codes les plus utilisés dans ce cas sont les codes de Walsh-Hadamard. Lorsque la communication est asynchrone, les messages sont émis avec des retards relatifs qui ne sont pas connus avant. Dans ce cas, ces codes ne sont plus utilisés, car ils perdent leurs propriétés d'orthogonalité quand ils sont décalés les uns par rapport aux autres [20].

a) Code de Walsh-Hadamard

Les séquences de Walsh sont obtenues à partir de la matrice de Hadamard, qui est une matrice carrée où chaque ligne de cette matrice est orthogonale à toutes les autres lignes, et chaque colonne de la matrice est orthogonale à toutes les autres colonnes [23]. Exemples des matrices de Hadamard d'ordre 1, 2 et 4 sont les suivants [29]:

$$[1], \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

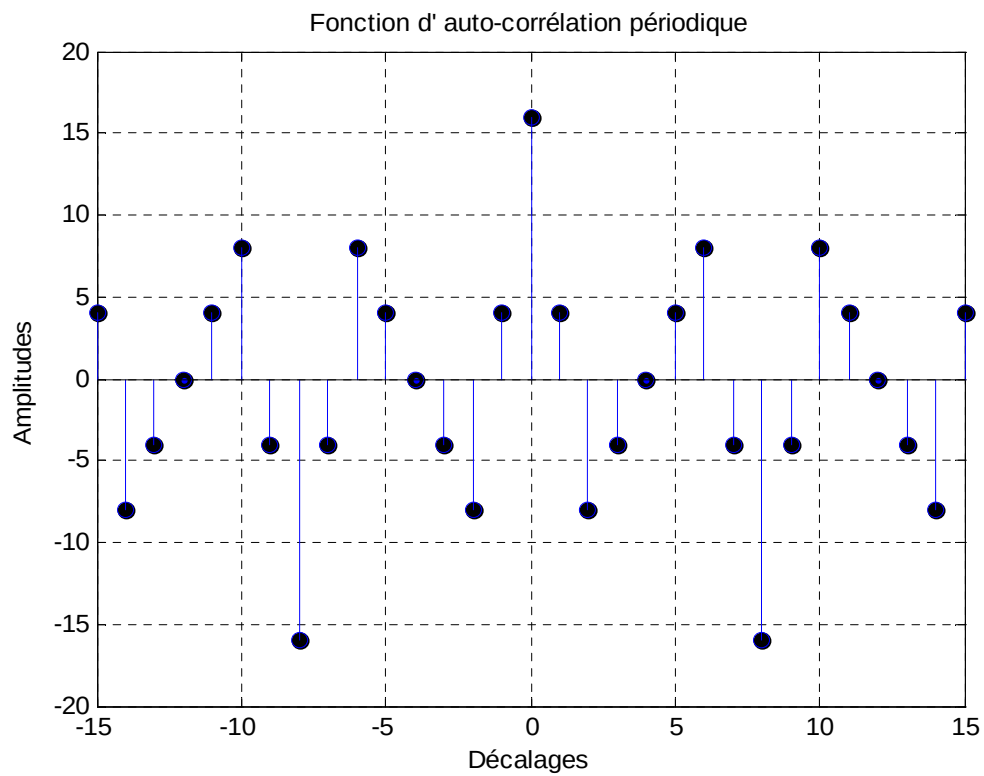
Ces matrices ont été étudiées par Sylvester [29] qui a observé que si H est une matrice de Hadamard, alors la matrice provenant de l'équation (1.11) est aussi une matrice de Hadamard [29] :

$$\begin{bmatrix} H & H \\ H & -H \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

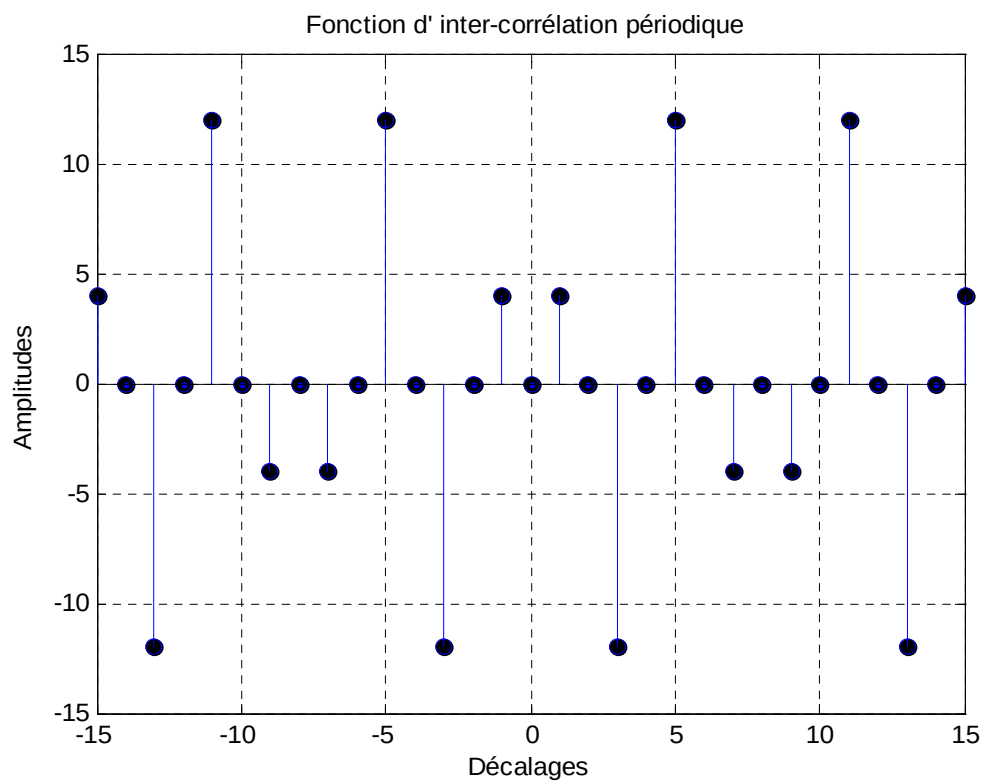
Les matrices de Sylvester ont plusieurs autres opérations [30], conservant la propriété d'orthogonalité [29], [30]:

- La permutation des lignes, et en changeant le signe de certaines lignes.
- La permutation des colonnes, et en changeant le signe de certaines colonnes.
- La transposition.

Les codes de Walsh-Hadamard sont parfaitement orthogonaux s'ils sont parfaitement synchronisés. C'est-à-dire les codes de Walsh-Hadamard sont des codes optimaux pour éviter les interférences entre utilisateurs dans la liaison descendante [31]. La figure 1.12 illustre la fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence 11 prise de 16 séquences de la matrice de Hadamard, la fonction d'inter-corrélation entre les séquences 11 et 16 est représentée sur la même figure :



(a)



(b)

Figure 1.12: (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence 11 prise de 16 séquences de la matrice de Hadamard, (b) La fonction d'inter-corrélation entre les séquences 11 et 16 de la matrice de Hadamard

b) Codes d'étalement à facteur orthogonal variable (OVSF: Orthogonal Variable Spreading Factor Codes)

Les codes comme Walsh-Hadamard sont mutuellement orthogonaux, par conséquent leurs inter-corrélations sont théoriquement zéro. Mais, s'ils sont utilisés dans une transmission asynchrone, leurs inter-corrélations sont dépendantes des paires des codes utilisées (entre zéro et une grande corrélation) [5]. En WCDMA (Wideband CDMA), ils sont connus comme codes d'étalement à facteur orthogonal variable (OVSF) et sont utilisés pour la canalisation dans les deux canaux montant (uplink) et descendant (downlink) [32].

L'arbre des codes OVSF ainsi créé peut être représenté par la structure indiquée sur la figure 1.13:

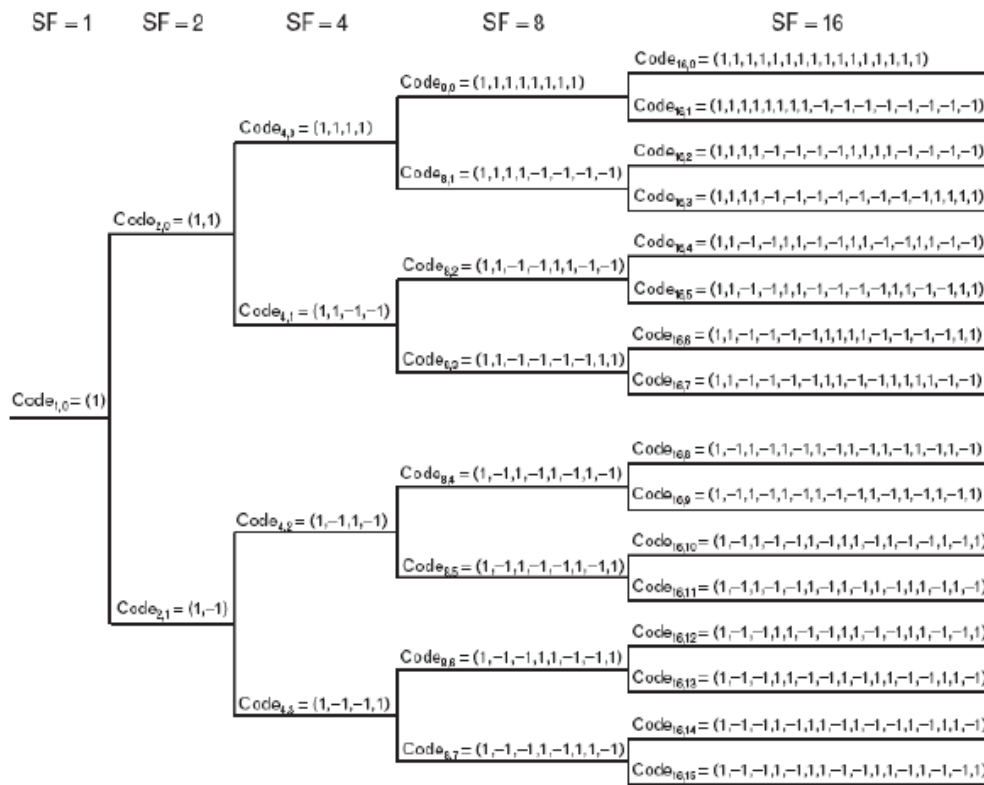


Figure 1.13: Arbre des codes OVSF [5].

1.7.2.2 Les codes pseudo-aléatoires PN

Les séquences d'étalement pseudo-aléatoires (PN : Pseudo-Random ou Pseudo-Noise) répondent aux propriétés de corrélation et d'orthogonalité que doivent valider les codes utilisables dans les systèmes CDMA [18]. L'origine du nom séquence pseudo aléatoire revient au fait que la fonction d'auto-corrélation du signal numérique est similaire à celle d'un bruit blanc; une impulsion [17].

Un code pseudo-aléatoire est une séquence de nombres binaires, ce qui semble être aléatoire, mais en fait, parfaitement déterministe. La raison derrière l'utilisation des codes PN est si les séquences des codes sont déterministes, alors tout le monde peut avoir accès au canal. Par contre, personne ne peut avoir accès au canal si les séquences des codes sont vraiment aléatoires. Par conséquent, l'utilisation d'une séquence pseudo-aléatoire rend le signal comme un bruit aléatoire pour tout le monde, sauf pour l'émetteur et le récepteur prévu [5].

Les séquences pseudo-aléatoires ont des propriétés particulières. Afin de ne pas modifier les propriétés statistiques du signal transmis (et donc son spectre), elles doivent être le plus faiblement auto-corrélées et pour assurer la sécurité et d'éviter les interférences des sources entre-elles, les séquences doivent être aussi le plus faiblement inter-corrélées et pour permettre la synchronisation, elles doivent avoir un pic d'auto-corrélation le plus étroit possible [13].

Il existe beaucoup de types de séquences pseudo aléatoire périodique, les plus utilisées dans les systèmes CDMA sont les séquences de longueur maximale (m-séquence) et les séquences de Gold.

a) Les séquences de longueur maximale (m-séquences)

Les séquences de longueur maximale ont une durée maximale $N = 2^r - 1$, elles sont générées à partir d'un registre à décalage [17]. Il résulte de leur définition que les m-séquences présentent les propriétés suivantes:

- La propriété la plus importante des m-séquences est la propriété d'auto-corrélation. Effectivement, la nature aléatoire des séquences à longueur maximale se traduit par une fonction d'auto-corrélation périodique qui s'annule pour tous retards $\tau > 0$ [21].

La fonction d'auto-corrélation périodique d'une m-séquence est donnée par la relation suivante [6] :

$$\theta_{r,r}(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{N+1}{NT_c} |\tau|, & |\tau| \leq T_c, \\ -\frac{1}{N}, & |\tau| \geq T_c, \end{cases} \quad (1.12)$$

Où N est la période d'une m-séquence et T_c est la durée affectée au symbole 0 ou 1. Par conséquent NT_c est la période de la forme d'onde. La fonction d'auto-corrélation d'une m-séquence est représentée sur la figure 1.14:

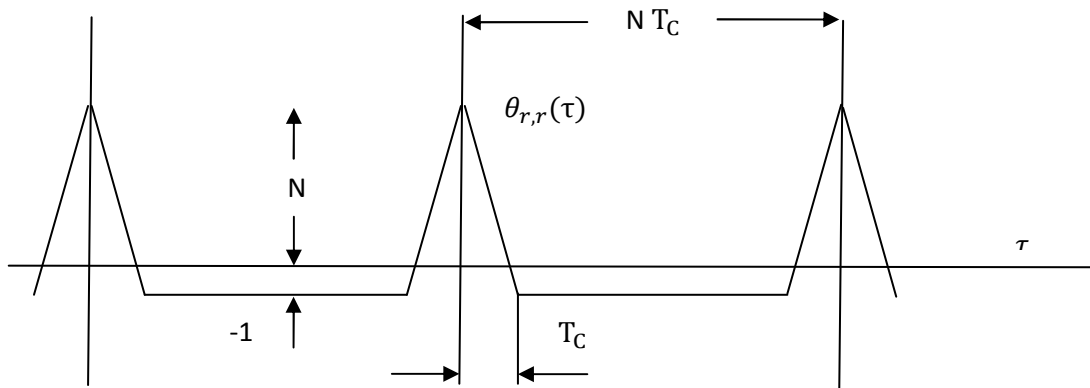


Figure 1.14 : L'auto-corrélation des m-séquences [23].

- Les m-séquences sont parfaites du point de vue de la fonction d'auto-corrélation périodique. Mais du point de vue de l'inter-corrélation, ces séquences ne le sont pas [21].
- Le pic d'auto-corrélation augmente avec l'augmentation de la longueur (nombre de chip) de la m-séquence.
- Dans une m-séquence, il ya 2^{N-1} uns et $2^{N-1} - 1$ zéros.
- Si une m-séquence est ajoutée bit a bit avec une rotation cyclique d'elle-même, le résultat est une autre rotation cyclique de la même séquence m.

b) séquences de Gold

Les séquences de Gold ont été développées par R. A. Gold [33], sont une famille de code qui découle des séquences PN. Elles sont particulièrement employées dans les structures CDMA dites "non-orthogonales" grâce à leurs propriétés de corrélation [18].

Cette famille de codes est constituée de deux séquences à longueur maximale préférées de longueur L et additionnées modulo 2. La séquence résultante n'est pas à longueur maximale mais toujours de longueur L . Comme tout changement de phase

entre les deux codes de base donne un nouveau code, il est possible de générer au total $L + 2$ séquences de longueur L [33].

1.8 Les séquences ZCZ

1.8.1 Définition des séquences ZCZ

Typiquement dans les systèmes DS-CDMA, les séquences doivent être conçues en tant que séquences d'étalement pour différencier les utilisateurs, ces séquences doivent avoir à la fois de très faibles lobes secondaires d'auto-corrélation (de préférence zéros lobes secondaires) et de très faibles inter -corrélations (de préférence nuls inter-corrélations) [34]. Cependant, il a été prouvé qu'il est impossible de trouver la conception d'un ensemble de séquences d'étalement avec des caractéristiques idéales d'auto-corrélation impulsive et d'inter-corrélation nulle. Ces exigences se traduisent par la conception des séquences de zone de corrélation nulle (ZCZ), ces séquences possèdent de bonnes propriétés de corrélation, mais seulement dans une zone spécifique appelée zone de corrélation nulle (Z_{CZ}) [35].

Il existe plusieurs études approfondies sur les systèmes CDMA utilisant l'ensemble des séquences ZCZ [6]-[7], [36]-[38]. Plusieurs classes de séquences ZCZ ont été calculés utilisant des séquences complémentaires [7], [35], [36]. Fan et Deng ont proposé quelques séquences binaires ZCZ utilisant des séquences complémentaires [39], [40].

D'autres séquences ternaires ZCZ utilisant $\{\pm 1, 0\}$ ont été proposées par Takatsukasa, Cha, XU et Hayashi [41], [42], [43], [44]. Ces séquences peuvent atteindre la limite supérieure de la zone de corrélation nulle. Leur mise en œuvre du matériel est semblable à des séquences binaires [7], [35].

Les ensembles de séquence ZCZ dits polyphases ont été construits pour la première fois par Suehiro [45], et d'autres constructions des types polypahses et quadriphses ont été proposées par Matsfuji, Deng, [7],[46].

Les ensembles de séquences binaires rendent la mise en œuvre du matériel beaucoup plus facile que les séquences polyphases. Cependant, elles ne peuvent pas atteindre la limite supérieure de la taille de l'ensemble [35].

Tous les ensembles de séquences $ZCZ(L, M, Z_{CZ})$ peuvent être caractérisés par la longueur de la séquence L , nombre de séquences M et la longueur de la zone de corrélation nulle Z_{CZ} .

1.8.2 Propriétés des séquences ZCZ

Soit l'ensemble des séquences $\{a_l^{(r)}\}$ avec la taille de la famille M ($r = 1, 2, \dots, M$), la longueur de chaque séquence L ($l = 0, 1, 2, \dots, L-1$) [47]. La fonction d'auto-corrélation périodique (PACF: Periodic Auto-Correlation Function) et la fonction d'inter-corrélation périodique (PCCF: Periodic Cross-Correlation Function) des séquences sont définies comme suit [7]:

$$\theta_{r,s}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l^{(r)} a_{l+\tau}^{*(s)} = \begin{cases} \text{PACF} & \text{si } r = s \\ \text{PCCF} & \text{si } r \neq s \end{cases} \quad (1.13)$$

L'ensemble des séquences est dit orthogonal et generalized orthogonal (GO) si l'ensemble a respectivement les caractéristiques de corrélation périodique suivantes [47]:

$$\theta_{r,s}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l^{(r)} a_{l+\tau}^{*(s)} = \begin{cases} \eta L, & \text{pour } \tau = 0, r = s \\ 0, & \text{pour } \tau = 0, r \neq s \\ 0, & \text{pour } 0 < |\tau| \leq Z_{CZ} \end{cases} \quad (1.14)$$

Où

$$\eta = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} |a_l|^2 \leq 1 \quad (1.15)$$

Où l'addition de l'indice $l + \tau$ s'effectue modulo L , a_l^* désigne le conjugué complexe de l'élément de la séquence a_l . Les ensembles des séquences correspondantes sont désignés par $G(L, M)$ et $GO(L, M, Z_{CZ})$ respectivement [47]. Le paramètre η est égal à

1 seulement lorsque chaque élément d'une séquence a_l a une amplitude unité (séquences binaires), sinon $\eta < 1$ [7].

La figure 1.15 montre la présence d'une zone Z_{CZ} dans le cas PACF et PCCF.

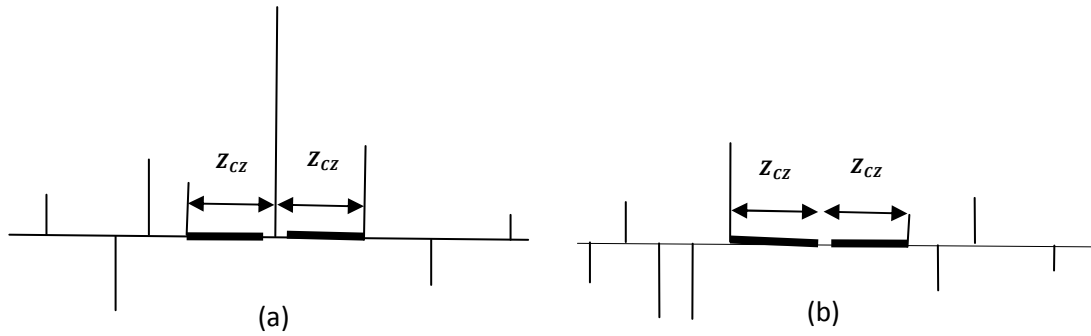


Figure 1.15: (a) La fonction d'auto-corrélation et sa zone Z_{CZ} , (b) La fonction d'inter-corrélation et sa zone Z_{CZ}

1.8.3 Limites périodiques théoriques des séquences ZCZ

Plusieurs limites, exprimant la relation entre la longueur et la taille de séquences, ont été établies: Welch [48], Sarwate [49], Massey [50], Levenshtein [51] et Peng et al [52]-[54]. Pour les séquences binaires, la limite est définie comme suit [47]:

$$\theta_m^2 \geq \frac{ML_0 + M - L}{ML_0 + M - 1} L \quad (1.16)$$

Où $\theta_m = \max\{\theta_a, \theta_c\}$, et θ_a, θ_c sont respectivement les valeurs maximales des ACF et CCF. Où L_0 représente la zone dite quasi-orthogonale généralisé (GQO : generalized quasi-orthogonal).

De l'équation (1.16), θ_m peut prendre la valeur nulle pour tous les $M(L_0 + 1) \leq L$, en remplaçant L_0 par Z_{CZ} , nous obtenons la limite suivante [47]:

$$Z_{CZ} \leq \frac{L}{M} - 1 \quad (1.17)$$

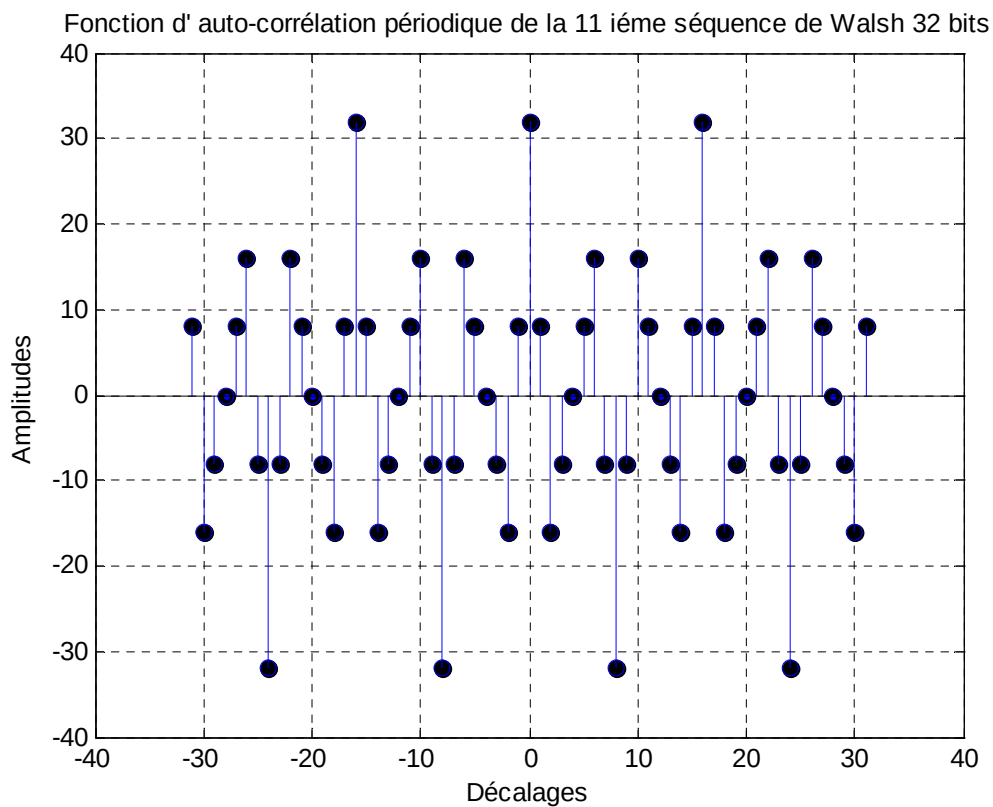
L'optimalité des séquences ZCZ est mesuré par le rapport suivant [55].

$$\mu = \frac{M(Z_{CZ} + 1)}{L} \leq 1 \quad (1.18)$$

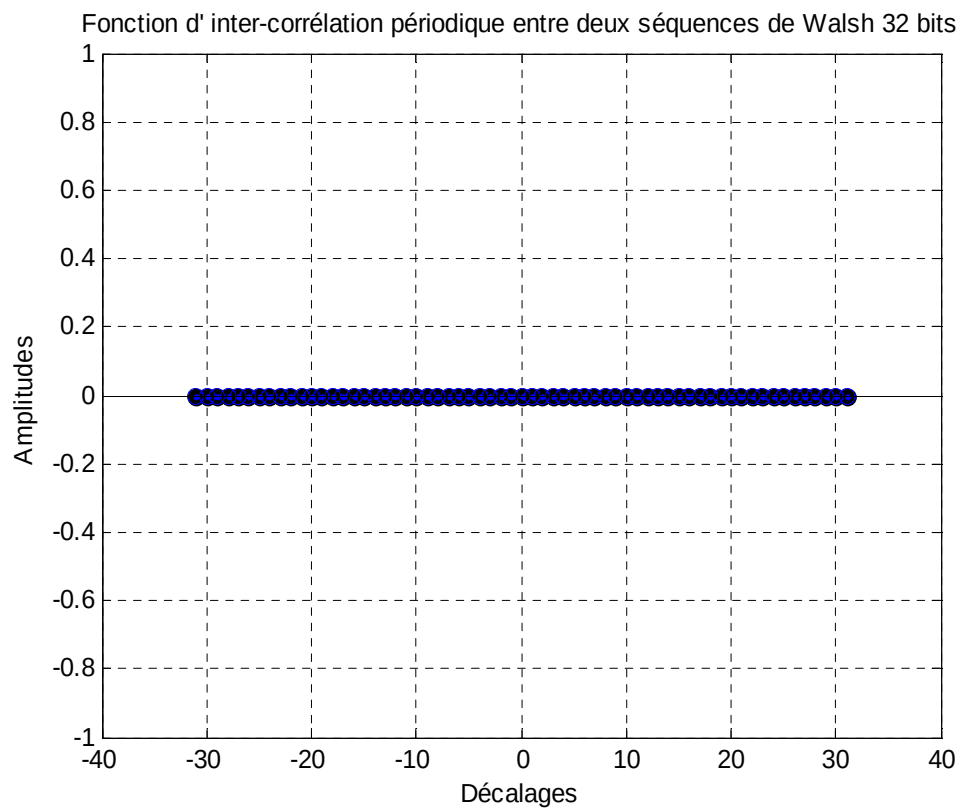
Un rapport μ élevé est préférable, et il est limité théoriquement à 1, un code ZCZ qui satisfait cette limite théorique est appelé un code optimal.

1.8.4 Analyse comparative des performances des différents codes

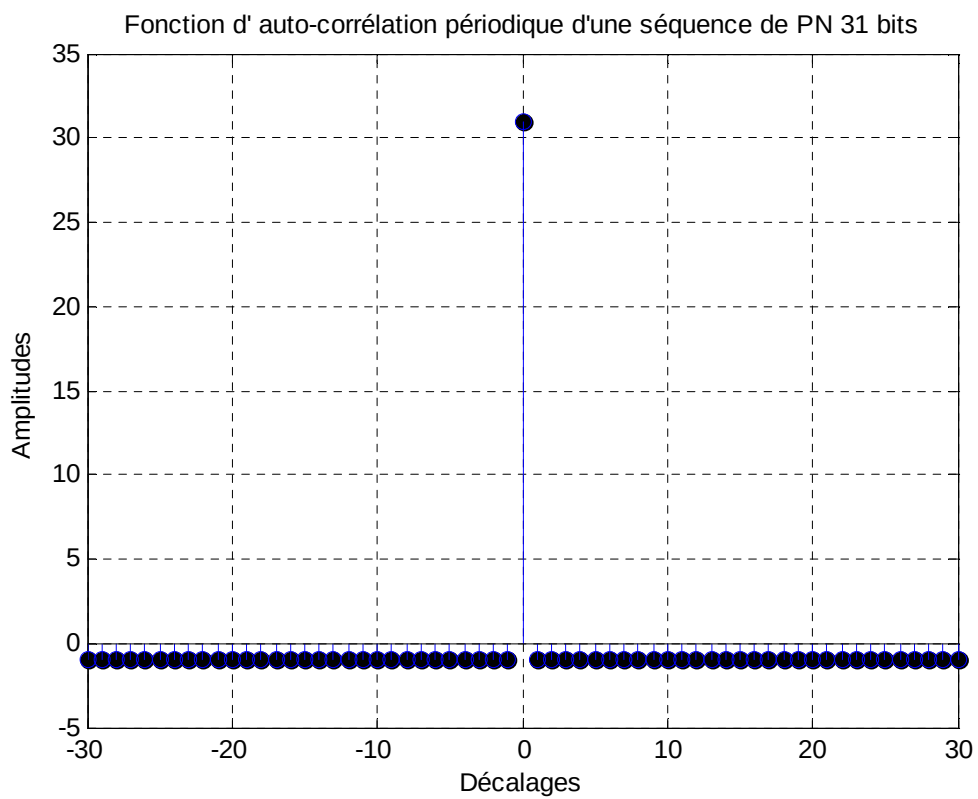
Pour l'application DS-SS, un codage unique des différents signaux d'utilisateurs qui occupent la même largeur de bande de transmission dans un système à accès multiples. Afin d'atteindre ces objectifs, les séquences de codage nécessitent des propriétés de corrélation spéciales à savoir l'auto-corrélation et l'inter-corrélation. La figure 1.16 suivante présente une comparaison entre les fonctions d'auto-corrélation et d'inter-corrélations pour les codes de Walsh-32 bits, Gold-31 bits, les code PN-31 bits et le code ZCZ.



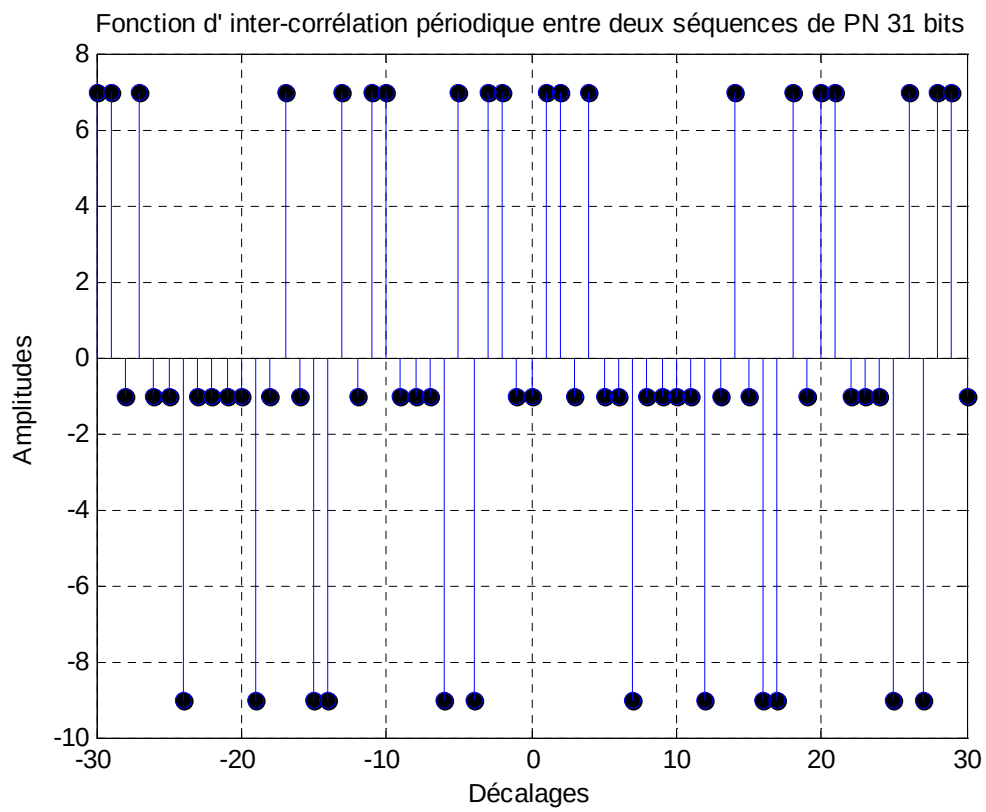
(a)



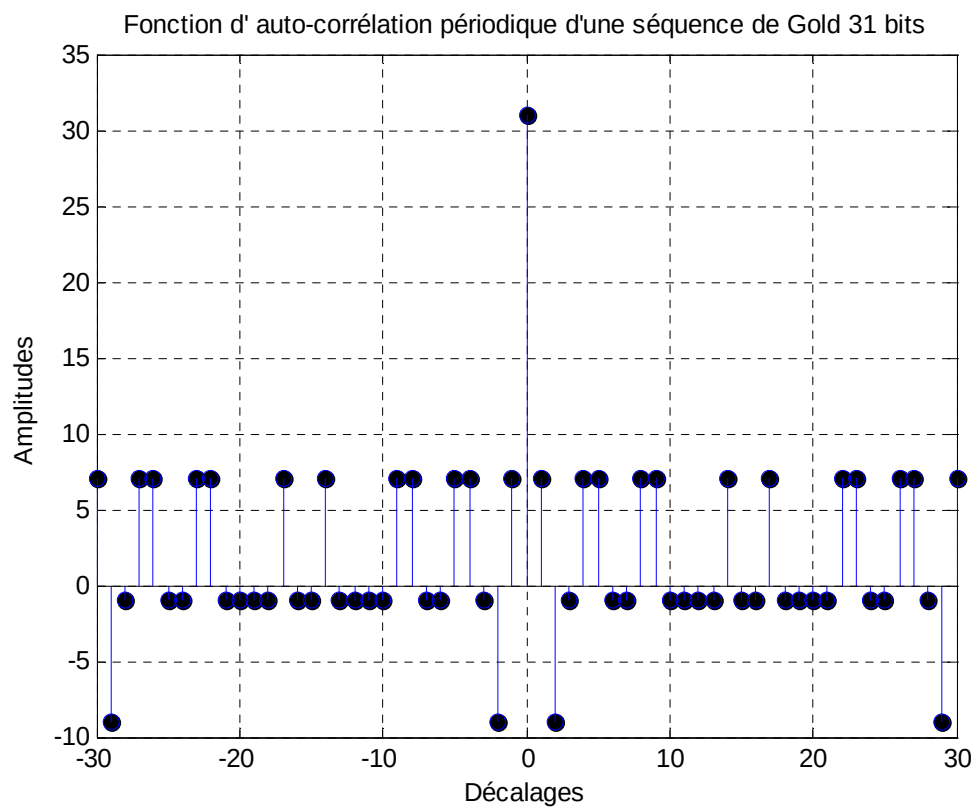
(b)



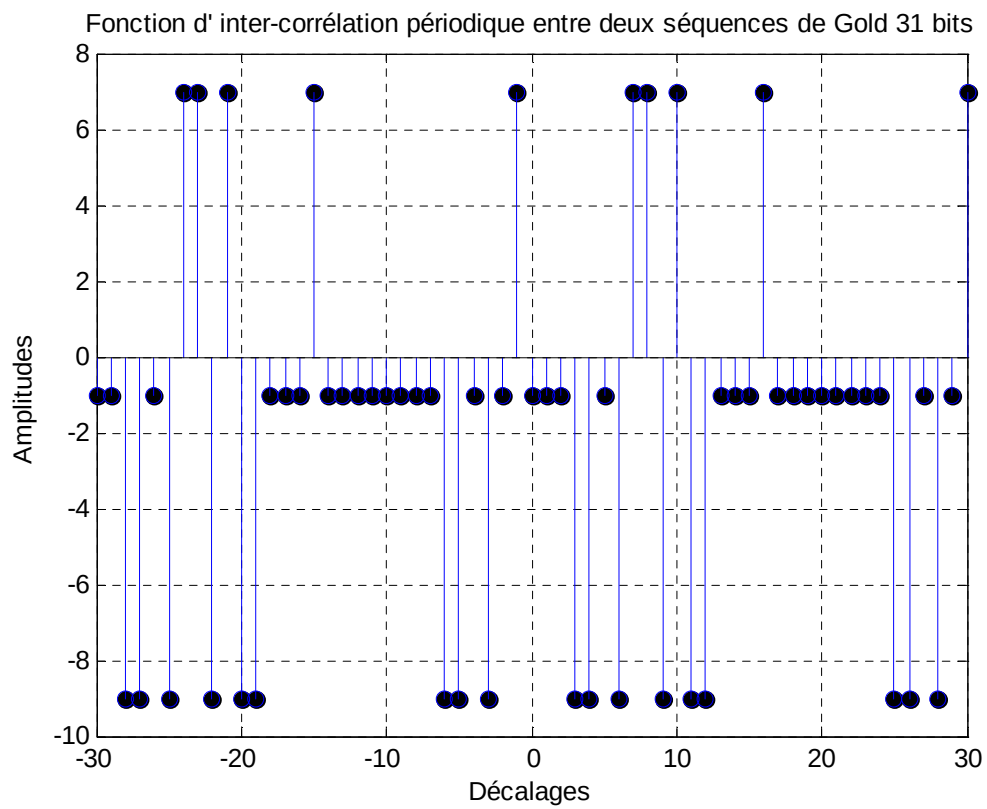
(c)



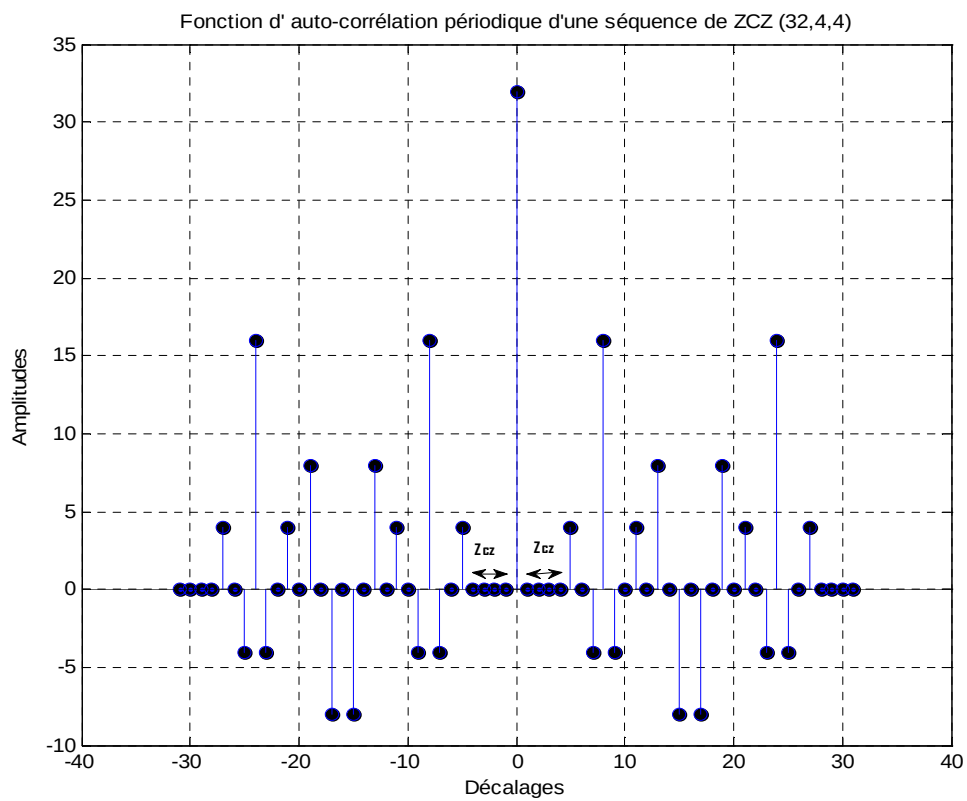
(d)



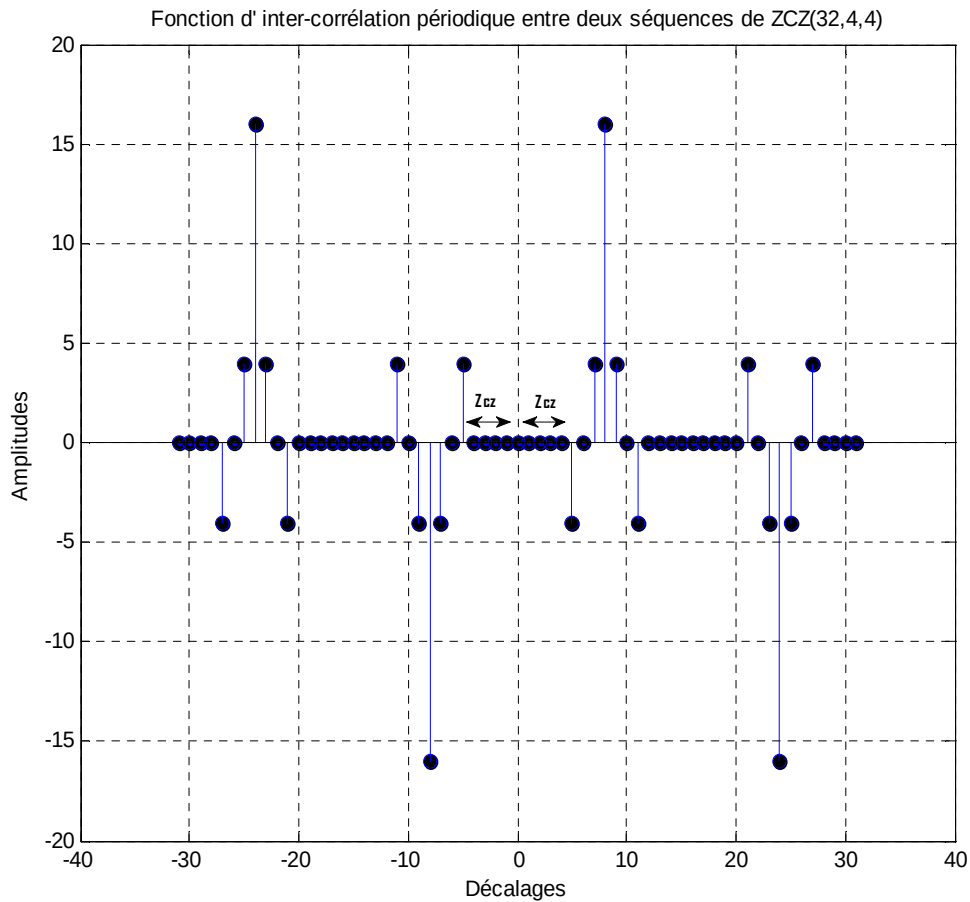
(e)



(f)



(g)



(h)

Figure 1.16: Comparaison de la fonction d'auto-corrélation et d'inter-corrélation (a)-(b) code de Walsh 32-bits, (c)-(d) le code PN 31-bits, (e)-(f) code de Gold 31-bits et (g)-(h) le code ZCZ

Nous pouvons observer à partir de la figure 1.16 (a) - (b) que les code de Walsh sont parfaitement orthogonaux. Ils ont une bonne propriété d'inter-coorélation. Cependant, la fonction d'auto-corrélation n'est pas idéal, car il peut avoir plus d'un pic et ça ne satisfait pas la propriété. Ces codes sont utilisés dans les communications synchrones même si elles obtiennent de mauvais résultats pour les communications asynchrones.

Il convient de noter que, en général, pas toutes les séquences de l'ensemble des sequences Walsh ont une valeur nulle d'inter-corrélation periodique pour tout les décalages comme dans la figure 1.16 (b).

D'après la figure 1.16 (c)-(d), nous observons que les codes PN possèdent des caractéristiques d'auto-corrélation impulsive idéales. Cela signifie que toutes les valeurs sont nulles pour tous les décalages temporels, sauf en zéro (existence d'une crête). La valeur de la crête est égale à la longueur du code PN correspondant. Ainsi, les codes PN ne possèdent pas les caractéristiques souhaitables d'inter-corrélation (une valeur nulle périodique pour tous les décalages) ce qui se traduit par la non orthogonalité de ces derniers. Donc, les codes PN sont les meilleurs en termes de caractéristiques d'auto-corrélation.

Les Codes de Gold, héritant les mêmes caractéristiques de corrélation que les codes PN, sont non orthogonaux puisque ils utilisent pour leur génération une paire de codes PN. Toutefois, ils possèdent des caractéristiques différentes de corrélation ; les propriétés d'auto-corrélation de codes de Gold ne sont pas aussi bonnes que celles des codes PN car les lobes latéraux d'auto-corrélation semblent importants dans ce cas (figure 1.16 (e)-(f)). Pour les caractéristiques d'inter-corrélation, c'est les mêmes que dans le cas des codes PN.

Pour les codes ZCZ, ils contiennent une région dont les valeurs de corrélation sont nulles comme le montre la figure 1.16 (g)-(h), dans cette région, les codes d'étalement sont considérés comme des séquences idéales.

1.9 Les séquences complémentaires (CP: Complementary Pairs)

En 1949, Marcel Golay a introduit les Paires de séquences complémentaires (CP) dans le cadre de son étude de la spectrométrie infrarouge [56]. Une paire de deux séquences (A, B) est définie comme une paire complémentaire si la somme des fonctions d'auto-corrélation aperiodiques des deux séquences A et B est égale à zéro sauf pour le décalage du zéro tel que [7]:

$$\varphi_A(\tau) + \varphi_B(\tau) = 0 \quad \text{pour } 0 < |\tau| \leq L - 1 \quad (1.19)$$

▪ Propriétés

- 1) Les Paires de séquences complémentaires existent pour toutes les longueurs satisfaisants: $L = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$, $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$, elles ne sont pas connues pour d'autres longueurs. Les longueurs $L < 100$ dont les CP existent, sont [57]:

1, 2, 4, 8, 10, 16, 20, 26, 32, 40, 52, 64, 80.

2) Plusieurs opérations effectuées sur le CP (C, S) donnent d'autres paires de séquences complémentaires. Ces quatre opérations sont les suivantes [6] [57]:

- Permutation de C et S c.à.d. (C, S) devient (S, C) .
- Inversion de C et/ou S c.à.d. $(\bar{C}, S)$, $(C, \bar{S})$ et $(\bar{C}, \bar{S})$.
- Négation de C et/ou S c.à.d. $(-C, S)$, $(C, -S)$ et $(-C, -S)$.
- Négation des éléments alternés c.à.d. $c_i \rightarrow (-1)^i c_i$, $s_i \rightarrow (-1)^i s_i$

3) Si $(C1, S1)$ est une paire complémentaire alors la paire de deux séquences concaténées tels que $(C1 S1, (-C1) S1)$ est également une paire complémentaire [7].

4) La concaténation des ensembles de séquences complémentaires avec la même longueur et le même nombre de séquences conduit à des séquences complémentaires de double taille, c'est à dire deux fois la quantité et deux fois la longueur des séquences de l'ensemble [6].

5) Soient les deux séquences C_1 et S_1 de longueur L constituent un CP (C_1, S_1) , et soit (C_2, S_2) un autre CP de la même longueur, alors (C_1, S_1) et (C_2, S_2) sont orthogonales et définies comme compagnon (a Mate) si la somme des fonctions d'inter-corrélation apériodiques entre deux paires devient nul comme suit [7] :

$$\varphi_{C_1 C_2}(\tau) + \varphi_{S_1 S_2}(\tau) = 0 \text{ ou } \varphi_{C_2 C_1}(\tau) + \varphi_{S_2 S_1}(\tau) = 0, \forall \tau \quad (1.20)$$

6) Il a été prouvé qu'il existe deux, et seulement deux compagnons (Mates) qui sont définis comme suit [6]:

Mate 1 $(\tilde{S}, -\tilde{C})$

Mate 2 $(-\tilde{S}, \tilde{C})$

7) Soit (C_{l-1}, S_{l-1}) et (X_{l-1}, Y_{l-1}) deux CP orthogonaux. L est la longueur de chaque séquence formant chaque CP. Deux séquences concaténées $A_l (= C_l S_l)$ et $B_l (= X_l Y_l)$ générées à partir de deux CP étendus

$(C_l, S_l) = (C_{l-1}S_{l-1}, (-C_{l-1})S_{l-1})$ et $(X_l, Y_l) = (X_{l-1}Y_{l-1}, (-X_{l-1})Y_{l-1})$, respectivement qui se prolonge par la propriété 2, ci-dessus, constitue un ensemble $GO(4L, 2, L)$ [7].

- 8) Soit (C_{l-1}, S_{l-1}) un CP où L est la longueur de chaque séquence. Une séquence A_n obtenue à partir de la concaténation des deux séquences C_l et S_l où $(C_l, S_l) = (C_{l-1}S_{l-1}, (-C_{l-1})S_{l-1})$ telle que $A_l = C_l S_l$ a une longueur de la zone $Z_{CZ} = L$ [7].

Le tableau 1.1 présente les séquences complémentaires de longueur 3, 5 et 7 [57].

Où (+) et (-) signifient 1 et -1, respectivement.

Length L	Complementary sets
3	{+++; -++; +-+; ++-}
5	{+----; -++-+; +----; ----+}
7	{++++-++-+; +-++++-; +-+--++-+; +-+--++-}

Tableau 1.1: Des séquences complémentaires de longueur 3, 5 et 7.

1.10 Ensembles complémentaires mutuellement orthogonaux (MOCS)

Soit une matrice $M \times K$ telle que chaque élément de la matrice est une séquence de longueur L . La matrice $M \times K$ est définie comme un ensemble complémentaire mutuellement orthogonale (MOCS: Mutually Orthogonal Complementary Sets) si toutes les séquences de la même rangée (ligne ou colonne) dans la matrice forment un ensemble de séquences complémentaires dont la somme des fonctions d'auto-corrélation aperiodiques est nulle, et tout deux ensembles complémentaires de séquences appartenant aux différentes rangées (lignes ou colonnes) sont respectivement orthogonales, alors [7].

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1K} \\ F_{21} & F_{22} & & F_{2K} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ F_{M1} & F_{M2} & \dots & F_{MK} \end{bmatrix}$$

Un MOCS F doit satisfaire les relations suivantes [58]:

$$\sum_{i=1}^M \phi_{F_{i,j}F_{i,j}}(\tau) = 0, \quad \text{for } \forall j, \forall \tau \neq 0 \quad (1.21)$$

$$\sum_{i=1}^M \varphi_{F_{i,j}F_{i,k}}(\tau) = 0, \text{ for } \forall j \neq k, \forall \tau \quad (1.22)$$

- Une matrice F' générée par l'entrelacement ou la concaténation de chaque élément dans le MOCS F est aussi un MOCS [58].

$$F' = \begin{bmatrix} F \otimes F & (-F) \otimes F \\ (-F) \otimes F & F \otimes F \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

$$F' = \begin{bmatrix} FF & (-F)F \\ (-F)F & FF \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Où

$F \otimes F$ désigne la matrice dont le $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément est la séquence entrelacée du $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément de F et le $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément de F .

FF désigne la matrice dont le $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément est la concaténation du $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément de F et le $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément de F .

1.11 Les séquences parfaites

Une séquence $\mathbf{c} = (c_0, \dots, c_i, \dots, c_{L-1})$ de longueur L avec une fonction d'auto-corrélation périodique idéale, est définie comme une séquence parfaite [7]:

$$\theta_{\mathbf{c},\mathbf{c}}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} c_l c_{l+\tau}^* = \begin{cases} \eta L, & \text{for } \tau = 0, \\ 0, & \text{for } \tau \neq 0 \end{cases} \quad (1.25)$$

$$\eta = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} |c_l|^2 \leq 1$$

La seule séquence binaire parfaite qui existe est de longueur 4 [59], $\{1, 1, 1, -1\}$, (sans compter ses formes équivalentes $\{-1, -1, -1, 1\}$, $\{-1, 1, 1, 1\}$ et $\{1, -1, -1, -1\}$,

Les séquences ternaires parfaites de longueurs inférieures à 60 sont résumées dans le tableau 1.2 [59]:

L	η	Les séquences ternaires parfaites
6	0.6667	(1,0, -1,1,0,1)
13	0.6923	(1,0,1,0,0,1, -1,1,0, -1, -1,1,1)
21	0.7619	(1,1,1,1,1, -1,1,0,1,0, -1,1,1, -1,0,0,1, -1,0, -1, -1)
26	0.3462	(1,1,1, -1,0,1,0,0,1, -1,0, -1,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0)
31	0.5161	(1,0,1,1,0,0,1,1, -1,1, -1,0,0,0,1,1,0,1, -1, -1,0,1,0, -1,0,0,0,0, -1,0,0)
31	0.8065	(1,0,1,1,1, -1,0, -1, -1, -1,0,1, -1,1,1, -1,0,1, -1,1, -1,1,1,1, -1, -1,1,1,1,0,0)
33	0.7576	(1,1,1,1,0,1,1, -1,1, -1,1,0,1, -1,0,0, -1,0, -1, -1,1,1,1,0, -1,1,0, -1,1,1, -1, -1,0)
57	0.8596	(1,1,1,1,1, -1,1,0, -1,1, -1,0, -1, -1, -1,1, -1, -1,0,1, -1,1,1, -1, -1,1,1,0, -1,1, -1, -1,0,1,1,1, -1, -1, -1,1,1,0,1,1,1, -1, -1, -1,1,1, -1,1, -1)

Tableau 1.2 : Les séquences ternaires parfaites.

Les transformations suivantes effectuées sur la séquence ternaire parfaite $\mathbf{a} = (a_0, \dots, a_l, \dots, a_{L-1})$ de longueur L , préservent la propriété d'auto-corrélation périodique idéale de la séquence originale [59] :

1. $a_l \rightarrow a_{L-l-1}$ ($l = 0, 1, 2, \dots, L-1$), (inverser)
2. $a_l \rightarrow -a_l$ ($l = 0, 1, 2, \dots, L-1$), (negation)
3. $a_l \rightarrow a_{l+m}$ ($l = 0, 1, 2, \dots, L-1$), (décalage cyclique)

Où m est un entier quelconque, et l'indice est calculé modulo L .

Lorsque une séquence ternaire parfaite est obtenue à partir d'une autre séquence par l'intermédiaire des transformations élémentaires cités ci-dessus, les deux séquences sont dites équivalentes [59].

Soient $\mathbf{c}$ et $\mathbf{s}$ deux séquences ternaires parfaites de longueurs respectives L_1 et L_2 , qui sont premiers entre eux. La multiplication élément par élément des séquences trouvées en répétant L_2 fois la séquence $\mathbf{c}$ et L_1 fois la séquence $\mathbf{s}$, forme une séquence parfaite ternaire de longueur $L_1 L_2$ [59].

Le nombre des éléments nuls dans les séquences ternaires parfaites a été discuté dans [59]. Il a été prouvé que:

- ✓ Il n'existe pas des séquences ternaires parfaites de même longueur avec un élément nul, et aucune des séquences ternaires parfaites de longueurs impaires avec deux éléments nuls.
- ✓ Il n'existe pas des séquences ternaires parfaites de n'importe quelle longueur avec deux éléments nuls adjacents.

- ✓ Il existe seulement une séquence ternaire parfaite de longueur 6 avec deux éléments nuls parmi les séquences ternaires de longueurs inférieure à 37.

1.12 Les interférences

Le signal transmis est sujet à de nombreux phénomènes en passant par un trajet entre l'émetteur et le récepteur. Les interférences sont certainement l'un des facteurs les plus importants dans la conception et le fonctionnement des systèmes de communication radio [20]. Parmi les sources principales de dégradation dans les systèmes CDMA sont décrit ci-dessous:

1.12.1 Les Interférences d'Accès Multiples (MAI)

Quand un certain nombre d'utilisateurs partage un canal commun simultanément les MAI se créent. Dans ce contexte, les signaux d'autres utilisateurs apparaissent comme une interférence pour un utilisateur donné [5].

1.12.2 Les Interférences Inter-Symboles (ISI)

Dans un système numérique, particulièrement s'il fonctionne à un débit binaire élevé, la dispersion des retards (delay spread) fait que chaque symbole se chevauche avec le précédent et les subséquents d'où le phénomène ISI [20], comme le montre la figure 1.17.

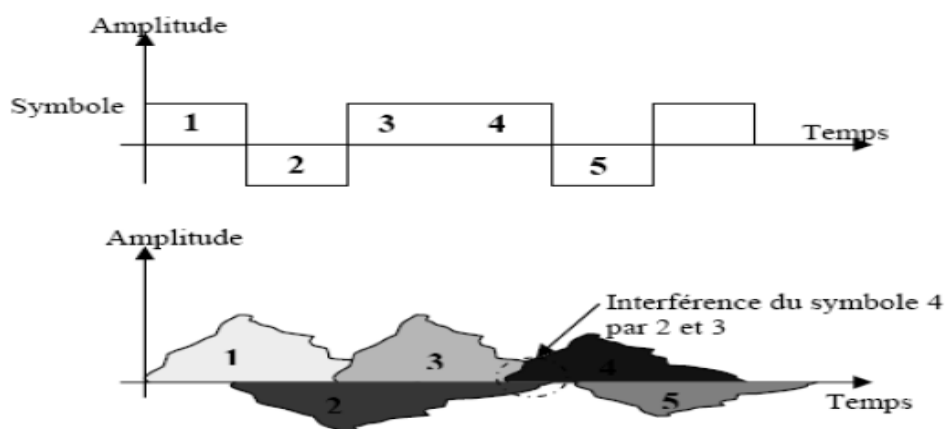


Figure 1.17 : Interférences inter-symboles [5].

1.12.3 Les Interférences Co-Canal (CCI)

La figure 1.18 indique CCI qui se produit lorsque les signaux émis sur une fréquence f_1 , sont interférés par d'autres signaux émis sur la même fréquence. Cela existe significativement dans les systèmes à réutilisation de fréquences comme les réseaux cellulaires par exemple [20].

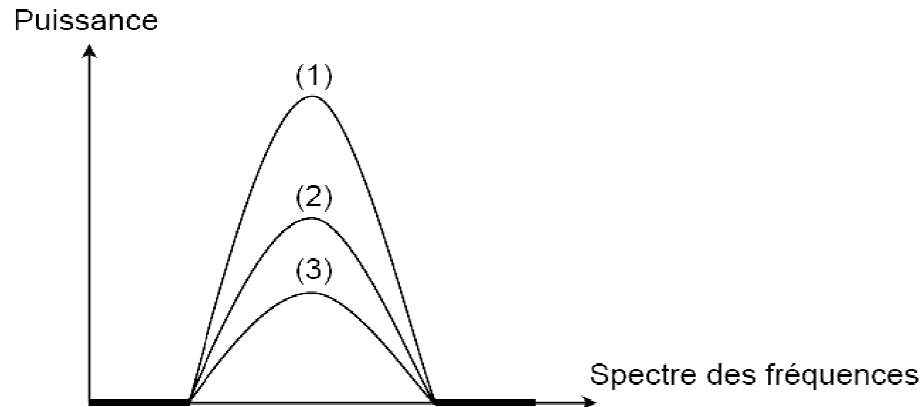


Figure 1.18 : Les interférences co-canal [20].

1.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions principales liées à la transmission sur un canal radio-mobile. Nous avons rappelé les techniques de multiplexage, les modèles des canaux radio mobiles et le principe d'étalement de spectre, particulièrement l'étalement par séquence directe. Pour caractériser les performances du système CDMA, nous avons présenté les codes orthogonaux tels que les codes de Walsh, les codes pseudo-aléatoires tels que les codes de Gold et les m-séquences et les codes ZCZ tout en comparant leurs propriétés de corrélation. Nous avons également présenté les principales sources de dégradation dans les systèmes CDMA (MAI, ISI et CCI). Nous avons introduit les outils mathématiques qui serviront de base à notre travail. Nous avons expliqué sous quelles conditions nous allons introduire les codes ZCZ. Dans les chapitres suivants, on va s'appuyer sur l'ensemble des outils pour conduire à l'obtention de codes (séquences) adaptés à l'étouffement des interférences liées au canal de transmission.

Chapitre 2

Principales Méthodes de Construction des Séquences Binaires et Ternaires ZCZ

Chapitre 2

Principales méthodes de construction des séquences binaires et ternaires ZCZ

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous effectuons une étude sur les principales méthodes de construction de séquences ZCZ. Ces méthodes sont respectivement de types binaires et ternaires. Nous présentons pour chaque type de méthodes, la procédure de construction illustrée par un exemple ainsi que leurs propriétés de corrélation servant à visualiser l'étendu de la zone Z_{CZ} .

2.2 Construction des séquences ZCZ

2.2.1 Construction des séquences binaires

2.2.1.1 Construction de FAN (en utilisant des paires complémentaires de Golay)

▪ Méthode 1

Soit $F^{(n)}$ l'ensemble des séquences initial pour $n = 0$ [34]:

$$F^{(0)} = \begin{bmatrix} F_{11}^0 & F_{21}^0 \\ F_{21}^0 & F_{22}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Considérant la matrice de séquences $F^{(n)}$ comportant M lignes, chaque ligne est composée de M_n séquences, chacune d'une longueur L , une matrice $F^{(n+1)}$ avec $2M$ lignes peut être dérivée, où chaque ligne est constituée de $2M$ séquences, chacune de longueur $2L$, selon l'équation (2.2) [47]:

$$F^{(n+1)} = \begin{bmatrix} F^{(n)}F^{(n)} & (-F^{(n)})F^{(n)} \\ (-F^{(n)})F^{(n)} & F^{(n)}F^{(n)} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Où :

$-F^{(n)}$ désigne la matrice dont le $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément est la négation du $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément de $F^{(n)}$.

$F^{(n)}F^{(n)}$ représente la matrice dont le $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément est la concaténation du $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément de $F^{(n)}$ et du $(i^{\text{ième}}, j^{\text{ième}})$ élément de $F^{(n)}$ comme suit [34]:

$$F^{(n)}F^{(n)} = \begin{bmatrix} F_{11}^n F_{11}^n & F_{12}^n F_{12}^n & \cdots & F_{1M}^n F_{1M}^n \\ F_{21}^n F_{21}^n & F_{22}^n F_{22}^n & \cdots & F_{2M}^n F_{2M}^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{M1}^n F_{M1}^n & F_{M2}^n F_{M2}^n & \cdots & F_{MM}^n F_{MM}^n \end{bmatrix}$$

$$(-F^{(n)})F^{(n)} = \begin{bmatrix} (-F_{11}^n)F_{11}^n & (-F_{12}^n)F_{12}^n & \cdots & (-F_{1M}^n)F_{1M}^n \\ (-F_{21}^n)F_{21}^n & (-F_{22}^n)F_{22}^n & \cdots & (-F_{2M}^n)F_{2M}^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-F_{M1}^n)F_{M1}^n & (-F_{M2}^n)F_{M2}^n & \cdots & (-F_{MM}^n)F_{MM}^n \end{bmatrix}$$

Où :

$$F^{(n)} = \begin{bmatrix} F_{11}^n & F_{12}^n & \cdots & F_{1M}^n \\ F_{21}^n & F_{22}^n & \cdots & F_{2M}^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{M1}^n & F_{M2}^n & \cdots & F_{MM}^n \end{bmatrix}$$

L'ensemble des séquences $F^{(n)}$ obtenu par cette méthode est défini comme [34] :

$$\text{GO}(L_n, M_n, Z_n) = (2^{2n+1}, 2^{n+1}, 2^{n-1})$$

Exemple 1

Pour $n = 0$, $F^{(0)}$ d'après (2.1) est:

$$F^{(0)} = \begin{bmatrix} F_{11}^0 & F_{12}^0 \\ F_{21}^0 & F_{22}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

On va construire l'ensemble des séquences ZCZ $F^{(2)} = \text{GO}(32, 8, 2)$ pour $n = 2$.

Pour la première itération $n = 1$, en utilisant l'équation (2.2) l'ensemble des séquences ZCZ $F^{(1)}$ est obtenu comme suit:

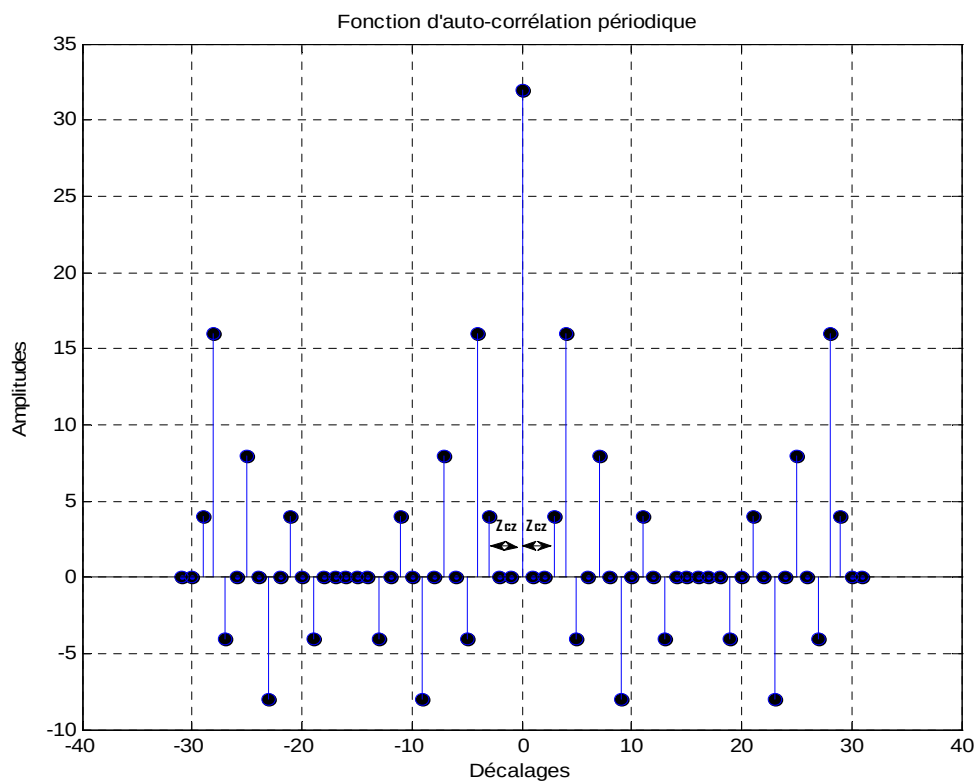
$$\begin{aligned}
F^{(1)} &= \begin{bmatrix} F_{11}^1 & F_{12}^1 & F_{13}^1 & F_{14}^1 \\ F_{21}^1 & F_{22}^1 & F_{23}^1 & F_{24}^1 \\ F_{31}^1 & F_{32}^1 & F_{33}^1 & F_{34}^1 \\ F_{41}^1 & F_{42}^1 & F_{43}^1 & F_{44}^1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} F_{11}^0 F_{11}^0 & F_{12}^0 F_{12}^0 & (-F_{11}^0) F_{11}^1 & (-F_{12}^0) F_{12}^1 \\ F_{21}^0 F_{21}^1 & F_{22}^0 F_{22}^1 & (-F_{21}^0) F_{21}^1 & (-F_{22}^0) F_{22}^1 \\ (-F_{11}^0) F_{11}^1 & (-F_{12}^0) F_{12}^1 & F_{11}^0 F_{11}^0 & F_{12}^0 F_{12}^0 \\ (-F_{21}^0) F_{21}^1 & (-F_{22}^0) F_{22}^1 & F_{21}^0 F_{21}^1 & F_{22}^0 F_{22}^1 \end{bmatrix} \\
F^{(1)} &= \begin{bmatrix} - & - & + & + & + & - & - & + \\ - & - & - & - & + & - & + & - \\ + & - & - & + & - & - & + & + \\ + & - & + & - & - & - & - & - \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Où (+) et (-) signifient 1 et -1, respectivement. De la même méthode, on peut obtenir $F^{(2)} = \text{GO}(32, 8, 2)$.

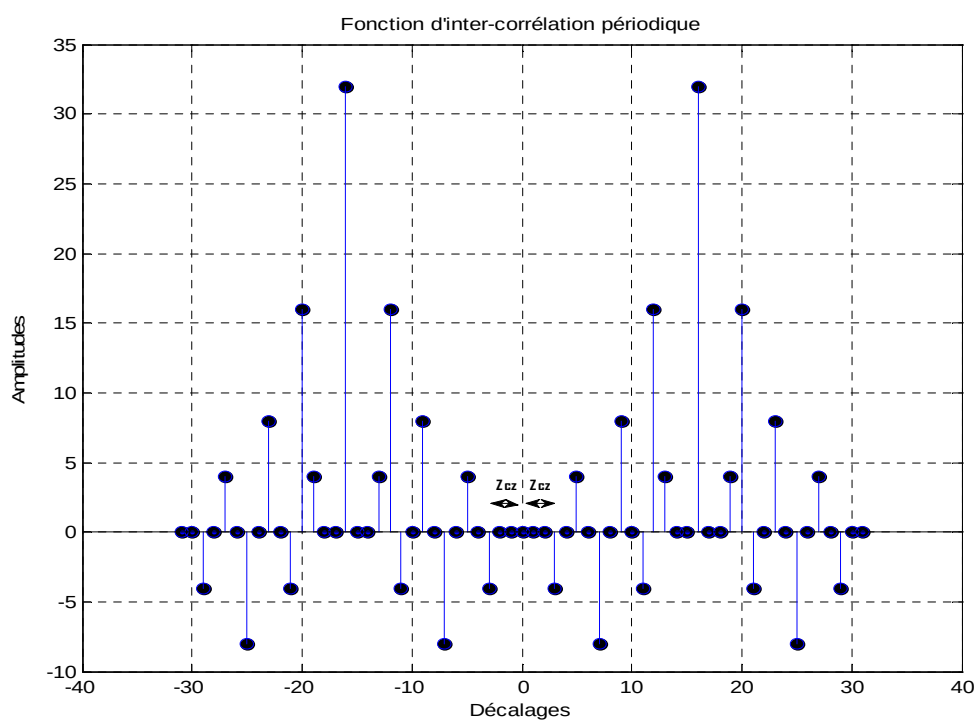
$$F^{(2)} = \begin{bmatrix} F_{11}^2 & F_{12}^2 & F_{13}^2 & F_{14}^2 & F_{15}^2 & F_{16}^2 & F_{17}^2 & F_{18}^2 \\ F_{21}^2 & F_{22}^2 & F_{23}^2 & F_{24}^2 & F_{25}^2 & F_{26}^2 & F_{27}^2 & F_{28}^2 \\ F_{31}^2 & F_{32}^2 & F_{33}^2 & F_{34}^2 & F_{35}^2 & F_{36}^2 & F_{37}^2 & F_{38}^2 \\ F_{41}^2 & F_{42}^2 & F_{43}^2 & F_{44}^2 & F_{45}^2 & F_{46}^2 & F_{47}^2 & F_{48}^2 \\ F_{51}^2 & F_{52}^2 & F_{53}^2 & F_{54}^2 & F_{55}^2 & F_{56}^2 & F_{57}^2 & F_{58}^2 \\ F_{61}^2 & F_{62}^2 & F_{63}^2 & F_{64}^2 & F_{65}^2 & F_{66}^2 & F_{67}^2 & F_{68}^2 \\ F_{71}^2 & F_{72}^2 & F_{73}^2 & F_{74}^2 & F_{75}^2 & F_{76}^2 & F_{77}^2 & F_{78}^2 \\ F_{81}^2 & F_{82}^2 & F_{83}^2 & F_{84}^2 & F_{85}^2 & F_{86}^2 & F_{87}^2 & F_{88}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} - & - & - & - & + & + & + & + & + & - & + & - & - & - & + & - & + & - & + \\ - & - & - & - & - & - & - & - & + & - & + & - & - & - & + & - & + & - & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + & - & - & - & - & + & + & + & + & - & + & - \\ + & - & + & - & + & - & + & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ + & + & - & - & - & - & + & + & - & - & + & - & + & - & - & - & - & - \\ + & + & - & - & + & + & - & - & - & - & + & + & + & + & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & - & - & + & - & + & - & - & + & - & - & - & - & - \\ - & + & + & - & - & + & + & - & - & + & - & - & - & - & - & - & - & - \end{bmatrix}$$

Les fonctions de corrélation pour les séquences 4 et 8 de $F^{(2)}$ pour l'exemple 1 sont représentées sur la figure 2.1:



(a)



(b)

Figure 2.1 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 4^{ième} séquence de $F^{(2)}$
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 4^{ième} et la 8^{ième} séquence de $F^{(2)}$.

▪ Méthode 2

En appliquant la formule (2.2) et en utilisant comme matrices initiales $(F_1^{(0)})$ ou $F_2^{(0)}$, $F^{(n)} = \text{GO}(2^{2n+m+1}, 2^{n+1}, 2^{n+m-1})$ peut être obtenue. La matrice $F^{(0)}$ est constituée de deux séquences X_m et Y_m de longueur 2^m comme indiqué ci-dessous [34]:

$$F_1^{(0)} = \begin{bmatrix} F_{11}^{(0)} & F_{12}^{(0)} \\ F_{21}^{(0)} & F_{22}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_m & Y_m \\ \overleftarrow{Y_m} & -\overleftarrow{X_m} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Où [39]:

$$F_2^{(0)} = \begin{bmatrix} F_{11}^0 & F_{21}^0 \\ F_{21}^0 & F_{22}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_m & Y_m \\ -\overleftarrow{Y_m} & -\overleftarrow{X_m} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Où $\overleftarrow{X_m}$ désigne l'inverse de X_m . Les deux séquences X_m, Y_m sont définies par la formule réursive suivante:

$$[X_0, Y_0] = [1, 1],$$

$$[X_m, Y_m] = [X_{m-1}, Y_{m-1}, (-X_{m-1}), Y_{m-1}] \quad (2.5)$$

Exemple 2

Pour $m = 2$ et $n = 1$, on peut obtenir un ensemble de séquences ZCZ $F^{(1)} = \text{GO}(32, 4, 4)$, à partir de l'équation (2.5) on trouve :

$$[X_0, Y_0] = [1, 1]$$

$$[X_1, Y_1] = [X_0, Y_0, (-X_0), Y_0] = [1, 1, -1, 1]$$

$$[X_2, Y_2] = [X_1, Y_1, (-X_1), Y_1] = [1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, 1]$$

D'après les équations (2.3) et (2.4), l'ensemble des séquences $F^{(0)} = \text{GO}(8, 2, 2)$ pour $n = 0$ est définie comme suit:

$$F_1^{(0)} = \begin{bmatrix} F_{11}^0 & F_{21}^0 \\ F_{21}^0 & F_{22}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 & Y_2 \\ \overleftarrow{Y_2} & -\overleftarrow{X_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & - & + & - & - & - & + \\ + & - & - & - & - & + & - & - \end{bmatrix}$$

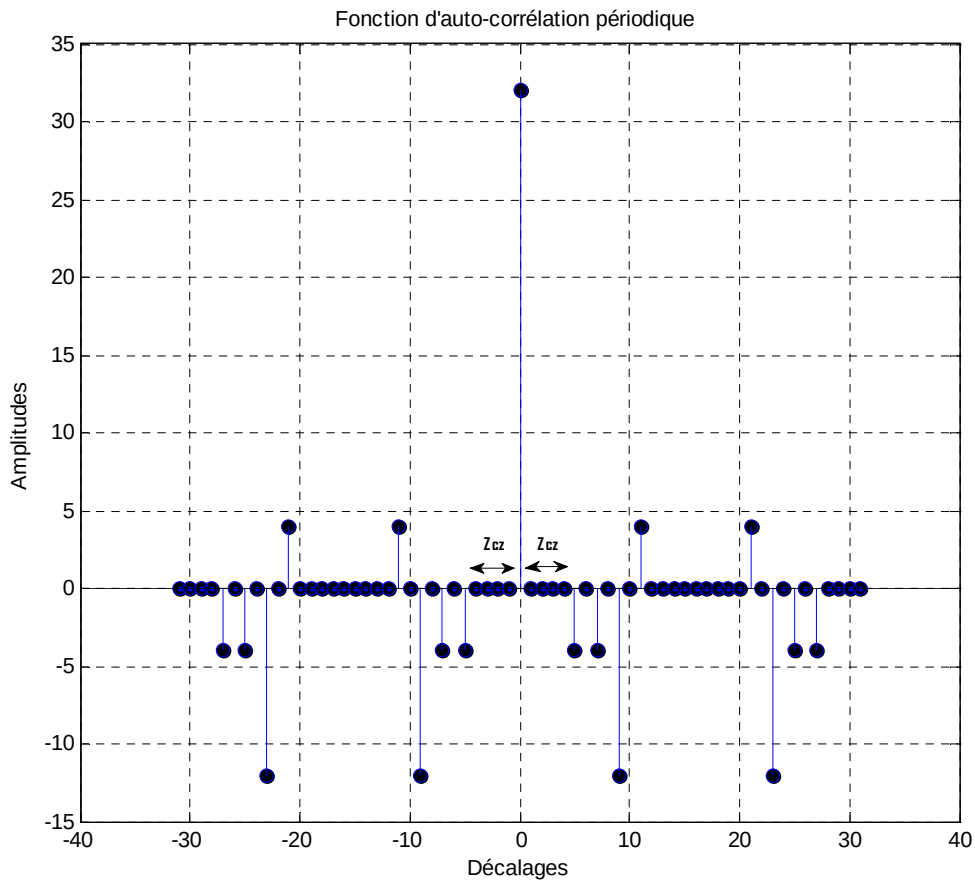
$$F_2^{(0)} = \begin{bmatrix} F_{11}^0 & F_{21}^0 \\ F_{21}^0 & F_{22}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_2 & Y_2 \\ -\overline{Y_2} & -\overline{X_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & + & - & - & - & - & + \\ - & + & + & + & - & + & - & - \end{bmatrix}$$

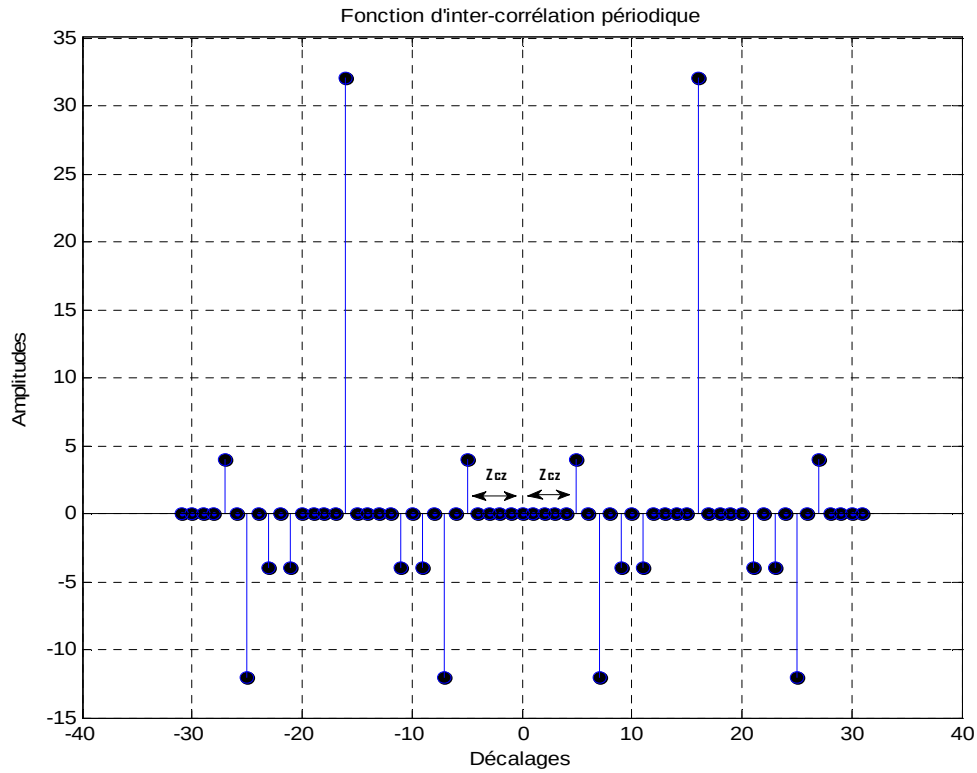
Appliquant l'équation (2.2), $F^{(1)} = \text{GO}(32, 4, 4)$ et on obtient:

$$F^{(1)} = \begin{bmatrix} F_{11}^1 & F_{12}^1 & F_{13}^1 & F_{14}^1 \\ F_{21}^1 & F_{22}^1 & F_{23}^1 & F_{24}^1 \\ F_{31}^1 & F_{32}^1 & F_{33}^1 & F_{34}^1 \\ F_{41}^1 & F_{42}^1 & F_{43}^1 & F_{44}^1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} + & + & - & + & + & + & - & + & - & - & + & - & - & - & + & + & + & - & - & - & + \\ + & - & - & - & + & - & - & - & - & - & + & - & - & - & - & - & + & + & + & - & - \\ - & - & + & - & + & + & - & + & + & + & - & - & + & - & - & + & - & - & + & - & + \\ - & + & + & + & + & - & - & - & - & + & + & - & - & + & - & - & - & - & + & - & - \end{bmatrix}$$

Les fonctions de corrélation pour les séquences 1 et 3 de $F^{(1)}$ sont représentées dans la figure 2.2:





(b)

Figure 2.2 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 1^{ière} séquence de $F^{(1)}$
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 1^{ière} et la 3^{ième} séquence de $F^{(1)}$.

▪ Méthode 3

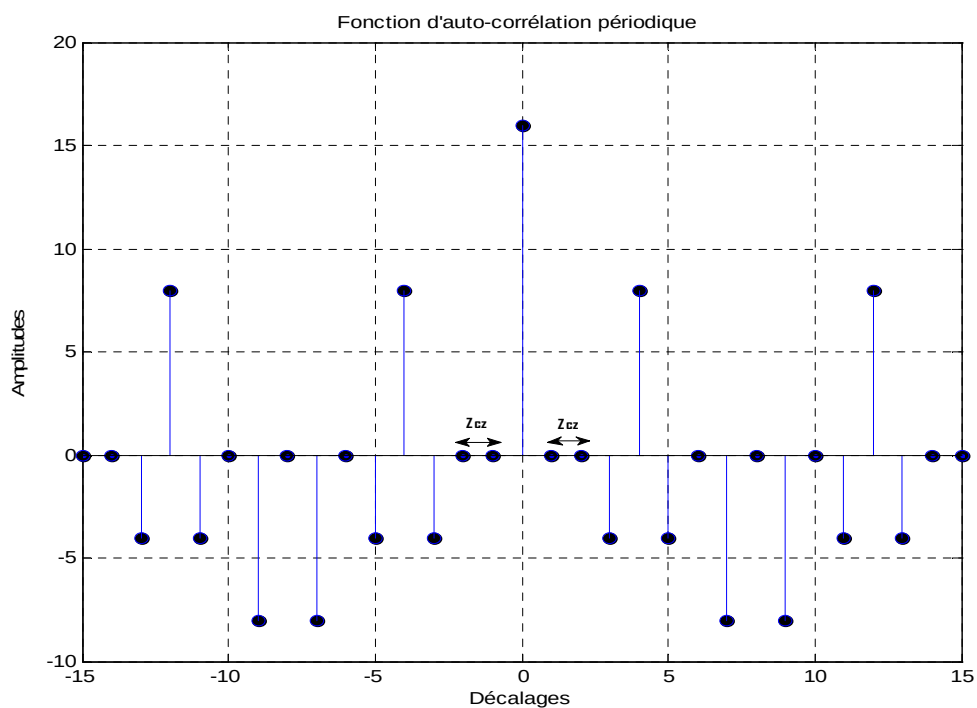
Il est bien possible d'obtenir une séquence ZCZ $F'^{(n)}$ plus courte tel que $F'^{(n)} = GO(2^{2n+m-t+1}, 2^{n+1}, 2^{n+m-t-1})$, en divisant par deux l'ensemble des séquences ZCZ F^n obtenu par la méthode précédente, t fois comme le montre l'exemple 3 [34].

Exemple 3

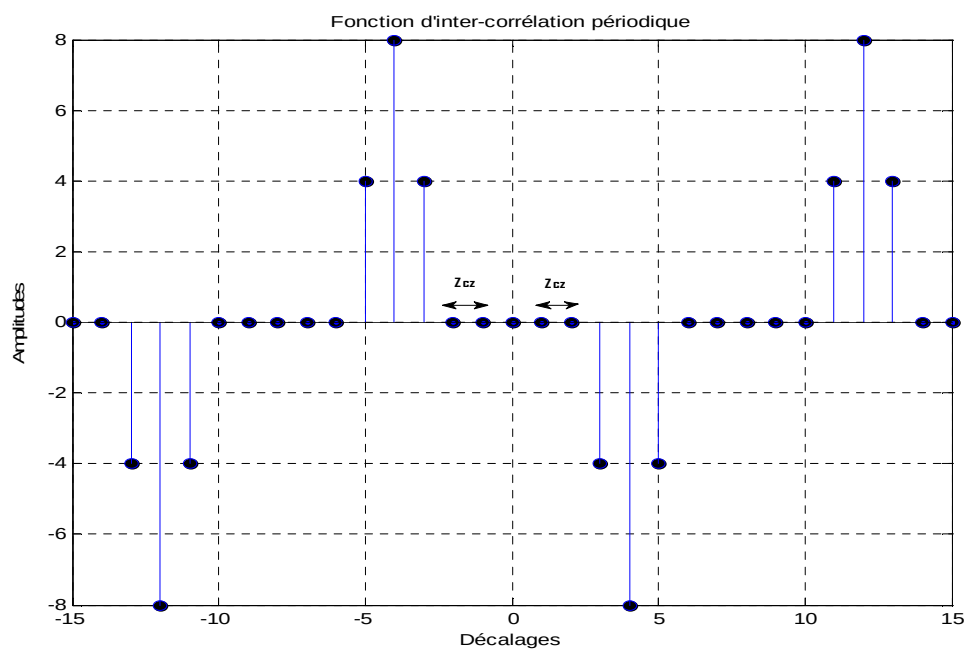
Lorsqu'on divise par deux l'ensemble $F^{(1)} = GO(32, 4, 4)$ obtenu par la méthode 2, un autre ensemble des séquences ZCZ $F'^{(1)} = GO(16, 4, 2)$ est obtenu comme suit :

$$F'^{(1)} = \begin{bmatrix} + & + & - & + & + & + & - & + & - & - & - & + & - & - & + \\ + & - & - & - & + & - & - & - & - & - & + & - & - & - & - \\ - & - & + & - & + & + & - & + & + & + & - & - & - & - & + \\ - & + & + & + & + & - & - & - & + & - & + & + & - & - & - \end{bmatrix}$$

Les fonctions de corrélation pour les séquences 1 et 3 de $F'^{(1)}$ sont illustrées sur la figure 2. 3 :

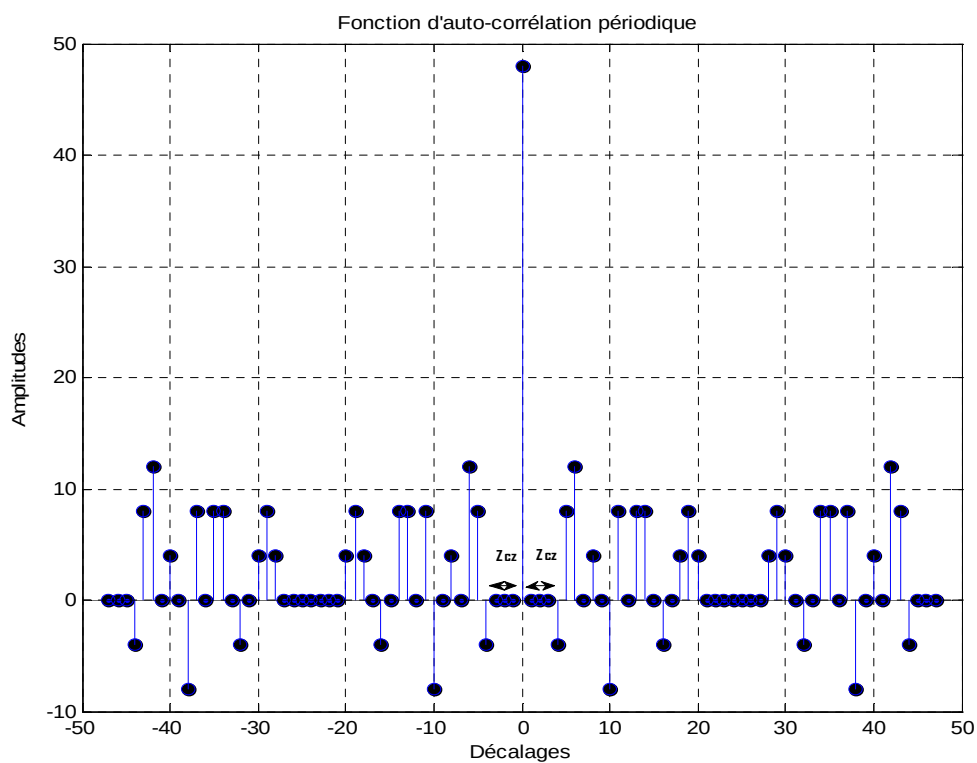


(a)

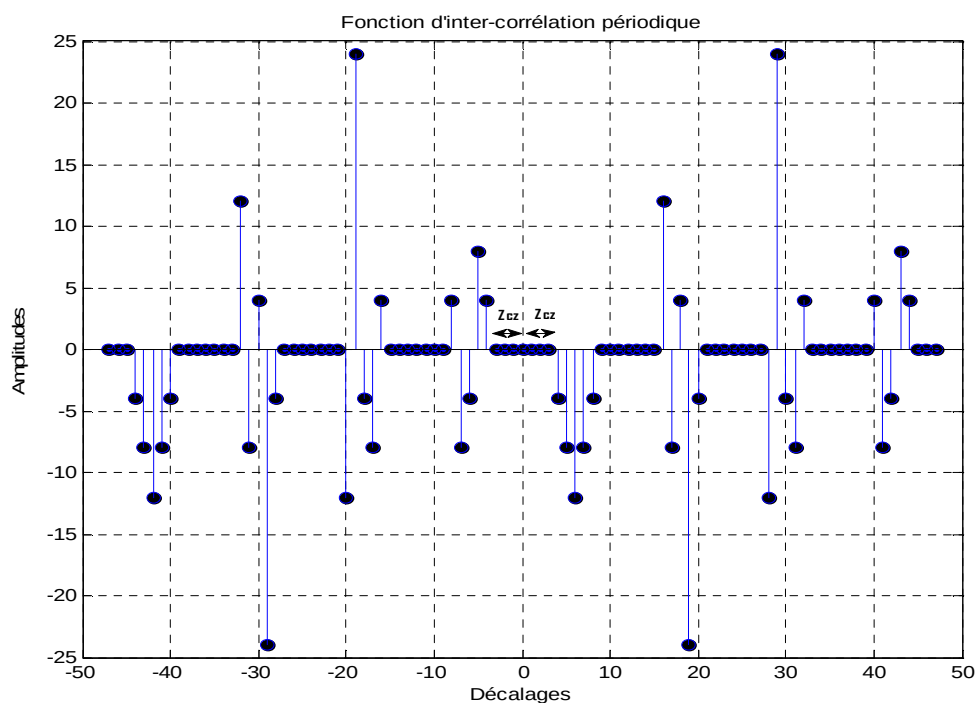


(b)

Figure 2.3 : (a) La fonction d'auto-correlation périodique de la 1^{ière} séquence de $F'^{(1)}$
 (b) La fonction d'inter-correlation périodique de la 1^{ière} et la 3^{ième} séquence de $F'^{(1)}$.



(a)



(b)

Figure 2.4 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 1^{ière} séquence de $\Delta^{(1)}$
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 1^{ière} et la 8^{ième} séquence de $\Delta^{(1)}$.

On constate que la valeur de la zone Z_{CZ} est égale à 3 comme le montre la figure 2.4.

▪ Méthode 2

La division de l'ensemble des séquences $\Delta^{(n)}$ en deux parties avec la même longueur, nous permet d'avoir un ensemble des séquences avec $GO(2^{2n-1}L_0 M_0, 2^n M_0, 2^{n-2}L_0)$ pour chaque partie [39].

▪ Méthode 3

Soit la matrice Δ de taille $M \times M$, définie comme une matrice MOCS, dont les éléments sont des séquences de longueur L . Si on définit deux matrices Δ' et Δ'' données respectivement par [39]:

$$\Delta' = [((-1)^j A_{ij})_{ij}], \Delta'' = [((-1)^{j+1} A_{ij})_{ij}] \quad (2.6)$$

Alors, les deux matrices S' et S'' , définies ci-dessous, sont des séquences ZCZ avec $GO(2LM, M, L)$ données respectivement par [39]:

$$S' = (\Delta | \Delta'), S'' = (\Delta | \Delta'') \quad (2.7)$$

Exemple 5 [39]

A partir de l'exemple 4. Les matrices Δ' et Δ'' basés sur $\Delta^{(0)}$ sont:

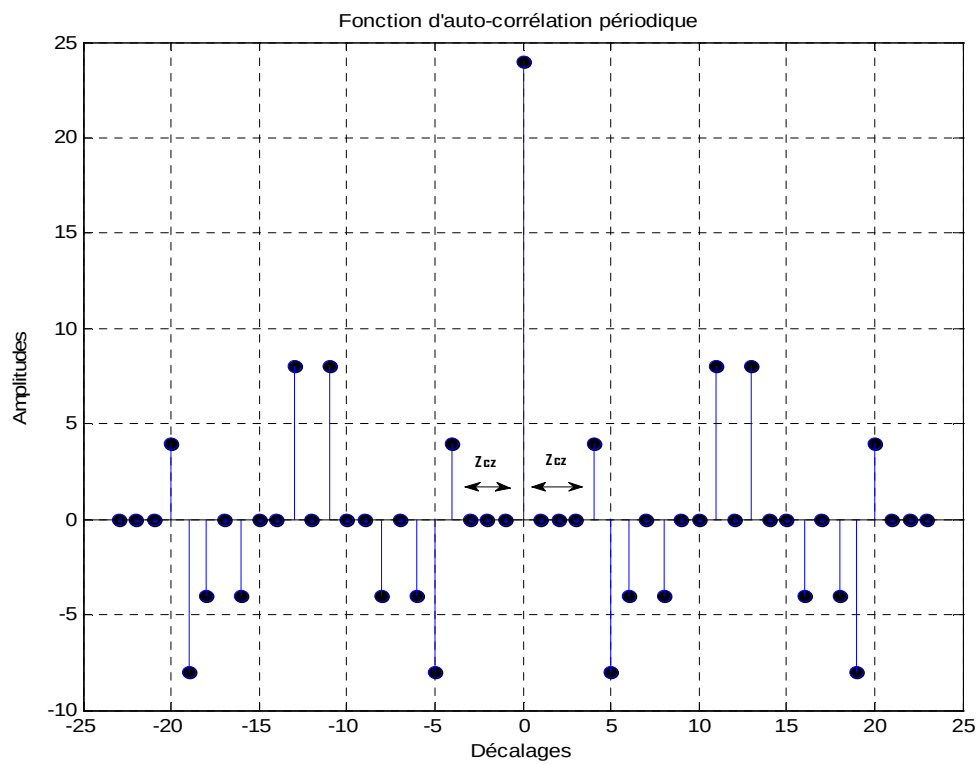
$$\Delta' = \begin{bmatrix} + & + & + & - & + & - & - & + & + & + & - & - & - \\ + & + & - & - & - & + & - & - & - & + & - & - & + \\ - & + & - & - & - & - & - & + & + & - & + & + & + \\ + & + & - & + & + & - & + & - & - & + & + & + & + \end{bmatrix}, \Delta'' = \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + & + & - & - & - & - & + & + \\ - & - & + & + & + & - & + & + & + & + & - & + & - \\ + & - & + & + & + & + & + & - & - & + & + & - & - \\ - & - & + & - & - & + & - & + & - & - & - & - & - \end{bmatrix}$$

Ensuite, d'après l'équation (2.7) S' et S'' avec $GO(24, 4, 3)$ sont obtenues ci-après :

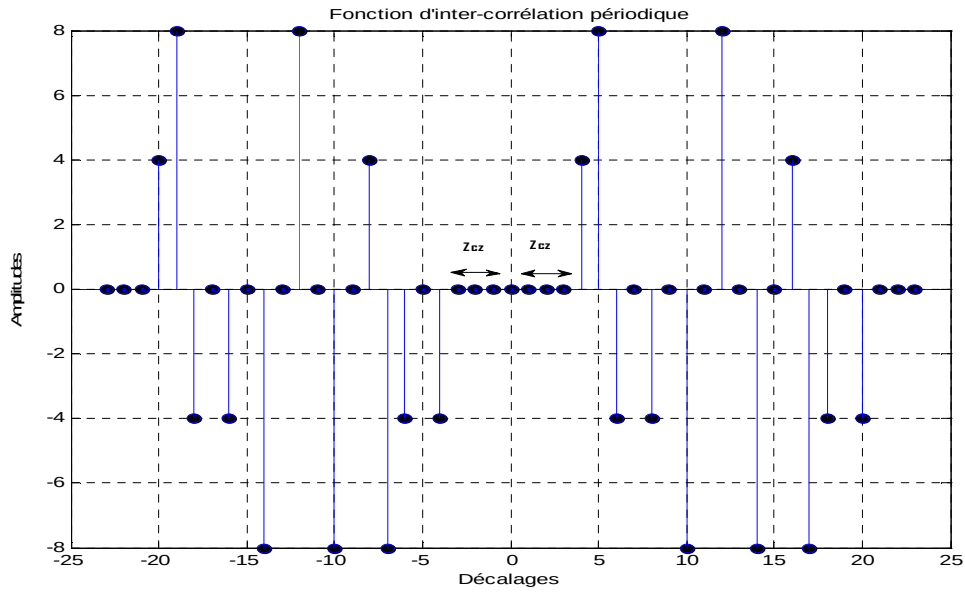
$$S' = \begin{bmatrix} - & - & - & - & + & - & + & - & - & + & - & - & + & + & + & - & + & - & - & + & + & + & - & + & - & - \\ - & - & + & - & - & - & + & - & + & + & + & + & - & + & - & - & - & - & - & + & - & - & + & - & + & + \\ + & - & + & - & - & - & - & - & - & + & - & - & - & - & + & + & - & - & - & - & + & + & - & - & + & + \\ - & - & + & + & + & - & - & + & - & + & + & + & + & + & - & + & + & - & + & - & - & + & + & + & + & + \end{bmatrix}$$

$$S'' = \begin{bmatrix} - & - & - & - & + & - & + & - & - & + & - & - & - & - & - & + & - & + & + & - & - & + & + & - & + & - & - & - & + & + & + \\ - & - & + & - & - & - & + & - & + & + & + & + & - & - & + & + & + & - & + & + & + & + & + & + & + & + & - & + & - & - & - & + & + & + \\ + & - & + & - & - & - & - & - & - & + & - & - & - & - & + & + & + & + & + & + & + & + & + & + & + & + & + & - & - & - & + & - & - & - \\ - & - & + & - & + & + & - & - & - & - & + & - & - & - & + & + & + & + & - & - & - & - & + & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \end{bmatrix}$$

La figure 2.5 représente les fonctions de corrélation périodique des séquences 2 et 4 de S'' :



(a)



(b)

Figure 2.5 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la 2^{ième} séquence de S''
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique de la 2^{ième} et la 4^{ième} séquence de S'' .

2.2.1.3 Construction de l'ensemble des séquences binaires de Hayashi [27]

La structure de la construction est réalisée en trois étapes comme suit :

▪ Étape 1

Soit la matrice de Hadamard d'ordre n , à partir de la $r^{\text{ième}}$ ligne de cette dernière $h_r = [h_{r,0}, h_{r,1}, \dots, h_{r,n-1}]$, l'ensemble g_r de $2n$ séquences, chacune de longueur $4n$, est construit comme suit :

Pour $0 \leq r < n$,

$$g_{2r+0} = [-h_r, h_r, h_r, h_r] \quad (2.8)$$

$$g_{2r+1} = [h_r, h_r, -h_r, h_r] \quad (2.9)$$

▪ Étape 2

Pour une valeur entière fixe n , on peut récursivement construire une série d'ensemble $\{f_r\}_{r=0}^{2n-1}$ de $2n$ séquences pour la première itération ($m = 0$), à partir de l'ensemble des séquences $\{g_r\}_{r=0}^{2n-1}$ comme suit:

Les séquences f_{2r+0} et f_{2r+1} sont construites par l'entrelacement de deux séquences g_{2r+0} et g_{2r+1} tel que :

Pour $0 \leq r < n$,

$$f_{2r+0} = [g_{2r+0,0}, g_{2r+1,0}, g_{2r+0,1}, g_{2r+1,1}, g_{2r+0,2}, g_{2r+1,2}, g_{2r+0,3}, g_{2r+1,3}, g_{2r+0,4}, g_{2r+1,4}, g_{2r+0,5}, g_{2r+1,5}, \dots, g_{2r+0,4n-1}, g_{2r+1,4n-1}] \quad (2.10)$$

Et

$$f_{2r+1} = [g_{2r+0,0}, -g_{2r+1,0}, g_{2r+0,1}, -g_{2r+1,1}, g_{2r+0,2}, -g_{2r+1,2}, g_{2r+0,3}, -g_{2r+1,3}, g_{2r+0,4}, -g_{2r+1,4}, g_{2r+0,5}, -g_{2r+1,5}, \dots, g_{2r+0,4n-1}, -g_{2r+1,4n-1}] \quad (2.11)$$

Le nombre des séquences obtenues est de $2n$, chacune de longueur $8n$.

▪ Étape 3

Pour $m > 0$, la série d'ensemble $\{f_r\}_{r=0}^{2n-1}$ est générée par l'entrelacement de la série actuelle $\{f_r\}_{r=0}^{2n-1}$ est comme suit:

Pour $0 \leq r < n$

$$f_{2r+0} = [f_{2r+0,0}, f_{2r+1,0}, f_{2r+0,1}, f_{2r+1,1}, f_{2r+0,2}, f_{2r+1,2}, f_{2r+0,3}, f_{2r+1,3}, f_{2r+0,4}, f_{2r+1,4}, f_{2r+0,5}, f_{2r+1,5}, f_{2r+0,6}, f_{2r+1,6}, \dots, f_{2r+0,8n-1}, f_{2r+1,8n-1}] \quad (2.12)$$

et

$$f_{2r+1} = [f_{2r+0,0}, -f_{2r+1,0}, f_{2r+0,1}, -f_{2r+1,1}, f_{2r+0,2}, -f_{2r+1,2}, f_{2r+0,3}, -f_{2r+1,3}, f_{2r+0,4}, -f_{2r+1,4}, f_{2r+0,5}, -f_{2r+1,5}, f_{2r+0,6}, -f_{2r+1,6}, \dots, f_{2r+0,8n-1}, -f_{2r+1,8n-1}] \quad (2.13)$$

La longueur des séquences f_r est de $16n$ et le nombre des séquences est de $2n$. La longueur des séquences sera doublée à chaque itération, mais le nombre des séquences restera toujours fixe.

Les paramètres de l'ensemble des séquences binaires ZCZ obtenues sont [27]:

$$ZCZ(L, M, Z_{CZ}) = (2^{m+3}n, 2n, 2^{m+1} - 1) \quad (2.14)$$

Le paramètre mesurant l'optimalité de ces séquences est donnée par [27]:

$$\mu = \frac{M(Z_{CZ}+1)}{L} \quad (2.15)$$

En remplaçant les paramètres par leurs valeurs on obtient:

$$\mu = \frac{M(Z_{CZ}+1)}{L} = \frac{2n(2^{m+1}-1+1)}{2^{m+3}n} = \frac{2n(2^{m+1})}{2^{m+3}n} = \frac{1}{2} \quad (2.16)$$

Exemple 6▪ **Étape 1**

Soit la matrice Hadamard d'ordre $n = 2$:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix}.$$

L'ensemble $\{g_r\}$ de $2n$ séquences, chacune de longueur $4n$, est construit comme suit :

Pour $0 \leq r < n$,

$$g_{2.0+0} = [-h_0 \ h_0 \ h_0 \ h_0] = [-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

$$g_{2.0+1} = [h_0 \ h_0 \ -h_0 \ h_0] = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1]$$

$$g_{2.1+0} = [-h_1 \ h_1 \ h_1 \ h_1] = [-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1]$$

$$g_{2.1+1} = [h_1 \ h_1 \ -h_1 \ h_1] = [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1]$$

▪ **Étape 2**

Pour la première itération $m = 0$, on peut construire une série d'ensemble $\{f_r\}_{r=0}^{2n-1}$ de $2n$ séquences à partir de l'ensemble des séquences $\{g_r\}_{r=0}^{2n-1}$ comme suit:

Pour $0 \leq r < n$,

$$f_{2r+0} =$$

$$[g_{2r+0,0}, g_{2r+1,0}, g_{2r+0,1}, g_{2r+1,1}, g_{2r+0,2}, g_{2r+1,2}, g_{2r+0,3}, g_{2r+1,3}, g_{2r+0,4}, g_{2r+1,4}, \\ g_{2r+0,5}, g_{2r+1,5}, g_{2r+0,6}, g_{2r+1,6}, g_{2r+0,7}, g_{2r+1,7}]$$

$$f_{2r+1} =$$

$$[g_{2r+0,0}, -g_{2r+1,0}, g_{2r+0,1}, -g_{2r+1,1}, g_{2r+0,2}, -g_{2r+1,2}, g_{2r+0,3}, -g_{2r+1,3}, g_{2r+0,4}, \\ -g_{2r+1,4}, g_{2r+0,5}, -g_{2r+1,5}, g_{2r+0,6}, -g_{2r+1,6}, g_{2r+0,7}, -g_{2r+1,7}]$$

$$f_{2.0+0} = [-1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

$$f_{2.0+1} = [-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1]$$

$$f_{2.1+0} = [-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1]$$

$$f_{2.1+1} = [-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1]$$

▪ **Étape 3**

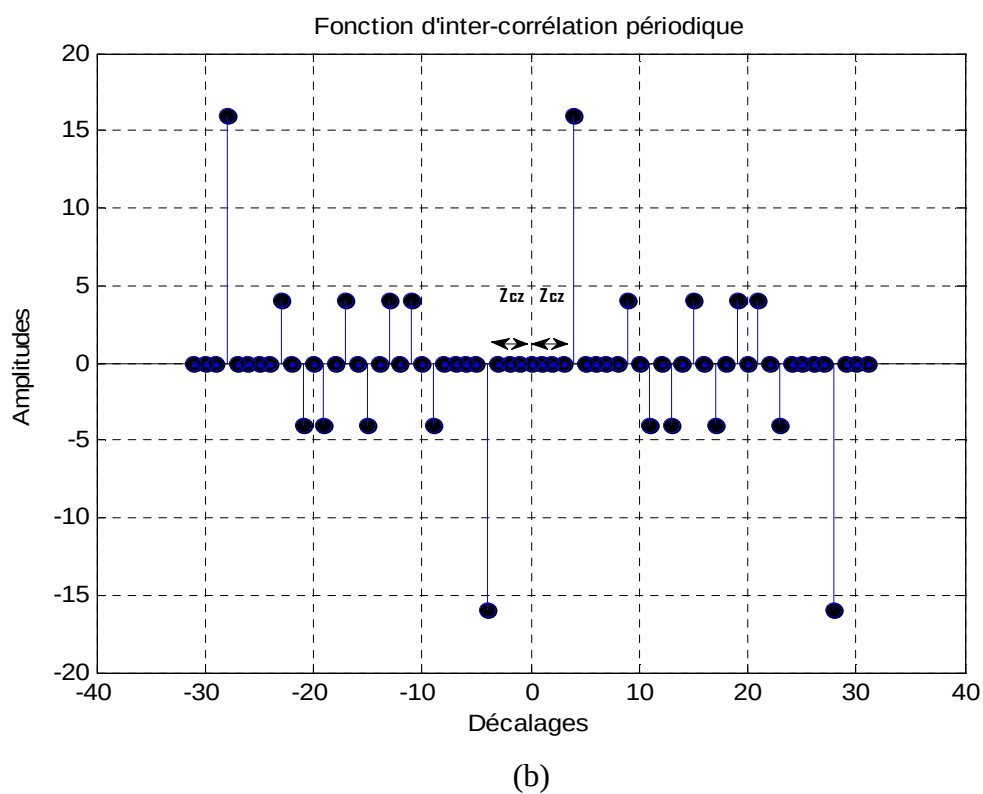
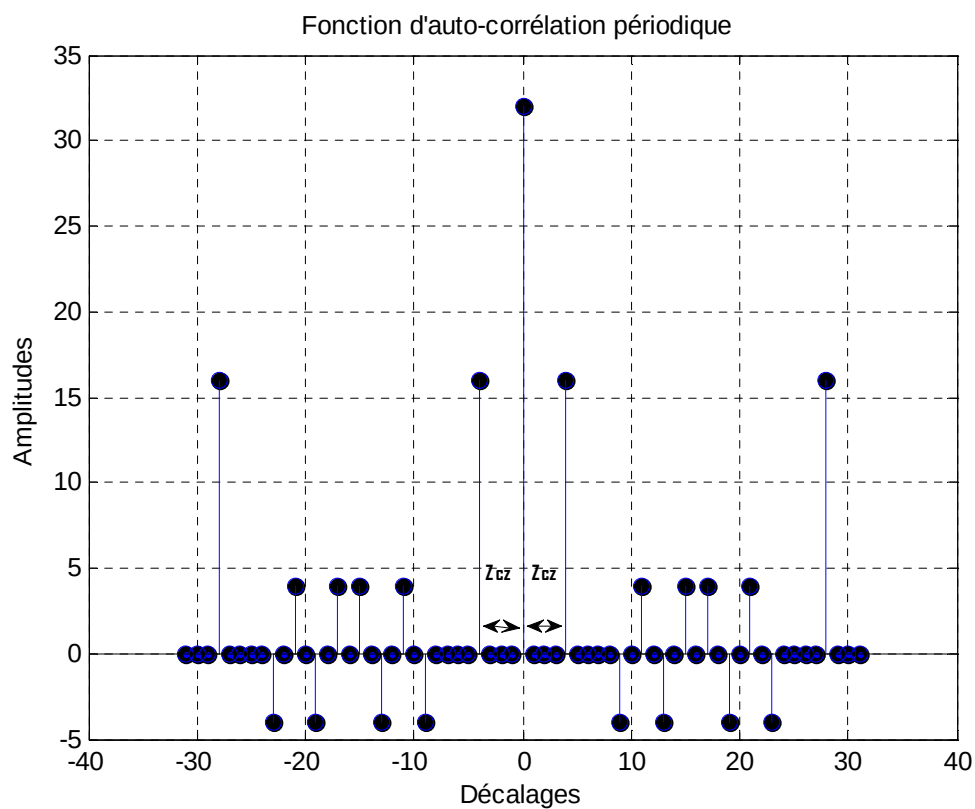


Figure 2.6 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique pour la 1^{ière} séquences ZCZ de Hayashi
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique entre la 1^{ière} et la 2^{ième} séquences ZCZ de Hayashi.

2.2.2 Construction des séquences ternaires

2.2.2.1 Construction basée sur la matrice de Hadamard (Construction de Hayashi) [44]

La procédure de la construction de l'ensemble des séquences ternaires basée sur les matrices de Hadamard est donnée comme suit :

Soient $\{g_r^{(a)}\}_{r=0}^{n-1}$ et $\{g_r^{(b)}\}_{r=0}^{n-1}$ une paire de séquences ternaires de longueur $2(n+1)$ construite à partir des lignes de la paire $\{h_r^{(a)}\}_{r=0}^{n-1}, \{h_r^{(b)}\}_{r=0}^{n-1}$ de la matrice de Hadamard en introduisant des colonnes de zéro élément comme suit:

Pour $0 \leq r < n$,

$$g_r^{(a)} = (h_r^{(a)} \ 0 \ h_r^{(a)} \ 0), \quad g_r^{(b)} = (h_r^{(b)} \ 0 \ -h_r^{(b)} \ 0) \quad (2.17)$$

L'ensemble des séquences $\{h_r^{(a)}\}_{r=0}^{n-1}, \{h_r^{(b)}\}_{r=0}^{n-1}$ devrait satisfaire l'égalité suivante:

Pour $0 \leq r, s < n, |\tau| = 1$,

$$\varphi_{h_r^{(a)}, h_s^{(a)}}(\tau) = \varphi_{h_r^{(b)}, h_s^{(b)}}(\tau) \quad (2.18)$$

L'égalité est satisfaite si $\{h_r^{(a)}\}_{r=0}^{n-1}$ est identique à $\{h_r^{(b)}\}_{r=0}^{n-1}$.

Ensuite, à partir de $\{g_r^{(a)}\}_{r=0}^{n-1}$ et $\{g_r^{(b)}\}_{r=0}^{n-1}$, $\{u_r^{(0)}\}_{r=0}^{2n-1}$ est construit comme suit:

Pour $0 \leq r < n$

$$u_{2r+0}^{(a)} = d(g_r^{(a)}, g_r^{(b)}), \quad u_{2r+1}^{(a)} = d(g_r^{(a)}, -g_r^{(b)}) \quad (2.19)$$

$\{u_r^{(m)}\}_{r=0}^{2n-1}$ est récursivement construite pour $m > 0$, tel que:

Pour $0 \leq r < n$

$$u_{2r+0}^{(m)} = d(u_{2r}^{(m-1)}, u_{2r+1}^{(m-1)}), \quad u_{2r+1}^{(m)} = d(u_{2r}^{(m-1)}, -u_{2r+1}^{(m-1)}) \quad (2.20)$$

Cela permet d'obtenir l'ensemble des séquences ternaires ZCZ $(n+1)2^{m+2}, 2n, 2^{m+1}-1$.

Exemple 7

Etant donné la matrice de Hadamard d'ordre $n = 4$.

$$H_4 = \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{bmatrix}$$

A partir de $\{h_r^{(a)}\}_{r=0}^3 = (+ + + +)$ et $\{h_r^{(b)}\}_{r=0}^3 = (+ + + +)$ on obtient:

$$g_0^{(a)} = (+ + + + 0 + + + 0)$$

$$g_0^{(b)} = (+ + + + 0 - - - 0)$$

On peut obtenir des séquences ternaires ZCZ avec GO (20, 8, 1) en appliquant l'équation (2.19), comme suit:

$$u_0^{(0)} = (+ + + + + + + 00 + - + - + - + - 00)$$

$$u_1^{(0)} = (+ - + - + - + - 00 + + + + + + + 00)$$

Aussi, et suivant la même méthode, nous pouvons obtenir des séquences ternaires ZCZ avec GO (20, 8, 1), pour $\{h_r^{(a)}\}_{r=0}^3 = \{h_r^{(b)}\}_{r=0}^3 = (+ - + -)$, $\{h_r^{(a)}\}_{r=0}^3 = \{h_r^{(b)}\}_{r=0}^3 = (+ + - -)$, $\{h_r^{(a)}\}_{r=0}^3 = \{h_r^{(b)}\}_{r=0}^3 = (+ - - +)$, comme suit:

$$u_2^{(0)} = (+ + - - + + - - 00 + - - + + - - + 00)$$

$$u_3^{(0)} = (+ - - + + - - + 00 + + - - + + - - 00)$$

$$u_4^{(0)} = (+ + + + - - - - 00 + - + - - + - + 00)$$

$$u_5^{(0)} = (+ - + - - + - + 00 + + + + - - - - 00)$$

$$u_6^{(0)} = (+ + - - - - + + 00 + - - + - + + - 00)$$

$$u_7^{(0)} = (+ - - + - + + - 00 + + - - - - + + 00)$$

Des séquences ternaires ZCZ plus longues avec ZCZ (40, 8, 3) peuvent être obtenus en appliquant l'équation (2.20):

$$u_0^{(1)} = (+ + + - + + + - + + + - + + + - 0000 + + - + + + - + + + - + + + - + 0000)$$

$$u_1^{(1)} = (+ - + + + - + + + - + + + - + + 0000 + - - - + - - - + - - - + - - - 0000)$$

$$u_2^{(1)} = (+ + + - - - - + + + + - - - - + 0000 + + + + - - + - + + - + - - + - 0000)$$

$$u_3^{(1)} = (+ - + + - + - - + - + + - + - - 0000 + - - - - + + + + - - - - + + + + 0000)$$

$$u_4^{(1)} = (+ + + - + + + - - - - + - - - + 0000 + + - + + + - + - - + - - - + - 0000)$$

$$u_5^{(1)} = (+ - + + + - + + + - - - - + - - 0000 + - - - + - - - - + + + - + + + + 0000)$$

$$u_6^{(1)} = (+ + + - - - - + - - - + + + + - 0000 + + - + - - + - - - + - + + - + 0000)$$

$$u_7^{(1)} = (+ - + + - + - - - + - - + - + + 0000 + - - - - + + + - + + + + - - - 0000)$$

La figure 2.7 représente les fonctions de corrélation périodique des séquences $u_0^{(1)}$ et $u_6^{(1)}$. En examinant la figure 2.7 on constate que la valeur de la zone Z_{CZ} concorde avec celle théorique.

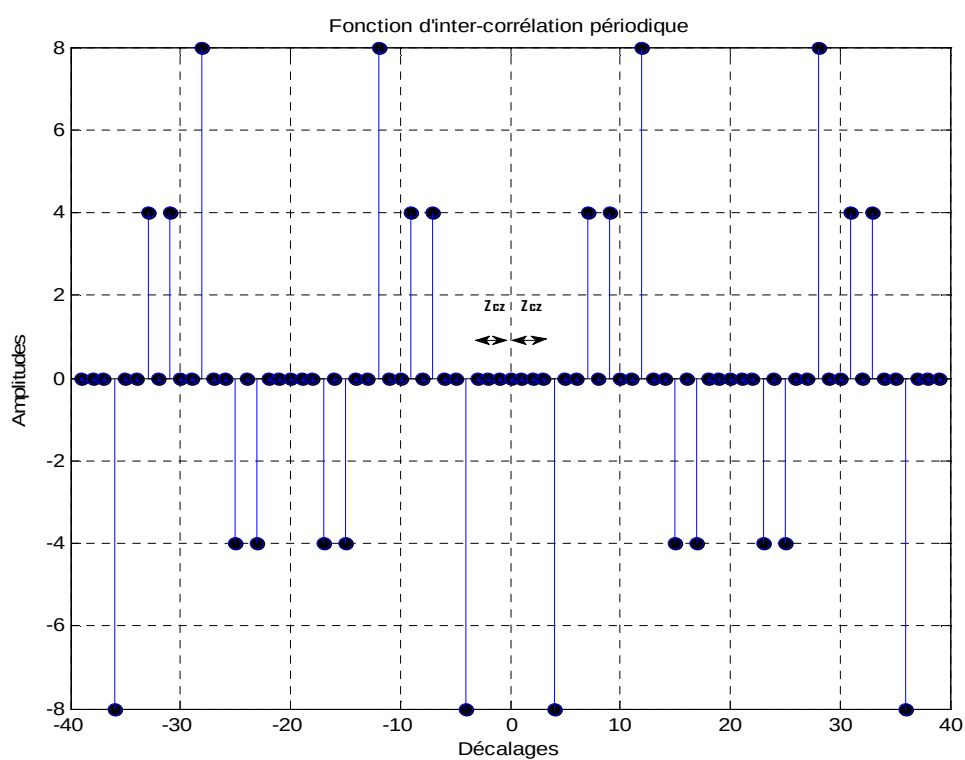
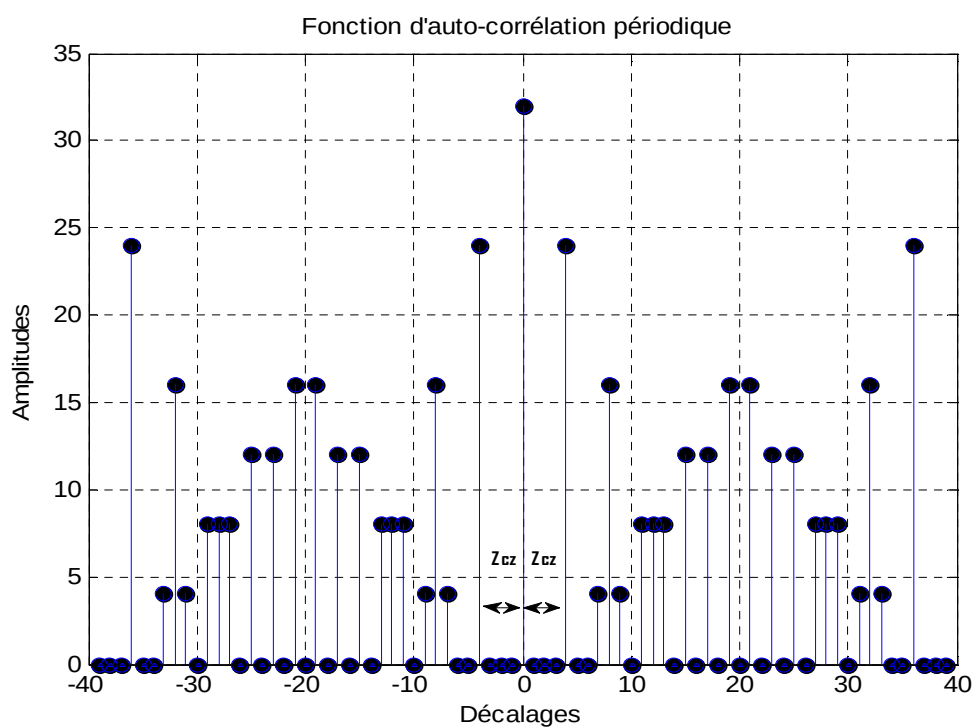


Figure 2.7 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence $u_0^{(1)}$
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences $u_0^{(1)}$ et $u_6^{(1)}$.

2.2.2.2 Construction basée sur la matrice orthogonale et la séquence parfaite (Construction de Takatsukasa) [41]

Soit la séquence ternaire parfaite $b = (b_0, b_1, \dots, b_{L_1-1})$ de longueur L_1 .

La fonction d'auto-corrélation idéale de la séquence b est donnée comme suit:

$$\theta_{b,b}(\tau) = \sum_{l=0}^{L_1-1-\tau} b_l b_{l+\tau} = \begin{cases} \eta L_1, & \eta < 1, \text{ pour } \tau = 0 \\ 0, & \text{pour } 1 \leq \tau \leq L_1 - 1 \end{cases} \quad (2.21)$$

Et soit C un ensemble des séquences binaires orthogonales de longueur L_2 tels que les codes de Walsh.

$$C = \{c^1, c^2, \dots, c^{L_2}\} \quad (2.22)$$

$$\text{Avec } c^j = (c_0^j, c_1^j, \dots, c_{L_2-1}^j), c_i^j \in \{1, -1\} \quad (2.23)$$

Si L_1 et L_2 sont relativement premiers entre eux, l'ensemble des séquences ternaires ZCZ $a = GO(L_1 L_2, L_2, L_1 - 1)$ est obtenu par l'égalité suivante :

$$a_i^j = b_{j \bmod L_1} c_{j \bmod L_2}^i \quad (2.24)$$

Exemple 8

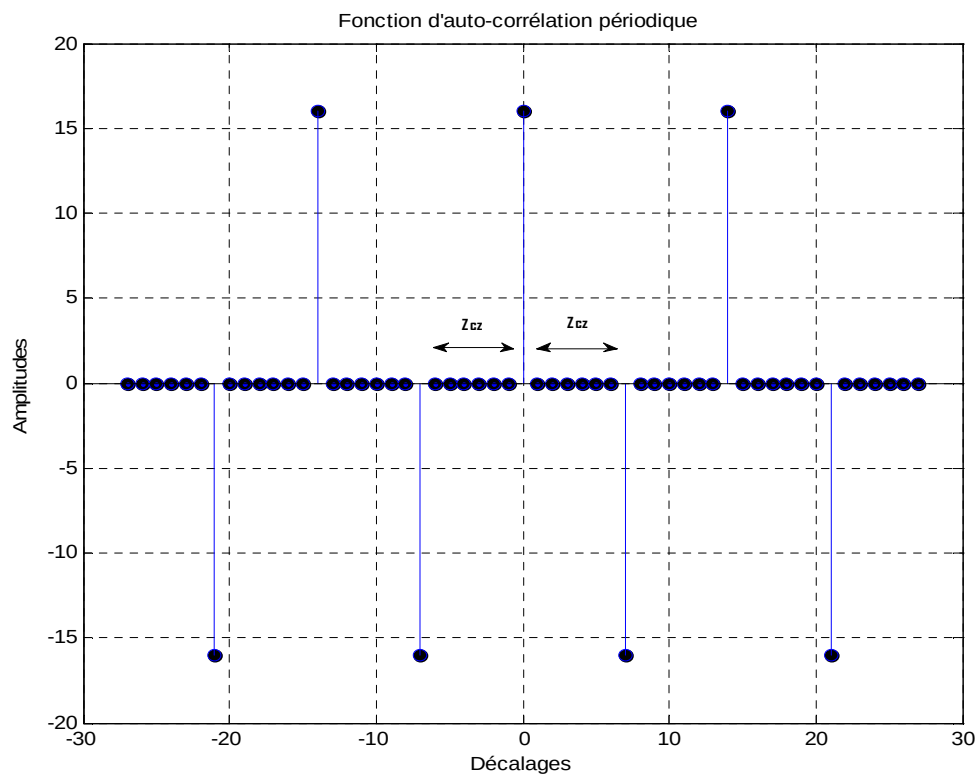
A partir de la séquence ternaire parfaite $b = (1, 1, 0, 1, 0, 0, -1)$ de longueur $L_1 = 7$ et la matrice Sylvester de type Walsh-Hadamard $C(4 \times 4)$.

$$C = \begin{bmatrix} c^1 \\ c^2 \\ c^3 \\ c^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{bmatrix}$$

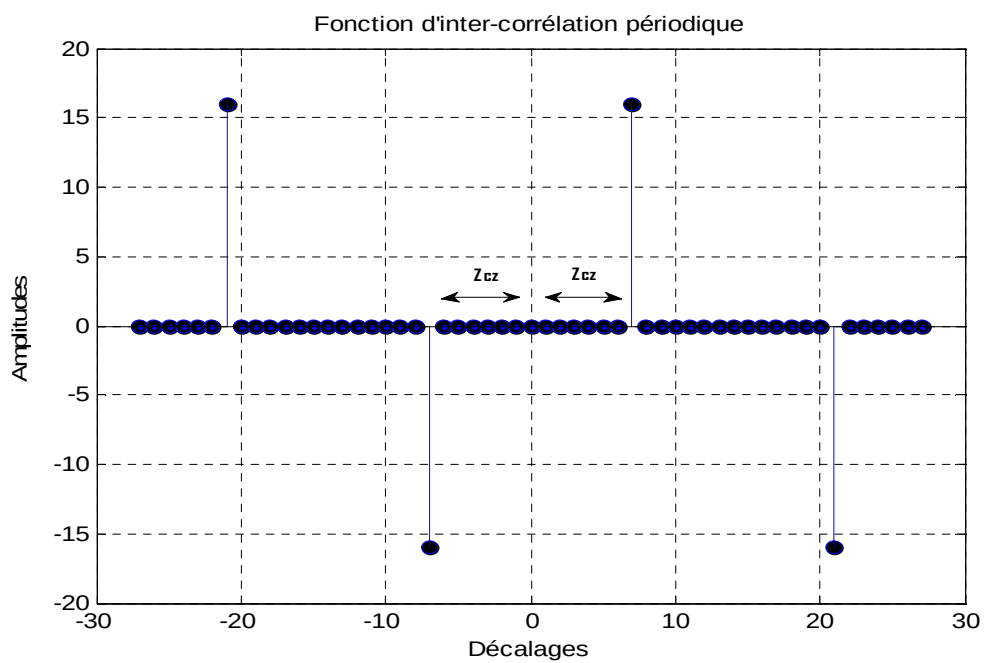
En utilisant la relation (2.24), on obtient l'ensemble "a" des séquences ternaires ZCZ d'une longueur $L = 28$, une taille $M = 4$ et une zone de corrélation nulle $Z_{CZ} = 6$, donné comme suit:

$$a = \begin{bmatrix} a^1 \\ a^2 \\ a^3 \\ a^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & 0 & + & 00 & - & + & + & 0 & + & 00 & - & + & + & 0 & + & 00 & - & + & + & 0 & + & 00 & - \\ + & - & 0 & - & 00 & - & - & + & 0 & + & 00 & + & + & - & 0 & - & 00 & - & - & + & 0 & + & 00 & + \\ + & + & 0 & - & 00 & + & - & + & 0 & - & 00 & - & - & - & 0 & + & 00 & - & + & - & 0 & + & 00 & + \\ + & - & 0 & + & 00 & + & + & + & 0 & - & 00 & + & - & + & 0 & - & 00 & - & - & - & 0 & + & 00 & - \end{bmatrix}$$

La figure 2.8 représente les fonctions de corrélation périodique des séquences a^2 , a^3 et a^4 .



(a)



(b)

Figure 2.8 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence a^2
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences a^3 et a^4 .

2.2.2.3 Construction de Xu [43]

Soit $\{C^i, S^i\}$ un ensemble des séquences complémentaires ternaires pour M lignes ($1 \leq i \leq M$), chaque ligne est composée de M séquences, chacune d'une longueur L_1 .

Pour une paire complémentaire ternaire (C^1, S^1) , la paire complémentaire ternaire orthogonale (C^2, S^2) appelée compagnon (mate) est obtenue par:

$$(C^2, S^2) = (\tilde{S}^{1*}, \overleftarrow{C}^{1*}) \quad (2.25)$$

Où $\leftarrow$ désigne l'inverse des séquences, $*$ désigne le complexe conjugué des séquences. Alors, deux paires complémentaires ternaires orthogonales sont obtenues par l'équation (2.26):

$$\begin{pmatrix} C^1 & S^1 \\ C^2 & S^2 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Soit $H_{L_2 \times L_2}$ la matrice orthogonale, alors $2L_2$ séquences ZCZ ternaires peuvent être obtenues par l'équation (2.27) :

$$\begin{pmatrix} H_{L_2 \times L_2} \otimes C^1 & H_{L_2 \times L_2} \otimes S^1 \\ H_{L_2 \times L_2} \otimes C^2 & H_{L_2 \times L_2} \otimes S^2 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Où $\otimes$ signifie le produit de Kronecker.

Exemple 9

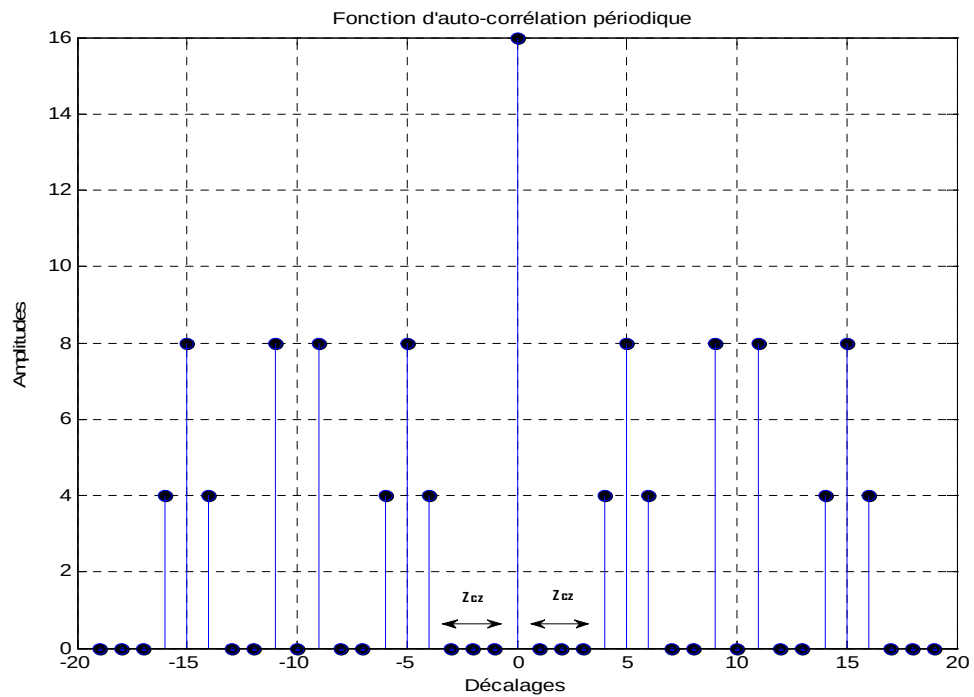
Soit la paire complémentaire ternaire $(C^1, S^1) = (+ + 0 + -, + + 0 - +)$, est composée de deux séquences, chacune de longueur $L_1 = 5$ et soit son compagnon $(C^2, S^2) = (+ - 0 + +, + - 0 - -)$.

Soit la matrice orthogonale $H_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{pmatrix}$.

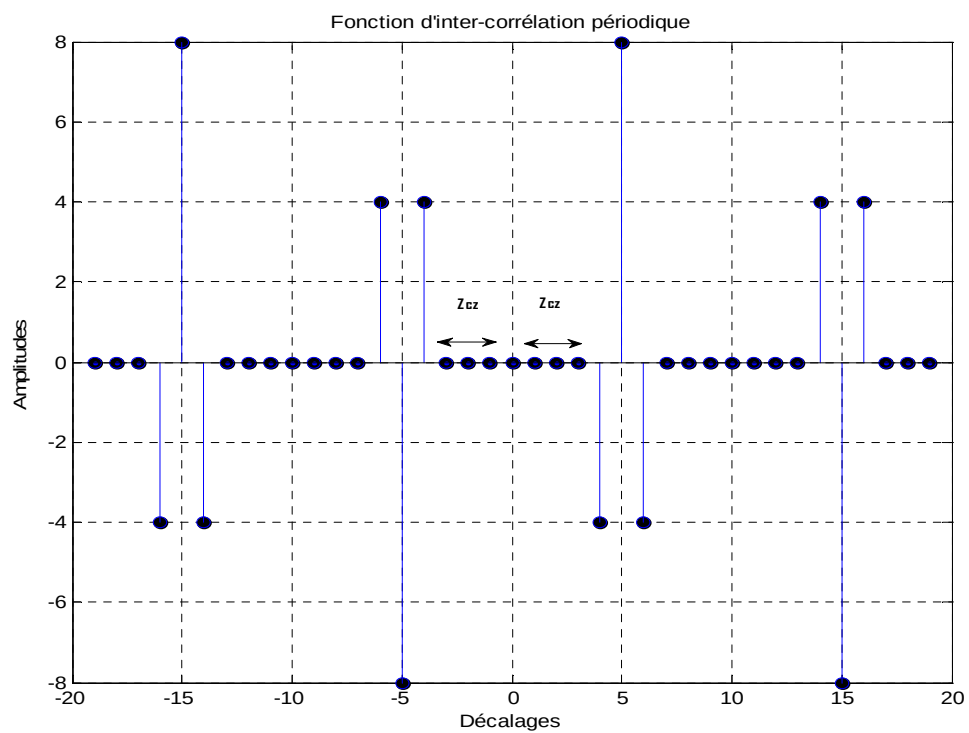
L'ensemble des séquences ZCZ ternaires avec $L = 20$, $M = 4$, $Z_{CZ} = 3$ est obtenu par l'équation (2.27):

$$b = \begin{bmatrix} C^1 & C^1 & S^1 & S^1 \\ C^1 & -C^1 & S^1 & -S^1 \\ C^2 & C^2 & S^2 & S^2 \\ C^2 & -C^2 & S^2 & -S^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + + 0 + - + + 0 + - & + + 0 - + + + 0 - + \\ + + 0 + - - - 0 - + & + + 0 - + - - 0 + - \\ + - 0 + + + - 0 + + & + - 0 - - + - 0 - - \\ + - 0 + + - + 0 - - & + - 0 - - - + 0 + + \end{bmatrix}$$

Les fonctions de corrélation pour les séquences b^1 et b^2 de la matrice b sont illustrées sur la figure 2. 9.



(a)



(b)

Figure 2.9 : (a) La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence b^1
 (b) La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences b^1 et b^2 .

2.3 Conclusion

Au cours de ce chapitre, les principales méthodes de construction des séquences binaires et ternaires ZCZ ont été présentées. En premier lieu les procédures des différentes constructions ont été exposées et illustrées par des exemples. En deuxième lieu et afin de mettre en évidence les propriétés des séquences obtenues, leurs fonctions de corrélation ont été représentées et analysées. Dans la suite de ce manuscrit, deux méthodes de construction, flexibles, donnant des séquences binaires et ternaires, optimales ou quasi-optimales seront proposées.

Chapitre 3

Proposition de Méthodes de Construction des Séquences ZCZ

Chapitre 3

Proposition de méthodes de construction des séquences ZCZ

3.1 Introduction

Différents types de codes utilisés dans les systèmes de communication ont été étudiés dans le but de réduire les interférences MAI [7], [36]- [38], [41]-[43], [55], [60]-[65]. Les séquences de type ZCZ, très étudiées maintenant, sont définies comme des séquences avec une zone Z_{CZ} qui signifie la durée de zéro de la fonction de corrélation à l'état hors phase (décalages). L'idée de base est d'éliminer les interférences MAI, ISI introduites par le canal à trajets multiples dans la zone Z_{CZ} .

Dans ce chapitre, nous proposons deux nouvelles méthodes de construction des séquences binaires et ternaires ZCZ. Pour éclaircir les caractéristiques de ces dernières, nous effectuons une étude comparative entre les séquences proposées et les séquences de Hayashi [44]. Les performances du système DS-CDMA asynchrone utilisant les séquences ZCZ proposées à travers deux types de canaux, canal AWGN et canal à évanouissement non sélectif en fréquence avec un bruit AWGN, sont évaluées et comparées au moyen du taux d'erreur binaire par rapport aux séquences ZCZ de Fan et de Hayashi [7], [34], [44].

3.2 Construction d'un ensemble de séquences ZCZ binaires

Dans ce qui suit, une nouvelle construction d'un ensemble de séquences ZCZ binaires basée sur la matrice Hadamard et l'entrelacement est proposée. La construction s'effectue en trois étapes:

- **Étape 1**

La $j^{\text{ième}}$ ligne de la matrice Hadamard H d'ordre n est donnée par :

$$h_j = [h_{j,0}, h_{j,1}, \dots \dots h_{j,n-1}] \quad (3.1)$$

Soit d_j un ensemble de $2n$ séquences, chacune est de longueur $2n$, construit comme suit [66]:

Pour $0 \leq j < n$,

$$d_{j+0} = [-h_j, h_j] \quad (3.2)$$

$$d_{j+1} = [h_j, h_j] \quad (3.3)$$

▪ Étape 2

Pour une valeur entière fixe n et pour une itération $p = 0$, et en se basant sur la méthode de construction dans [27], une série des ensembles $\{B_j\}_{j=0}^{2n-1}$ de $2n$ séquences est construite à partir des séquences $\{d_j\}_{j=0}^{2n-1}$ définies précédemment comme suit:

Une paire de séquences B_{j+0} et B_{j+1} de longueur $(2^{p+2} n)$ est construite par le procédé d'entrelacement de la paire de séquences d_{j+0} et d_{j+1} comme suit :

Pour $0 \leq j < n$,

$$B_{j+0} = [d_{j+0,0}, d_{j+1,0}, d_{j+0,1}, d_{j+1,1}, \dots, d_{j+0,2n-1}, d_{j+1,2n-1}] \quad (3.4)$$

Et,

$$B_{j+1} = [d_{j+0,0}, -d_{j+1,0}, d_{j+0,1}, -d_{j+1,1}, \dots, d_{j+0,2n-1}, -d_{j+1,2n-1}] \quad (3.5)$$

Le nombre des séquences obtenues est de $2n$, chacune de longueur $4n$.

▪ Étape 3

Pour $p > 0$, on peut construire d'une manière récursive, une nouvelle série de séquences $\{B_j\}_{j=0}^{2n-1}$ par l'entrelacement de la série actuelle de séquences $\{B_j\}_{j=0}^{2n-1}$.

L'ensemble $\{B_j\}_{j=0}^{2n-1}$ est généré comme suit:

Pour $0 \leq j < n$,

$$B_{j+0} = [B_{j+0,0}, B_{j+1,0}, B_{j+0,1}, B_{j+1,1}, \dots, B_{j+0,4n-1}, B_{j+1,4n-1}] \quad (3.6)$$

Et,

$$B_{j+1} = [B_{j+0,0}, -B_{j+1,0}, B_{j+0,1}, -B_{j+1,1}, \dots, B_{j+0,4n-1}, -B_{j+1,4n-1}] \quad (3.7)$$

La longueur des deux séquences B_{j+0} et B_{j+1} est $(2^{p+2} n)$.

Exemple 1▪ **Étape 1**

Soit H une matrice de Hadamard d'ordre $n = 2$, donnée par:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix}$$

On utilisant les équations (3,2) et (3,3), l'ensemble $\{d_j\}$ est obtenu comme suit:

Pour $0 \leq j < 2$,

$$d_{0+0} = [-h_0, h_0] = [-1, -1, 1, 1]$$

$$d_{1+0} = [-h_1, h_1] = [-1, 1, 1, -1]$$

$$d_{0+1} = [h_0, h_0] = [1, 1, 1, 1]$$

$$d_{1+1} = [h_1, h_1] = [1, -1, 1, -1]$$

▪ **Étape 2**

Pour $p = 0$ et selon les équations (3,4) et (3,5), les séquences B_{j+0} et B_{j+1} sont :

Pour $0 \leq j < 2$,

$$B_{j+0} = [d_{j+0,0}, d_{j+1,0}, d_{j+0,1}, d_{j+1,1}, \dots, d_{j+0,3}, d_{j+1,3}]$$

$$B_{0+0} = [-1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1]$$

$$B_{1+0} = [-1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, -1]$$

Et,

$$B_{j+1} = [d_{j+0,0}, -d_{j+1,0}, d_{j+0,1}, -d_{j+1,1}, \dots, d_{j+0,3}, -d_{j+1,3}]$$

$$B_{0+1} = [-1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, -1]$$

$$B_{1+1} = [-1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, 1]$$

▪ **Étape 3**

Pour $p = 1$, l'ensemble $\{B_j\}_{j=0}^3$ est construit comme suit (voir équations (3,6) et (3,7)):

$$B_{j+0} = [B_{j+0,0}, B_{j+1,0}, B_{j+0,1}, B_{j+1,1}, \dots, B_{j+0,7}, B_{j+1,7}]$$

$$B_{0+0} = [-1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1]$$

$$B_{1+0} = [-1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1]$$

$$\theta_{(B_{0+0}, B_{1+0})}(\tau) = \{0,0,0,0,0, -4,0,4,16,4,0, -4,0,0,0,0,0,0,0,4,0, -4, -16, -4,0,4,0,0,0,0\}$$

$$\theta_{(B_{0+0}, B_{0+1})}(\tau) = \{0,0,0,0,0, -4, -8, -4,0,4, -8,4,0, -8, -16, -8,0,8, -16,8,0, -4, -8, -4, 0,4, -8,4,0,0,0,0\}$$

$$\theta_{(B_{0+0}, B_{1+1})}(\tau) = \left\{0,0,0,0,0,4,8,4,0, -4,8, -4,0,0,0,0,0,0,0,0, -4, -8, -4,0,4, -8, 4,0,0,0,0\right\}$$

$$\theta_{(B_{1+0}, B_{0+1})}(\tau) = \{0,0,0,0,0, -4, -8, -4,0,4, -8,4,0,0,0,0,0,0,0,0,4,8,4,0, -4,8, -4,0,0,0,0\}$$

$$\theta_{(B_{1+0}, B_{1+1})}(\tau) = \left\{0,0,0,0,0,4,8,4,0, -4,8, -4,0, -8, -16, -8,0,8, -16,8,0,4,8,4,0, -4,8, -4, 0,0,0,0\right\}$$

$$\theta_{(B_{0+1}, B_{1+1})}(\tau) = \{0,0,0,0,0,4,0, -4,16, -4,0,4,0,0,0,0,0,0,0,0, -4,0,4, -16,4,0, -4,0,0,0,0\}$$

Nous pouvons constater que la longueur Z_{CZ} de l'ensemble $\{B_j\}_{j=0}^3$ est égale à 4 et $\{B_j\}$ est un ensemble des séquences $ZCZ(2^{p+2}n, 2n, 2^p) = ZCZ(32, 4, 4)$.

Les figures 3.1, 3.2 et 3.3 représentent les fonctions de corrélation périodique des séquences B_{0+0} et B_{1+1} :

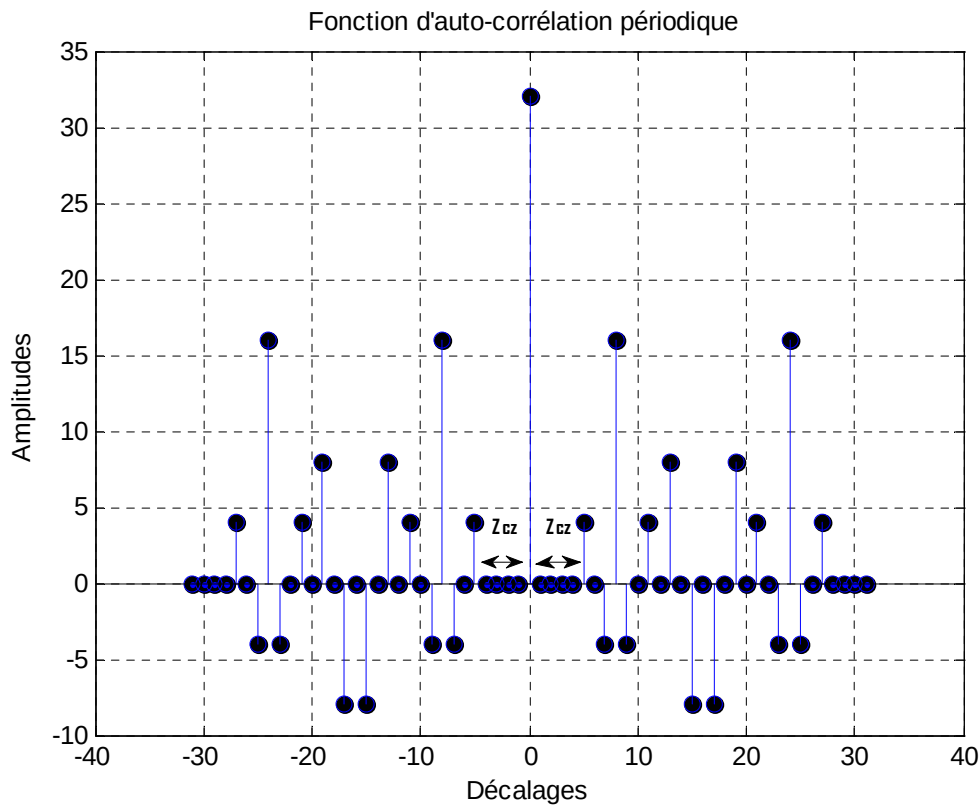


Figure 3.1: La fonction d'auto-correlation périodique de la séquence B_{0+0}

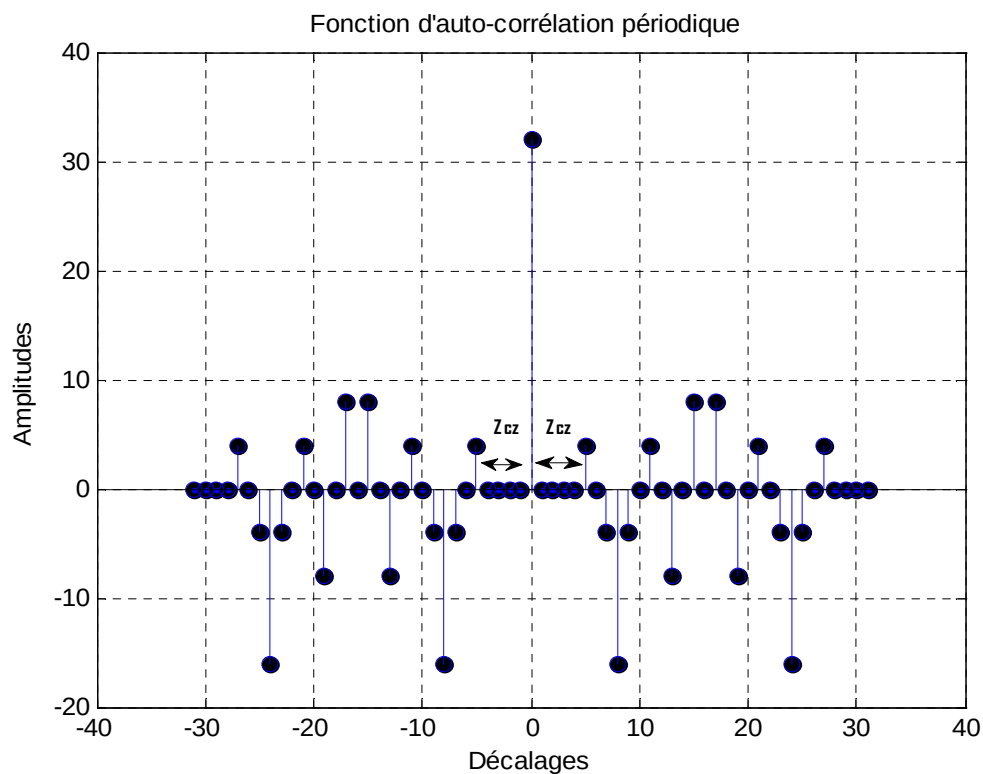


Figure 3.2: La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence B_{1+1}

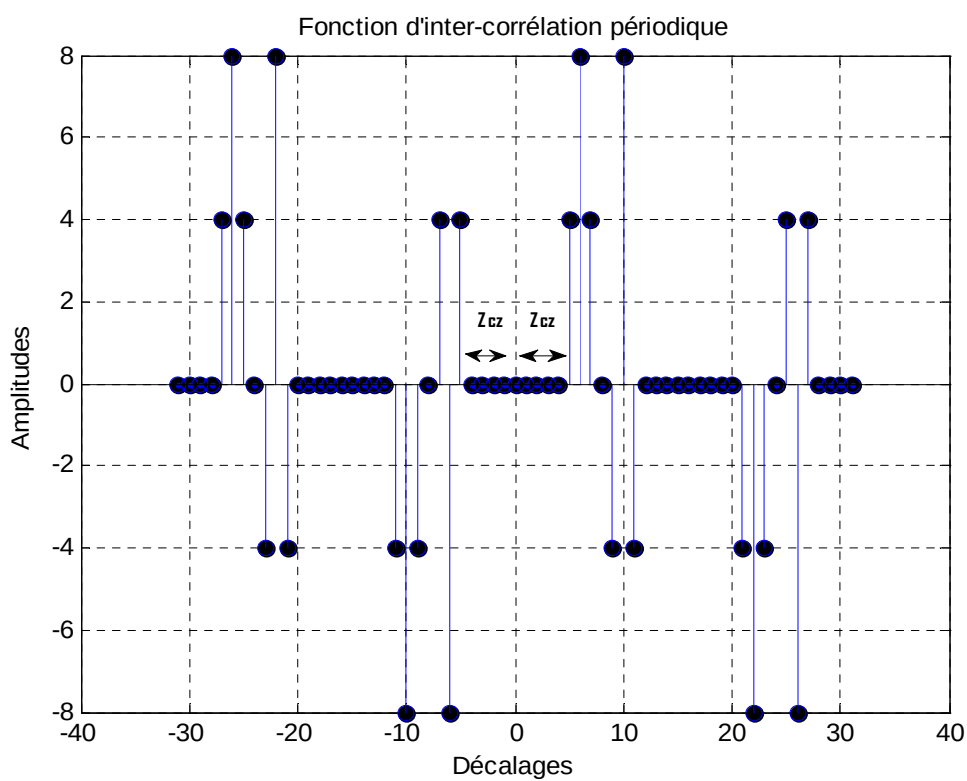


Figure 3.3: La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences B_{0+0} et B_{1+1}

3.3 Les propriétés des séquences proposées

L'ensemble de séquences ZCZ binaires proposé est obtenu à partir d'une matrice de Hadamard d'ordre n .

La longueur de la séquence B_j , équations (3.6) et (3.7), est égale à $(2^{p+2}n)$, qui est le double de celle de la séquence B_j , équations (3.4) et (3.5).

L'ensemble de séquences ZCZ proposé satisfait les propriétés d'auto-corrélation et d'inter-corrélation idéales dans la zone de corrélation nulle :

$$\forall j, \forall \tau \neq 0, |\tau| \leq 2^p$$

$$\theta_{(B_j, B_j)}(\tau) = 0 \quad (3.8)$$

et,

$$\forall j \neq v, \forall \tau, |\tau| \leq 2^p$$

$$\theta_{(B_j, B_v)}(\tau) = 0. \quad (3.9)$$

$\{B_j\}$ est un ensemble de séquences ZCZ ayant les paramètres $(L, M, Z_{CZ}) = (2^{p+2}n, 2n, 2^p)$.

Selon l'équation (1.18), rapport d'optimalité, les séquences ZCZ sont optimales pour $\mu = 1$ [27] [34].

Pour l'ensemble de séquences binaires proposé $ZCZ(2^{p+2}n, 2n, 2^p)$, le rapport d'optimalité est :

$$\mu = \frac{M(Z_{CZ}+1)}{L} = \frac{2n(2^p+1)}{2^{p+2}n} = \frac{(2^p+1)}{2^{p+1}}, \quad \text{pour } p = 0, \mu = 1, \text{ l'ensemble de séquences binaires ZCZ proposé est optimal.}$$

Pour $p > 0$, $1/2 \leq \mu < 1$ et $\lim_{p \rightarrow \infty}(\mu) = 1/2$. Pour une taille M donnée, on peut construire différents ensembles de séquences binaires ZCZ avec différentes longueurs L et Z_{CZ} . A titre d'exemple, en supposant que $M=16$, nous pouvons construire différents ensembles de séquences binaires ZCZ avec différentes longueurs $L=32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096...$, pour différentes zones Z_{CZ} , $Z_{CZ}=1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...$

Les rapports d'optimalité correspondant sont : $\mu=1, 0.75, 0.625, 0.5625, 0.53125, 0.515625, 0.5078125, 0.5039063, \dots$

Dans l'étape 1, d'autre ensemble de $2n$ séquences, chacune de longueur $2n$, peut être construit comme suit:

Cas n°1 :

Pour $0 \leq j < n$,

$$d_{j+0} = [h_j, -h_j] \quad (3.10)$$

$$d_{j+1} = [h_j, h_j] \quad (3.11)$$

Dans ce cas, l'ensemble de $\{B_j\}_{j=0}^3$, équations (3.6) et (3.7), est obtenu pour $p = 2$:

$$B_{0+0} = \begin{bmatrix} 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, \\ -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{1+0} = \begin{bmatrix} 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, \\ 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1 \end{bmatrix}$$

$$B_{0+1} = \begin{bmatrix} 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, \\ -1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1 \end{bmatrix}$$

$$B_{1+1} = \begin{bmatrix} 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, \\ -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1 \end{bmatrix}$$

Cas n° 2 :

Pour $0 \leq j < n$,

$$d_{j+0} = [h_j, h_j] \quad (3.12)$$

$$d_{j+1} = [-h_j, h_j] \quad (3.13)$$

Pour $p = 2$, l'ensemble de $\{B_j\}_{j=0}^3$ est:

$$B_{0+0} = \begin{bmatrix} 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, \\ 1, 1, -1, 1, 1, -1, 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{1+0} = \begin{bmatrix} 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, \\ -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1 \end{bmatrix}$$

$$B_{0+1} = \begin{bmatrix} 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, \\ -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1 \end{bmatrix}$$

$$B_{1+1} = \begin{bmatrix} 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, \\ -1, -1, -1, 1, 1, 1 \end{bmatrix}$$

Cas n° 3 :

Pour $0 \leq j < n$,

$$d_{j+0} = [h_j, h_j] \quad (3.14)$$

$$d_{j+1} = [h_j, -h_j] \quad (3.15)$$

Ce cas est traité dans [67], où la limite de la fonction de corrélation de l'ensemble $\{B_j\}_{j=0}^3$ est établie.

3.4 Construction d'un ensemble de séquences ZCZ ternaires

Une nouvelle méthode pour la construction d'un ensemble de séquences ternaires ZCZ basé sur l'ensemble de séquences binaires ZCZ est suggérée. Cette construction nous permet de générer un ensemble de séquences optimales ou quasi-optimales tout en augmentant la longueur Z_{CZ} . La construction est réalisée en trois étapes :

▪ Étape 1

La $j^{\text{ième}}$ ligne de la matrice Hadamard H d'ordre n est donnée par :

$$h_j = [h_{j,0}, h_{j,1}, \dots \dots h_{j,n-1}] \quad (3.16)$$

Soit d_j un ensemble de $2n$ séquences, chacune est de longueur $2n$, construit comme suit [66]:

Pour $0 \leq j < n$,

$$d_{j+0} = [-h_j, h_j] \quad (3.17)$$

$$d_{j+1} = [h_j, h_j] \quad (3.18)$$

▪ Étape 2

Pour une valeur entière fixe n et pour $p = 0$, et en se basant sur la méthode de construction dans [27], une série d'ensembles $\{T_j\}_{j=0}^{2n-1}$ de $(2n)$ séquences est construite à partir des séquences $\{d_j\}_{j=0}^{2n-1}$ définies précédemment, comme suit:

Une paire de séquences T_{j+0} et T_{j+1} de longueur $L' = (2^{p+2}n + 2^{p+K+1}n)$, engendrant un ensemble de séquences $\{T_j\}$ de taille $M = M' = 2n$,

est construite par l'entrelacement de la paire de séquences d_{j+0} et d_{j+1} , et l'insertion d'une séquence de zéros, notée Z , de longueur K , comme il est montré dans les équations (3.19) et (3.20) [68]:

Pour $0 \leq j < n$,

$$T_{j+0} = [d_{j+0,0}, Z, d_{j+1,0}, Z, d_{j+0,1}, Z, d_{j+1,1}, \dots, d_{j+0,2n-1}, Z, d_{j+1,2n-1}, Z] \quad (3.19)$$

$$T_{j+1} = [d_{j+0,0}, Z, -d_{j+1,0}, Z, d_{j+0,1}, Z, -d_{j+1,1}, \dots, d_{j+0,2n-1}, Z, -d_{j+1,2n-1}, Z] \quad (3.20)$$

▪ Étape 3

Pour $p > 0$, une nouvelle série de séquences $\{T_j\}_{j=0}^{2n-1}$ peut être construite d'une manière récursive par l'entrelacement de la série $\{T_j\}_{j=0}^{2n-1}$ donnée par les équations (3.19) et (3.20), comme suit :

Pour $0 \leq j < n$,

$$T_{j+0} = [T_{j+0,0}, T_{j+1,0}, T_{j+0,1}, T_{j+1,1}, \dots, T_{j+0,(4n(1+K))-1}, T_{j+1,(4n(1+K))-1}] \quad (3.21)$$

$$T_{j+1} = [T_{j+0,0}, -T_{j+1,0}, T_{j+0,1}, -T_{j+1,1}, \dots, T_{j+0,(4n(1+K))-1}, -T_{j+1,(4n(1+K))-1}] \quad (3.22)$$

Exemple 2

▪ Étape 1

Soit H une matrice de Hadamard d'ordre $n = 2$, donnée par:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix}$$

On utilisant les équations (3,17) et (3,18), l'ensemble $\{d_j\}$ est obtenu comme suit:

Pour $0 \leq j < 2$,

$$d_{0+0} = [-h_0, h_0] = [-1, -1, 1, 1]$$

$$d_{1+0} = [-h_1, h_1] = [-1, 1, 1, -1]$$

$$d_{0+1} = [h_0, h_0] = [1, 1, 1, 1]$$

$$d_{1+1} = [h_1, h_1] = [1, -1, 1, -1]$$

▪ Étape 2

Pour $p = 0$ et pour $K = 1$, et selon les équations (3,19) et (3,20), les séquences T_{j+0} et T_{j+1} sont :

Pour $0 \leq j < 2$,

$$T_{j+0} = [d_{j+0,0}, Z, d_{j+1,0}, Z, d_{j+0,1}, Z, d_{j+1,1}, \dots \dots \dots, d_{j+0,3}, Z, d_{j+1,3}, Z]$$

$$T_{0+0} = [-1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0],$$

$$T_{1+0} = [-1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0]$$

et,

$$T_{j+1} = [d_{j+0,0}, Z, -d_{j+1,0}, Z, d_{j+0,1}, Z, -d_{j+1,1}, \dots \dots \dots, d_{j+0,3}, Z, -d_{j+1,3}, Z]$$

$$T_{0+1} = [-1, 0, -1, 0, -1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0],$$

$$T_{1+1} = [-1, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0].$$

On constate bien, que les séquences obtenues T_{j+0} et T_{j+1} sont de longueur $L' = (2^{p+2}n + 2^{p+K+1}n) = 16$ et de taille 4 (T_{0+0} , T_{0+1} , T_{1+0} et T_{1+1}).

▪ Étape 3

Pour $p = 1$, $\{T_j\}_{j=0}^3$ est construit comme suit :

$$T_{j+0} = [T_{j+0,0}, T_{j+1,0}, T_{j+0,1}, T_{j+1,1}, \dots \dots \dots, T_{j+0,15}, T_{j+1,15}]$$

$$T_{0+0} = \begin{bmatrix} -1, -1, 0, 0, 1, -1, 0, 0, -1, -1, 0, 0, 1, -1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, \\ -1, 0, 0 \end{bmatrix},$$

$$T_{1+0} = \begin{bmatrix} -1, -1, 0, 0, 1, -1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, -1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, -1, 0, 0, -1, -1, 0, 0, -1 \\ , 1, 0, 0 \end{bmatrix},$$

et,

$$T_{j+1} = [T_{j+0,0}, -T_{j+1,0}, T_{j+0,1}, -T_{j+1,1}, \dots \dots \dots, T_{j+0,15}, -T_{j+1,15}]$$

$$\begin{aligned} \theta_{(T_{0+0}, T_{0+1})}(\tau) &= \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, -8, -4, 0, 4, -8, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -8, -16, -8, 0, 8, \\ &\quad -16, 8, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, -8, -4, 0, 4, -8, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\} \\ \theta_{(T_{0+0}, T_{1+1})}(\tau) &= \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 8, 4, 0, -4, 8, -4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \\ &\quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, -8, -4, 0, 4, -8, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\} \\ \theta_{(T_{1+0}, T_{0+1})}(\tau) &= \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, -8, -4, 0, 4, -8, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \\ &\quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 8, 4, 0, -4, 8, -4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\} \\ \theta_{(T_{1+0}, T_{1+1})}(\tau) &= \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 8, 4, 0, -4, 8, -4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -8, -16, -8, 0, 8, \\ &\quad -16, 8, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 8, 4, 0, -4, 8, -4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\} \\ \theta_{(T_{0+1}, T_{1+1})}(\tau) &= \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, -4, 16, -4, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \\ &\quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, 0, 4, -16, 4, 0, -4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\} \end{aligned}$$

Nous pouvons constater que la longueur Z_{CZ} de l'ensemble $\{T_j\}_{j=0}^3$ est égale à 12 et $\{T_j\}$ est un ensemble des séquences TZCZ.

$$\text{Où } TZCZ(L', M', Z'_{CZ}) = (2^{p+2}n + 2^{p+K+1}n, 2n, 2^p + 2^{p+K}) = (64, 4, 12)$$

Les fonctions de corrélation périodique des séquences T_{0+0} et T_{1+1} sont représentées sur les figures 3.4, 3.5 et 3.6.

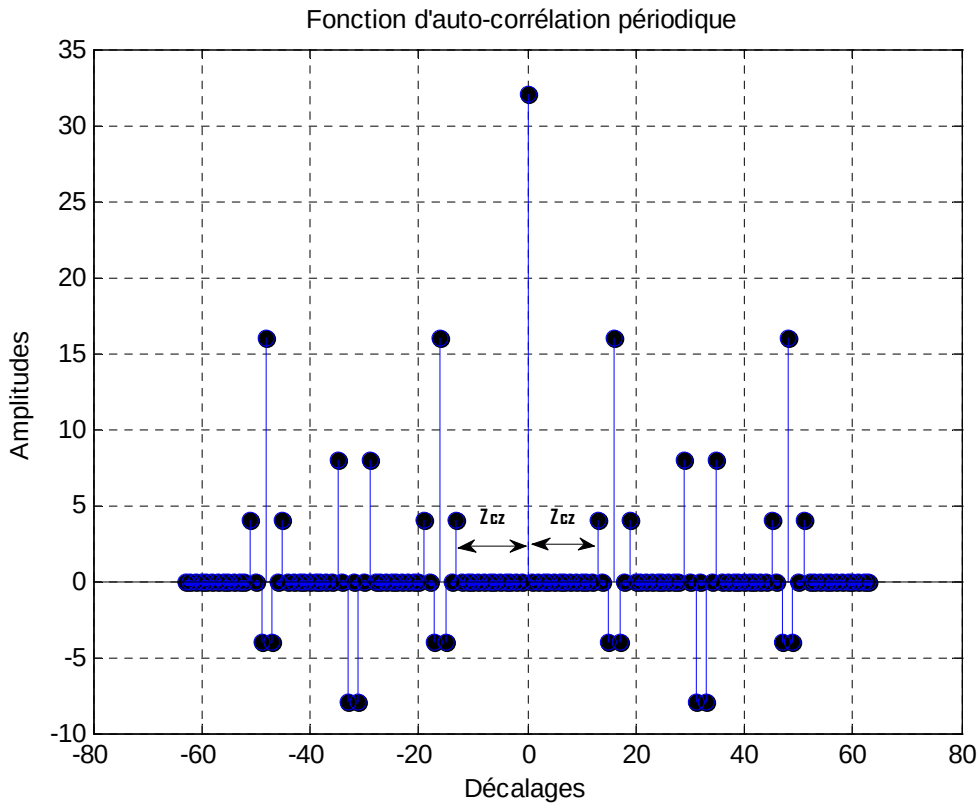


Figure 3.4: La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence T_{0+0}

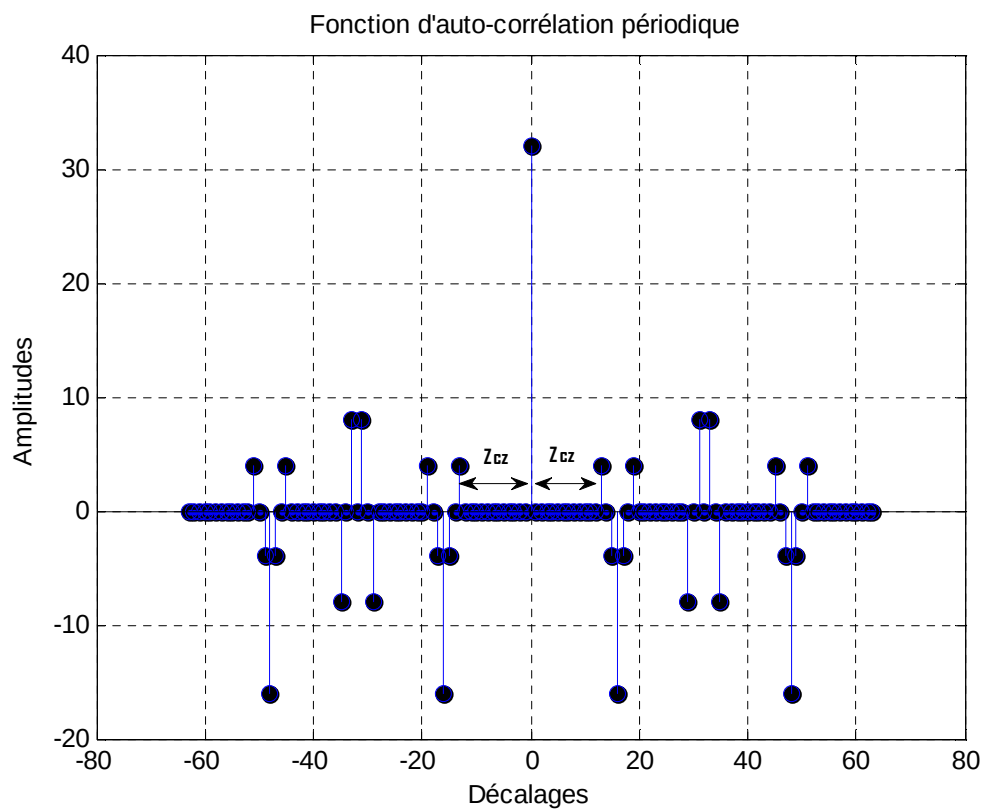


Figure 3.5: La fonction d'auto-corrélation périodique de la séquence T_{1+1}

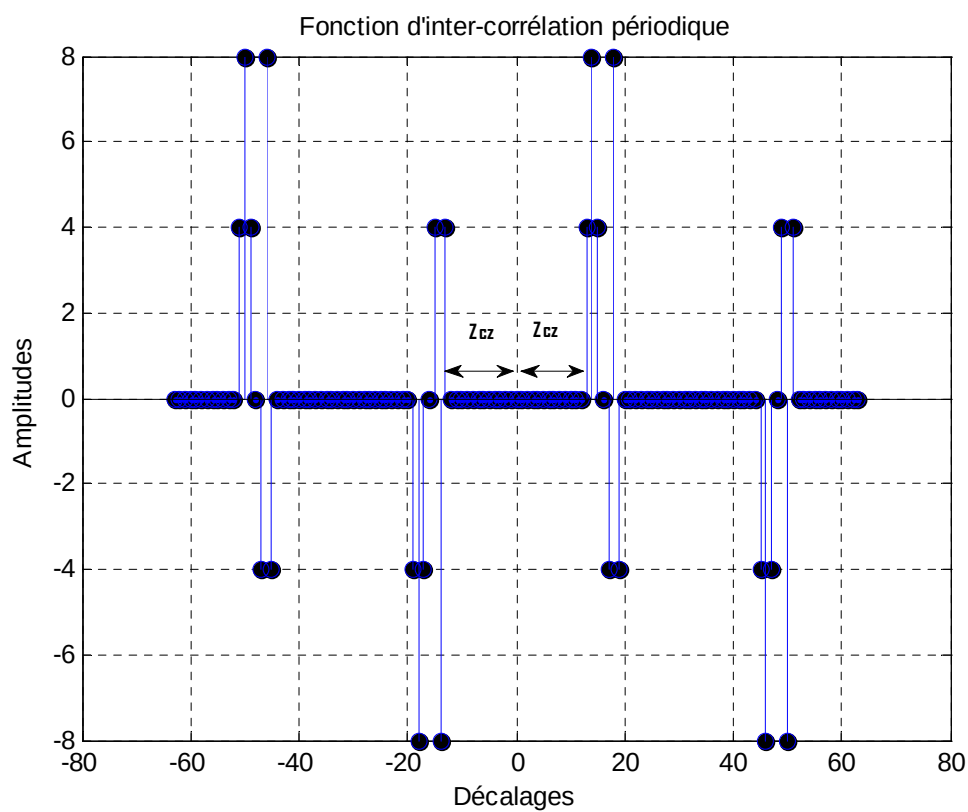


Figure 3.6: La fonction d'inter-corrélation périodique des séquences T_{0+0} et T_{1+1}

3.5 Les propriétés des séquences proposées

La longueur de la séquence T_j , équations (3.21) et (3.22), est égale à $(2^{p+2}n + 2^{p+1+K}n)$, qui est le double de celle de la séquence T_j , équations (3.19) et (3.20).

L'ensemble des séquences ZCZ Ternaires proposé peut satisfaire les propriétés d'auto-corrélation et d'inter-corrélation idéales dans la zone de corrélation nulle :

$$\forall j, \forall \tau \neq 0, |\tau| \leq 2^p + 2^{p+K}$$

$$\theta_{(T_j, T_j)}(\tau) = 0 \quad (3.23)$$

et,

$$\forall j \neq v, \forall \tau, |\tau| \leq 2^p + 2^{p+K}$$

$$\theta_{(T_j, T_v)}(\tau) = 0. \quad (3.24)$$

Pour $F = (2^{p+1})$ et $Z_p = (2^{p+K})$, l'ensemble de séquences ZCZ proposé, ayant la même taille M , peut être représenté comme suit :

Ternaires, équations (3.21) et (3.22):

$$ZCZ(L', M', Z'_{CZ}) = (2^{p+2}n + 2^{p+K+1}n, 2n, 2^p + 2^{p+K}) = (FM + Z_p M, M, Z_{CZ} + Z_p).$$

Binaires, équations (3.6) et (3.7):

$$ZCZ(L, M, Z_{CZ}) = (2^{p+2}n, 2n, 2^p) = (FM, M, Z_{CZ}).$$

De ces représentations, il est clair que les séquences ternaires possèdent des longueurs et des zones nulles supérieures à celles données par les séquences binaires.

L'optimalité des séquences est mesurée par le rapport μ . Les différents rapports μ , sont donnés dans le tableau 3.1 pour $n=2$.

p	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
K	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
L'	16	24	40	72	136	32	48	80	144	272	64	96	160	288	544
Z'_{CZ}	3	5	9	17	33	6	10	18	34	66	12	20	36	68	132
μ	1	1	1	1	1	0.88	0.92	0.95	0.97	0.99	0.81	0.88	0.93	0.96	0.98

Tableau 3.1: Optimalité des séquences ternaires ZCZ proposées

D'après le tableau 3.1, pour $p = 0$, $\mu = 1$, l'ensemble de séquences ternaires ZCZ proposé est optimal.

▪ **Preuve**

$$\mu = \frac{M'(Z_{CZ}'+1)}{L'} = \frac{2^p + 2^{p+K} + 1}{2^{p+1} + 2^{p+K}}. \text{ Pour } p = 0, \forall K, \mu = 1.$$

Pour $p \neq 0$, les séquences sont quasi-optimales pour de grandes valeurs de K et optimales pour K tend vers l'infini :

$$\mu = \frac{M'(Z_{CZ}'+1)}{L'} = \frac{2^{K+1}}{2^K} \text{ et } \lim_{K \rightarrow \infty}(\mu) = 1.$$

Notant pour ce dernier cas, les séquences utilisées pour l'étalement des symboles contiennent un nombre important de zéros et par conséquent la puissance du symbole étalé se trouve affaiblit. La compensation de cette perte systématique est nécessaire, en contre partie, le facteur de crête $\sqrt{PAPR}$, (PAPR : Peak-to-Average Power Ratio), et l'échelle dynamique du signal émis, augmentent [7] [33].

Les propriétés des différentes séquences proposées et de Hayashi [44], notamment la longueur, nombre de séquences et la zone Z_{CZ} , sont résumées dans le tableau 3.2.

Ensembles des séquences ZCZ	Longueur	Nombre de séquences	Z_{CZ}
ZCZ binaire proposé- ($2^{p+2}n, 2n, 2^p$) dans [66]	$2^{p+2}n$	$2n$	2^p
ZCZ ternaire de Hayashi dans [44] ($(n+1) 2^{p+2}, 2n, 2^{p+1} - 1$)	$2^{p+2}(n+1)$	$2n$	$2^{p+1} - 1$
ZCZ ternaire proposé- $(2^{p+2}n + 2^{p+K+1}n, 2n, 2^p + 2^{p+K})$ dans [68]	$2^{p+2}n + 2^{p+K+1}n$	$2n$	$2^p + 2^{p+K}$

Tableau 3.2: Comparaison de trois types d'ensembles de séquences ZCZ.

D'après le tableau 3.2, nous pouvons constater que, pour une même capacité (nombre de séquences) la longueur des séquences ternaires proposées est plus grande comparativement à celles des séquences binaires. La même remarque reste valable quant à la longueur de la zone Z_{CZ} , ce qui privilège l'utilisation des séquences ternaires lorsque la transmission se fera sur des canaux introduisant des retards longs.

Le tableau 3.3, ci-dessous, présente la comparaison entre les séquences ternaires proposées et celles de Hayashi [44] en termes de longueur de séquence, de longueur de la zone nulle et d'optimalité.

Ensembles des séquences ZCZ	Ensembles des séquences Hayashi [44]				Ensembles des séquences proposées [68]			
L	80	160	320	640	80	160	320	640
Z_{CZ}	7	15	31	63	9	18	36	72
μ	0.8	0.8	0.8	0.8	1	0.950	0.925	0.912

Tableau 3.3: Comparaison entre les séquences ternaires proposées et celles de Hayashi.

Pour un nombre de séquences M donné, nous pouvons construire divers ensembles de séquences ternaires ZCZ pour différentes valeurs de L et de Z_{CZ} .

A titre d'illustration, pour $M = 8$ et $K = 3$ (pour les séquences proposées), le tableau 3.3 donne les principaux paramètres (L, Z_{CZ}, μ) pour les séquences ternaires ZCZ. Il est clair d'après ce tableau que, comparativement avec les séquences de Hayashi, notre ensemble de séquences ternaires ZCZ, dans tous les cas (différentes valeurs de L), a une zone Z_{CZ} plus large et une meilleur optimalité μ que celles obtenus par les séquences de Hayashi.

3.6 Evaluation des performances du système DS-CDMA asynchrone associé aux séquences ZCZ proposées

Dans cette section, nous évaluons les performances du système DS-CDMA asynchrone associé aux séquences ZCZ proposées, utilisés comme des séquences d'étalement, où M utilisateurs sont actifs simultanément. L'expression analytique du TEB (BER) du système DS-CDMA asynchrone, sur un canal à évanouissement non sélectif en fréquence de Rice avec un bruit AWGN, déterminée dans [69] [70] (voir l'annexe B) est utilisée.

D'après [69] [70], l'expression analytique du TEB du système DS-CDMA asynchrone, sur un canal à évanouissement non sélectif en fréquence de Rice avec un bruit AWGN, est donnée comme suit :

$$TEB(i) = Q \left(\frac{T \sqrt{\frac{P}{2}}}{\sqrt{\frac{N_0 T}{4} + \frac{TP^2 \gamma^2}{4} + (1 + \gamma^2) \sigma_A^2(i)}} \right) \quad (3.25)$$

Où P est la puissance commune aux utilisateurs, T la durée du symbole et la fonction Q est donnée par [72]:

$$Q(z) = \int_z^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (3.26)$$

Le terme $(\frac{N_0 T}{4})$ représente la variance (σ_n^2) du bruit AWGN, le terme $(TP^2 \gamma^2 / 4)$ désigne la puissance atténuée de l'utilisateur i et $\sigma_A^2(i)$ est la puissance globale (non atténuée) des interférences MAI pour l' i -ième utilisateur désiré.

Posons $\gamma^2 = 0$, le TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal AWGN est donné par [71]:

$$TEB(i) = Q \left(\frac{T \sqrt{\frac{P}{2}}}{\sqrt{\frac{N_0 T}{4} + \sigma_A^2(i)}} \right) \quad (3.27)$$

La variance MAI de l' i -ième utilisateur désiré est calculée comme suit [70][71]:

$$\sigma_A^2(i) = \frac{TP^2}{12L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) \quad (3.28)$$

Avec $r_{m,i}$ est le terme d'interférence causée par tous les utilisateurs m sauf l'utilisateur i .

Le terme $r_{m,i}$ à partir de l'équation (1.9) peut s'écrire [70][71] (voir l'annexe B):

Posons $C_{m,i}(\tau) = \varphi_{(X_m, X_i)}(\tau)$

$$r_{m,i} = 2 \sum_{\tau=1-L}^{L-1} C_{m,i}(\tau)^2 + \sum_{\tau=1-L}^{L-1} C_{m,i}(\tau) C_{m,i}(\tau + 1) \quad (3.29)$$

On a représenté sur les figures 3.7 et 3.8, les performances en termes de BER du système DS-CDMA asynchrone utilisant les séquences binaires de Fan (32, 8, 2) [7] [34] et les séquences binaires proposées (32, 8, 2) [66].

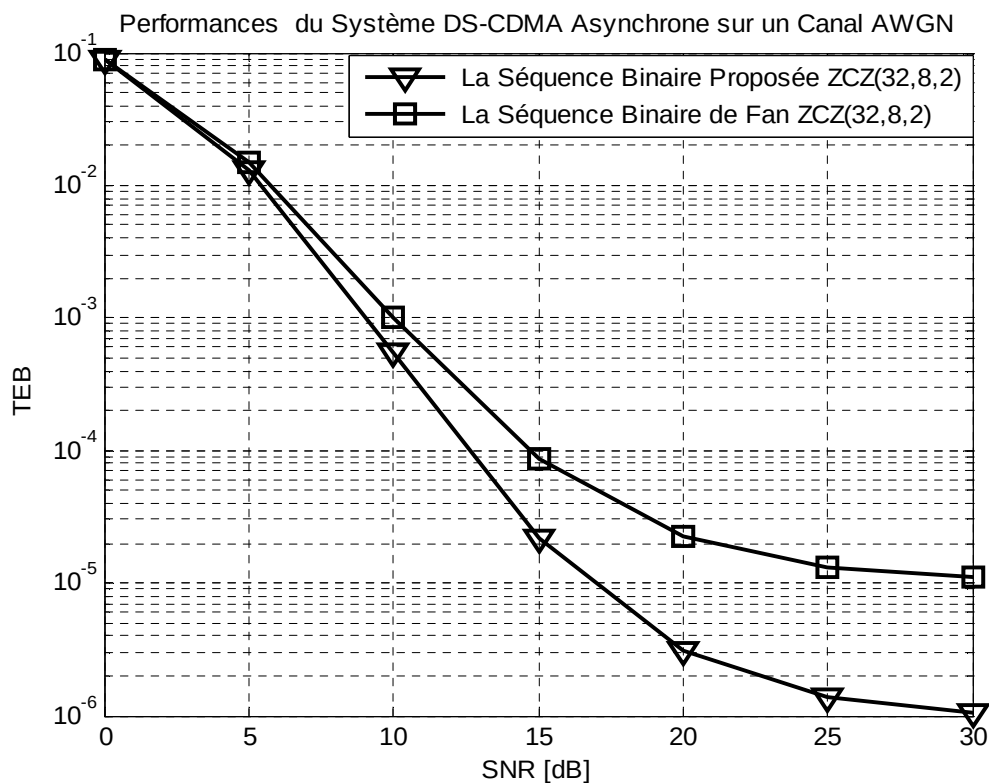


Figure 3.7: Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal AWGN. Séquences utilisées: binaires.

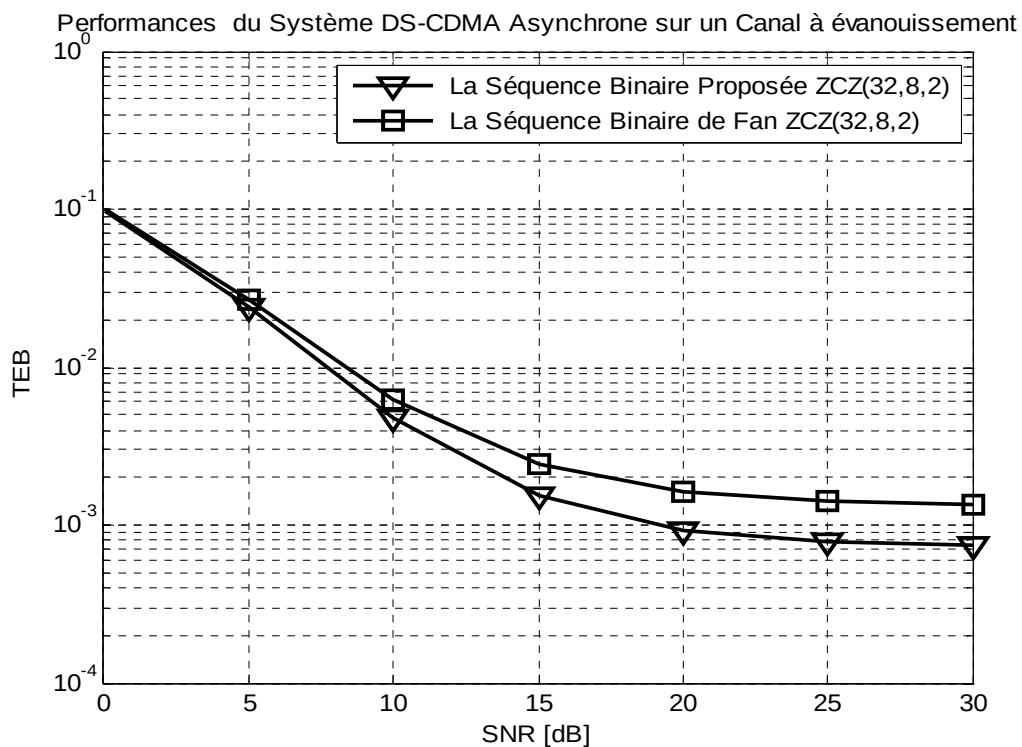


Figure 3.8: Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal à évanouissement avec un bruit AWGN. Séquences utilisées: binaires.

Sur le canal AWGN, il est bien clair d'après la figure 3.7, pour un $TEB = 10^{-4}$ les séquences ZCZ proposées permettent d'obtenir un gain de 02 dB par rapport aux séquences ZCZ de Fan, cette amélioration est due principalement aux propriétés de corrélation.

Sur le canal à évanouissement non sélectif en fréquence avec un bruit AWGN avec un facteur $\gamma^2 = 0.1$, nous constatons d'après la figure 3.8 que les séquences binaires proposées donnent des valeurs de TEB plus intéressantes que celles données par les séquences binaires de Fan, à titre d'exemple à un $TEB = 0.0015$, le système utilisant les séquences d'étalement ZCZ binaires proposées atteint un gain 10 dB par rapport aux séquences ZCZ de Fan.

Sur les figures 3.9 et 3.10, le TEB du système DS-CDMA asynchrone employant les séquences ternaires proposées ZCZ (32,8,3) sont comparées à celui obtenu par les séquences ternaires de Hayashi ZCZ (40,8,3) et ZCZ (20,8,1) [44].

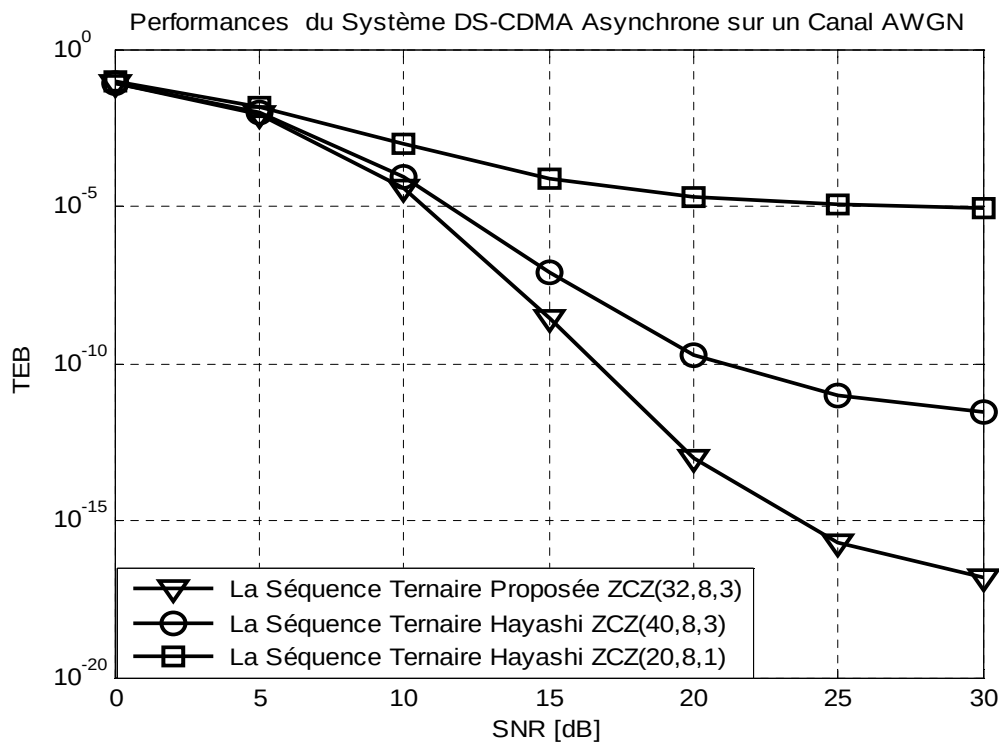


Figure 3.9: Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal AWGN. Séquences utilisées: ternaires.

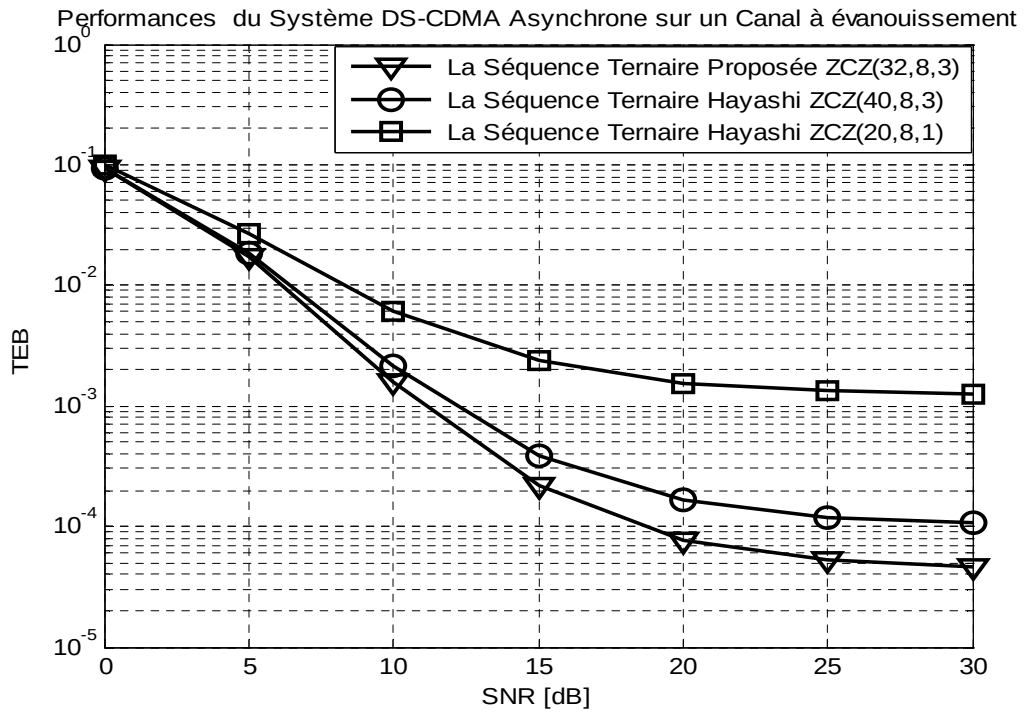


Figure 3.10: Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal à évanouissement avec un bruit AWGN. Séquences utilisées: ternaires.

Pour un $TEB = 10^{-4}$ (voir la figure 3.9), le système exploitant les séquences ternaires proposées peut atteindre un gain de 01 dB par rapport aux séquences ternaires de Hayashi ZCZ (40,8,3) et de 06 dB par rapport à l'utilisation des séquences ZCZ (20,8,1) sur un canal AWGN. Dans le cas d'un canal à évanouissement non sélectif en fréquence avec un bruit AWGN et un facteur $\gamma^2 = 0.1$ (figure 3.10), pour un $TEB=0.0015$, un gain de 01 dB a été obtenu, en utilisant les séquences proposés, par rapport aux séquences ternaires de Hayashi ZCZ (40,8,3) et un gain de 10 dB par rapport à l'utilisation des séquences ternaires Hayashi ZCZ (20,8,1). Les améliorations apportées par les séquences proposées sont dues aux bonnes propriétés de corrélation de ces dernières.

Les figures 3.11 et 3.12 présentent le TEB du système DS-CDMA employant les séquences proposées (binaires et ternaires).

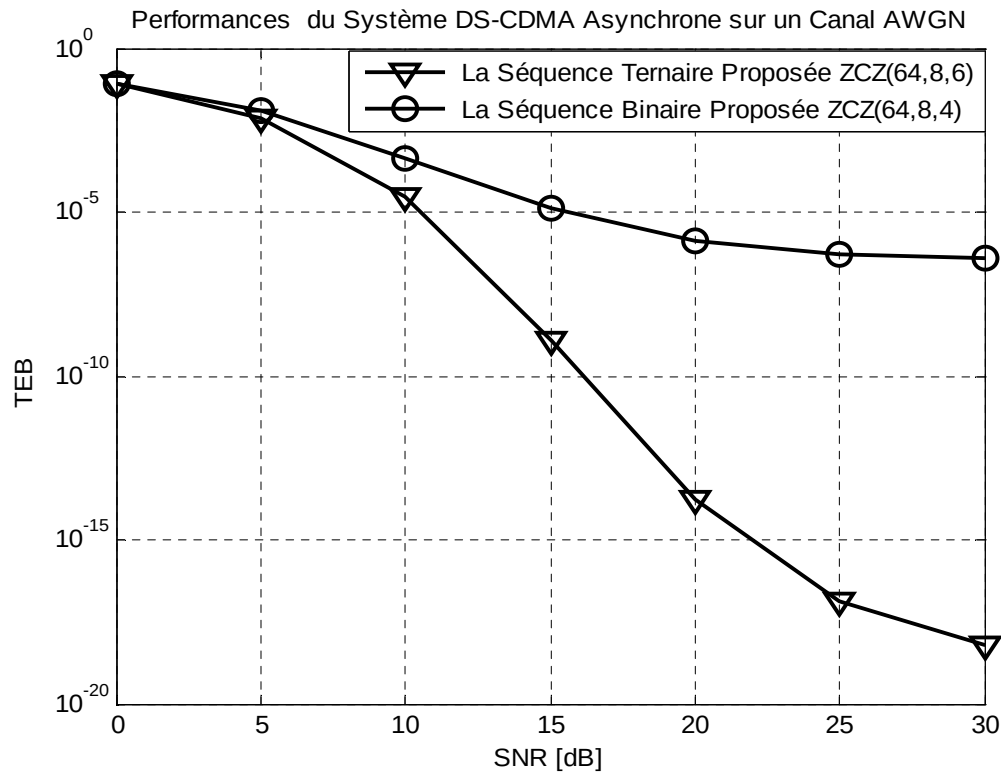


Figure 3.11: Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal AWGN. Séquences utilisées: proposées.

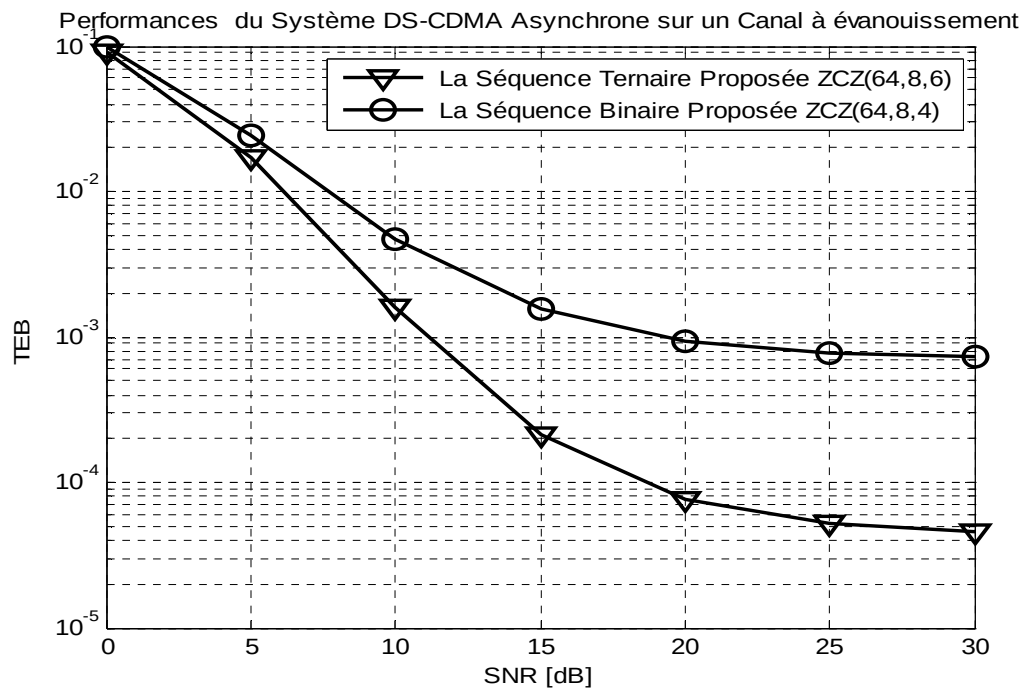


Figure 3.12: Performances TEB du système DS-CDMA asynchrone sur un canal à évanouissement avec un bruit AWGN. Séquences utilisées: proposées

Les résultats obtenus (figures 3.11 et 3.12), sur les deux canaux, montrent que les séquences ternaires sont mieux adaptées aux systèmes DS-CDMA asynchrones que les séquences binaires.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, deux nouvelles méthodes de construction des séquences binaires et ternaires ZCZ ont été proposées. Une étude comparative a été effectuée entre les méthodes proposées et la méthode de Hayashi en termes de flexibilité, d'optimalité et de capacité. Une évaluation des performances TEB du système DS-CDMA asynchrone, sur deux types de canaux : canal AWGN et canal à évanouissement non sélectif en fréquence avec un bruit AWGN, utilisant les séquences proposées à donner de meilleurs résultats, dû à leur bonne propriété de corrélation, comparativement aux autres séquences.

Conclusion Générale

Conclusion générale et perspectives

Cette thèse avait pour objet la proposition de méthodes flexibles permettant la construction de séquences ZCZ idéales prenant en compte les interférences introduites par le canal radio mobile.

Nous nous sommes intéressés principalement dans le premier chapitre aux notions de base d'un canal radio mobile et ses effets, les différents systèmes d'accès ainsi que les outils mathématiques qui nous ont permis de générer les séquences ZCZ. Les motifs qui nous ont amené à privilégier des séquences ZCZ par rapport à d'autres codes ont été explicités. Nous avons opté pour le système DS-CDMA asynchrone afin de démontrer les performances de ces dernières.

Pour le second chapitre, nous avons présenté deux types de construction de séquences (binaires et ternaires) ZCZ afin d'éclaircir le procédé de génération de ces séquences. La plupart des séquences ZCZ sont générées à partir des matrices et/ ou des séquences bien connues, telles que les matrices orthogonales, les séquences complémentaires, les séquences parfaite et les MOCS.

A partir de l'étude faite, deux nouvelles méthodes de construction des séquences binaires et ternaires ZCZ ont été proposées dans le troisième chapitre. La première concerne la construction d'un ensemble de séquences binaires ZCZ basée sur la matrice Hadamard et la méthode de l'entrelacement. La deuxième méthode permet d'avoir un ensemble de séquences ternaires ZCZ en se basant sur l'ensemble des séquences binaires ZCZ obtenu, l'insertion de zéros et l'entrelacement. Les séquences obtenues ZCZ sont optimales ou quasi-optimales pour les deux méthodes. Il est à noter que l'ensemble de séquences ternaires ZCZ propose une zone Z_{CZ} plus longue que celle donnée par les séquences binaires permettant d'étouffer les interférences dû au canal introduisant des grands retards. L'étude comparative effectuée entre les méthodes proposées et les méthodes de Hayashi et Fan en termes de flexibilité, d'optimalité et de capacité a montré le bien fondé des approches proposées. L'évaluation des performances TEB du système DS-CDMA asynchrone, sur deux types de canaux : canal AWGN et canal à évanouissement non sélectif en

fréquence Rice avec un bruit AWGN, utilisant les séquences proposées à donner de meilleurs résultats, comparativement aux autres séquences.

Suggestions pour les futurs travaux:

- Trouver des séquences ZCZ optimales et offrant une grande capacité et de performance très acceptables dans beaucoup de situations.
- Identifier les applications spécifiques à ces séquences.

Liste des publications:

B. Fassi, A. Djebbari, A. Taleb-Ahmed and I. Dayoub, “A New Class of Binary Zero Correlation Zone Sequence Sets”, IOSR-JECE, Vol. 5, No.3, pp. 15-19, 2013.

B. Fassi, A. Djebbari and A. Taleb-Ahmed, “Ternary Zero Correlation Zone Sequence Sets for Asynchronous DS-CDMA”, accepted in journal CN, paper will be published online in the next issue of CN 6.4 in November 2014.

Annexe A

A.1 Fonction de corrélation périodique

La corrélation périodique $\theta_{(a_m, a_i)}(\tau)$, équation (1.8), entre la $m^{\text{ième}}$ séquence émise $a_m = \{-1, 1, 1, -1\}$ et la $i^{\text{ième}}$ séquence de corrélation $a_i = \{1, -1, -1, 1\}$, chacune de longueur $L = 4$, pour les différents retards (τ) est schématisée sur la figure A.1.

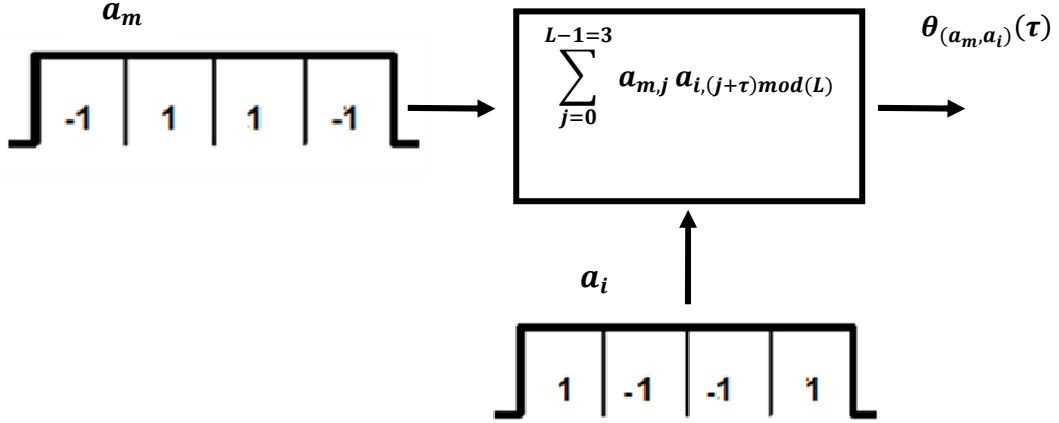


Figure A.1: Principe de l'inter-corrélation périodique entre les séquences a_m et a_i

La fonction d'auto-corrélation $\theta_{(a_m, a_m)}(\tau)$ de la séquence a_m pour différents retards (τ) est représentée comme suit :

- Sans retard ($\tau = 0$)

$$\begin{array}{c}
 a_m \\
 a_m
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 -1 & 1 & 1 & -1 \\
 \hline
 -1 & 1 & 1 & -1 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{(a_m, a_m)}(0) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{m,(j+0) \bmod 4} = a_{m,0}a_{m,0} + a_{m,1}a_{m,1} + a_{m,2}a_{m,2} + a_{m,3}a_{m,3} \\
 &= (-1 \times -1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (-1 \times -1) = 4
 \end{aligned}$$

- Retard ($\tau = 1$)

$$\begin{array}{c}
 a_m \text{ Séquence décalée} \\
 a_m
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|}
 \hline
 -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\
 \hline
 -1 & 1 & 1 & -1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}\theta_{(a_m, a_m)}(1) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{m,(j+1) \bmod(4)} = a_{m,0}a_{m,1} + a_{m,1}a_{m,2} + a_{m,2}a_{m,3} + a_{m,3}a_{m,0} \\ &= (-1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times -1) + (-1 \times -1) = 0\end{aligned}$$

- Retard ($\tau = 2$)

a_m Séquence décalée	1	-1	-1	1	1	-1
a_m	-1	1	1	-1		

$$\begin{aligned}\theta_{(a_m, a_m)}(2) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{m,(j+2) \bmod(4)} = a_{m,0}a_{m,2} + a_{m,1}a_{m,3} + a_{m,2}a_{m,0} + a_{m,3}a_{m,1} \\ &= (-1 \times 1) + (1 \times -1) + (1 \times -1) + (-1 \times 1) = -4\end{aligned}$$

- Retard ($\tau = 3$)

a_m Séquence décalée	1	1	-1	-1	1	1	-1
a_m	-1	1	1	-1			

$$\begin{aligned}\theta_{(a_m, a_m)}(3) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{m,(j+3) \bmod(4)} = a_{m,0}a_{m,3} + a_{m,1}a_{m,0} + a_{m,2}a_{m,1} + a_{m,3}a_{m,2} \\ &= (-1 \times -1) + (1 \times -1) + (1 \times 1) + (-1 \times 1) = 0\end{aligned}$$

La fonction d'inter-corrélation $\theta_{(a_m, a_i)}(\tau)$ entre les séquences a_m et a_i pour différents retards (τ) est donnée comme suit :

- Sans retard ($\tau = 0$)

a_m	-1	1	1	-1
a_i	1	-1	-1	1

$$\begin{aligned}\theta_{(a_m, a_i)}(0) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{i,(j+0) \bmod(4)} = a_{m,0}a_{i,0} + a_{m,1}a_{i,1} + a_{m,2}a_{i,2} + a_{m,3}a_{i,3} \\ &= (-1 \times 1) + (1 \times -1) + (1 \times -1) + (-1 \times 1) = -4\end{aligned}$$

- Retard ($\tau = 1$)

$$\begin{array}{lcl}
 a_m \text{ Séquence décalée} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} & \\
 a_i & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{(a_m, a_i)}(1) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{i,(j+1) \bmod(4)} = a_{m,0}a_{i,1} + a_{m,1}a_{i,2} + a_{m,2}a_{i,3} + a_{m,3}a_{i,0} \\
 &= (-1 \times -1) + (1 \times -1) + (1 \times 1) + (-1 \times 1) = 0
 \end{aligned}$$

- Retard ($\tau = 2$)

$$\begin{array}{lcl}
 a_m \text{ Séquence décalée} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} & \\
 a_i & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{(a_m, a_i)}(2) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{i,(j+2) \bmod(4)} = a_{m,0}a_{i,2} + a_{m,1}a_{i,3} + a_{m,2}a_{i,0} + a_{m,3}a_{i,1} \\
 &= (-1 \times -1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (-1 \times -1) = 4
 \end{aligned}$$

- Retard ($\tau = 3$)

$$\begin{array}{lcl}
 a_m \text{ Séquence décalée} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} & \\
 a_i & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{(a_m, a_i)}(3) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{i,(j+3) \bmod(4)} = a_{m,0}a_{i,3} + a_{m,1}a_{i,0} + a_{m,2}a_{i,1} + a_{m,3}a_{i,2} \\
 &= (-1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times -1) + (-1 \times -1) = 0
 \end{aligned}$$

A.2 Fonction de corrélation apériodique

La fonction d'auto-corrélation apériodique $\varphi_{(a_m, a_m)}(\tau)$, équation (1.9), de la séquence a_m pour différents retards (τ) est représentée comme suit :

- Pour ($\tau = 0$)

a_m	-1	1	1	-1
a_m	-1	1	1	-1

$$\begin{aligned}\varphi_{(a_m, a_m)}(0) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{m,(j+0)} = a_{m,0}a_{m,0} + a_{m,1}a_{m,1} + a_{m,2}a_{m,2} + a_{m,3}a_{m,3} \\ &= (-1 \times -1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (-1 \times -1) = 4\end{aligned}$$

- Pour ($\tau = 1$)

a_m Séquence décalée	-1	1	1	-1
a_m	-1	1	1	-1

$$\begin{aligned}\varphi_{(a_m, a_m)}(1) &= \sum_{j=0}^2 a_{m,j} a_{m,(j+1)} = a_{m,0}a_{m,1} + a_{m,1}a_{m,2} + a_{m,2}a_{m,3} \\ &= (-1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times -1) = -1\end{aligned}$$

- Pour ($\tau = 2$)

a_m Séquence décalée	-1	1	1	-1
a_m	-1	1	1	-1

$$\begin{aligned}\varphi_{(a_m, a_m)}(2) &= \sum_{j=0}^1 a_{m,j} a_{m,(j+2)} = a_{m,0}a_{m,2} + a_{m,1}a_{m,3} \\ &= (-1 \times 1) + (1 \times -1) = -2\end{aligned}$$

- Pour ($\tau = 3$)

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_m

-1	1	1	-1
----	---	---	----

$$\varphi_{(a_m, a_m)}(3) = \sum_{j=0}^0 a_{m,j} \ a_{m,(j+3)} = a_{m,0} a_{m,3} = (-1 \times -1) = 1$$

- Pour $(\tau = -1)$

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_m

-1	1	1	-1
----	---	---	----

$$\begin{aligned}\varphi_{(a_m, a_m)}(-1) &= \sum_{j=0}^2 a_{m, (j+1)} a_{m, j} = a_{m, 1} a_{m, 0} + a_{m, 2} a_{m, 1} + a_{m, 3} a_{m, 2} \\ &= (1 \times -1) + (1 \times 1) + (-1 \times 1) = -1\end{aligned}$$

- Pour ($\tau = -2$)

-1	1	1	-1
----	---	---	----

-1	1	1	-1
----	---	---	----

$$\begin{aligned}\varphi_{(a_m, a_m)}(-2) &= \sum_{j=0}^1 a_{m, (j+2)} \quad a_{m, j} = a_{m, 2} a_{m, 0} + a_{m, 3} a_{m, 1} \\ &= (1 \times -1) + (-1 \times 1) = -2\end{aligned}$$

- Pour ($\tau = -3$)

$$a_m \text{ Séquence décalée} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -1 & 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$a_m \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & -1 & 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$\varphi_{(a_m, a_m)}(-3) = \sum_{j=0}^0 a_{m, (j+3)} \quad a_{m, j} = a_{m, 3} a_{m, 0} = (-1 \times -1) = 1$$

D'après l'équation (1.10), la relation entre la fonction de corrélation périodique et apériodique, on trouve que :

$$\theta_{(a_m, a_m)}(1) = \varphi_{(a_m, a_m)}(1) + \varphi_{(a_m, a_m)}(-3) \Leftrightarrow 0 = -1 + 1$$

$$\theta_{(a_m, a_m)}(2) = \varphi_{(a_m, a_m)}(2) + \varphi_{(a_m, a_m)}(-2) \Leftrightarrow -4 = (-2) + (-2)$$

$$\theta_{(a_m, a_m)}(3) = \varphi_{(a_m, a_m)}(3) + \varphi_{(a_m, a_m)}(-1) \Leftrightarrow 0 = 1 + (-1)$$

La fonction d'inter-corrélation apériodique $\varphi_{(a_m, a_i)}(\tau)$, équation (1.9), entre les séquences a_m et a_i pour différents retards (τ) est représentée comme suit :

- Pour ($\tau = 0$)

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_i

1	-1	-1	1
---	----	----	---

$$\begin{aligned} \varphi_{(a_m, a_i)}(0) &= \sum_{j=0}^3 a_{m,j} a_{i,(j+0)} = a_{m,0}a_{i,0} + a_{m,1}a_{i,1} + a_{m,2}a_{i,2} + a_{m,3}a_{i,3} \\ &= (-1 \times 1) + (1 \times -1) + (1 \times -1) + (-1 \times 1) = -4 \end{aligned}$$

- Pour ($\tau = 1$)

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_i

1	-1	-1	1
---	----	----	---

$$\begin{aligned} \varphi_{(a_m, a_i)}(1) &= \sum_{j=0}^2 a_{m,j} a_{i,(j+1)} = a_{m,0}a_{i,1} + a_{m,1}a_{i,2} + a_{m,2}a_{i,3} \\ &= (-1 \times -1) + (1 \times -1) + (1 \times 1) = 1 \end{aligned}$$

- Pour $(\tau = 2)$

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_i

1	-1	-1	1
---	----	----	---

$$\varphi_{(a_m, a_i)}(2) = \sum_{j=0}^1 a_{m,j} a_{i,(j+2)} = a_{m,0}a_{i,2} + a_{m,1}a_{i,3}$$

$$= (-1 \times -1) + (1 \times 1) = 2$$

- Pour $(\tau = 3)$

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_i

1	-1	-1	1
---	----	----	---

$$\varphi_{(a_m, a_i)}(3) = \sum_{j=0}^0 a_{m,j} a_{i,(j+3)} = a_{m,0}a_{i,3} = (-1 \times 1) = -1$$

- Pour $(\tau = -1)$

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_i

1	-1	-1	1
---	----	----	---

$$\varphi_{(a_m, a_i)}(-1) = \sum_{j=0}^2 a_{m,(j+1)} a_{i,j} = a_{m,1}a_{i,0} + a_{m,2}a_{i,1} + a_{m,3}a_{i,2}$$

$$= (1 \times 1) + (1 \times -1) + (-1 \times -1) = 1$$

- Pour $(\tau = -2)$

a_m Séquence décalée

-1	1	1	-1
----	---	---	----

a_i

1	-1	-1	1
---	----	----	---

$$\begin{aligned}\varphi_{(a_m, a_i)}(-2) &= \sum_{j=0}^1 a_{m, (j+2)} a_{i, j} = a_{m, 2} a_{i, 0} + a_{m, 3} a_{i, 1} \\ &= (1 \times 1) + (-1 \times -1) = 2\end{aligned}$$

- Pour $(\tau = -3)$

a_m Séquence décalée	-1	1	1	-1				
a_i				1	-1	-1	1	

$$\varphi_{(a_m, a_i)}(-3) = \sum_{j=0}^0 a_{m, (j+3)} a_{i, j} = a_{m, 3} a_{i, 0} = (-1 \times 1) = -1$$

D'après l'équation (1.10), la relation entre la fonction de corrélation périodique et apériodique, on trouve que :

$$\theta_{(a_m, a_i)}(1) = \varphi_{(a_m, a_i)}(1) + \varphi_{(a_m, a_i)}(-3) \Leftrightarrow 0 = 1 + (-1)$$

$$\theta_{(a_m, a_i)}(2) = \varphi_{(a_m, a_i)}(2) + \varphi_{(a_m, a_i)}(-2) \Leftrightarrow 4 = 2 + 2$$

$$\theta_{(a_m, a_i)}(3) = \varphi_{(a_m, a_i)}(3) + \varphi_{(a_m, a_i)}(-1) \Leftrightarrow 0 = (-1) + 1$$

N.B : le calcul ci-dessus a été effectué, pour la fonction de corrélation périodique (paire), en supposant la réception de deux bits successives (+1), dans le cas où les deux bits successives sont (-1) et (+1) la fonction de corrélation périodique (impaire)

$\hat{\theta}_{(x_j, x_v)}$ est donnée par [70]:

$$\forall \tau, \hat{\theta}_{(x_j, x_v)}(\tau) = \varphi_{(x_j, x_v)}(\tau \bmod L) - \varphi_{(x_j, x_v)}((\tau \bmod L) - L)$$

Annexe B

La figure B.1 illustre le modèle d'un système DS-CDMA Asynchrone [70].

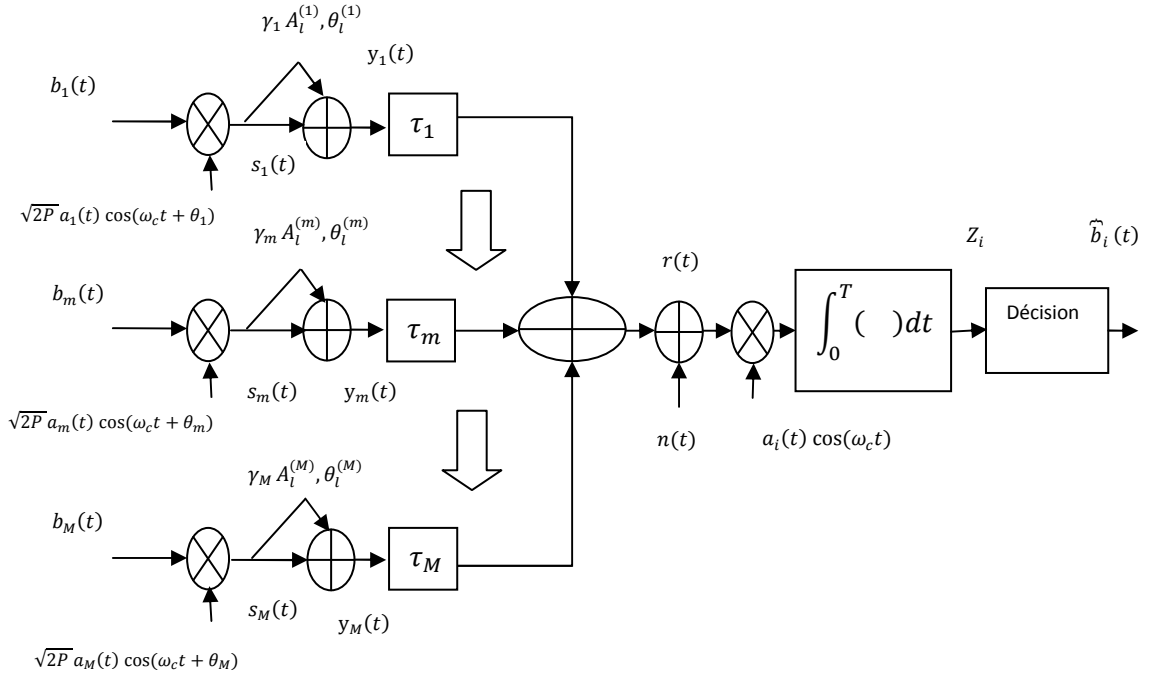


Figure B.1 : Le modèle du système DS-CDMA Asynchrone [70].

Où M est le nombre d'utilisateurs, P est la puissance du $m^{\text{ième}}$ signal transmis, BPSK (Binary Phase Shift Keying) est la modulation utilisée et $b_m(t)$ sont les données binaires du $m^{\text{ième}}$ utilisateur.

$$\text{Soit } b_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_{m,i} p_T(t - iT) \quad (\text{B.1})$$

Où $b_{m,i} \in \{+1, -1\}$ forment une séquence d'amplitude unité, positive et négative et composé d'impulsions rectangulaires de durée T .

$$\text{où } p_T(t) = 1 \text{ pour } t \in [0, T], p_T(t) = 0 \text{ sinon} \quad (\text{B.2})$$

La séquence d'étalement $a_m(t)$ associé au $m^{\text{ième}}$ utilisateur est une séquence périodique de période L composée d'impulsions rectangulaires positives ou négatives de durée T_c ($T = LT_c$).

$$a_m(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{m,j} p_{T_c}(t - iT_c) \quad (\text{B.3})$$

Avec $a_{m,j} = \pm 1$ et $\sum_{j=0}^{L-1} [a_{m,j}]^2 = L$

Le signal DSS est donné par:

$$x_m(t) = \sqrt{2P} b_m(t) a_m(t) \exp(j\theta_m) \quad (\text{B.4})$$

Avec θ_m la phase introduite par le modulateur. Elle est modulée comme une variable aléatoire uniformément distribuée sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Le signal transmit par le $m^{\text{ième}}$ utilisateur s'écrit:

$$s_m(t) = \text{Re}\{x_m(t) \exp(j2\pi f_c t)\} \quad (\text{B.5})$$

Où Re représente la partie réelle, $j = \sqrt{-1}$ et f_c est la fréquence commune de la porteuse affectée à l'utilisateur m .

Nous nous limitons de plus ici, pour plus de clarté dans la suite du travail, à une propagation via deux trajets, un trajet direct sans atténuation et un trajet à évanouissement.

$y_m(t)$ est la somme de deux signaux issues des trajets, décrit par [69][70]:

$$y_m(t) = s_m(t) + \text{Re}\{\gamma_m A_l^{(m)} \exp(j\theta_l^{(m)}) x_m(t) \exp(j2\pi f_c t)\} \quad (\text{B.6})$$

Pour $\gamma_m > 0$, le signal $y_m(t)$ est la somme du signal d'entrée non atténué $s_m(t)$ (composante spéculaire) et la version du même signal d'entrée atténuée et non retardé (scatter component) [69][70].

Pour $lT \leq t < (l+1)T$

L'atténuation du signal durant l'évanouissement pendant l'intervalle de temps $[lT, (l+1)T)$ est représentée par $(\gamma_m A_l^{(m)})$, et le déphasage durant l'évanouissement est noté par $\theta_l^{(m)}$. γ_m est un nombre réel positif et $A_l^{(m)}$ est une variable aléatoire non négative satisfait la normalisation suivante : $E\{[A_l^{(m)}]^2\} = 1$.

Donc:

$$y_m(t) = \text{Re}\{\sqrt{2P} b_m(t) a_m(t) \exp(j(2\pi f_c t + \theta_m))\} + \text{Re}\{\gamma_m A_l^{(m)} \exp(j\theta_l^{(m)}) \sqrt{2P} b_m(t) a_m(t) \exp(j(2\pi f_c t + \theta_m))\} \quad (\text{B.7})$$

$$y_m(t) = \sqrt{2P} b_m(t) a_m(t) \cos(2\pi f_c t + \theta_m) + \text{Re}\{\gamma_m A_l^{(m)} \sqrt{2P} b_m(t) a_m(t) \exp(j(2\pi f_c t + \theta_m + \theta_l^{(m)}))\} \quad (\text{B.8})$$

$$y_m(t) = \sqrt{2P} b_m(t) a_m(t) \cos(2\pi f_c t + \theta_m) + \sqrt{2P} \gamma_m A_l^{(m)} b_m(t) a_m(t) \cos(2\pi f_c t + \theta_m + \theta_l^{(m)}) \quad (\text{B.9})$$

Le signal reçu à la station de base peut être exprimé sous la forme:

$$r(t) = \sum_{m=1}^M y_m(t - \tau_m) + n(t) \quad (\text{B.10})$$

Où τ_m sont les retards relatifs associés à un schéma de transmission asynchrone, qui sont modélisés par des variables aléatoires uniformément distribuées sur l'intervalle $[0, T_c]$, alors que $n(t)$ représente le bruit additif blanc gaussien AWGN avec double densité spectrale de puissance $N_0/2$.

Si les transmissions étaient complètement synchrones entre elles, alors les délais τ_m seraient nuls. Ceci n'est guère envisageable en pratique et les communications sont généralement asynchrones à la réception, ce qui permet de traiter un problème plus général.

$$r(t) = \sum_{m=1}^M \left(\frac{\sqrt{2P} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) \cos(2\pi f_c(t - \tau_m) + \theta_m) + \sqrt{2P} \gamma_m A_l^{(m)} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) \cos(2\pi f_c(t - \tau_m) + \theta_m + \theta_l^{(m)})}{\sqrt{2P} \gamma_m A_l^{(m)}} \right) + n(t) \quad (\text{B.11})$$

A la réception, de manière classique - se reporter à la figure B.1, la corrélation est effectuée avec chacune des séquences d'étalement $a_i(t)$ utilisées à l'émission : c'est le filtrage adapté à chaque séquence émise. S'il n'y a pas de glissement de fréquence, si les horloges émission-réception sont rigoureusement identiques et si la synchronisation avec les données reçues est parfaite pour chacun des utilisateurs, la sortie de corrélation Z_i associée à la séquence i , de l' $i^{\text{ième}}$ utilisateur désiré, est donnée par l'expression suivante:

$$Z_i = \int_0^T r(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt \quad (\text{B.12})$$

Pour $\Phi_m = \theta_m - 2\pi f_c \tau_m$, on considère que, sans perte de généralité:

$$\tau_i = \theta_i = 0, \quad 0 < \tau_m < T, \quad 0 < \theta_m < 2\pi \quad \text{pour } m \neq i,$$

Alors (B.12) devienne :

$$Z_i = \int_0^T \left[\sqrt{2P} b_i(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t) + \sqrt{2P} \gamma_i A_l^{(i)} b_i(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t + \theta_l^{(i)}) \right] a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt + \left[\sum_{m \neq i}^M (\sqrt{2P} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) \cos(2\pi f_c t + \Phi_m) + \sqrt{2P} \gamma_m A_l^{(m)} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) \cos(2\pi f_c t + \Phi_m + \theta_l^{(m)})) \right] a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt + n(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt \quad (\text{B.13})$$

Nous avons :

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

Nous pouvons ignorer le terme en $2(2\pi f_c)$ de $r(t) \cos(2\pi f_c t)$ et la sortie de corrélation, au temps $t = T$, se réécrit:

$$\begin{aligned} Z_i = & \int_0^T \left[\sqrt{P/2} b_i(t) a_i(t)^2 \cos(0) + \sqrt{P/2} b_i(t) a_i(t)^2 \cos(4\pi f_c t) + \right. \\ & \left. \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_i A_l^{(i)} b_i(t) a_i(t)^2 \cos(0 + \theta_l^{(i)}) + \sqrt{P/2} \gamma_i A_l^{(i)} b_i(t) a_i(t)^2 \cos(4\pi f_c t + \theta_l^{(i)}) \right] dt + \\ & \left[\sum_{m=1, m \neq i}^M \left(\sqrt{\frac{P}{2}} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) a_i(t) \cos(0 + \Phi_m) + \sqrt{\frac{P}{2}} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \right. \right. \\ & \left. \left. \tau_m) a_i(t) \cos(4\pi f_c t + \Phi_m) + \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_m A_l^{(m)} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) a_i(t) \cos(0 + \Phi_m + \right. \right. \\ & \left. \left. \theta_l^{(m)}) + \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_m A_l^{(m)} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) a_i(t) \cos(4\pi f_c t + \Phi_m + \theta_l^{(m)}) \right) \right] dt + \\ & n(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt \end{aligned} \quad (B.14)$$

Alors (B.14) devienne :

$$\begin{aligned} Z_i = & \sqrt{\frac{P}{2}} b_{i,0} T + \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_i A_l^{(i)} b_{i,0} T \cos(\theta_l^{(i)}) + \int_0^T \left[\sum_{m=1, m \neq i}^M \left(\sqrt{\frac{P}{2}} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) a_i(t) \cos(\Phi_m) + \right. \right. \\ & \left. \left. \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_m A_l^{(m)} b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) a_i(t) \cos(\Phi_m + \theta_l^{(m)}) \right) \right] dt + \int_0^T n(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt \end{aligned} \quad (B.15)$$

Prenons les identités suivantes [70] [71]:

$$\int_0^T b_m(t - \tau_m) a_m(t - \tau_m) a_i(t) dt = b_{m,-1} \int_0^{\tau_m} a_m(t - \tau_m) a_i(t) dt + b_{m,0} \int_{\tau_m}^T a_m(t - \tau_m) a_i(t) dt \quad (B.16)$$

$$\begin{cases} R_{m,i}(\tau_m) = \int_0^{\tau_m} a_m(t - \tau_m) a_i(t) dt \\ \hat{R}_{m,i}(\tau_m) = \int_{\tau_m}^T a_m(t - \tau_m) a_i(t) dt \end{cases} \quad (B.17)$$

Où $R_{m,i}(\tau_m)$ et $\hat{R}_{m,i}(\tau_m)$ sont des fonctions d'inter-corrélation partielle.

Où $b_{m,-1}$ et $b_{m,0}$ signifient le bit subséquent et le bit actuel, respectivement, comme indiqué dans la figure B.2.

La corrélation entre les séquences émises a_m et la séquence de corrélation a_i est montrée schématiquement à la figure B.2.

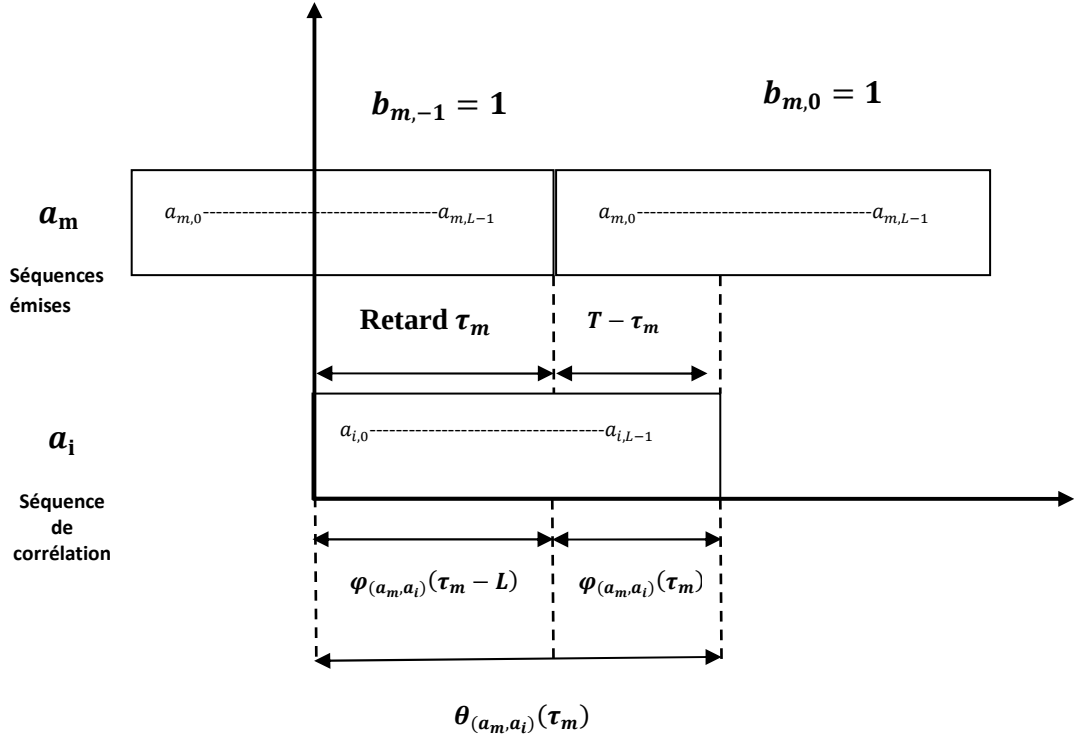


Figure B.2 : La fonction de corrélation périodique et aperiodique

L'équation (B.15) s'écrit de la manière suivante.

$$\begin{aligned}
 Z_i = & \left(\sqrt{\frac{P}{2}} b_{i,0} T + \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_i A_i^{(i)} b_{i,0} T \cos(\theta_i^{(i)}) + \sum_{m=1}^M \left(\sqrt{\frac{P}{2}} [b_{m,-1} R_{m,i}(\tau_m) + b_{m,0} \hat{R}_{m,i}(\tau_m)] \cos(\Phi_m) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_m A_i^{(m)} [b_{m,-1} R_{m,i}(\tau_m) + b_{m,0} \hat{R}_{m,i}(\tau_m)] \cos(\Phi_m + \theta_i^{(m)}) \right) + \right. \\
 & \left. \int_0^T n(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt \right) \quad (B.18)
 \end{aligned}$$

Les termes d'interférence apparaissant dans l'équation (B.18),

$$\left(\sum_{m=1}^M \left(\sqrt{\frac{P}{2}} [b_{m,-1} R_{m,i}(\tau_m) + b_{m,0} \hat{R}_{m,i}(\tau_m)] \cos(\Phi_m) + \sqrt{\frac{P}{2}} \gamma_m A_i^{(m)} [b_{m,-1} R_{m,i}(\tau_m) + b_{m,0} \hat{R}_{m,i}(\tau_m)] \cos(\Phi_m + \theta_i^{(m)}) \right) \right)$$

et $\left(\int_0^T n(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t) dt \right)$ sont alors également considérés comme des variables aléatoires et traités comme du bruit blanc.

Le TEB, pour l'utilisateur souhaité i , est donné par [70] [71] (Standard Gaussian Approximation):

$$TEB(i) = Q\left(\frac{E(Z_i)}{\sqrt{VAR(Z_i)}}\right) \quad (B.19)$$

Sachant que [72]:

$$- \text{VAR}(X) = E(X^2)$$

$$- \text{VAR}(X + Y) = \text{VAR}(X) + \text{VAR}(Y) + 2 \text{COV}(X, Y)$$

X, Y sont indépendants, $\text{COV}(X, Y) = 0$ alors $\text{VAR}(X + Y) = \text{VAR}(X) + \text{VAR}(Y)$

$$- \text{VAR}(\text{constant}) = 0$$

$$- E(XY) = E(X)E(Y)$$

- La fonction cosinus est de moyenne nulle, son carré de moyenne $1/2$ [72].

$$E(\cos(\alpha)) = 0, \quad \text{VAR}(\cos(\alpha)) = 1/2$$

$$\text{Et pour } \alpha_l^{(m)} = \Phi_m + \theta_l^{(m)}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \text{VAR}(Z_i) = & \frac{PT^2\gamma^2}{4} + \frac{P}{4} \sum_{m \neq i}^M E[(b_{m,-1} R_{m,i}(\tau_m) + b_{m,0} \hat{R}_{m,i}(\tau_m))^2] + \frac{P\gamma^2}{4} \sum_{m \neq i}^M E[(b_{m,-1} R_{m,i}(\tau_m) + \\ & b_{m,0} \hat{R}_{m,i}(\tau_m))^2] + \int_0^T E(n(t)^2) E(a_i(t)^2) E(\cos(2\pi f_c t)^2) dt \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

$$\text{Avec : } E(\cos(2\pi f_c t)^2) = E(\cos(\theta_l^{(i)})^2) = E(\cos(\Phi_m)^2) = E(\cos(\alpha_l^{(m)})^2) = 1/2$$

$$E(n(t)^2) = \frac{N_0}{2}, E((A_l^{(m)})^2) = 1$$

$$\gamma^2 = \gamma_1^2 = \gamma_2^2 = \gamma_3^2 = \dots = \gamma_m^2$$

L'équation (B.20) s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{VAR}(Z_i) = & \frac{PT^2\gamma^2}{4} + \frac{P}{4T} \sum_{m \neq i}^M \left(\int_0^T (R_{m,i}(\tau_m)^2 + \hat{R}_{m,i}(\tau_m)^2) d\tau_m + \frac{P\gamma^2}{4T} \sum_{m \neq i}^M \int_0^T (R_{m,i}(\tau_m)^2 + \right. \\ & \left. \hat{R}_{m,i}(\tau_m)^2) d\tau_m \right) + \int_0^T \frac{N_0}{4} dt \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Avec $C_{m,i}(l)$ est la fonction d'inter-corrélation aperiodique des séquences (a_m) et (a_i) , voir équation (1.9):

$$C_{m,i}(l) = \varphi_{(a_m, a_i)}(l) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{L-1-l} a_{m,j} a_{i,j+l}, & 0 \leq l \leq L-1 \\ \sum_{j=0}^{L-1+l} a_{i,j-l} a_{i,j}, & 1-L \leq l \leq 0 \\ 0, & |l| \geq L \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

Lorsque $0 \leq \tau \leq T$, $0 \leq lT_c \leq \tau \leq (l+1)T_c \leq T$, les fonctions $R_{m,i}(\tau)$ et $\hat{R}_{m,i}(\tau)$ peuvent être réécrites comme suit [70][71] :

$$\begin{cases} R_{m,i}(\tau) = C_{m,i}(l-L)T_c + [C_{m,i}(l+1-L) - C_{m,i}(l-L)](\tau - lT_c) \\ \hat{R}_{m,i}(\tau) = C_{m,i}(l)T_c + [C_{m,i}(l+1) - C_{m,i}(l)](\tau - lT_c) \end{cases} \quad (B.23)$$

Donc

$$\begin{aligned} \sum_{m \neq i}^M \int_0^T (R_{m,i}(\tau_m)^2 + \hat{R}_{m,i}(\tau_m)^2) d\tau_m &= \sum_{m \neq i}^M \sum_{l=0}^{L-1} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} (R_{m,i}(\tau_m)^2 + \hat{R}_{m,i}(\tau_m)^2) d\tau_m = \\ \sum_{m \neq i}^M \sum_{l=0}^{L-1} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} [C_{m,i}^2(l-L) + C_{m,i}(l+1-L)C_{m,i}(l-L) + C_{m,i}^2(l+1-L) + \\ C_{m,i}^2(l+1) + C_{m,i}(l)C_{m,i}(l+1) + C_{m,i}^2(l)] T_c^2 d\tau_m \end{aligned} \quad (B.24)$$

Avec

$$\mu_{m,i}(n) = \sum_{l=1-L}^{L-1} C_{m,i}(l)C_{m,i}(l+n) \quad (B.25)$$

$$\begin{aligned} \mu_{m,i}(0) &= \sum_{l=1-L}^{L-1} C_{m,i}(l)C_{m,i}(l) = \sum_{l=1-L}^{L-1} C_{m,i}^2(l) = \sum_{l=0}^{L-1} C_{m,i}^2(l-L) + C_{m,i}^2(l) = \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} C_{m,i}^2(l-L+1) + C_{m,i}^2(l+1) \end{aligned}$$

$$\mu_{m,i}(1) = \sum_{l=1-L}^{L-1} C_{m,i}(l)C_{m,i}(l+1) = \sum_{l=0}^{L-1} C_{m,i}(l-L)C_{m,i}(l-L+1) + C_{m,i}(l)C_{m,i}(l+1)$$

(B.24) devienne:

$$\begin{aligned} \sum_{m \neq i}^M \int_0^T (R_{m,i}(\tau_m)^2 + \hat{R}_{m,i}(\tau_m)^2) d\tau_m &= \sum_{m \neq i}^M \sum_{l=0}^{L-1} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} (R_{m,i}(\tau_m)^2 + \hat{R}_{m,i}(\tau_m)^2) d\tau_m = \\ \sum_{m \neq i}^M \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} T_c^2 (\mu_{m,i}(0) + \mu_{m,i}(0) + \mu_{m,i}(1)) d\tau_m &= \sum_{m \neq i}^M \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} T_c^2 (2\mu_{m,i}(0) + \mu_{m,i}(1)) d\tau_m = \\ \sum_{m \neq i}^M \frac{T_c^3}{3} (2\mu_{m,i}(0) + \mu_{m,i}(1)) \end{aligned} \quad (B.26)$$

Avec :

$$r_{m,i} = 2 \sum_{l=1-L}^{L-1} C_{m,i}^2(l) + \sum_{l=1-L}^{L-1} C_{m,i}(l)C_{m,i}(l+1) \quad (B.27)$$

$$r_{m,i} = 2\mu_{m,i}(0) + \mu_{m,i}(1) \quad (B.28)$$

$$T_c = T/L$$

D'après (B.28), l'équation (B.21) devienne :

$$VAR(Z_i) = \frac{PT^2\gamma^2}{4} + \frac{PT^2}{12L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) + \frac{P\gamma^2 T^2}{12L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) + \frac{N_0 T}{4} \quad (B.29)$$

$$\text{Avec : } E(Z_i) = T \sqrt{\frac{P}{2}} \quad (B.30)$$

On utilisant l'équation (B.19), le $TEB(i)$ est :

$$TEB(i) = \mathbb{Q} \left(\frac{T \sqrt{\frac{P}{2}}}{\sqrt{\frac{PT^2\gamma^2}{4} + \frac{PT^2}{12L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) + \frac{P\gamma^2 T^2}{12L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) + \frac{N_0 T}{4}}} \right) \quad (B.31)$$

$$TEB(i) = \mathbb{Q} \left(\frac{T \sqrt{\frac{P}{2}}}{\sqrt{\frac{N_0 T}{4} + \frac{PT^2\gamma^2}{4} + (1+\gamma^2) \frac{PT^2}{12L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right)}} \right) \quad (B.32)$$

Pour $\sigma_A^2(i) = \frac{TP^2}{12L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right)$, la variance MAI, équation (B.32) devienne :

$$TEB(i) = \mathbb{Q} \left(\frac{T \sqrt{\frac{P}{2}}}{\sqrt{\frac{N_0 T}{4} + \frac{TP^2\gamma^2}{4} + (1+\gamma^2)\sigma_A^2(i)}} \right) \quad (B.33)$$

Pour faciliter les calculs du TEB, évaluation analytique, on a :

$$TEB(i) = \mathbb{Q} \left(\frac{T \sqrt{\frac{P}{2}}}{\sqrt{\left(\frac{PT}{2} \right) \left(\frac{T\gamma^2}{2} + \frac{(1+\gamma^2)T}{6L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) + \frac{N_0}{2P} \right)}} \right) \quad (B.34)$$

$$TEB(i) = \mathbb{Q} \left(\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\gamma^2}{2} + \frac{(1+\gamma^2)}{6L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) + \frac{N_0}{2PT} \right)}} \right) \quad (B.35)$$

Avec $E_b = PT$

$$TEB(i) = \mathbb{Q} \left(\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\gamma^2}{2} + \frac{(1+\gamma^2)}{6L^3} \left(\sum_{m \neq i}^M r_{m,i} \right) + \frac{1}{\frac{2E_b}{N_0}} \right)}} \right) \quad (B.36)$$

$$TEB(i) = \mathbb{Q} \left(\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\gamma^2}{2} + \frac{(1+\gamma^2)}{6L^3} \left(\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^M r_{m,i} \right) + \frac{1}{2 \times SNR} \right)}} \right) \quad (\text{B.37})$$

$$\text{Avec [72]: } \mathbb{Q}(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \quad (\text{B.38})$$

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt = 1 - \operatorname{erf}(x) \quad (\text{B.39})$$

Bibliographie

- [1] M. Thériault, “Etude des Performances d’un Système DS-CDMA avec Récepteur Rake dans le Contexte UWB”, mémoire de maîtrise en génie électrique, université Laval, QUÉBEC, Octobre 2005.
- [2] L. Hamdi, “Étude et Proposition de Technique de Migration Optimale de Réseaux GSM vers l’UMTS”, mémoire de fin d’études, université Virtuelle de TUNIS, 2011.
- [3] M. Youssef, “Modélisation, simulation et optimisation des architectures de récepteur pour les techniques d’accès W-CDMA”, thèse de doctorat, université Paul Verlaine – Metz, Juin 2009.
- [4] B. Fassi, A. Djebbari, “Evaluation des performances du système MC-CDMA en voie descendante associé aux principales techniques de détection”, congrès national sur les télécommunications et leurs applications-CNTA_09, BEJAIA, <http://www.univ-bejaia.dz/colloques/cnta09/index.php>, les 23 et 24 Mai 2009.
- [5] F. Bouguerra, “Contribution à l’optimisation des télécommunications dans les réseaux mobiles”, mémoire de magister en électronique, université de Batna, Avril 2011.
- [6] P. G. Conti, “CDMA Systems Using Zero Correlation Zone Codes”, master of engineering (Honours), school of Engineering, university of Western Sydney, March 2006.
- [7] S. H. Noh, “On ZCZ Sequences and its Application to MC-DS-CDMA”, master of science, Department of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei university, July 2005.
- [8] P. Mary, “Etude analytique des performances des systèmes radio-mobiles en présence d’évanouissements et d’effet de masque”, thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 11 Février 2008.
- [9] G. Piskonova, “Transmission OFDM pour la téléphonie cellulaire”, mémoire de maîtrise en génie électrique, présenté à l’école de technologie supérieure, université du QUÉBEC, MONTRÉAL, 19 décembre 2003.
- [10] R. Bekhakhecha, “Détection adaptative pour les systèmes de communication DS-CDMA”, mémoire de magister en électronique, université de Constantine, 2006.

- [11] A. Massiani, "Prototypage de systèmes haut débit combinant étalement de spectre, Multi-porteuses et Multi-antennes", thèse de doctorat, institut national des sciences appliquées de Rennes, 30 Janvier 2006.
- [12] P. Djiknavorian, "MIMO pour les nuls", cours communications numériques avancées, laboratoire RTTS, université LAVAL, 2007.
- [13] L. Hacini, "Schémas hybrides d'acquisition Adaptative de codes PN pour des Communications DS-CDMA dans un Canal Rayleigh", thèse de doctorat, université MENTOURI Constantine, Juin 2012.
- [14] C. Guillemot, "Étude et intégration numérique d'un système multicauteurs AMRC de télécommunication basé sur un prototype virtuel utilisant le langage de haut niveau VHDL-AMS", mémoire de thèse de maîtrise sciences, université de Toulouse II, 01 décembre 2005.
- [15] D. F. Nahimana, "Impact des multitrajets sur les performances des systèmes de navigation par satellite: Contribution à l'amélioration de la précision de localisation par modélisation bayésienne", thèse de doctorat, Ecole Centrale de LILE, 13 Jan 2010.
- [16] A. N. Andriamanalina, N. M. Ravonimanantsoa, P. A. Randriamitantsoa, "Modélisation statistiques des différents canaux des systèmes de communication numérique via un canal à évanouissement", MADA-ETI, ISSN 2220-0673, Vol.1, pp.1-16, 2013.
- [17] J. Z. Florez, "Simulation dans Matlab Simulink d'un système de communication DS-CDMA du canal de propagation de type gaussien et de Rayleigh", mémoire d'ingénieur, université Industrielle de Santander Bucaramanga, 2006.
- [18] M. Lourdiane, "CDMA à séquence directe appliqué aux communications optiques", thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, Janvier 2005.
- [19] I. Fsaifes "Encodage et décodage temporels, tout optiques, à réseaux de Bragg pour l'accès multiple", thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, Juin 2007.
- [20] A. Aissaoui, "Synchronisation adaptative du code PN dans les systèmes de communication DS/SS", thèse de doctorat, université MENTOURI Constantine, Juin 2008.

- [21] L. Dubreuil, "Amélioration de l'étalement de spectre par l'utilisation de codes correcteurs d'erreurs", thèse de doctorat, université de Limoges, 11 octobre 2005.
- [22] K. Melal, "Analyse des méthodes d'égalisation des techniques CDMA", mémoire de magister en micro ondes, université de Batna, Novembre 2008.
- [23] M. A. Abu-Rgheff, "Introduction to CDMA Wireless Communications", Elsevier Ltd, first edition, 2007.
- [24] A. R. Khan, "Performance Evaluation of DS-CDMA System Using Matlab" IJAET journal, Vol. 2, Issue 1, pp. 269-281, Jan 2012.
- [25] S. S. Mahmoud, Z. M. Hussain and P. O'Sheay, "BER Performance of DS-CDMA System Over a Frequency Selective Multipath Rayleigh Fading Channel", Core.kmi.open.ac.uk, 2003, <http://eprints.qut.edu.au/159/>.
- [26] V. P. Ipatov, "Spread Spectrum and CDMA, Principles and Applications", John Wiley & Sons Ltd, 2005.
- [27] T. Maeda, S. Kanemoto, T. Hayashi, "A Novel Class of Binary Zero-Correlation Zone Sequence Sets", N°978-1-4244-6890-©2010 IEEE, pp. 708-711, TENCON 2010.
- [28] T. Hayashi, "A Class of Zero-Correlation Zone Sequence Sets Using a Perfect Sequence", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 16, No. 4, pp. 331-334, Apr. 2009.
- [29] J. Seberry, B. J. Wysocki, T. A. Wysocki, "On some applications of Hadamard matrices", faculté d'informatique- Papers (Archive), université de Wollongong, 2005.
- [30] P. J. Cameron, "Hadamard matrices", the Encyclopedia of Design Theory, pp. 1-7, Juin 2006.
- [31] D. J. Basilio, "Single and Multi Antenna MC-DS-CDMA With Joint Detection for Broadband Block- Fading Channels", master of engineering, university of Pretoria, May 2009.
- [32] S. D. Saini, V. S. Bhooshun and T. Chakravarty, "OVSF code groupe and reduction in call blocking for WCDMA systems", IJRSP Journal, Vol 37.pp. 143-147, Avril 2008.

- [33] S. Nobilet et J. F. H  lard, "Choix des séquences d'étalement pour les systèmes AMRC    porteuses multiples", GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images, 2001.
- [34] P. Z. Fan, N. Suehiro, N. Kuroyanagi and X. M. Deng, "Class of binary sequences with zero correlation zone," *Electronics Letters*, Vol.35, No.10, pp.777-779. May 1999.
- [35] X. Zeng, L. Hu and Q. Liu, "New Sequence Sets with Zero-Correlation Zone", DRAFT, ArXiv: Cs/0508115v1 [cs.IT], pp. 1-28, February 1, 2008.
- [36] Z. Zhang, L. Ge, X. Yang, F. Zeng and G. Xuan, "Construction of Multiple Mutually Orthogonal ZCZ Subsets for CDMA Communication Systems", *AISS*, Vol. 5, No. 8, pp. 695-704, 2013.
- [37] H. Donelan and T. O'Farrell, "Large Families of Ternary Sequences with Aperiodic Zero Correlation Zones for a MC-DS-CDMA System", *Proc. Of 13 th. IEEE Intl, SPIMRC*, Vol. 5, pp 2322 – 2326, 2002.
- [38] V. Karthikeyan and J. Vijayalakshmi, "Analysis of Carrier Frequency Selective Offset Estimation - Using Zero-IF and ZCZ In MC-DS-CDMA", *IJEEE*, Vol. 1, No. 3, pp. 171-175, 2013.
- [39] X.-M. Deng and P.-Z. Fan, "Spreading sequences sets with zero correlation zone", *Electronics Letters*, Vol. 36, No. 11, pp. 993–994, 2000.
- [40] J.-S. Cha, S. Kameda, M. Yokoyama, H. Nakase, K. Masu, and K. Tsubouchi, "New binary sequences with zero correlation duration for approximately synchronized CDMA", *Electronics Letters*, Vol. 36, No. 11, pp. 991–993, 2000.
- [41] K. Takatsukasa, S. Matsufuji, Y. Watanabe, N. Kuroyanagi and N. Suehiro, "Ternary ZCZ sequence sets for cellular CDMA systems", *IEICE TRANS Fundamentals*, Vol. 85, No. 9, pp. 2135–2140, 2002.
- [42] J. S. Cha, "Class of ternary spreading sequences with zero correlation duration", Vol. 37, No. 10, pp. 636–637, 2001.
- [43] S. Xu and D. Li, "Ternary complementary orthogonal sequences with zero correlation window", 14th *Proc. IEEE PIMRC*, Vol. 49, pp. 1669–1672, 2003.
- [44] T. Hayashi, "A class of ternary sequence sets having a zero correlation zone for even and odd correlation functions", *IEEE ISIT*, pp. 434, July 2003.

- [45] N. Suehiro, "A signal design without co-channel interference for approximately synchronized CDMA systems", *IEEE J.Select, Areas Commun*, Vol. 12, No. 5, pp. 837-841, June 1994.
- [46] H. Torii, M. Nakamura and N. Suehiro, "A New Class of Zero-Correlation Zone Sequences", *IEEE transactions on information theory*, Vol. 50, No. 3, pp. 559-565, march 2004.
- [47] P. Z. Fan, "Spreading Sequence Design and Theoretical Limits for quasi-synchronous CDMA", *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, pp. 19-31, 2004.
- [48] L. R. Welch, "Lower bounds on the maximum cross correlation of signals (Corresp.)", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 20, No. 3, pp. 397-399, 1974.
- [49] D. Sarwate, "Bounds on cross-correlation and autocorrelation of sequences (Corresp.)", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 25, No. 6, pp. 720-724, 1979.
- [50] J. L. Massey, "On Welch's bound for the correlation of a sequence set", in *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory*, p. 385, Budapest, Hungary, June 1991.
- [51] V. I. Levenshtein, "New lower bounds on aperiodic cross-correlation of binary codes", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 45, No. 1, pp. 284-288, 1999.
- [52] D. Y. Peng and P. Z. Fan, "Generalised Sarwate bounds on periodic auto-correlations and cross-correlations of binary sequences", *Electronics Letters*, Vol. 38, No. 24, pp. 1521-1523, 2002.
- [53] X. H. Tang, P. Z. Fan, and S. Matsufuji, "Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low or zero correlation zone", *Electronics Letters*, Vol. 36, No. 6, pp. 551-552, 2000.
- [54] D. Y. Peng and P. Z. Fan, "Generalized Sarwate bounds on the aperiodic correlation of complex roots of unity sequences", to appear in *IEE Proceedings on Communications*, Vol. 151, No. 4, pp. 375-382, August 2004
- [55] T. Hayashi and S. Matsufuji, "On optimal construction of two classes of ZCZ codes", *IEICE Transactions Fundamentals*, Vol. E89-A, No. 9, pp. 2345-2350,

September 2006.

- [56] K. Feng, P. J. Shiue, Q. Xiang, "On Aperiodic and Periodic Complementary Binary Sequences ", pp.1-22, April 1998.
- [57] M G. Parker, K G. Paterson and C. Tellambura, "Golay Complementary Sequences", pp. 1-18, Jan 19, 2004.
- [58] C. C. Tseng and C. L. Liu, "Complementary sets of sequences", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-18, No. 5, pp. 644-652, September 1972.
- [59] X. Li, P. Fan, and W. H. Mow, "Existence of Ternary Perfect Sequences with a Few Zero Elements", IEEE, Proceedings of IWSDA'11, pp. 88-91, 2011.
- [60] Z. Bai, F. Zhao, C. Wang and C-X. Wang, "Multiple access interference and multipath interference analysis of orthogonal complementary code-based ultra-wideband systems over multipath channels", IJCS, DOI: 10.1002/dac.2623, <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/dac.2623>, 2013.
- [61] JC. Huang, S. Matsufuji, T. Matsumoto and N. Kuroyanagi, "A ZCZ-CDMA system with BFSK modulation", IJCS, Vol. 25, No. 12, pp. 1620-1638, 2012.
- [62] D. Wu, P. Spasojević and I. Seskar, "Ternary Zero Correlation Zone Sequences for Multiple Code UWB", WINLAB, Rutgers University, pp. 939-943.
- [63] D. Wu, P. Spasojević and I. Seskar, "Ternary Complementary Sets for Orthogonal Pulse based UWB", WINLAB, Rutgers University, pp. 1776-1780.
- [64] S. Renghui, Z. Xiaoqun and LI. Lizhi, "Research on Construction Method of ZCZ Sequence Pairs Set", JCIT, Vol. 6, No. 1, pp. 15-23, 2011.
- [65] T. Hayashi, "A Class of Zero-Correlation Zone Sequence Set Using a Perfect Sequence", Proc. IEEE SIGNAL PROCESSING LETTERS, Vol. 16, No. 4, pp. 331-334, 2009.
- [66] B. Fassi, A. Djebbari, A. Taleb-Ahmed and I. Dayoub, "A New Class of Binary Zero Correlation Zone Sequence Sets", IOSR-JECE, Vol. 5, No.3, pp. 15-19, Mars 2013.

- [67] T. Hayashi, "Limits of the Correlation Function of a Class of Binary Zero-correlation-zone Sequences", <ftp://ftp.u-aizu.ac.jp/u-aizu/doc/Tech-Report/2002/2002-1-013.pdf>, 2002.
- [68] B. Fassi, A. Djebbari and A. Taleb-Ahmed, "Ternary Zero Correlation Zone Sequence Sets for Asynchronous DS-CDMA", accepted in journal CN, paper will be published online in the next issue of CN 6.4 in November 2014.
- [69] E. Geraniotis, "Direct-Sequence Spread-Spectrum Multiple-Access Communications over Nonselective and Frequency-Selective Rician Channels", IEEE Trans. on Communications, Vol. COM-34, No. 8, pp. 756-764, Aug. 1986.
- [70] C. Vladeanu, "Optimum Chaotic Quantized Sequences for Asynchronous DS-CDMA System", University of Bucharest, Romania <http://www.eurasip.org/Proceedings/Eusipco/Eusipco2005/deferent/papers/cr1662.pdf>, 2005.
- [71] C. Boulanger, G. Loubet, J. R. Lequepeys and L. Ouvry, "Direct sequence spread spectrum sequences", Traitement du Signal, Vol. 16, No. 6, pp. 425-436, 1999.
- [72] JG. Proakis, "Digital Communications", 4th edn, McGraw-Hill, New York, 2001.

أنظمة الاتصالات اللاسلكية من الجيل الثالث (3G) تعتمد أساسا على تقنية الاتصالات الناشرة لطيف الإشارة (Etalement du spectre) للمداخل المتعددة عن طريق تقاسم الشفرة (Système DS-CDMA). إن تحسين أداء (Performance) النظام (Système DS-CDMA) يتطلب تنفيذ تقنيات للحد من التداخل بين المستخدمين (Utilisateurs). ومن بين هذه التقنيات، الاختيار الأمثل لرموز النشر (Codes d'étalement) في النظام (Système DS-CDMA Asynchrone) الغير المتزامن و الذي يتأثر بشكل مباشر بخصائص ارتباطها (Propriété de corrélation).

الرموز المسماة منطقة الارتباط المنعدم (ZCZ) والتي تتميز بخاصية مهمة جدا : وهي أن الدوال الارتباط الذاتي (Fonctions d'auto-corrélation) و الدوال الارتباط المتداخل (Fonctions d'inter-corrélation) في حالة الإزاحة (décalés) تكون منعدمة تماما في منطقة محددة (ZCZ). ففي هذه المنطقة (ZCZ)، هذه الرموز لها فائدة كبيرة للاستغلال في النظام (Système DS-CDMA Asynchrone) الغير المتزامن، إذن هذه الخاصية مطلوبة ومرغوب فيها ، لأن الرموز (ZCZ) يمكنها القضاء على التداخل بين رموز الإرسال (ISI) وعلى التداخل بين المداخل المتعددة (MAI) في محيط متعدد المسارات للإشارة المرسل (Un environnement à trajets multiples) حيث الحد الأقصى للتأخر الشارة (Le retard maximal) الذي سببته القناة يكون داخل هذه المنطقة. وبالتالي هذا يؤدي إلى زيادة في قدرة (La capacité) (عدد كبير من المستخدمين) و أداء النظام (Système DS-CDMA Asynchrone) الغير المتزامن.

في هذه الأطروحة، سنناقش نوعين لبناء سلاسل (رموز) ثنائية و ثلاثية (ZCZ)، و سنعطي لكل نوع طريقة بناءه و التي ستكون موضحة بمثال، وبالتالي استنادا إلى دراسة نقدية لبعض الطرق اقترحنا طريقتين جديدتين لبناء رموز ثنائية و ثلاثية (ZCZ). ولتبين أداء هذه الرموز المقترحة (الأمثلية، سهولة البناء و طول منطقة (ZCZ) التي يكون التداخل (MAI) معدوم)، أجرينا دراسة فيها مقارنة بين الرموز المقترحة والرموز الأخرى (ZCZ) و توضح من ذلك، أن هذه الطرق المقترحة لها أداء أفضل في نظام (Système DS-CDMA Asynchrone) الغير المتزامن.