

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

# THESE

Pour

l'obtention du diplôme de

**Doctorat en Sciences**

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Mécanique physique

Présentée Par: **BOUCHIBA Mohamed Salah-Eddine**

## Optimisation des paramètres de l'adhésif de patch pour la réparation des structures fissurées.

Soutenue le

devant la commission d'examen :

BOUTABOUT Benali

Professeur

UDL-SBA

Président

ZIADI Abdelkader

Professeur

C.U-Ain Témouchent

Examineur

MECHAB Belaid

M.C.A

UDL-SBA

Examineur

BOUAFIA Farida

M.C.A

C.U-Ain Témouchent

Examineur

MERDJI Ali

M.C.A

U-Mascara

Examineur

SERIER Boualem

Professeur

UDL-SBA

Directeur de thèse

2015-2016

## RESUME

Des efforts sont de plus en plus consentis dans le domaine de la réparation par patch des structures fissurées, et ce afin d'améliorer son efficacité à travers l'optimisation de ses paramètres.

La présente thèse débattrait cette thématique importante et jettera plus de lumière sur ses aspects en développant une nouvelle méthode qui vise à optimiser plusieurs objectifs simultanément.

Par l'adoption d'une approche heuristique et probabiliste, la méthode a optimisé la forme du patch en minimisant le facteur d'intensité de contraintes et la surface du patch.

Mettant en exergue l'effet de la forme sur les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif, la méthode a été complétée en introduisant ces contraintes comme objectif d'optimisation afin d'assurer la durabilité de l'assemblage.

Ainsi, la méthode développée est une combinaison d'une approche heuristique et une optimisation multi-objectifs et a permis de réduire le facteur d'intensité de contraintes tout en minimisant les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif et allégeant la masse du patch.

L'étude a été enrichie davantage par le développement d'une formulation empirique retrouvée par le biais de l'analyse dimensionnelle et la régression non linéaire. Elle relie le facteur d'intensité de contraintes aux paramètres de l'adhésif ainsi que ceux du patch. Elle a été exploitée dans le but de déterminer les meilleures valeurs des paramètres d'adhésif correspondant à une forme optimale.



*A mes très chers parents*

*Ma mère et Mon père,*

*qui m'ont inculqué les valeurs d'honnêteté, d'assiduité et d'amour.*

*Je vous dédie ce travail qui ne reflète qu'une petite parcelle de votre  
grandeur.*

*A Abdessalem , Djamel, Saleha, Hafida et Fadela.*

## REMERCIEMENTS

Ce modeste travail vient couronner des efforts consentis au sein du Laboratoire de Mécanique Physique des Matériaux à l'Université Djilali Liabes de Sidi Bel Abbes afin de cerner la problématique de l'optimisation de la réparation par patch sous la direction du Pr. Serier Boualem à qui je tiens à exprimer mes profonds remerciements et gratitude de m'avoir confié le traitement de cette thématique extrêmement importante.

Mes remerciements lui sont sincèrement adressés pour ses encouragements, motivations et orientations qui m'ont indéniablement soutenu à mener ce travail en parallèle avec mes engagements professionnels que je devais honorer également. Je ne saurais trouver les mots adéquats pour témoigner de son dévouement et de sa générosité. Je vous remercie, encore une fois, Pr.Serier.

Je remercie Dr.Mokhtari Mohamed, Dr.Zouggar Kamel et Dr.Mhamdia Rachid pour leurs précieuses orientations relatives aux différents aspects de la modélisation du patch en utilisant ABAQUS.

J'exprime mes remerciements aussi à Dr.Fekirini Hamida qui m'a généreusement orienté dans le choix des revues scientifiques et a manifesté sa collaboration pour l'utilisation de la station de calcul, conjointement avec sa doctorante Mlle Khoudja Malika que je remercie également.

Il est de mon devoir de préciser que les conseils pertinents du Dr.Mechab Belaid m'ont été très utiles pour sélectionner les revues scientifiques et augmenter les chances d'acceptation. Et c'est ainsi que j'ai fait aboutir efficacement la publication de l'un de mes articles.

Ma gratitude s'adresse à tous ceux et celles qui m'ont encouragé ou qui ont laissé une empreinte aussi petite soit-elle dans l'achèvement de ce travail.

## LISTE DES FIGURES

| Figure    |                                                                                         | Page |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig.2.1   | Dimensions d'un patch rectangulaire                                                     | 8    |
| Fig.2.2   | Dimensions d'un patch elliptique                                                        | 9    |
| Fig.2.3   | Patch oblique                                                                           | 10   |
| Fig.2.4   | Le patch octagonal de Kaddouri et al                                                    | 11   |
| Fig.2.5   | Le patch octagonal de Kashfuddoja et al.                                                | 12   |
| Fig.2.6   | Le patch « H » et le patch « flèche » de Mhamdia et al.                                 | 13   |
| Fig.2.7   | L'algorithme génétique d'optimisation de Kashfuddoja et al.                             | 14   |
| Fig.2.8   | Modélisation du patch par Brighenti et al.                                              | 15   |
| Fig.2.9   | Schématisation reproduite approximativement de la solution optimale de Brighenti et al. | 16   |
| Fig.3.1.  | Géométrie de la demi-plaque réparée                                                     | 19   |
| Fig.3.2.  | Modélisation et évaluation de la singularité au front de la fissure                     | 21   |
| Fig.3.3.  | Raffinement du maillage au voisinage de la fissure                                      | 22   |
| Fig.3.4.  | Variation du FIC en fonction de la largeur d'un patch rectangulaire                     | 23   |
| Fig.3.5.  | Variation du FIC en fonction de la hauteur d'un patch rectangulaire                     | 24   |
| Fig.3.6.  | Patch oblique « skewed » : (a) type A (b) Type B                                        | 25   |
| Fig.3.7.  | FIC vs. $H_{Max}$ pour une réparation sur la région de la fissure ( $w_p = 15mm$ )      | 26   |
| Fig.3.8.  | FIC vs. $H_{Max}$ pour une réparation s'étendant sur $w_p = 20mm$                       | 27   |
| Fig.3.9.  | FIC vs. $H_{Max}$ pour une réparation s'étendant sur $w_p = 40mm$                       | 28   |
| Fig.3.10. | Contraintes de cisaillement pour une réparation $w_p = 15mm$                            | 29   |
| Fig.3.11. | Contraintes de cisaillement pour une réparation $w_p = 40mm$ (Cas $H_{Max} = 20mm$ )    | 29   |
| Fig.3.12. | Contraintes de cisaillement pour une réparation $w_p = 40mm$ (Cas $H_{Max} = 30mm$ )    | 30   |
| Fig.4.1   | .la hauteur du patch comme une fonction de sa largeur                                   | 32   |

|           |                                                                                             |    |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Fig.4.2   | Modélisation de la distribution de la matière du patch                                      | 32 |
| Fig.4.3   | .La distribution de la matière du patch comme réseau Bayésien                               | 34 |
| Fig.4.4.  | Optimisation basée sur l'Approche par Estimation de Distribution<br>AED                     | 37 |
| Fig.4.5.  | Méthode de sélection des formes                                                             | 38 |
| Fig.4.7   | .Courbes de Pareto au cours des itérations                                                  | 41 |
| Fig.5.1   | Logigramme du processus d'optimisation de la présente étude                                 | 44 |
| Fig.5.2.  | Convergence de l'algorithme d'optimisation proposé                                          | 45 |
| Fig.5.3   | Courbe de Pareto (solutions optimales)                                                      | 46 |
| Fig.5.4.  | Résultats d'optimisation comparés au patch rectangulaire                                    | 48 |
| Fig.5.5   | .Evolution de la probabilité d'échantillonnage                                              | 49 |
| Fig.5.6.  | Effet de la deuxième bande                                                                  | 50 |
| Fig.5.7.  | Passage du FIC minimal au taux de réduction de surface maximal                              | 52 |
| Fig.5.8.  | Passage de la surface minimale au taux de réduction de FIC<br>maximal                       | 53 |
| Fig.5.9.  | Formes nœud papillon « Bow tie Like shapes »                                                | 54 |
| Fig.5.10. | Forme nœud papillon modifié « Modified bow tie like shape »                                 | 55 |
| Fig.5.11. | Forme losange « Diamond like shape »                                                        | 55 |
| Fig.5.12  | Solutions non dominées dans un problème à 3 objectifs                                       | 57 |
| Fig.5.13. | Surface de Pareto dans un problème à 3 objectifs                                            | 58 |
| Fig.5.14. | Graphe de contour pour des solutions non dominées                                           | 59 |
| Fig.5.15. | La caractéristique géométrique « U-shaped feature                                           | 60 |
| Fig.5.16. | Effet de la 5 <sup>ème</sup> bande                                                          | 61 |
| Fig.5.17. | Contraintes de cisaillement dans le cas des formes « Bow-tie like<br>shape »                | 62 |
| Fig.5.18. | Contraintes de cisaillement dans le cas des formes $S(24,6,12,12,6)$<br>et $S(30,12,6,6,6)$ | 63 |

|          |                                                                        |    |
|----------|------------------------------------------------------------------------|----|
| Fig.6.1. | Relation empirique du FIC en fonction des autres paramètres            | 72 |
| Fig.6.2. | Relation empirique du FIC en fonction des autres paramètres en Log-Log | 73 |

## LISTE DES TABLEAUX

| Tableau  |                                                                                    | Page |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Tab. 2.1 | Comparaison entre un patch rectangulaire et un patch elliptique                    | 9    |
| Tab. 2.2 | Comparaison entre un patch rectangulaire et un patch oblique                       | 10   |
| Tab.3.1  | Propriétés mécaniques                                                              | 19   |
| Tab.5.1  | Formes optimales                                                                   | 47   |
| Tab.5.2  | Taux de réduction du FIC et de surface pour les formes optimales                   | 51   |
| Tab.5.3  | Formes optimales en considérant les contraintes de cisaillement                    | 60   |
| Tab.5.4  | Facteurs de pondération pour les formes optimales                                  | 65   |
| Tab.6.1  | Efficacité de la forme « modified bow-tie like shape » pour différentes épaisseurs | 68   |
| Tab.6.2  | Intervalle de variation des paramètres                                             | 69   |
| Tab.6.3. | Calcul des propriétés de l'adhésif correspondant à un taux de réduction du FIC     | 75   |
| Tab.6.4. | Détermination des adhésifs adéquats correspondant à un taux de réduction de FIC    | 76   |

## NOMENCLATURE

|                                               |                                                                                                     |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $FIC$                                         | Facteur d'intensité de contrainte                                                                   |
| $A_R$                                         | Aire destinée à la réparation, appelée aussi surface d'optimisation                                 |
| $A_r$                                         | Aire d'une forme quelconque de patch                                                                |
| $H_S$                                         | Hauteur de la plaque                                                                                |
| $H_P$                                         | Hauteur du patch                                                                                    |
| $t_A$                                         | Epaisseur de l'adhésif                                                                              |
| $t_P$                                         | Epaisseur du patch                                                                                  |
| $t_S$                                         | Epaisseur de la plaque                                                                              |
| $w_S$                                         | Largeur de la plaque                                                                                |
| $w_P$                                         | Largeur du patch                                                                                    |
| $H_R$                                         | Hauteur de la surface destinée à la réparation                                                      |
| $w_R$                                         | Largeur de la surface destinée à la réparation                                                      |
| $\tau_{yz}$                                   | Contrainte de cisaillement dans le joint d'adhésif, et ce le long de la demi-longueur de la fissure |
| $\tau_l$                                      | Contrainte linéaire limite de cisaillement.                                                         |
| $R_\tau$                                      | Rapport des contraintes de cisaillement sur la contrainte limite                                    |
| $E_P$                                         | Module d'Young longitudinal du patch                                                                |
| $G_A$                                         | Module de cisaillement de l'adhésif                                                                 |
| $a$                                           | Demi longueur de la fissure                                                                         |
| $P^{ND}$                                      | Ensemble des solutions non dominées                                                                 |
| $S^{ND}$                                      | Solution non dominée                                                                                |
| $P_{Iter}$                                    | Population de formes échantillonnée à l'itération $Iter$                                            |
| $H_i$                                         | Hauteur de la $i^{ème}$ bande du patch                                                              |
| $Pdr_{FIC}$ , $Pdr_{Surface}$ , $Pdr_{Shear}$ | Facteurs de pondération relatifs aux objectifs FIC, aire du patch et contraintes de cisaillement    |

# SOMMAIRE

|                    | Page                                                               |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Résumé             | ii                                                                 |
| Dédicace           | iv                                                                 |
| Remerciements      | v                                                                  |
| Liste des figures  | vi                                                                 |
| Liste des tableaux | ix                                                                 |
| Nomenclature       | x                                                                  |
| Sommaire           | xi                                                                 |
| Chapitre           |                                                                    |
| 1                  | Introduction                                                       |
|                    | 1.1. Présentation et définition de la problématique 1              |
|                    | 1.2. Objectif du travail 6                                         |
|                    | 1.3. Structuration du travail 6                                    |
| 2                  | Recherche bibliographique 8                                        |
| 3                  | Etude paramétrique des patches rectangulaires et obliques          |
|                    | 3.1. Introduction 18                                               |
|                    | 3.2. Description générale de la plaque à réparer 18                |
|                    | 3.3. Maillage pour le calcul par éléments finis 20                 |
|                    | 3.4. Patch rectangulaire 21                                        |
|                    | 3.5. Patch oblique 25                                              |
|                    | 3.6. Effet du patch oblique sur les contraintes de cisaillement 28 |

|   |                                                                                 |    |
|---|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4 | Développement d'une nouvelle approche d'optimisation de la réparation par patch |    |
|   | 4.1.Introduction                                                                | 31 |
|   | 4.2.Modélisation de la répartition de la matière du patch                       | 32 |
|   | 4.3.Formalisme d'optimisation                                                   | 33 |
|   | 4.3.1. Variables et objectifs d'optimisation                                    | 33 |
|   | 4.3.2. Interaction entre hauteur et largeur comme réseau Bayésien               | 34 |
|   | 4.3.3. Principe de l'Approche par Estimation de Distribution                    | 36 |
|   | 4.3.4. Génération de formes                                                     | 38 |
|   | 4.3.5. Sélection des meilleures formes                                          | 38 |
|   | 4.3.6. Mise à jour des distributions de probabilités                            | 39 |
|   | 4.3.7. Echantillonnage de nouvelles populations et relance de calculs           | 40 |
|   | 4.3.8. Convergences et critères d'arrêt                                         | 40 |
| 5 | Application numérique de la nouvelle approche proposée                          |    |
|   | 5.1.Description de la mise en application de la méthode proposée                | 43 |
|   | 5.1.1. Automatisation des tâches du calcul par éléments finis                   | 43 |
|   | 5.1.2. Identification des solutions non dominées                                | 43 |
|   | 5.2. Efficacité et convergence de l'algorithme proposé                          | 45 |
|   | 5.3.Analyse des formes optimales                                                | 48 |
|   | 5.4.Effet des contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif               | 56 |
| 6 | Effet des propriétés du patch et amélioration des paramètres de l'adhésif       |    |
|   | 6.1.Introduction                                                                | 68 |
|   | 6.2.Analyse paramétrique                                                        | 69 |
|   | 6.3.Formulation empirique du FIC                                                | 70 |
|   | 6.4.Amélioration des paramètres de l'adhésif                                    | 74 |
|   | Conclusion                                                                      | 77 |
|   | Références                                                                      | 79 |



# Chapitre 1

## INTRODUCTION

“La science est beaucoup plus une manière de penser qu’un ensemble de connaissances”.

— Carl Sagan

### 1.1. Présentation et définition de la problématique :

L’endommagement des structures métalliques est un problème que les ingénieurs rencontrent souvent durant la durée de vie des composantes structurales. Dans beaucoup de cas et pour des raisons économiques, la réparation est considérée comme le moyen efficace et efficient pour prolonger la durée de service après la détection d’un endommagement [1-4].

Dans le cas des structures fissurées, la réparation par patch composite collé est devenu largement utilisée pour réduire voire arrêter la propagation de la fissure. Cette réparation permet de réduire le Facteur d’Intensité de Contraintes FIC en diminuant l’intensité des contraintes dues à la singularité engendrée par la fissure, et en réduisant aussi l’ouverture de ses lèvres [5].

Cette technique se distingue par l’aptitude à épouser des formes irrégulières et complexes. Elle a l’avantage aussi de permettre un meilleur transfert de charges. En outre, le patch collé ne crée pas des points de concentration de contraintes comme le fait la réparation par rivetage [6].

Le travail de Rose est surement la référence qui a établi les fondements d’une démarche analytique pour l’analyse de la réparation par patch collé [7]. En utilisant l’analogie à une inclusion ainsi que la solution d’Eshelby d’une inhomogénéité, des solutions analytiques ont été formulées [8,9]. Il est clair qu’une telle démarche facilite les études paramétriques et les

analyses de sensibilité. Cependant, ces solutions ne sont pas adéquates pour la plupart des formes complexes qui sont rencontrées dans les cas pratiques de l'industrie.

Afin de pallier à cet obstacle, la Méthode des Eléments Finis MEF est largement utilisée pour analyser l'efficacité des réparations par patchs collés et évaluer le degré de réduction du FIC, à l'instar des travaux de Poole [10], Alderliesten [11], Qing et al [12], Aminallah et al [13], Mhamdia et al [14], Gkilas et al [15], Ouinas [16], Ouinas et al [17 à 21], Bachir Bouiadjra et al [22 à 25], Benyahia et al [26], Fékirini et al [27], Lena et al [28], Mathias [29], Belhouari et al [30] et Linxia Gu et al [31].

Pratiquement tous ces travaux de recherche ont utilisé le concept de la mécanique linéaire de la rupture pour analyser la performance de la réparation par patchs composites. Le comportement mécanique des structures en général et tout particulièrement celui des aéronefs présentent réellement un comportement élasto-plastique. Ce derniers n'a été pratiquement pas pris en considération et a été très peu étudié. Il est clair, que dans ce cas, une forte proportion de l'énergie mécanique en pointes de fissures sera emmagasinée dans la plaque fissurée sous forme de déformation plastique. L'étendu de la zone plastiquement déformée est étroitement liée à l'intensité du champ de contraintes localisées aux fronts de fissuration. Ainsi, Mhamdia [32] a montré que le comportement élastoplastique des structures aéronautiques permet le ralentissement de la cinétique des fissures réparées par patchs composites. Albedah et al. [33] ont étudié le comportement des fissures initiées dans des structures ductiles réparées par patch composite, leurs résultats montrent que la taille de la zone plastique autour de la fissure diminue d'une façon significative lors d'utilisation du patch; cela est dû au fait qu'une partie des contraintes locales a été absorbée par le patch composite. La durabilité et la fiabilité des structures réparées par patchs composites dépendent essentiellement du comportement mécanique de la couche adhésive. Celle-ci constitue le maillon le plus faible de la structure et est pratiquement la cause essentielle de l'endommagement de la réparation par le processus du

décollement. La compréhension des mécanismes de type de dégradation de la réparation n'est encore que très superficielle. Le décollement, un phénomène assez complexe dont les mécanismes physiques restent encore très mal connus, dépend pratiquement des paramètres mécaniques et géométriques du patch et de la colle, et surtout des contraintes induites, lors de la réparation, dans la couche adhésive. Ceci a fait l'objet de plusieurs études, ainsi Ouddad et al [34] ont analysé expérimentalement et numériquement par la méthode des éléments finis l'effet de l'humidité sur les propriétés mécaniques de l'adhésif Adekit A140 époxy. Ces auteurs montrent que la présence de l'humidité dans la colle conduit à une chute de sa rigidité et un accroissement de l'intégrale J autour du front de fissuration. Plusieurs travaux ont utilisé la théorie de la zone endommagée pour expliquer les mécanismes du décollement dû à la ruine de l'adhésif. Cette théorie est basée d'abord sur la formation et le développement d'une zone endommagée et puis sur la propagation de fissures amorcées dans cette zone, ayant atteint une taille critique, sous des charges plus intenses. Crocombre [35] et al et Sheppard [36] et al ont développés un modèle permettant la prédiction de l'endommagement de la couche adhésive et donc le décollement de la réparation. Dans ce cas, la ruine de la colle se manifeste lorsque la contrainte induite dans l'adhésive dépasse sa contrainte seuil. Ces auteurs expliquent que cette ruine ne se manifeste pas par la propagation de la fissure réparée, mais plutôt par l'amorçage et le développement de nouvelles fissures de la partie en ruine de la colle. Ce modèle a été modifié par Ban et al. [37]. Le rapport de la zone endommagée, défini par le rapport entre la somme des surfaces calculée ou la déformation à la rupture est atteinte et la surface du joint de colle, a été proposé comme critère pour la prédiction de la ruine du joint de colle. Ces auteurs ont montré que pour joint de colle "type époxy FM 73", se décolle des surfaces assemblées lorsque ce rapport tend vers une valeur seuil égale 0,247. Ibrahim et al [38] ont étudié l'endommagement de la couche adhésive utilisée pour la réparation par patch composite des structures des avions fissurés. En se basant sur le

modèle de la zone d'endommagement de l'adhésif, Papanikos et al [39] ont montré que le décollement amorcé au bord supérieur du patch entraîne une réduction considérable de la surface effective de l'adhérence pouvant conduire à la rupture catastrophique de la jonction patch-plaque. Magalhaes et al. [40] ont montré que le décollement se développe à l'intérieur de la colle au voisinage proche de l'interface adhésif-adhérent. L'observation par ces auteurs d'une couche adhésive fine sur la surface collée permet de dire que le décollement résulte d'une rupture cohésive de l'adhésif. Rezgani et al [41] ont étudié l'effet du vieillissement hygrothermique du composite sur la durabilité et la fiabilité de la réparation en termes de variation du facteur d'intensité de contraintes. Ces auteurs montrent que ce critère de rupture s'intensifie avec un accroissement de l'absorption d'eau par le patch composite. Aminallah et al [42] ont analysé, par la MEF, l'effet du vieillissement hygrothermique du patch composite et de l'adhésif sur la zone plastique près du front de fissuration réparée. Ils ont montré que l'étendue de la zone plastique est d'autant plus importante que le taux d'absorption de l'humidité dans le patch et l'adhésif est plus significatif, que ce soit dans des pièces composites ou dans des adhésifs. La réduction de la force d'adhérence par l'absorption d'eau conduit à une réduction des performances de réparation.

Apalak et al. [43] ont utilisé la théorie de la zone endommagée pour analyser les effets des contraintes thermique dans le joint de colle. Ils ont montré que l'endommagement peut être prévu dans les composites ainsi que dans l'adhésif lors d'utilisation des adhésifs trempés.

Comme dans tout travail d'ingénierie, des efforts ont été consentis pour améliorer l'efficacité de la réparation par patch composite collé. L'importance de ces efforts se met davantage en exergue après quelques travaux de recherche qui ont montré qu'une réparation mal conçue pourrait avoir un impact plus dangereux que celui d'une structure non réparée [44].

D'après tous ces travaux de recherche, il a été constaté que la réparation par patchs composites des structures endommagées permet l'amélioration de leur durée de vie par le mécanisme de retardement de la cinétique de propagation de la fissure. La performance et la fiabilité de la réparation dépendent non seulement des paramètres géométriques et mécaniques du matériau de réparation, mais également des caractéristiques mécaniques de l'adhésif et de son épaisseur et du milieu dans lequel est exposée la structure réparée. Le décollement, résultant le plus souvent de l'endommagement par rupture du joint de colle, reste jusqu'à l'heure le problème majeur de la réparation. Ce décollement des surfaces conjointement liées, dont les mécanismes restent encore très mal connus, est en grande partie responsable de la ruine de la réparation. La maîtrise et la compréhension de ces mécanismes permettent une meilleure garantie de la réparation

La forme géométrique du patch est paramètre fondamental de la réparation, autrement dit de la décohésion interfaciale de l'adhérence. De cette forme dépend le transfert des contraintes de la zone endommagée vers le patch composites déterminant le niveau des contraintes de cisaillement dans la couche adhésive.

Le travail de Mahadesh Kumar et al. [45] est l'une des premières et exhaustives études effectuées pour évaluer l'effet de la géométrie. En incluant l'épaisseur du patch comme variable du problème, les auteurs ont clairement mis en exergue la possibilité de concevoir des patchs avec une bonne performance tout en réduisant le volume, ce qui permet en conséquence de gagner de la masse.

Par ailleurs, l'adhésif joue un rôle capital dans la qualité de la réparation en permettant un bon transfert de charge. Cependant, il est clair que ses paramètres devraient être contrôlés afin que les contraintes de cisaillement ne dépassent pas la limite élastique et rompre le joint.

A cet effet, un travail de recherche a été entrepris pour cerner cette problématique d'optimisation du patch collé et aborder ces aspects selon une méthodologie qui doit être clairement définie et établie et fournir les éléments de réponses à ladite problématique.

## **1.2. Objectifs du travail :**

Se basant sur la définition de la problématique, le présent travail vise à :

- Recenser les insuffisances et les limites identifiées dans les approches d'optimisation utilisées pour l'optimisation de la forme géométrique du patch (recherche bibliographique)
- Développer une méthode d'optimisation heuristique qui comblerait ces limites recensées
- Prendre en considération les contraintes de cisaillement afin d'assurer la durabilité du joint d'adhésif.

Le développement de la méthode heuristique est le volet le plus important dans ce travail, car il apporte une originalité qui permet d'obtenir la forme géométrique comme résultat d'optimisation ou encore une donnée de sortie, au lieu d'être une donnée d'entrée comme ce fut le cas de plusieurs études paramétriques.

## **1.3. Structuration du travail :**

Le travail est structuré selon un enchaînement logique en cohérence avec les objectifs prédéfinis. Ainsi, le chapitre suivant (chapitre 2) donnera un aperçu sur les principaux travaux de recherche relatifs à l'optimisation de la réparation notamment la forme géométrique du patch. Ceci permettra de cerner cet aspect et finira par identifier les limites des différentes approches utilisées et par conséquent des pistes d'amélioration qui prendront la forme d'une nouvelle approche proposée.

Après une étude paramétrique effectuée au chapitre 3, la nouvelle approche sera décrite au chapitre 4. Un algorithme d'optimisation sera développé en expliquant ses fondements mathématiques ainsi que les critères de convergence.

Le chapitre 5 sera dédié à l'exécution de l'algorithme à travers des applications numériques. Les solutions optimales seront présentées et discutées.

Afin d'enrichir davantage le travail, l'analyse adimensionnelle sera utilisée au chapitre 6 pour analyser l'effet des propriétés de l'adhésif ainsi que celles du patch. Une formule reliant tous ces paramètres a été dérivée et exploitée pour déterminer les paramètres améliorés de l'adhésif.

## Chapitre 2

### RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

“ Tout travail scientifique est une réalisation communautaire.”

— Stephen Jay Gould

#### 2.1. Travaux sur des études paramétriques :

Le travail de Mahadesh Kumar et al. [45] est l'une des premières et exhaustives études effectuées pour évaluer l'effet de la géométrie. Les auteurs ont comparé entre les différentes valeurs du FIC qui correspondent aux 04 principales formes régulières à savoir la carré, le rectangle, le cercle et l'ellipse. Ils ont mis en évidence l'effet positif d'un patch ayant une hauteur (perpendiculaire à la fissure) inférieure à sa largeur (parallèle à la fissure). En se référant à la figure Fig.2.1, une meilleure réparation est obtenue quand  $w_p > H_p$ . Ainsi, les meilleures formes constatées étaient la forme rectangulaire avec un allongement important dans la direction parallèle à la fissure.

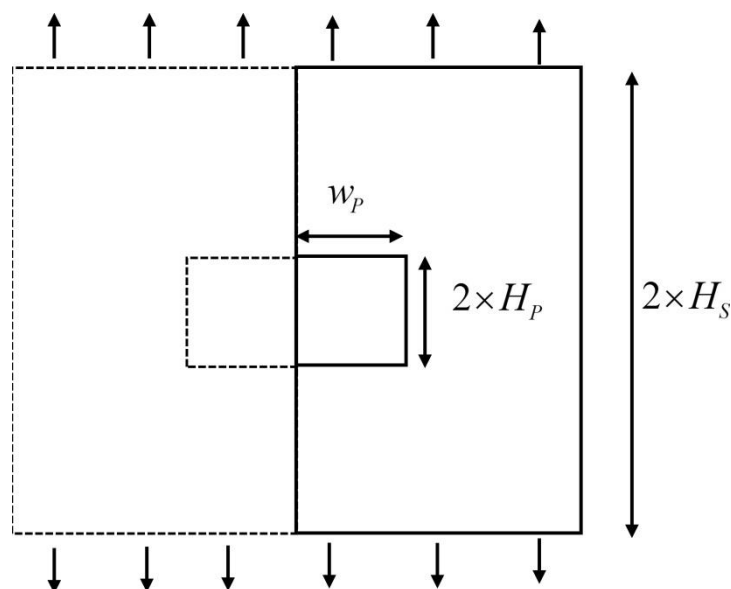


Fig.2.1 Dimensions d'un patch rectangulaire

Ce résultat fut constaté aussi pour les formes elliptiques. Une meilleure réparation fut réalisée lorsque le grand axe  $A$  est supérieur au petit axe  $B$ , autrement dit  $A > B$  (voir figure Fig.2.2)

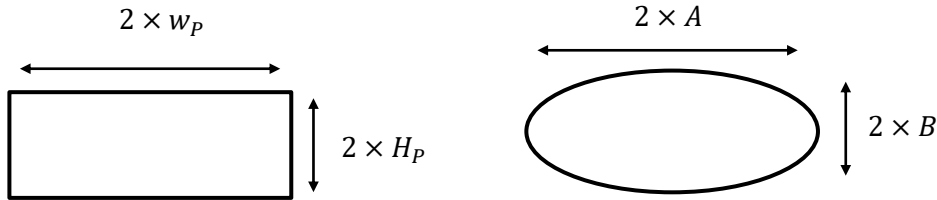


Fig.2.2 Dimensions d'un patch elliptique

Les auteurs ont comparé, ensuite, ces deux formes. Le tableau Tab.2.1 présente les résultats de cette comparaison.

Tab. 2.1 : Comparaison entre un patch rectangulaire et un patch elliptique [10]

| Cas | Forme         | Dimensions (mm)         | Epaisseur (mm) | Volume (mm <sup>3</sup> ) | FIC (Mpa√m) |
|-----|---------------|-------------------------|----------------|---------------------------|-------------|
| 01  | Elliptique    | $a = 36, b = 24$        | 2.25           | 12214.5                   | 4.09        |
|     | Rectangulaire | $w_p = 28.27, H_p = 24$ | 2.25           | 12214.5                   | 3.91        |
| 02  | Elliptique    | $a = 60, b = 24$        | 2.25           | 20357.5                   | 3.56        |
|     | Rectangulaire | $w_p = 47.12, H_p = 24$ | 2.25           | 20357.5                   | 3.39        |

De ce tableau, les deux auteurs ont montré que la forme rectangulaire est plus efficace que la forme elliptique et ils l'ont expliqué par le fait que la forme rectangulaire couvre une plus large partie de la région qui est soumise à de fortes contraintes dans le cas d'une structure non réparée. En se basant sur ces constats, Mahadesh et son collègue ont proposé une nouvelle forme appelée « skewed patch » et qui peut être traduit par « patch oblique » comme illustré sur la figure Fig.2.3

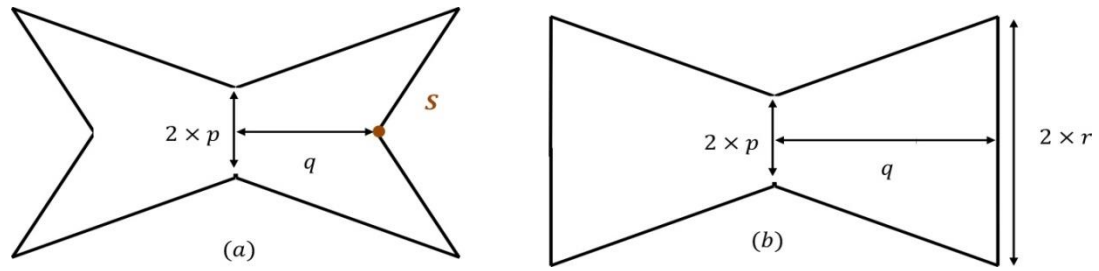


Fig.2.3 patch oblique

La forme oblique illustrée par Fig.2.3 (a) a été initialement proposée. Mais les auteurs l'ont remplacée par la forme Fig.2.3 (b) car ils ont constaté une concentration de contraintes développée au point S comme il est montré sur la figure ci-dessus. C'est cette forme (b) qui sera utilisée et appelée « skewed patch » dans le reste de la discussion.

Le tableau suivant, Tab2.2, compare entre le patch rectangulaire et le patch oblique :

| Tab. 2.2 : Comparaison entre un patch rectangulaire et un patch oblique [10] |               |                               |                |                           |             |                    |
|------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------------------|----------------|---------------------------|-------------|--------------------|
| Cas                                                                          | Forme         | Dimensions (mm)               | Epaisseur (mm) | Volume (mm <sup>3</sup> ) | FIC (Mpa√m) | Gain en volume (%) |
| 01                                                                           | Oblique       | $p = 36, q = 24,$<br>$r = 54$ | 2.25           | 37260                     | 2.64        | 28.1               |
|                                                                              | Rectangulaire | $w_p = 120, H_p = 24$         | 2.25           | 51840                     | 2.63        |                    |
| 02                                                                           | Oblique       | $p = 36, q = 72,$<br>$r = 65$ | 2.25           | 51840                     | 2.36        | 0                  |
|                                                                              | Rectangulaire | $w_p = 120, H_p = 24$         | 2.25           | 51840                     | 3.39        |                    |

Ainsi, Mahadesh et son collègue ont démontré que le patch oblique permet de gagner 28% de masse pour approximativement la même valeur du FIC ou bien il réduit cette valeur de 10% pour le même volume de patch [45].

Dans le sillage des formes géométriques régulières, kaddouri et al. [46] ont analysé la réparation par patch octogonal. Les calculs qu'ils ont effectués, par éléments finis, ont montré

que le rapport  $\frac{h}{c}$  affecte clairement l'efficacité de la réparation. En effet, le FIC est directement proportionnel à ce rapport. Autrement dit, le FIC est d'autant plus réduit que le patch est allongé dans la direction parallèle à la fissure. Ainsi, la réparation obtenue avec un patch ayant  $c = h$  peut être améliorée de plus de 6% en prenant  $c = 3 \times h$ .

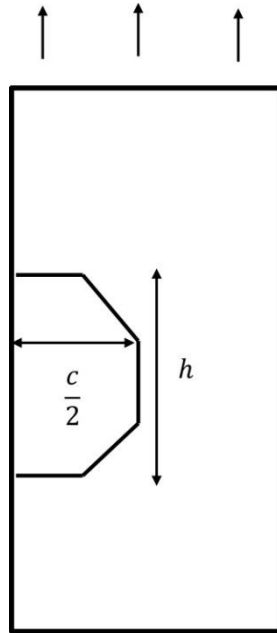


Fig.2.4 Le patch octogonal de Kaddouri et al. [46]

Ramji et al. [47] ont pris les cinq formes, mentionnées précédemment, et ont effectué une étude comparative mais pour une fissure centrale inclinée. Ils ont prouvé l'efficacité d'un patch rectangulaire allongé dans la direction perpendiculaire à la direction des forces de traction. Ce résultat devient similaire aux résultats précédents quand l'inclinaison de la fissure s'annule car la direction perpendiculaire aux forces de traction devient parallèle à la fissure.

Kashfuddoja et al. [48] ont approfondi cette dernière étude en y ajoutant la forme ovale, mais en analysant les effets de forme sur la Facteur de Concentration de Contraintes FCC caractérisant la concentration de contraintes au voisinage d'un endommagement circulaire au centre d'une plaque en traction et réparée par un patch composite unidirectionnel UD. La figure Fig.2.5 illustre le problème tel qu'il a été traité par ces auteurs.

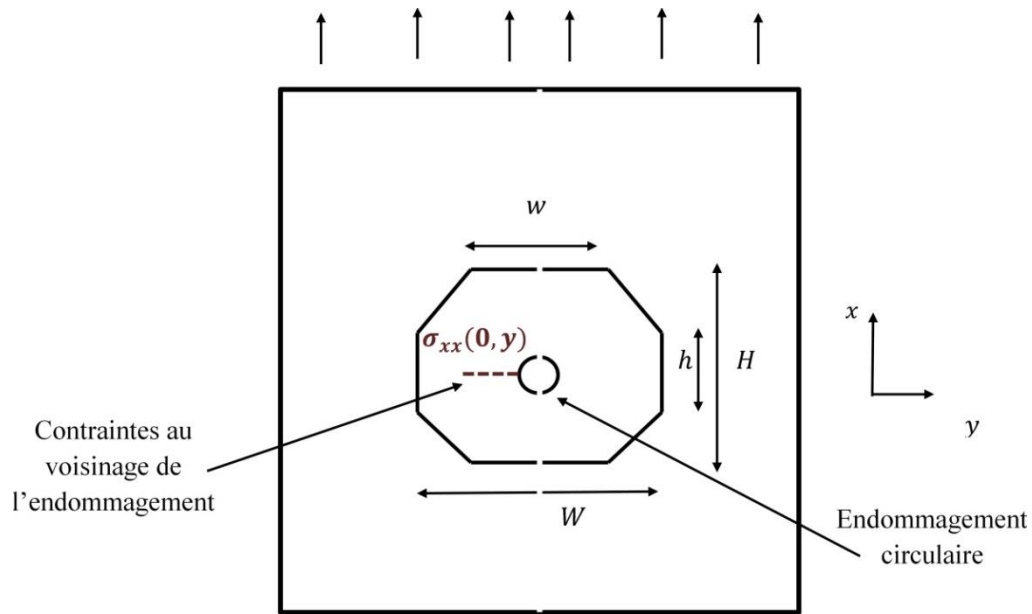


Fig.2.5 Le patch octogonal de Kashfuddoja et al. [48]

Par comparaison entre les différentes formes, les auteurs ont fini par démontrer que le patch octogonal allongé perpendiculairement à la direction des forces de traction, est la meilleure forme en termes de réduction du FCC au voisinage de l'endommagement. La détermination des valeurs optimales de ses dimensions sera expliquée dans la prochaine section.

Mhamdia Rachid et al. [49] ont apporté leur contribution dans ces efforts vers l'optimisation des formes de patch. En prenant le patch rectangulaire comme référence, ils ont démontré la possibilité d'améliorer l'efficacité de la réparation en adoptant la forme « H » ainsi que la « forme flèche ».

Les auteurs ont effectué une étude paramétrique pour évaluer l'impact des paramètres géométriques  $\frac{c}{w_r}$ ,  $\frac{d}{w_r}$  et  $\frac{h}{H_r}$ .

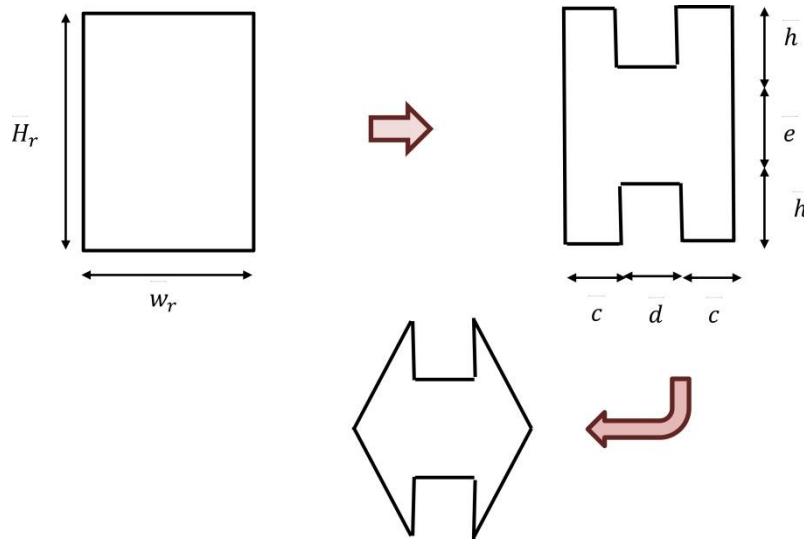


Fig.2.6 Le patch « H » et le patch « flèche » de Mhamdia et al. [49]

Il est clair que les travaux cités sont classés dans la catégorie des études paramétriques visant à évaluer l'impact des paramètres géométriques sur la réduction du FIC. Généralement, les formes sont choisies à priori et sont généralement régulières. Les meilleurs paramètres sont déterminés par une approche de tâtonnement, connu aussi sous le nom « trial and error approach » dans le jargon anglo-saxon. Cependant, rien ne garantit que les paramètres obtenus soient optimaux, et encore moins la forme géométrique choisie à priori.

Utilisant cette géométrie, Serier et al [50] ont développé un modèle analytique permettant la détermination du facteur d'intensité de contraintes en mode I en pointes de fissurée.

## 2.2. Utilisation d'algorithmes d'optimisation :

Quand le FIC est calculé par la méthode des éléments finis, l'optimisation ne peut être faite par une approche analytique, car le chercheur ne dispose pas d'une solution analytique exprimant le FIC en fonction des paramètres géométrique. Pour cela, les approches heuristiques représentent le moyen le plus approprié à ce genre de cas. Les chercheurs font souvent recours aux algorithmes génétiques quand ils utilisent une approche heuristique. Comme mentionné à la section précédente, Kashfuddoja et al. [48] ont développé un

algorithme génétique pour l'optimisation des dimensions d'un patch octogonal (voir Fig2.5) ainsi que les paramètres de l'adhésif. Le principe de la méthode consiste à construire des populations de solutions candidates qui sont améliorées à travers un processus itératif. A chaque itération, des solutions sont sélectionnées puis utilisées pour construire une nouvelle population de solutions en employant des techniques d'entrecroisement «cross-over» et de mutation. Cette opération est répétée jusqu'à la convergence ou l'atteinte d'un nombre déterminé d'itérations. Cette optimisation a permis de réduire le FCC de 80%.

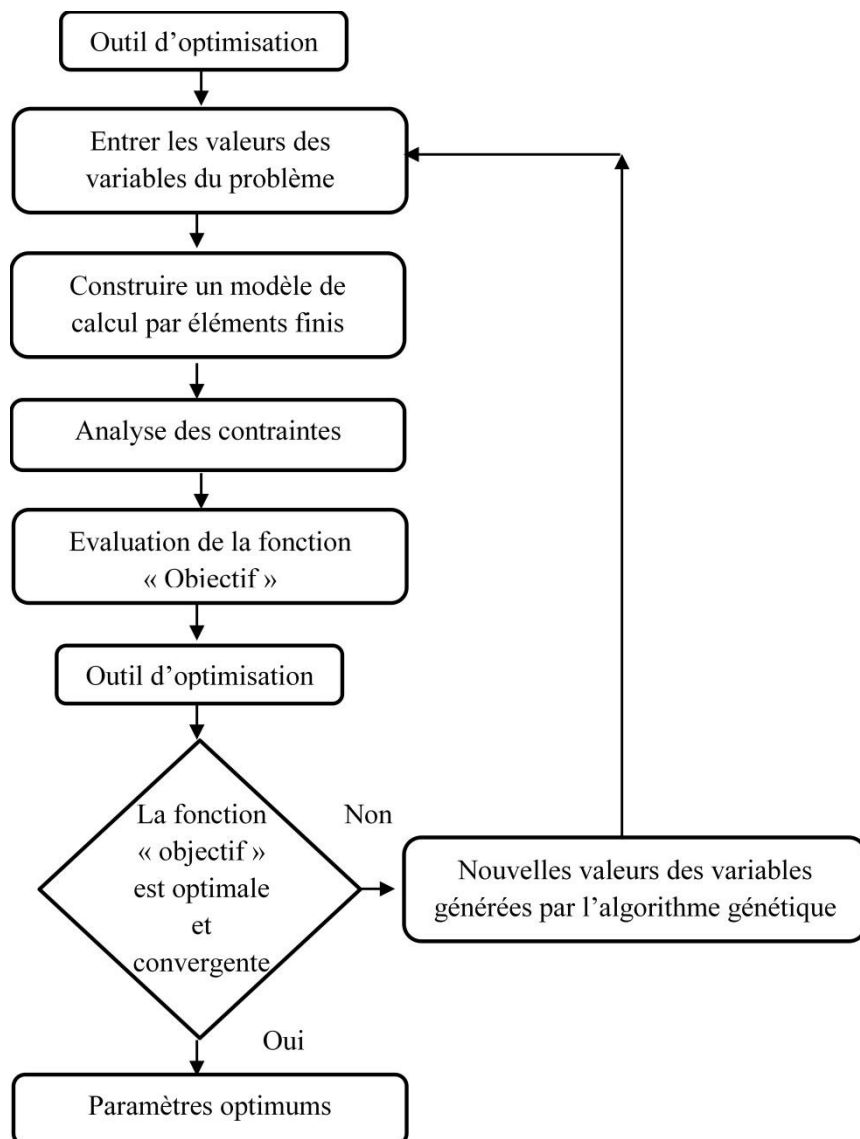


Fig.2.7 l'algorithme génétique d'optimisation de Kashfuddoja et al. [48]

Brighenti et al. [51] ont traité la problématique d'une autre manière. Ils ont développé un algorithme génétique pour optimiser la forme géométrique du patch. Pour cela, ils ont pris le FIC comme fonction « Objectif », la surface du patch comme contraintes d'optimisation. La variable du problème est la densité du matériau du patch, distribuée à travers la surface prédéfinie (la surface définie comme contrainte d'optimisation). Pour illustrer l'approche, la figure Fig2.8 représente un quart d'une plaque sollicitée en traction et contenant une fissure en son centre.

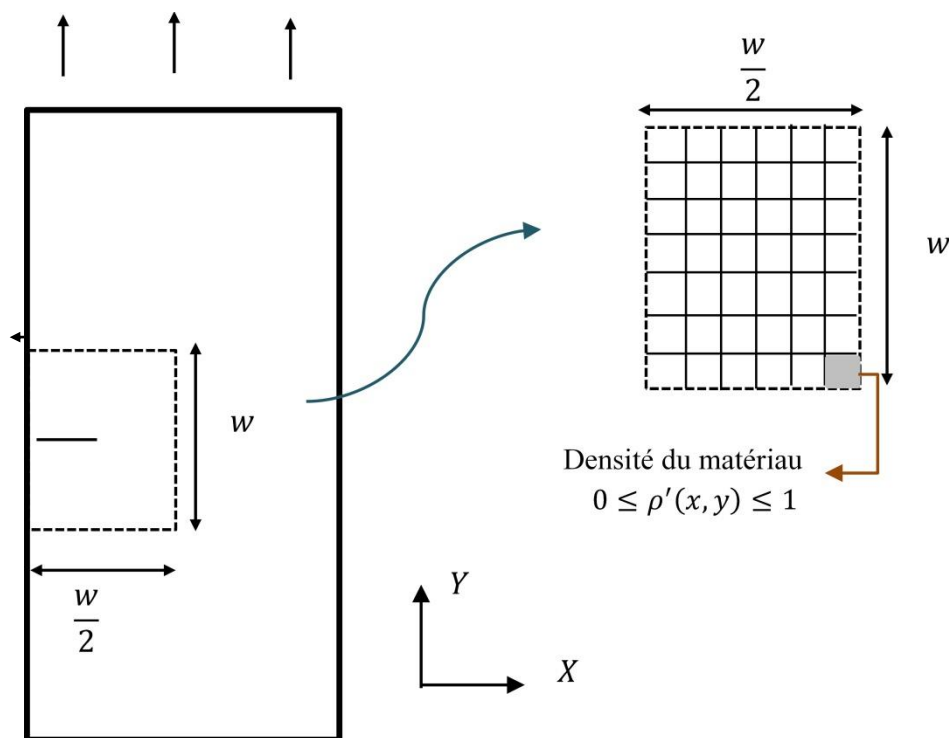


Fig.2.8 modélisation du patch par Brighenti et al. [51]

La surface  $w \times w$  (délimitée par les pointillés) représente la contrainte d'optimisation. Elle est discrétisée sous forme d'un maillage carrée. A chaque élément du maillage correspond une densité du matériau et qui est la variable du problème. Ainsi, l'optimisation revient à trouver la distribution optimale des densités du matériau et en déduire la forme géométrique correspondante. Après 1000 itérations, Brighenti et al. [51] ont obtenu la solution illustrée sur

la figure Fig.2.9. Elle reproduit approximativement la solution optimale obtenue par Brighenti et al.[51]. Ils ont retracé la forme géométrique en suivant les mailles correspondant aux valeurs de densité proche de 1. Une distribution de densité plus faible est retrouvée dispersée sur la surface d'optimisation. Cette distribution est négligée et considérée comme le résultat résiduel du calcul d'optimisation.

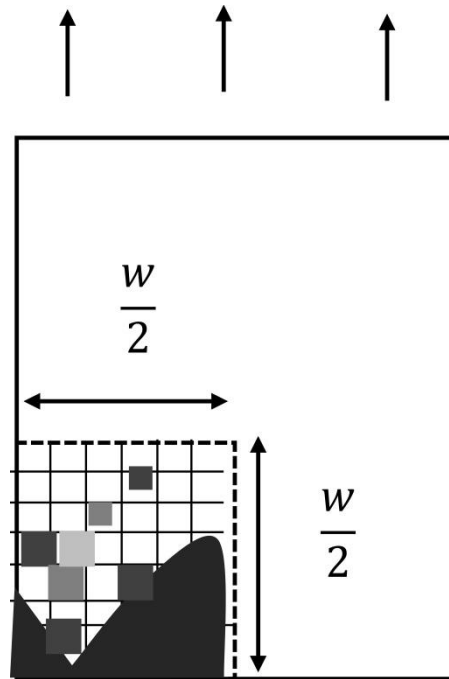


Fig.2.9 schématisation reproduite approximativement de la solution optimale de Brighenti et al. [51]

D'après la recherche bibliographique effectuée dans le cadre de la présente thèse, le travail de Brighenti et al. est considéré comme le principal (et éventuellement, le premier) effort pour le développement d'une approche d'optimisation de la forme du patch. Contrairement aux approches revues dans la section précédente, Brighenti et ses collègues n'ont supposé aucune forme régulière au préalable. La forme optimale fut le résultat d'un processus de calcul bien décrit.

Cependant, la modélisation de la forme par une distribution de densités a généré une certaine ambiguïté dans la délimitation de la forme optimale. Pour tracer les limites, un peu de

subjectivité humaine est nécessaire. En outre, Brighenti et ses collaborateurs ont du faire 1000 itérations sans pour autant atteindre la convergence (comme ils l'ont bien mentionné dans leur article [51]).

## Chapitre 3

### Etude paramétrique des patchs rectangulaires et obliques

“Une expérience est une question que la science pose à la Nature. La mesure est l'enregistrement de la réponse de la Nature.”

— Max Plank

“La connaissance de toute chose n'est acquise ou complète que si les ses causes sont connues.”

— Avicenne

#### 3.1. Introduction :

Ce chapitre est une étude, par éléments finis, de l'effet des paramètres géométriques des patchs rectangulaires et obliques sur la réduction du FIC. Par ailleurs, ce chapitre aborde aussi l'effet des paramètres géométriques sur les contraintes de cisaillement dans le joint adhésif.

Le but est mettre en exergue l'importance de concevoir des patches pour lesquels la hauteur doit varier en fonction de la largeur mais selon une manière qui reste à déterminer.

#### 3.2. Description générale de la plaque à réparer :

Le problème consiste à réparer symétriquement une plaque d'Aluminium en traction et contenant une fissure en son centre. La demi-longueur de la fissure est  $a = 12mm$ . Un patch composite est joint à la plaque par le biais d'un adhésif Epoxy. La figure Fig3.1. montre la demi-plaque réparée. Les dimensions et les propriétés mécaniques sont tirées de l'étude de Mahadesh Kumar et al. [45]. La plaque a une largeur de  $2 \times w_s = 240mm$  et une hauteur de  $2 \times H_s = 240mm$ . Une contrainte de traction est appliquée à la plaque et elle est égale  $\sigma = 166.67MPa$ . L'indice « S » est utilisé pour la plaque (Sheet en anglais), l'indice « P » pour le patch et l'indice « A » pour l'adhésif. Le tableau Tab.3.1. donne les propriétés mécaniques du patch CFRP, l'alliage d'Aluminium et l'adhésif.

| Tab.3.1. Propriétés mécaniques |                 |                    |         |
|--------------------------------|-----------------|--------------------|---------|
|                                | Patch Composite | Plaque d'Aluminium | Adhésif |
| $E_1(GPa)$                     | 135             | 71.709             | 2.1547  |
| $E_1(GPa)$                     | 9               |                    |         |
| $E_1(GPa)$                     | 9               |                    |         |
| $G_{12}(GPa)$                  | 5               |                    |         |
| $G_{13}(GPa)$                  | 5               |                    |         |
| $G_{23}(GPa)$                  | 8               |                    |         |
| $\nu_{12}$                     | 0.3             | 0.33               | 0.34    |
| $\nu_{13}$                     | 0.3             |                    |         |
| $\nu_{23}$                     | 0.02            |                    |         |

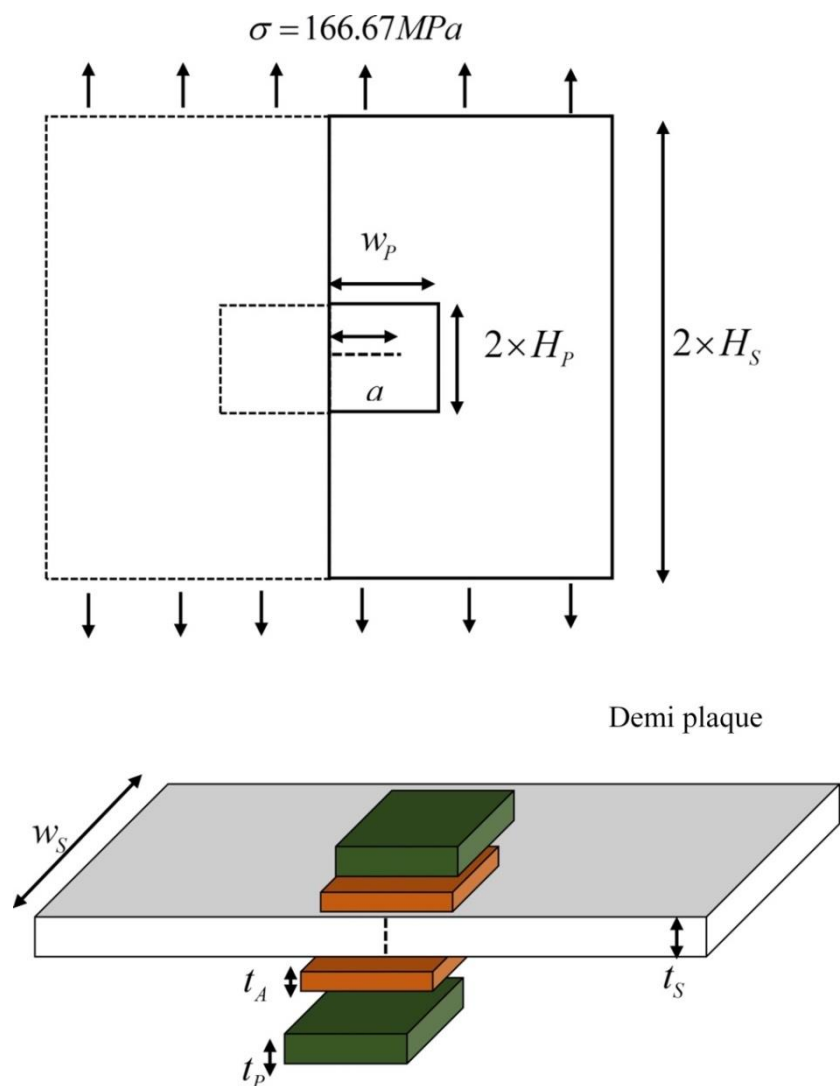


Fig.3.1. géométrie de la demi-plaque réparée

### 3.3. Maillage pour le calcul par éléments finis :

Le calcul par éléments finis est effectué par le biais de l'application ABAQUS en ne considérant que le quart de la plaque réparée pour des raisons de symétrie. Le maillage a été généré en utilisant des éléments de type brique à 20 nœuds. Cependant, des spécificités devraient être prises en compte afin de caractériser le champ de contraintes au voisinage de la pointe de la fissure. Pour un matériau à comportement linéaire, l'intégrale  $J$  peut être utilisée comme un paramètre de la mécanique de la rupture quasi-statique. Elle caractérise le taux de restitution d'énergie associée à la propagation de la fissure[52]. Dans le cas d'un chargement en traction uni-axiale, l'intégrale  $J$  est reliée au FIC par la formule suivante :

$$J = \frac{K_I^2}{E} \quad (3.1)$$

Où:  $E$  est le module de Young .

L'intégrale est évaluée le long d'un contour. Il peut être considéré comme un anneau constitué d'éléments et entourant chaque nœud de la ligne du front de la fissure (voir Fig.3.2-a).

Utilisant le théorème de divergence, l'évaluation de cette intégrale est équivalente l'intégrale de volume sur un domaine entourant la fissure. A cet effet, l'évaluation de l'intégrale de contour peut être considérée comme le mouvement virtuel d'un bloc de matériau entourant la ligne du front de la fissure[52].

Les évaluations de cette intégrale peuvent être différentes d'un contour à un autre. Afin de pallier à cet inconvénient, il est nécessaire de raffiner le maillage pour trouver une valeur, approximativement constante, de l'intégrale de contour. La détermination des exigences, relatives au raffinement de maillage au voisinage de la pointe de la fissure, a été faite en effectuant plusieurs essais jusqu'à l'obtention de cette valeur constante.

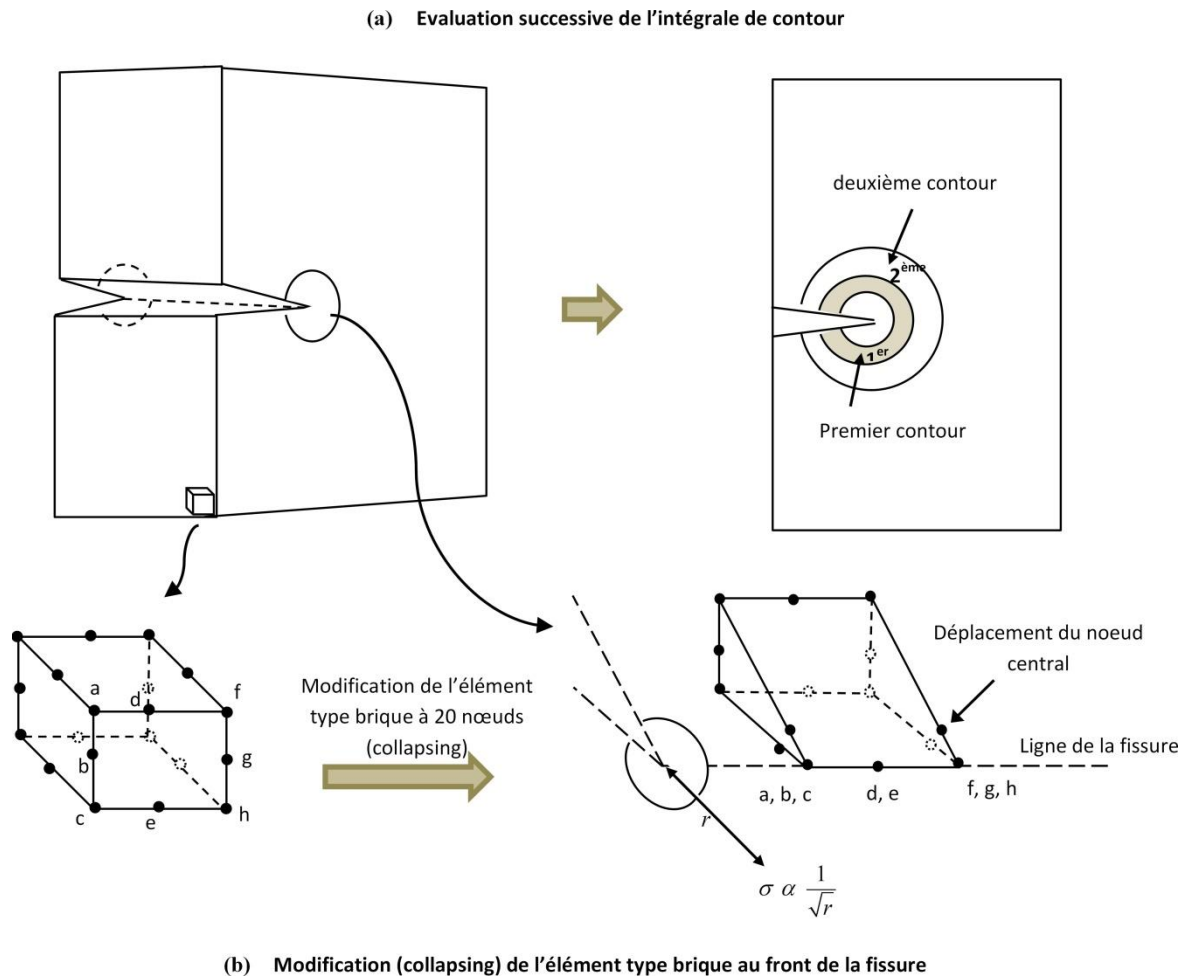


Fig.3.2. Modélisation et évaluation de la singularité au front de la fissure

Après de multiples essais, le maillage devait être fait selon les spécifications suivantes :

- La dimension des éléments est au moins  $\frac{1}{120}$  de la demi-longueur de la fissure, à l'intérieur d'un cercle ayant 0.8 mm pour diamètre et la pointe de la fissure pour centre
- La dimension des éléments est  $\frac{1}{40}$  de la demi-longueur de la fissure à l'intérieur de la surface délimitée par le cercle (décrit ci-dessus) et un autre cercle ayant 4.8 mm pour diamètre et la pointe de la fissure pour centre.

La figure, ci-après, illustre le maillage obtenu au voisinage de la fissure.

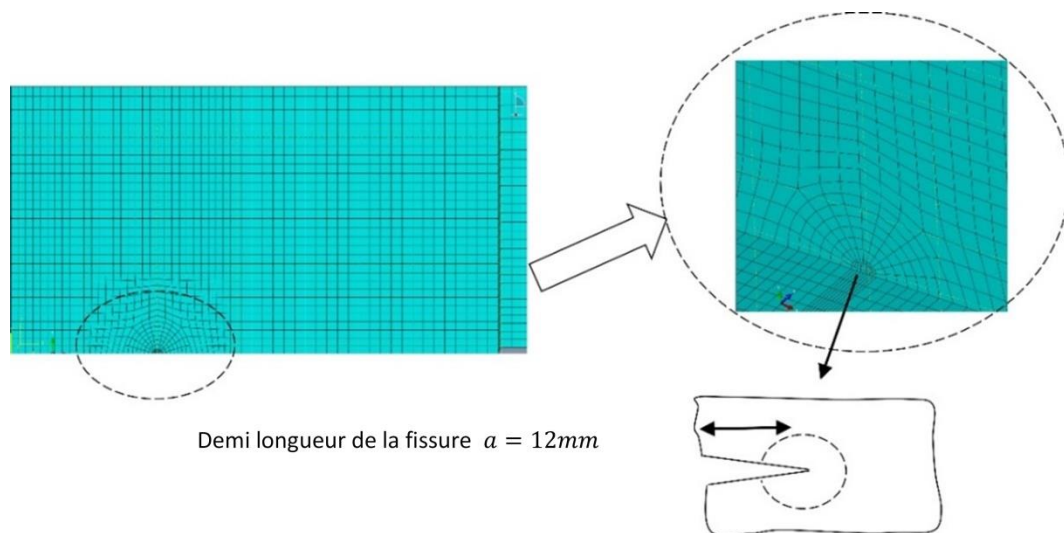


Fig.3.3. Raffinement du maillage au voisinage de la fissure

Il est, également, important d'inclure la singularité au voisinage du front de la fissure afin d'améliorer la fiabilité et la précision dans le calcul du FIC. Si un point se trouve à la distance  $r$  en amont de la pointe de la fissure, une singularité de type  $1/\sqrt{r}$  doit être créée dans le champ de contraintes conformément aux applications de la mécanique de la rupture élastique. Pour cela, les éléments de type brique à 20 nœuds ont été modifiés au voisinage de la pointe de la fissure afin d'obtenir le type de singularité approprié. Les nœuds des facettes de l'élément sont contraints à se déplacer ensemble. En outre, les points se trouvant au milieu des arêtes sont déplacés à  $1/4$  de la longueur de cette arête. Ceci est illustré sur la figure Fig.3.2-b.

### 3.4. Patch rectangulaire :

Le FIC a été calculé pour différentes dimensions d'un patch rectangulaire. La figure Fig.3.4. montre la variation de ce facteur en fonction de la largeur du patch.

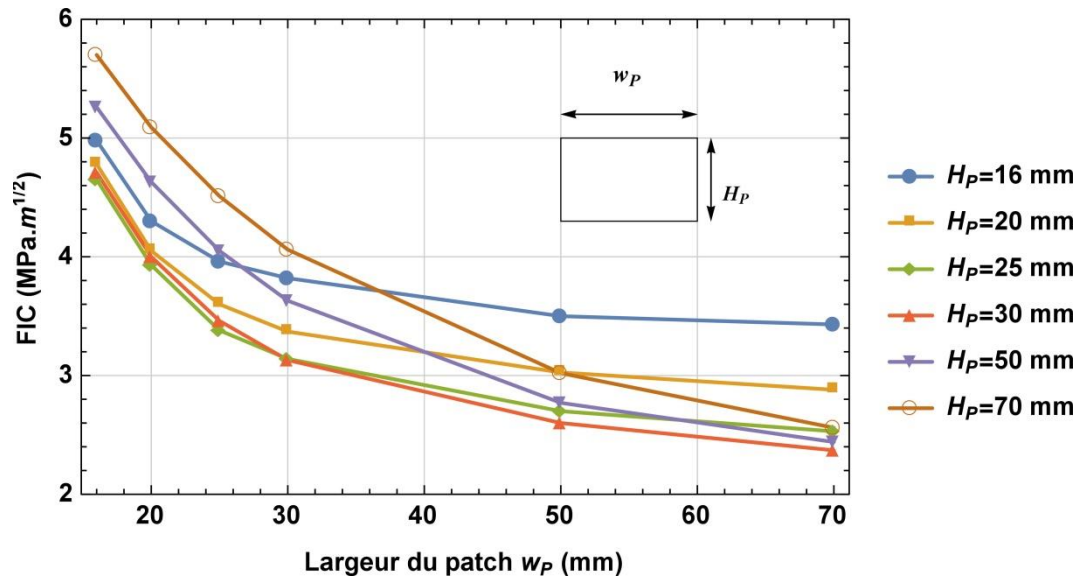


Fig.3.4. Variation du FIC en fonction de la largeur d'un patch rectangulaire

Le premier constat qui peut être fait est la tendance décroissante de la variation du FIC. Quelle que soit la valeur de la hauteur du patch, la réparation devient de plus en plus efficace avec l'augmentation de la largeur. Ce résultat est très connu dans la littérature scientifique et a été mis en évidence par Mahadesh Kumar et al. [45], et confirmé davantage par Ramji et al.[47] ainsi que par Kashfuddoja et al.[48] qui ont démontré l'efficacité de concevoir un patch allongé dans la direction perpendiculaire au chargement de traction.

Cependant, la présente étude paramétrique jette de la lumière sur un autre aspect relativement plus complexe. Il est clair que les courbes suivent une tendance décroissante mais d'une manière non parallèle. Mathématiquement parlant, on dit qu'il y a une interaction entre la hauteur et la largeur du patch dans la détermination de la valeur du FIC. Pour des largeurs  $w_p < 30\text{mm}$ , le patch ayant une hauteur  $H_p = 25\text{mm}$  est légèrement meilleur qu'un patch avec une hauteur  $H_p = 30\text{mm}$ . Mais cette tendance s'inverse dès que la largeur  $w_p > 30\text{mm}$ .

Le patch ayant une hauteur  $H_p = 50\text{mm}$  est très médiocre pour de faibles largeurs. Pour une largeur  $w_p = 16\text{mm}$ , ce patch est moins performant de 17.4% par rapport au patch ayant la même largeur et hauteur de  $H_p = 25\text{mm}$ . Cependant, la tendance s'inverse quand la largeur atteint la valeur  $w_p = 60\text{mm}$ .

Ce constat demeure valable pour les autres combinaisons possibles entre hauteurs et largeurs de patch. Il existe des points pour lesquels les performances s'inversent en termes de réduction du FIC. En tous cas de figures, un patch avec  $H_p = 30\text{mm}$  semble être le plus performant pourvu que la largeur adéquate soit déterminée.

Par ailleurs, la figure Fig.3.5. illustre les mêmes résultats de calcul mais d'une autre manière.

En effet, cette figure montre l'existence de valeurs optimales pour la hauteur du patch  $H_p$ .

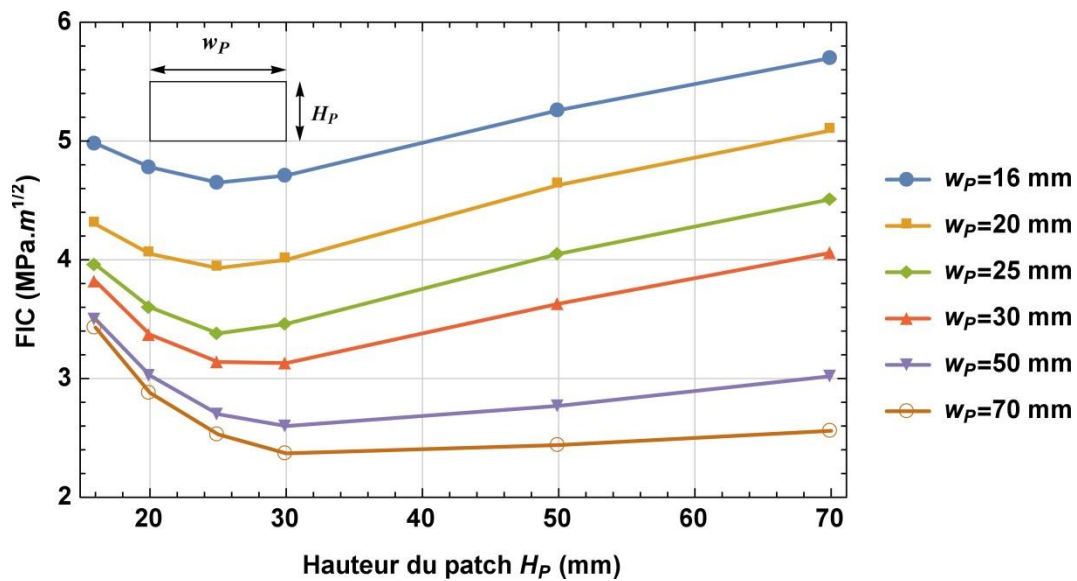


Fig.3.5. Variation du FIC en fonction de la hauteur d'un patch rectangulaire

Cette figure montre plus clairement la possibilité de déterminer une hauteur optimale d'un patch rectangulaire. Cette hauteur optimale dépend, néanmoins, de la largeur. Pour des largeurs inférieures à une certaine valeur  $w_p < 25\text{mm}$ , la hauteur optimale est  $H_p = 25\text{mm}$ . Pour des largeurs supérieures, la hauteur optimale est  $H_p = 30\text{mm}$ .

Les deux figures précédentes montrent explicitement l'interaction entre la largeur et la hauteur d'un patch rectangulaire dans la détermination du FIC, ce qui mène à penser que l'optimisation du patch devrait passer par d'autres formes pour lesquelles la hauteur varie en fonction de la largeur.

### 3.5. Patch oblique :

La forme oblique ou encore « skewed shape » est la forme pour laquelle la hauteur varie linéairement en fonction de la largeur. Deux types de forme oblique seront étudiés :

- La forme oblique type « A » : c'est la forme choisie par Mahadesh Kumar et al.[45] et pour laquelle la hauteur croît avec la largeur
- La forme oblique type « B », pour laquelle la hauteur varie inversement avec la largeur.

La figure Fig3.6.schématise ces deux formes.

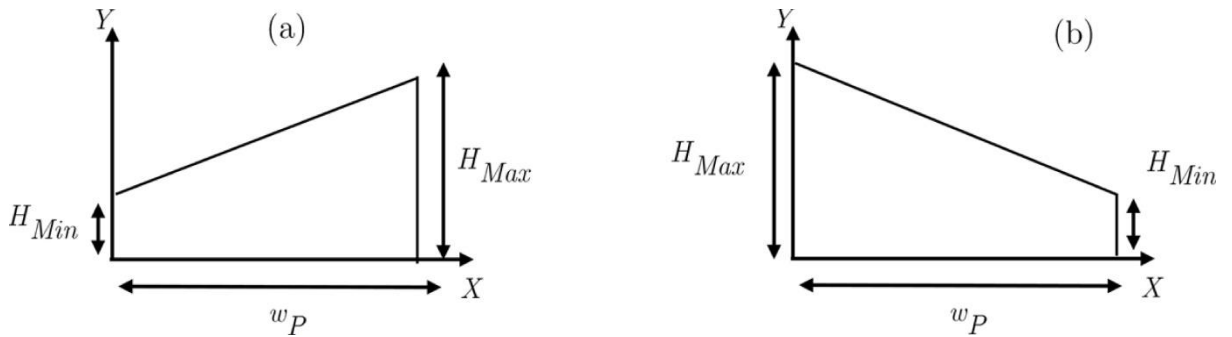


Fig.3.6. Patch oblique « skewed » : (a) type A (b) Type B

L'épaisseur de la plaque est  $t_s = 3mm$ , l'épaisseur de l'adhésif est  $t_A = 0.15mm$  et celle du patch  $t_p = 1.5mm$ . L'épaisseur maximale du patch est prise égale à  $H_{Max} = 30mm$ . C'est juste une valeur choisie par convention et en se référant aussi aux résultats de calcul de la section précédente. L'épaisseur minimale est  $H_{Min} = \frac{a}{2} = 6mm$ . Cette valeur est choisie par convenance en prenant la moitié de la demi-longueur de la fissure.

Les effets des deux patches seront comparés en réparant la plaque mais avec différents paliers de largeurs. D'abord, les patches seront appliqués sur une région s'étendant juste autour de la fissure. Ensuite l'étendue sera élargie progressivement. Le but est d'analyser l'effet de la variation oblique de la hauteur sur différentes régions de la plaque fissurée.

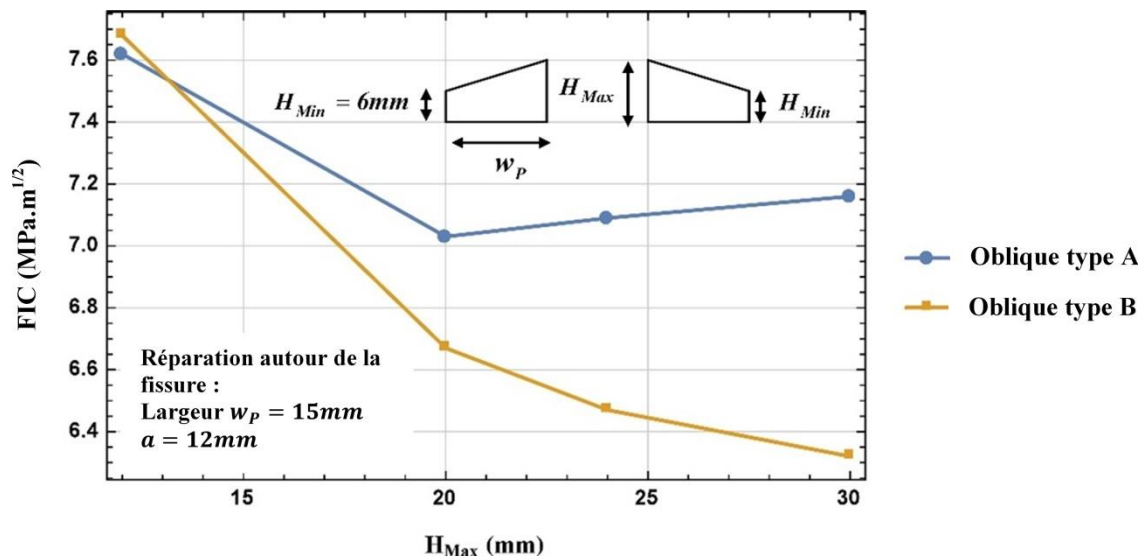


Fig.3.7. FIC vs.  $H_{Max}$  pour une réparation sur la région de la fissure ( $w_p = 15mm$ )

La figure Fig.3.7. montre le cas d'une réparation qui s'étend autour de la fissure seulement. Ceci est réalisé en choisissant une largeur  $w_p = 15mm$ , une valeur très proche à  $a = 12mm$ , la demi-longueur de la fissure. Il est clair que l'augmentation de la hauteur  $H_{Max}$  entraîne une diminution continue du FIC pour le patch oblique type B. Cependant, cette tendance n'est pas observée pour le patch type A. En effet, une valeur seuil pour la hauteur ne devrait pas être dépassée pour ne pas causer une augmentation du FIC. Ce constat laisse à conclure qu'une couverture relativement plus importante au voisinage de la pointe par rapport au reste de la fissure, n'apporte pas un effet positif.

Les patches sont appliqués ensuite sur une étendue plus large pour couvrir une largeur  $w_p = 20mm$ . Leurs performances sont alors comparées en termes de capacités de réductions du

FIC. La figure Fig3.8. illustre les résultats de calcul. Le patch oblique type B manifeste toujours tendance décroissante monotone. Quant au patch oblique type A, sa performance s'est améliorée mais jusqu'à une certaine limite seuil  $H_P = 24mm$  au-delà de laquelle le FIC recommence son augmentation.

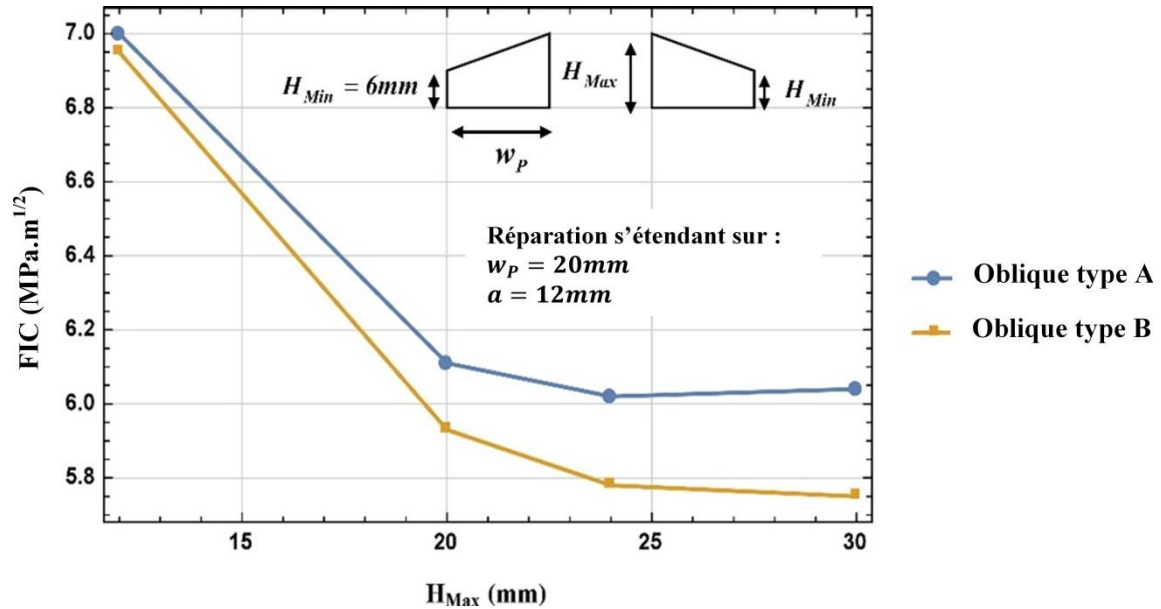


Fig.3.8. FIC vs.  $H_{Max}$  pour une réparation s'étendant sur  $w_P = 20mm$

Le patch oblique type B demeure alors le plus performant concernant la réduction du FIC.

La dernière étape consiste à élargir davantage la largeur de la réparation  $w_P = 40mm$ . Dans ce cas, il a été constaté que de faibles valeurs du FIC peuvent être atteintes avec le patch oblique A si la hauteur  $H_{Max}$  est suFig.3.9.

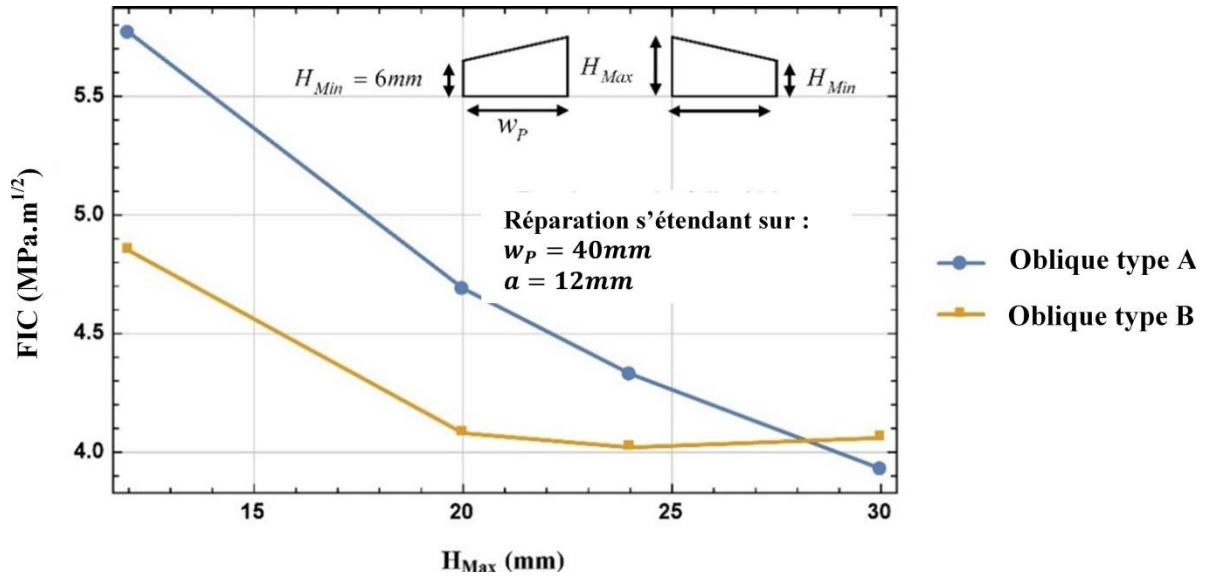


Fig.3.9. FIC vs.  $H_{Max}$  pour une réparation s'étendant sur  $w_p = 40mm$

### 3.6. Effet du patch oblique sur les contraintes de cisaillement dans l'adhésif :

Il est important de maintenir les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif à des seuils déterminés. Toute conception de réparation vise à permettre des valeurs de cisaillement (qui servent de moyen pour le transfert de charges) sans pour autant dépasser des seuils bien déterminés afin de prévenir la rupture du joint.

Pour analyser ces contraintes de cisaillement, on définit le rapport suivant :

$$R_\tau = \frac{\tau_{yz}}{\tau_l} \quad (\text{Eq.3.2})$$

Où:

- $\tau_{yz}$  est la contrainte de cisaillement dans le joint d'adhésif, et ce le long de la demi-longueur de la fissure
- $\tau_l$  est la contrainte linéaire limite de cisaillement.

Similairement à la section précédente, trois cas seront envisagés. D'abord, la réparation est appliquée autour de la région de la fissure, sur une largeur  $w_p = 15mm$ . La figure Fig.3.10. compare entre les deux types de patch oblique concernant la distribution des contraintes de cisaillement.

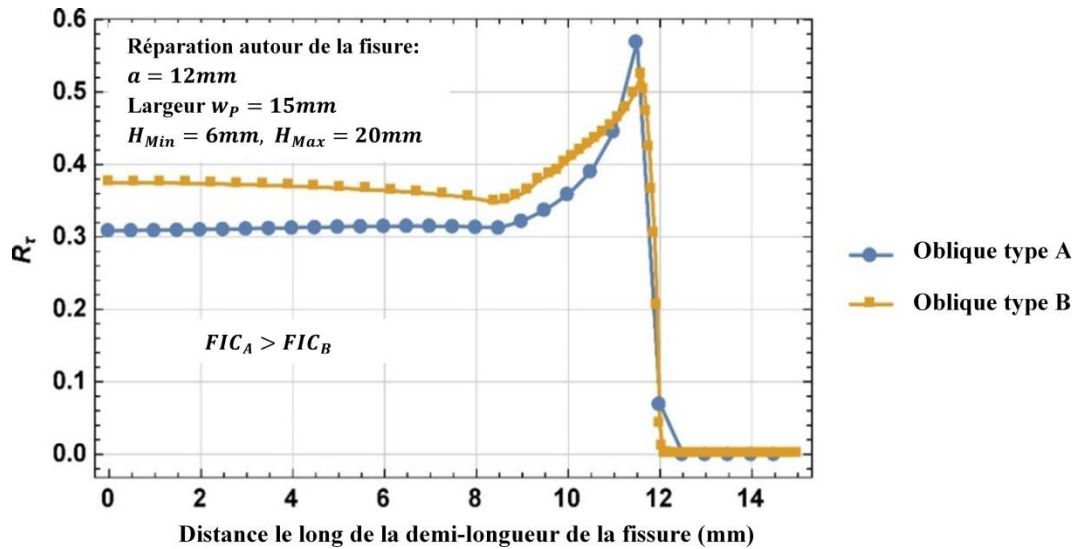


Fig.3.10. Contraintes de cisaillement pour une réparation  $w_p = 15mm$

Dans ce premier cas, le patch oblique de type B développe, dans le joint d'adhésif, des contraintes de cisaillement qui sont généralement plus élevées que celles qui sont générées par le patch oblique type A. Il est alors bénéfique de couvrir la région de la fissure avec un patch ayant une hauteur décroissante afin de réduire le FIC mais ceci au détriment d'une durabilité du joint d'adhésif.

La réparation est, ensuite, élargie sur  $w_p = 40mm$ , et sur une hauteur maximale de  $H_{Max} = 20mm$ . La figure Fig.3.11.démontre que cet élargissement se répercute positivement sur le FIC ainsi que les contraintes de cisaillement.

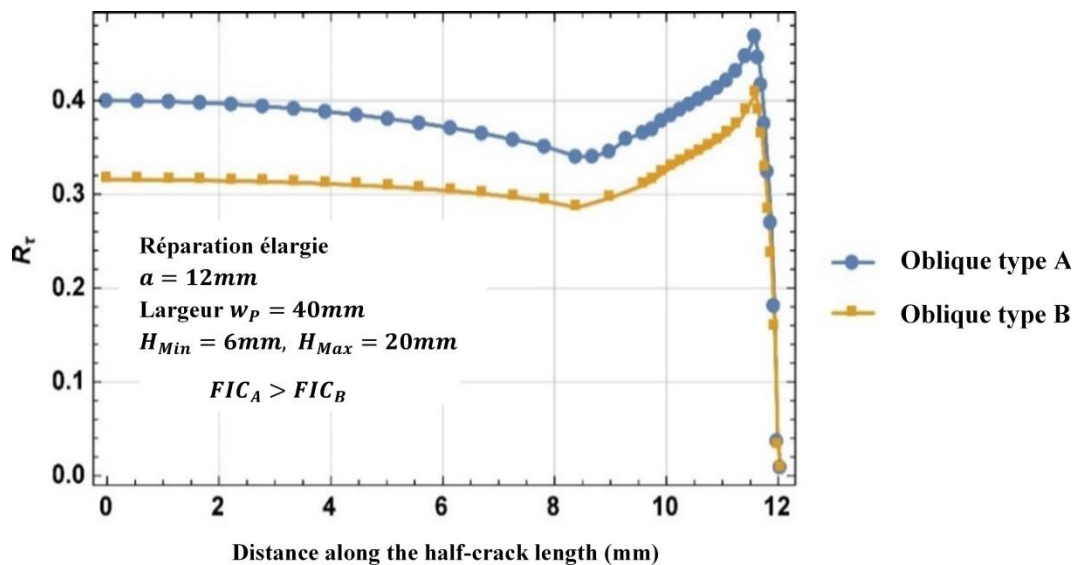


Fig.3.11. Contraintes de cisaillement pour une réparation  $w_p = 40mm$  (Cas  $H_{Max} = 20mm$ )

Le patch oblique type B semble très efficace pour réduire le FIC tout en maintenant les contraintes de cisaillement à des valeurs basses. Cependant, l'augmentation de la hauteur maximale change cette attitude en faveur du patch type A, comme illustré sur la figure Fig.3.12.

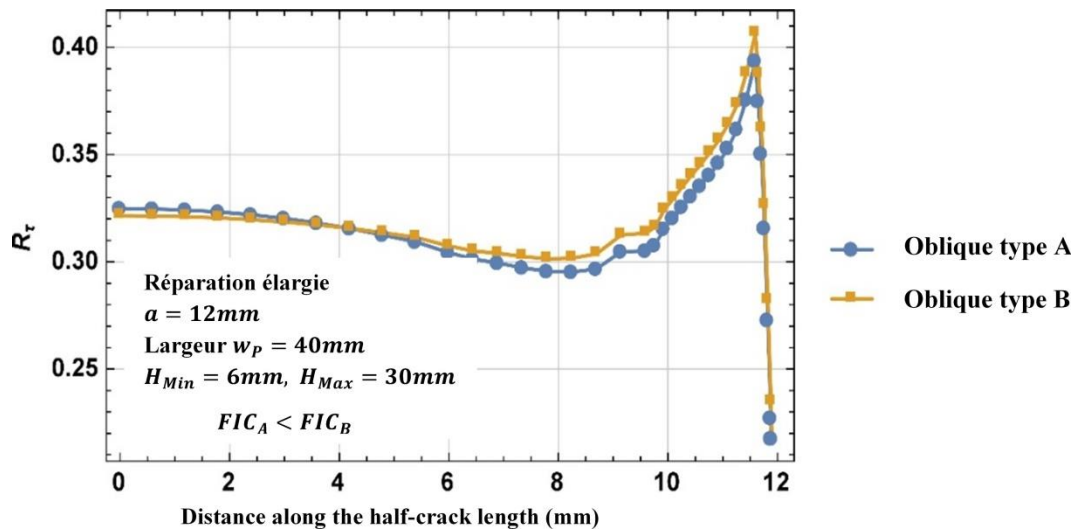


Fig.3.12. Contraintes de cisaillement pour une réparation  $w_p = 40mm$  (Cas  $H_{Max} = 30mm$ )

Cette simple étude paramétrique a permis de mettre en exergue quelques spécificités qui caractérisent la conception d'un patch :

- La région du patch, située en amont de la pointe de la fissure, serait mieux efficace dans la réduction du FIC si elle suivait une tendance décroissante en termes de hauteur de patch.
- La région située en aval de la pointe permet de réduire davantage le FIC mais l'analyse n'a pas fourni une réponse claire quant à la meilleure tendance pour la variation de la hauteur du patch.
- L'interaction entre la largeur et la hauteur du patch dévoile la nécessité d'effectuer un travail d'optimisation pour trouver la meilleure variation de ces dimensions qui permette de réduire aussi bien le FIC que les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif.

## Chapitre 4

### Développement d'une nouvelle approche d'optimisation de la réparation par patch

“Tous les modèles sont des approximations,  
mais certains sont utiles”

— George Box

#### 4.1. Introduction :

L'analyse effectuée au chapitre précédent a fourni des illustrations suffisantes pour présenter l'opportunité de concevoir un patch ayant une forme géométrique pour laquelle la hauteur varie en fonction de la largeur selon une loi qui reste à déterminer.

Cette loi devrait tirer profit de tous les avantages manifestés par les patches obliques en matière de réduction d'aussi bien le FIC que les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif.

Ainsi, le problème qui reste à traiter dans le reste de la thèse est la recherche de la meilleure fonction de variation de la hauteur en fonction de la largeur, et qui est définie à l'intérieur d'une surface d'optimisation qu'on appellera l'aire de réparation. Elle est donnée par la formule  $A_R = w_R \times H_R = 35mm \times 35mm$  (Fig.4.1). Le choix de ces valeurs relève de questions de convenance, motivée par les résultats illustrés par la figure Fig.3.5. En effet, cette figure a montré que les performances des patches rectangulaires diminuent dès que la hauteur  $H_p > 30mm$ . Il serait alors intéressant de ne pas dépasser largement cette hauteur et définir une limite supérieure pour effectuer une optimisation sur la fonction de la variation de la hauteur en fonction de la largeur.

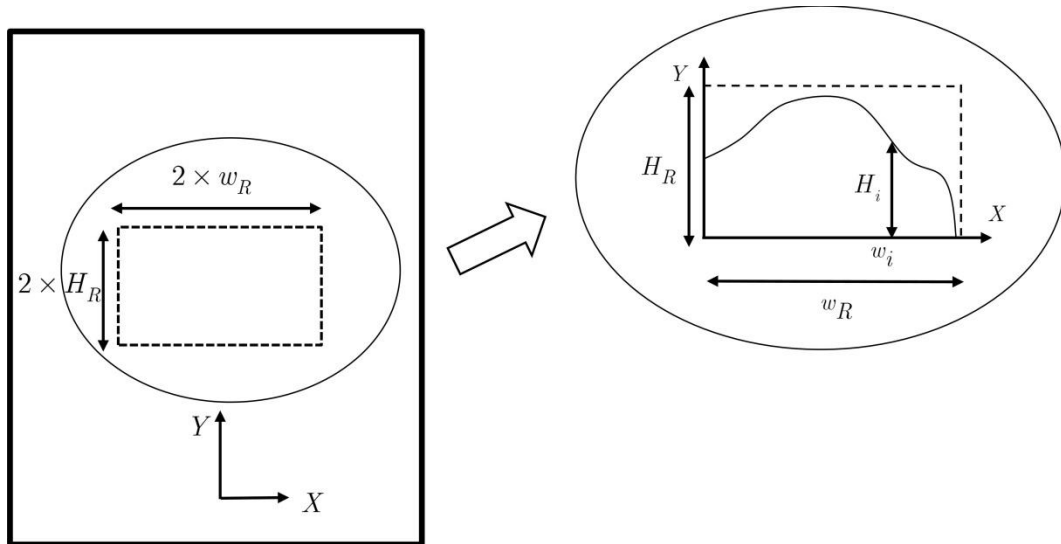


Fig.4.1.la hauteur du patch comme une fonction de sa largeur

#### 4.2. Modélisation de la répartition de la matière du patch :

La variation de la hauteur en fonction de la largeur revient à décrire une distribution de la matière du patch sur la surface d'optimisation  $A_R$ . Pour des raisons de simplification, cette distribution est modélisée par un ensemble de 04 bandes, comme schématisé sur la figure Fig.4.2.

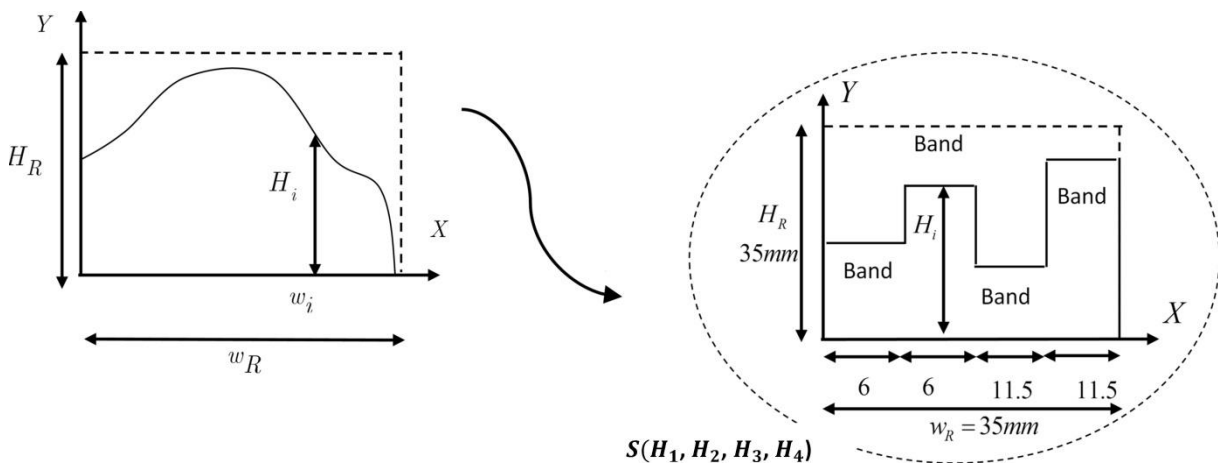


Fig.4.2.Modélisation de la distribution de la matière du patch

L'optimisation revient, alors, à trouver la combinaison optimale des hauteurs des bandes qui améliore la réparation.

Chaque bande  $H_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) peut prendre une des six valeurs possibles:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_i = h_{i1} = \frac{a}{2} = 6mm \\ H_i = h_{i2} = a = 12mm \\ H_i = h_{i3} = \frac{3}{2} \times a = 18mm \\ H_i = h_{i4} = 2 \times a = 24mm \\ H_i = h_{i5} = \frac{5}{2} \times a = 30mm \\ H_i = h_{i6} = 35mm \end{array} \right. \quad (\text{Eq.4.1})$$

Les deux premières bandes,  $H_1$  et  $H_2$ , représenteront la distribution de la matière du patch derrière la pointe de la fissure, alors que les deux autres bandes ( $H_3$  and  $H_4$ ) modéliseront la distribution en aval de la pointe. La largeur de chaque bande a été choisie sur la base des considérations suivantes:

- Derrière la pointe de la fissure, la région a été équitablement divisée de sorte que

$$\text{chaque bande, } H_1 \text{ et } H_2, \text{ aura une largeur } w_1 = w_2 = \frac{a}{2} = 6mm$$

- En aval de la pointe de la fissure, la région est subdivisée d'une manière équitable

$$\text{aussi. Chaque bande aura, alors, une largeur de } w_3 = w_4 = \frac{w_R - a}{2} = 11.5mm$$

Le nombre de 02 bandes (dans chaque région) est le nombre minimal requis pour analyser la tendance de la variation de la hauteur en fonction de la largeur (croissante ou décroissante tendance).

Dans ce suivra, une forme de patch sera représentée par la combinaison  $(H_1, H_2, H_3, H_4)$

### 4.3. Formalisme de l'optimisation:

#### 4.3.1. Variables et objectifs d'optimisation

La forme optimale correspond à la combinaison optimale  $(H_1, H_2, H_3, H_4)_{Opt}$  qui minimize simultanément :

$$\begin{cases} FIC \\ A_P = \sum_{i=1}^4 w_i \times H_i \end{cases} \quad (\text{Eq.4.2})$$

$FIC$  : est le Facteur d'Intensité de Contraintes en  $MPa\sqrt{m}$ .

$A_P$ : est l'aire du patch ainsi constitué des 04 bandes (en  $mm^2$ ).

Ce sont les deux fonctions « objectifs » du problème. Les variables d'optimisation sont les hauteurs des bandes  $H_i$  ( $i=1,2,3,4$ ).

#### 4.3.2. Interaction entre hauteur et largeur comme réseau Bayésien

Afin de modéliser l'interaction entre hauteur et largeur du patch, et l'inclure dans le processus d'optimisation, le modèle des 04 bandes est représenté par un réseau Bayésien (voir Fig.4.3).

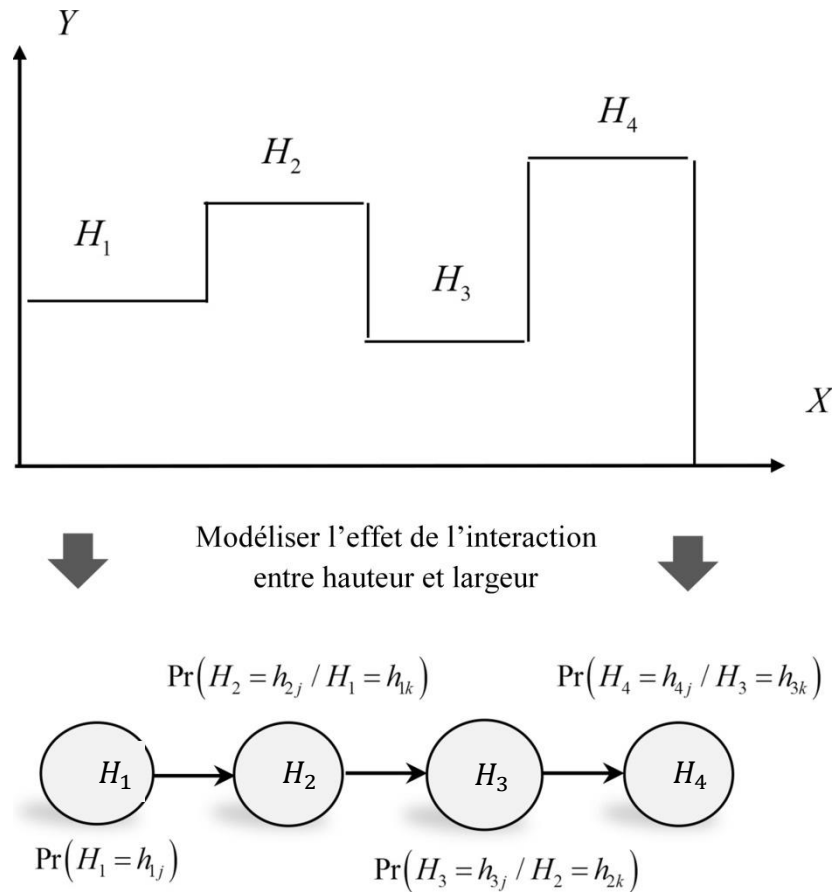


Fig.4.3.La distribution de la matière du patch comme réseau Bayésien

Dans le cadre de ce réseau Bayésien, la hauteur de chaque bande est considérée comme variable aléatoire. La probabilité d'une hauteur de bande  $H_i$  dépendra de la valeur de la bande précédente  $H_{i-1}$  (appelée aussi parent, dans le jargon des réseaux Bayésiens).

Mathématiquement parlant, la hauteur de la première bande  $H_1$  sera donnée par:

$$\Pr(H_1 = h_{1j}) = \frac{f_{1j}}{\sum_{l=1}^6 f_{1l}} \quad (\text{Eq.4.3})$$

Pour les 03 autres bandes, les probabilités conditionnelles sont exprimées par :

$$\Pr(H_i = h_{ij} / H_{i-1} = h_{i-1k}) = \frac{f_{ijk}}{\sum_{l=1}^6 f_{ijl}}, \quad i = 2, 3, 4 \quad (\text{Eq.4.4})$$

$f_{1j}$  et  $f_{ijk}$  sont les paramètres de Dirichlet. En guise d'illustration, les probabilités de la première des hauteurs de la première bande peuvent prendre des valeurs comme ::

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pr(H_1 = 6) = \frac{4}{12}, f_{11} = 4 \\ \Pr(H_1 = 12) = \frac{2}{12}, f_{12} = 2 \\ \Pr(H_1 = 6) = \frac{1}{12}, f_{13} = 1 \\ \Pr(H_1 = 6) = \frac{3}{12}, f_{14} = 3 \\ \Pr(H_1 = 6) = \frac{1}{12}, f_{15} = 1 \\ \Pr(H_1 = 6) = \frac{1}{12}, f_{16} = 1 \\ \sum_{l=1}^6 f_{1l} = 12 \end{array} \right. \quad (\text{Eq.5.5})$$

$f_{1j}$  sont les paramètres de Dirichlet correspondant à la distribution de probabilité de la première bande  $H_1$ . L'index  $j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  représente les 06 valeurs possibles  $h_{1j}$  que la bande  $H_1$  peut prendre (Voir Eq.4.1).

Pour une autre bande, ( $H_3$  par exemple), les probabilités conditionnelles peuvent prendre des valeurs comme :

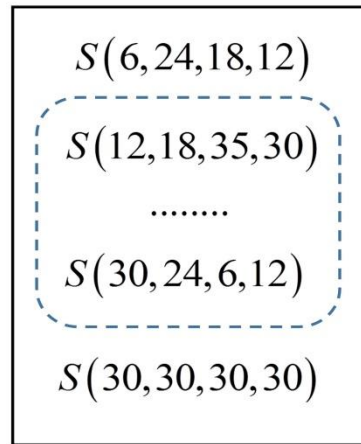
$$\left\{ \begin{array}{l} \Pr(H_3 = 6 / H_2 = 6) = \frac{1}{20}, f_{311} = 1 \\ \Pr(H_3 = 6 / H_2 = 12) = \frac{4}{20}, f_{312} = 4 \\ \Pr(H_3 = 6 / H_2 = 18) = \frac{2}{20}, f_{313} = 2 \\ \Pr(H_3 = 6 / H_2 = 24) = \frac{10}{20}, f_{314} = 10 \\ \Pr(H_3 = 6 / H_2 = 30) = \frac{1}{20}, f_{315} = 1 \\ \Pr(H_3 = 6 / H_2 = 35) = \frac{2}{20}, f_{316} = 2 \\ \sum_{l=1}^6 f_{31l} = 20 \end{array} \right. \quad (\text{Eq.4.6})$$

$f_{31k}$  sont les paramètres de Dirichlet correspondant à la distribution de probabilité de la troisième bande  $H_3$  prenant la première valeur  $h_{31} = 6mm$ . L'indice  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  représente les 06 valeurs possibles  $h_{2k}$  que la bande  $H_2$  peut prendre (Voir Eq.4.1).

#### 4.3.3. Principe de l'Approche par Estimation de Distribution

L'optimisation de la forme du patch est effectuée en utilisant l'Approche basée sur l'Estimation de Distributions AED. Elle fait partie de la classe des méthodes de calcul évolutionnaires ou plus globalement méthodes heuristiques, tout comme les algorithmes génétiques. L'idée principale de ce genre de méthodes consiste à générer des solutions candidates (formes géométriques dans le cas présent), puis procéder à une série de modifications selon certaines stratégies de variation et de sélection. L'AED se distingue, cependant, par le modèle de probabilité qu'elle constitue pour générer les nouvelles et les meilleures solutions, présentant ainsi l'avantage de fournir une information explicitement formulée concernant les spécificités du problème afin d'orienter la recherche vers des régions plus propices dans l'espace des solutions [53,54]. Voir Fig.4.4

### Génération d'une population de formes

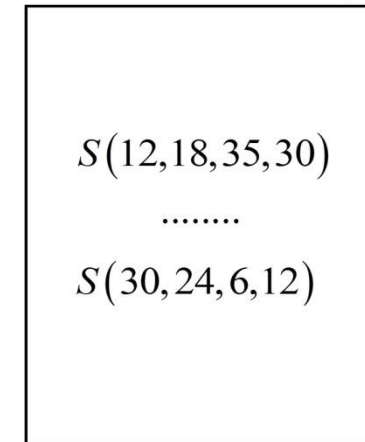


Calcul par éléments finis

Calcul des solutions non-dominées



### Sélection des meilleures formes



Apprentissage par réseau  
Bayésien



Updating probability  
distribution

Echantillonnage d'une  
nouvelle population



Fig.4.4.Optimisation basée sur l'Approche par Estimation de Distribution AED

#### 4.3.4. Génération de formes

Un ensemble de formes de patch sont, aléatoirement, générées. Ceci a été fait à travers la génération d'une population aléatoire de  $N$  combinaisons  $(H_1, H_2, H_3, H_4)$  à l'itération  $Iter$  :

$$P_{Iter} = \{(H_1, H_2, H_3, H_4)_n, n = 1, \dots, N\} \quad (\text{Eq.4.7})$$

Initialement, une distribution de probabilité uniforme est utilisée, et ce afin d'éviter que la recherche de formes ne soit biaisée. :

$$\begin{cases} \Pr(H_1 = h_{1j}) = \frac{1}{6}, f_{1j} = 1, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ \Pr(H_i = h_{ij} / H_{i-1} = h_{i-1k}) = \frac{1}{6}, f_{ijk} = 1, i \in \{2, 3, 4, 5, 6\}, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \end{cases} \quad (\text{Eq.4.8})$$

#### 4.3.5. Sélection des meilleures formes

Après chaque génération, les meilleures formes sont sélectionnées. En guise d'illustration, la figure Fig4.5. montre l'exemple d'un problème de minimisation de deux objectifs et elle explique la stratégie de sélection des formes.

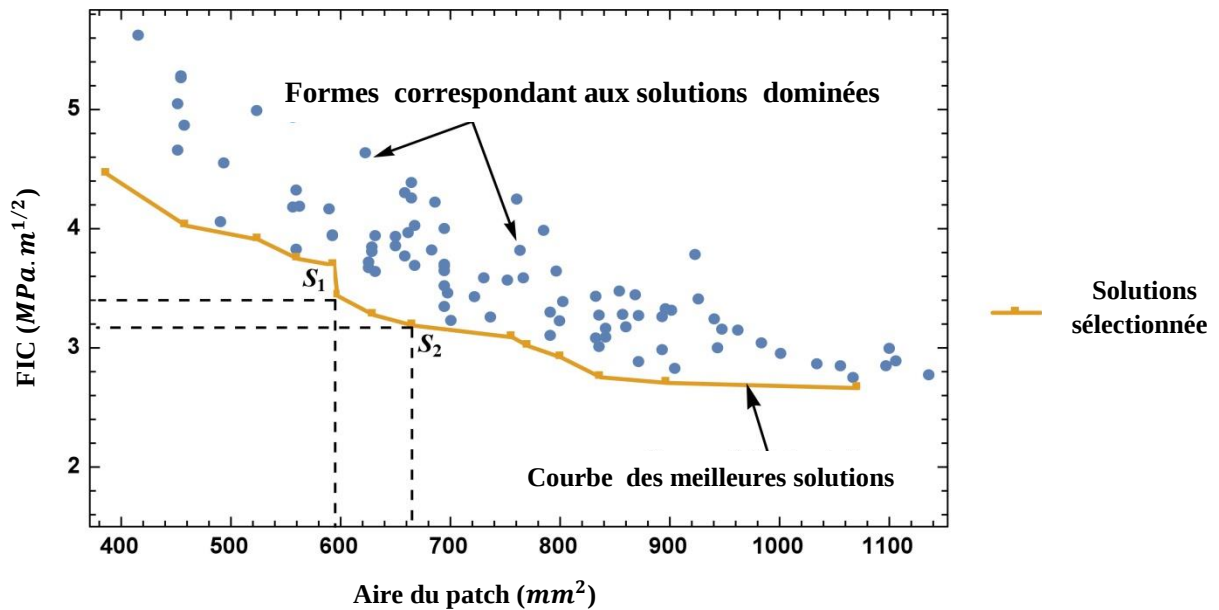


Fig.4.5.Méthode de sélection des formes

Chaque point correspond à une forme  $S$  représentée par une combinaison  $(H_1, H_2, H_3, H_4)$ .

Pour deux formes quelconques  $S_1$  et  $S_2$  appartenant à la courbe (sur la figure Fig.4.5), les deux inégalités suivantes sont satisfaites :

$$\begin{cases} \text{Si } FIC_1 > FIC_2 \text{ Alors } A_{r1} < A_{r2} \\ \text{Si } FIC_1 < FIC_2 \text{ Alors } A_{r1} > A_{r2} \end{cases} \quad (\text{Eq.4.9})$$

Les deux formes  $S_1$  et  $S_2$  sont désignées comme solutions non dominées et elles correspondent aux deux combinaisons  $(H_1, H_2, H_3, H_4)_1^{ND}$  et  $(H_1, H_2, H_3, H_4)_2^{ND}$ .

Les autres formes (non appartenant à la courbe) sont des solutions dominées et elles sont, par conséquent, éliminées du processus d'optimisation.

Les formes sélectionnées correspondent, alors, aux solutions non dominées :

$$P_{Iter}^{Select} = \left\{ (H_1, H_2, H_3, H_4)_1^{ND}, \dots, (H_1, H_2, H_3, H_4)_M^{ND} \right\} \quad (\text{Eq.4.10})$$

Dans la présente étude, ces solutions sont identifiées à l'aide de « Naïve and Slow algorithm » [55].

#### 4.3.6. Mise à jour des distributions de probabilités

L'ensemble  $P_{Iter}^{Select}$  est utilisé pour actualiser et mettre à jour les connaissances acquises concernant les probabilités conditionnelles reliant les hauteurs  $H_i$ .

Supposant qu'à l'itération  $iter$ ,  $M$  solutions sont obtenues. Soit

- $\alpha_{1j}$  est le nombre de fois que  $H_1 = h_{1j}$  parmi ces  $M$  solutions
- $\alpha_{ijk}$  est le nombre de fois que  $H_i = h_{ij}$  quand  $H_{i-1} = h_{i-1k}$  parmi ces  $M$  solutions

Sans aborder les détails de la démonstration mathématique, il est possible de prouver que les  $M$  solutions sélectionnées appartiennent à une population qui pourrait être en utilisant la distribution de probabilité conditionnelle suivante [56] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pr(H_1 = h_{1j}) = \frac{f_{1j} + \alpha_{1j}}{\sum_{l=1}^6 f_{1l} + \sum_{m=1}^6 \alpha_{1m}}, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ \Pr(H_i = h_{ij} / H_{i-1} = h_{i-1k}) = \frac{f_{ijk} + \alpha_{ijk}}{\sum_{l=1}^6 f_{ijl} + \sum_{m=1}^6 \alpha_{ijm}}, i \in \{2, 3, 4, 5, 6\}, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \end{array} \right.$$

(Eq.4.11)

#### 4.3.7. Echantillonnage de nouvelles populations et relance des calculs

Une nouvelle population  $P_{Iter+1}$  est échantillonnée à l'itération  $Iter + 1$ . Elle doit satisfaire les deux conditions suivantes :

- La population  $P_{Iter+1}$  doit être échantillonnée en utilisant la distribution de probabilité actualisée donnée Eq.4.11
- La population  $P_{Iter+1}$  doit inclure  $P_{Iter}^{Select}$ , l'ensemble des formes sélectionnées à l'itération  $Iter$

La première condition traduit l'apprentissage acquis du réseau Bayésien qui utilise l'information obtenue des itérations précédentes afin d'orienter la recherche vers des formes plus améliorées qui minimisent davantage les fonctions « objectifs » du problème.

La seconde condition est nécessaire pour assurer la convergence de l'algorithme d'optimisation. Cette condition sera revue dans la prochaine section traitant la convergence et les critères d'arrêt.

#### 4.3.8. Convergence et critères d'arrêt :

Prenons le cas de deux fonctions objectifs comme le FIC et l'aire du patch. L'exécution du processus d'optimisation se manifeste par la translation de la courbe des solutions non dominées (appelées aussi courbe de Pareto) vers la direction composée de deux directions principales :

- La direction de la diminution de l'aire
- La direction de la diminution du FIC

Cette direction composée est illustrée par la flèche mentionnée sur la figure Fig4.7. Le décalage entre les deux courbes représente le degré d'amélioration des solutions.

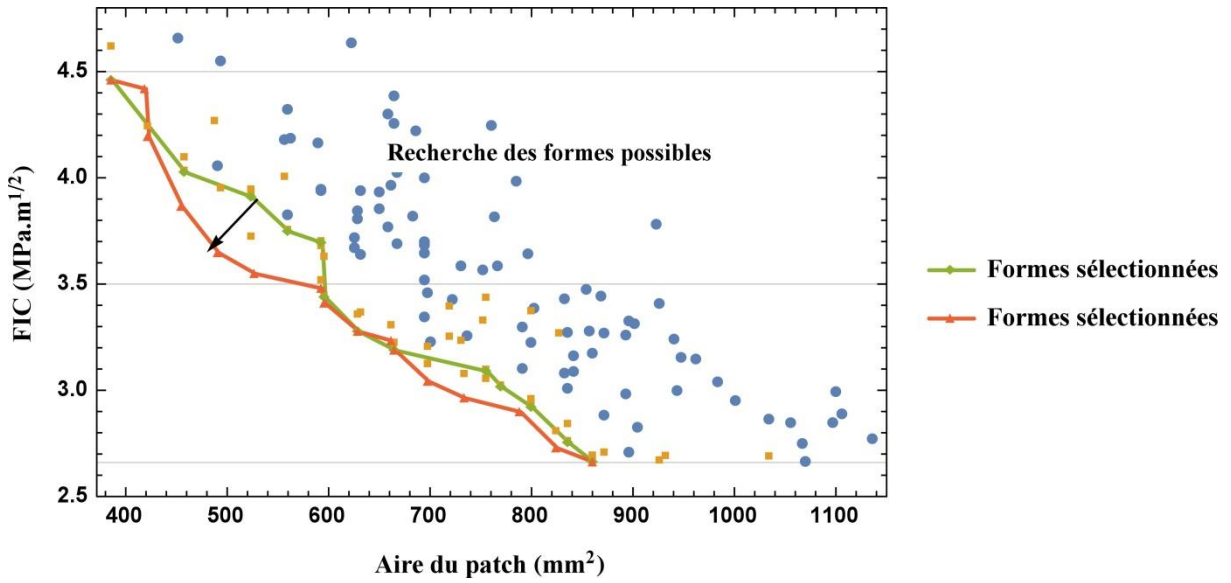


Fig.4.7.Courbes de Pareto au cours des itérations

Par ailleurs, il faudrait définir des critères d'arrêt du calcul itératif de l'algorithme. Soit  $P_{Iter}^{Select}$  l'ensemble des formes sélectionnées (Eq.4.10).  $FIC_m$  et  $A_{P.m}$  sont le FIC et l'aire d'un patch de forme  $S_m$   $(H_1, H_2, H_3, H_4)_m^{ND}$ . Alors, le taux de réduction du FIC par unité de surface est défini par :

$$\frac{100}{FIC_{ref}} \times \frac{\Delta FIC}{\Delta A_P} = \left( \frac{100}{A_{P.m} - A_{P.ref}} \times \frac{FIC_{ref} - FIC_m}{FIC_{ref}} \right) (\%/mm^2): \quad (Eq.4.12)$$

$FIC_{ref}$  et  $A_{r.ref}$  sont le FIC et l'aire du patch correspondant à la forme ayant la plus faible surface  $A_{r.min}$ . Selon ces définitions, le taux de réduction du FIC (Eq.4.12) mesure la réduction supplémentaire en FIC en augmentant d'une unité l'aire du patch.

Au début du processus d'optimisation, ce paramètre augmente à cause des formes qui sont identifiées avec des surfaces de plus en plus réduites. Comme l'algorithme converge, la valeur moyenne du taux de réduction du FIC commence à se stabiliser autour d'une valeur

asymptotique. Autrement dit, le déroulement du processus itératif d'optimisation devrait mener à l'inégalité suivante :

$$\left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{100}{A_{r.m} - A_{r.ref}} \times \frac{FIC_{ref} - FIC_m}{FIC_{ref}} \right]_{Iter+1} - \left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{100}{A_{r.m} - A_{r.ref}} \times \frac{FIC_{ref} - FIC_m}{FIC_{ref}} \right]_{Iter} \leq \varepsilon$$

(Eq.4.13)

Où:  $\varepsilon$  est un nombre infiniment petit, choisi par l'utilisateur. Cependant, le taux de convergence sera graphiquement illustré dans l'application numérique de la présente approche

## Chapitre 5

### Application numérique de la nouvelle approche proposée

“Ce que je dis, c'est que lorsque différentes expériences donnent le même résultat, elles ne dépendent plus de votre opinion. C'est la bonne chose au sujet de la science: que vous y croyiez ou pas, ça reste vrai. C'est pourquoi ça marche.”

—Neil deGrasse Tyson

#### 5.1. Description de la mise en application de la méthode de calcul :

L'approche proposée est une approche heuristique. Plusieurs formes seront constituées d'une manière aléatoire et seront étudiées en construisant des modèles ABAQUS. Une automatisation des tâches a été alors nécessaire pour rendre ce travail abordable de point de vue pratique.

##### 5.1.1 Automatisation des tâches du calcul par éléments finis :

La première étape était, alors, l'établissement d'un script Python [57] pour la conception, le maillage et le calcul par éléments finis des différents modèles qui correspondent aux différentes formes générées au cours du processus itératif. Ce script tient compte de la variation des dimensions des patches pour adapter le maillage au voisinage de la fissure afin d'assurer la précision et la fiabilité des résultats tel qu'expliqué au chapitre 3, section 3.3.

Le script conçoit et lance les calculs par éléments finis dans une boucle et sauvegarde des copies des résultats dans deux types de fichiers :

- Fichiers data « .DAT » contenant les valeurs des FIC
- Fichiers output « .OUT » contenant les valeurs des contraintes ou déplacements

##### 5.1.2. Identification des solutions non dominées :

Un programme a été développé dans l'environnement de calcul Mathematica pour le traitement des fichiers « .DAT » et l'identification des meilleures formes géométriques

correspondant aux solutions non dominées à une itération donnée. Il actualise la distribution de la probabilité conditionnelle puis il génère une nouvelle population et met à jour le script Python. Le script est, ensuite, exécuté en ABAQUS pour une nouvelle itération. Ce processus est répété jusqu'à la satisfaction du critère d'arrêt (section 4.3.8). Voir Fig.5.1.

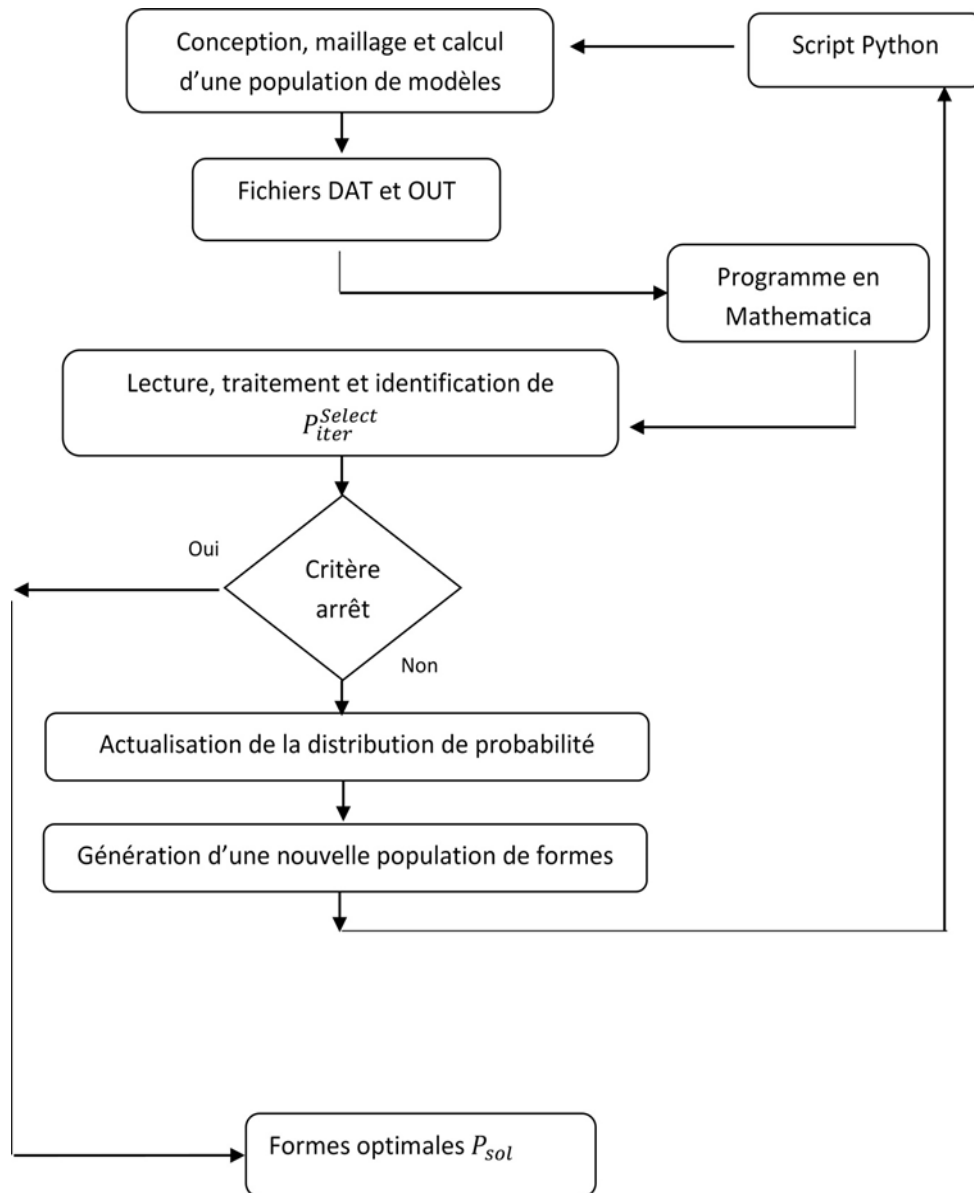


Fig.5.1.logigramme du processus d'optimisation de la présente étude

## 5.2. Efficacité et convergence de l'algorithme proposé :

L'approche proposée est une approche heuristique. Plusieurs formes seront constituées d'une L'exécution de l'algorithme proposé est arrêtée lorsque la valeur moyenne du taux de réduction du FIC atteint une valeur approximativement constante (Eq.4.13). Fig.5.2 montre l'évolution de ce paramètre durant le processus itératif.

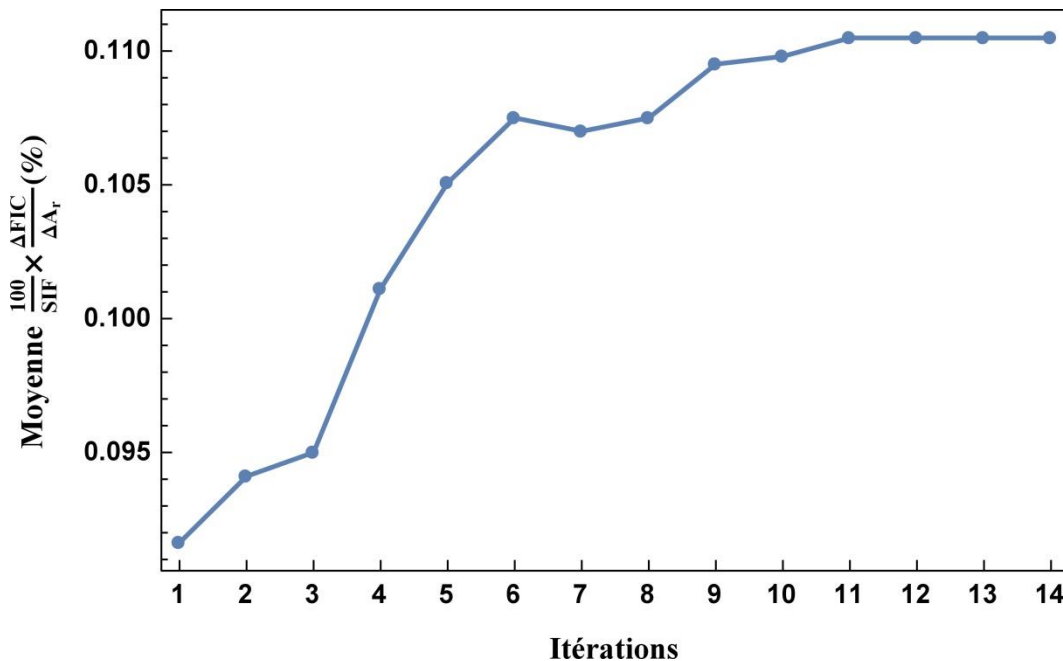


Fig.5.2.convergence de l'algorithme d'optimisation proposé

La valeur moyenne du taux de réduction du FIC commence à augmenter à partir de la première itération puisque l'algorithme a actualisé la distribution de probabilité afin d'explorer l'espace des formes qui minimisent davantage le FIC et l'aire du patch.

Ce paramètre a enregistré une remontée considérable à l'itération 3. Ceci indique que de nouvelles formes ont été identifiées. A partir de l'itération 9, la tendance croissante commence à se ralentir. Une valeur constante a été atteinte à l'itération 11.

La fluctuation légère, observée à l'itération 7, devait être due à la stratégie de sélection faisant que de nouvelles formes ont été ajoutées et d'autres éliminées durant le processus itératif.

La nature approximative des calculs par éléments finis peut expliquer aussi la cause de ces fluctuations. Cependant, la tendance générale est une tendance croissante vers une valeur constante. Après l'itération 11, l'algorithme a été maintenu en exécution pour 3 itérations supplémentaires afin de confirmer cette convergence.

La figure Fig.5.3 représente les solutions optimales identifiées dans l'espace des solutions potentielles évaluées durant le processus d'optimisation.

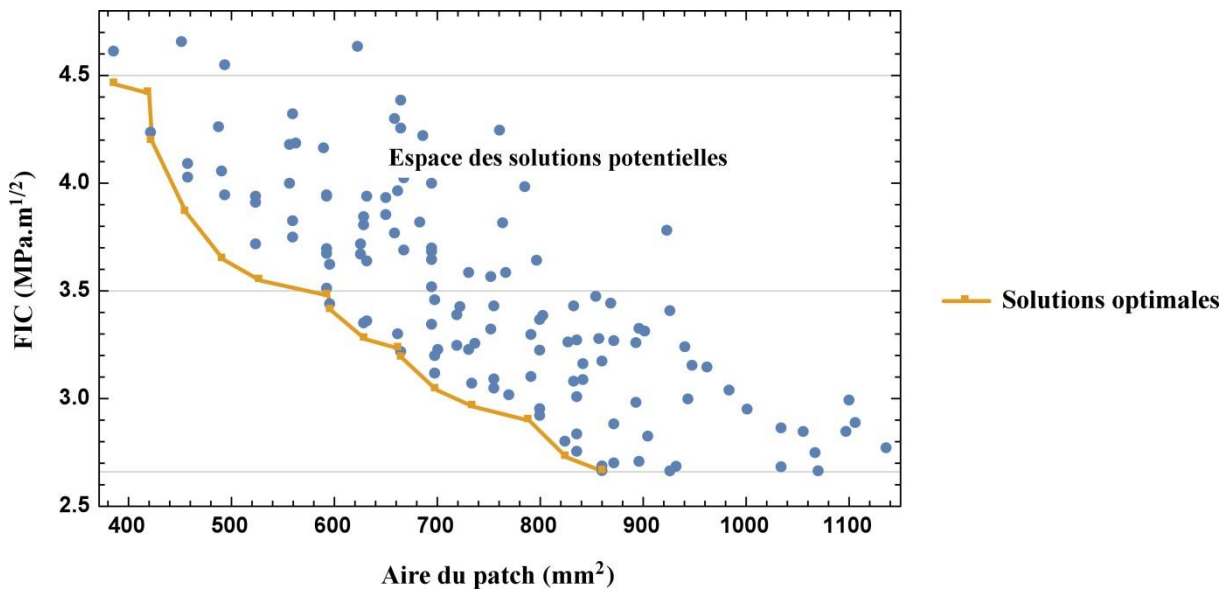


Fig.5.3.Courbe de Pareto (solutions optimales)

La courbe des solutions optimales est appelée la courbe de Pareto. Les formes correspondantes sont listées sur le tableau Tab .5.1.

Par comparaison aux formes rectangulaires, les formes optimales permettent de réduire le FIC tout en ayant des surfaces relativement basses. Sur la surface de réparation  $w_R \times H_R = 35 \times 35 \text{ mm}^2$ , le meilleur rectangle ( $w_p = 35 \text{ mm}$ ,  $H_p = 30 \text{ mm}$ ) permet le gain de 14.28% en surface. Cependant, 29.67% de surface peut être gagnée en utilisant la forme  $S(24,18,18,35)$ .

Tab.5.1 Formes optimales

| Forme du patch                                                                       | FIC ( $MPa.m^{1/2}$ ) | Aire du patch ( $mm^2$ ) |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------|
| S (24,18,18,35)                                                                      | 2.66                  | 861.5                    |
| S (24,12,18,35)                                                                      | 2.72                  | 825.5                    |
| S (18,12,18,35)                                                                      | 2.89                  | 789.5                    |
| S (24,18,18,24)                                                                      | 2.96                  | 735                      |
| S (24,12,18,24)                                                                      | 3.04                  | 699                      |
| S (24,18,18,18)                                                                      | 3.18                  | 666                      |
| S (18,12,18,24)                                                                      | 3.23                  | 663                      |
| S (35,18,35,12)                                                                      | 3.27                  | 630                      |
| S (24,18,18,12)                                                                      | 3.4                   | 597                      |
| S (18,12,18,18)                                                                      | 3.47                  | 594                      |
| S (24,18,18,6)                                                                       | 3.54                  | 528                      |
| S (24,12,18,6)                                                                       | 3.64                  | 492                      |
| S (18,12,18,6)                                                                       | 3.86                  | 456                      |
| S (24,12,12,6)                                                                       | 4.19                  | 423                      |
| S (18,6,18,6)                                                                        | 4.41                  | 420                      |
| <hr/>                                                                                |                       |                          |
| Best Rectangular shape<br>$w_p = w_R = 35mm$<br>$H_R = 30mm$                         | 2.83                  | 1050                     |
| Rectangular shape<br>over the full repair area<br>$w_p = w_R = 35mm$<br>$H_R = 35mm$ | 2.89                  | 1225                     |

En outre, la forme S (24,18,18,35) réduit le FIC mieux que n'importe quel patch rectangulaire.

Ce résultat est présenté sur la figure Fig.5.4 illustrant la variation du FIC en fonction de la hauteur du patch rectangulaire.

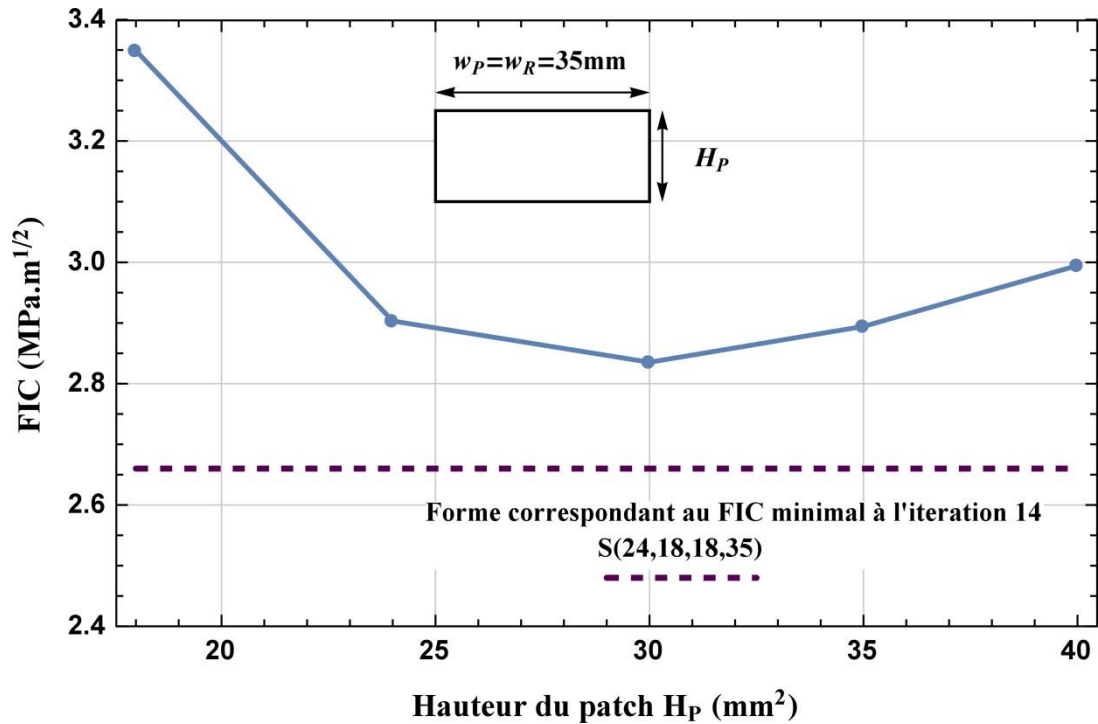


Fig.5.4. Résultats d'optimisation comparés au patch rectangulaire

La ligne en pointillé représente la forme du patch correspondant à la valeur minimale du FIC qui a été obtenue par l'algorithme. Cette comparaison montre, clairement, l'avantage d'appliquer des patches de formes irrégulières selon une configuration optimisée.

### 5.3. Analyse des formes optimales :

#### 5.3.1. caractéristique géométrique générale :

La première observation qui pourrait être soulevée est la tendance décroissante de la hauteur,  $H_1 > H_2$ , dans la région de la fissure. Cette spécificité géométrique permet de pallier à l'inconvénient des patches rectangulaires quand leurs hauteurs augmentent au-dessus d'une valeur seuil (Fig.5.4).

Le processus d'apprentissage, mis en place par le biais de réseau Bayésien, confirme ce résultat. En effet, Fig.5.5 montre que la recherche est orientée vers des formes ayant cette caractéristique. Autrement dit, l'identification de telles formes devient de plus en plus probable au cours du processus itératif.

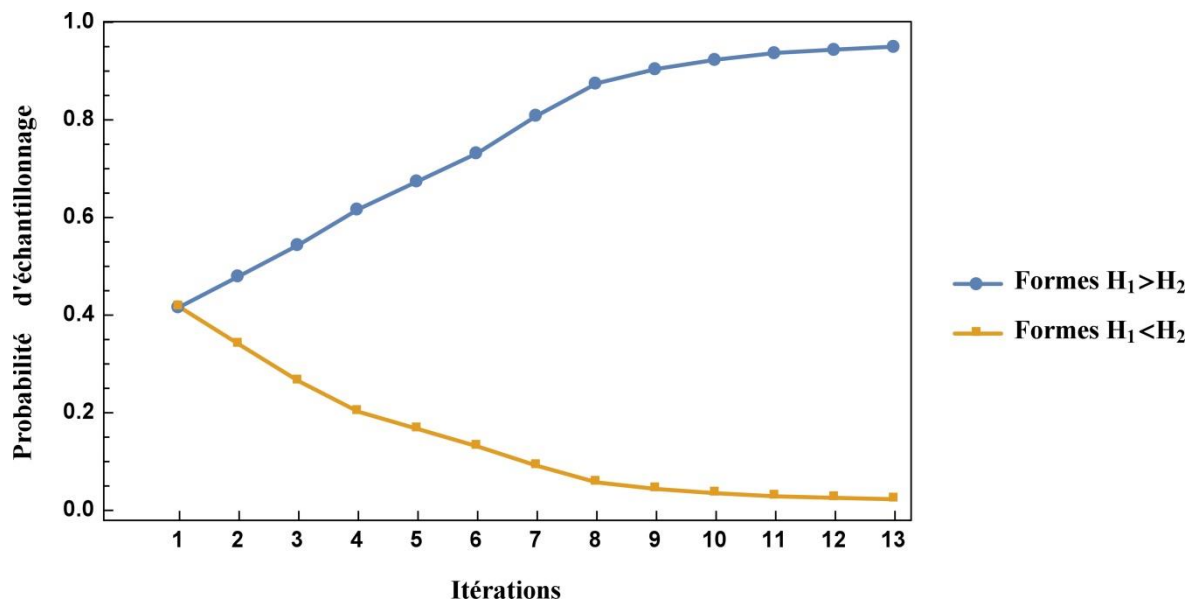


Fig.5.5.Evolution de la probabilité d'échantillonnage

La même figure montre aussi que l'algorithme d'optimisation écarte les formes ayant  $H_1 < H_2$ .

La tendance croissante de la hauteur dans la région de la fissure n'est pas favorable.

Ce constat peut être démontré autrement en analysant l'effet de la deuxième bande sur la réduction du FIC et sa comparaison avec les performances qui peuvent être atteintes avec des patches rectangulaires.

Prenant l'exemple d'un patch rectangulaire  $w_p = 35mm$  et  $H_p = 30mm$ , la figure Fig.5.6 montre que la diminution de la hauteur de la seconde bande se répercute positivement sur le FIC.

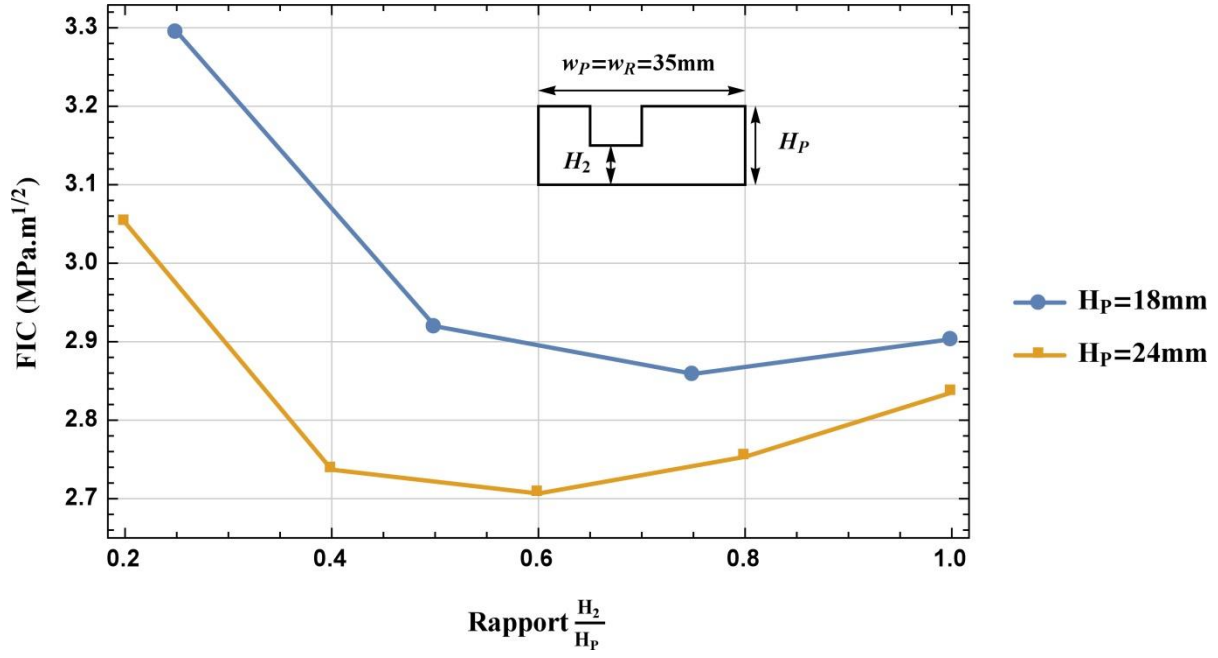


Fig.5.6.Effet de la deuxième bande

### 5.3.2. Classification des formes :

Parmi les formes optimales citées dans le tableau Tab.5.1, 04 formes sont à distinguer :

- La forme correspondant à la valeur minimale du FIC
- La forme correspondant à la valeur minimale de l'aire du patch
- La forme correspondant à la valeur maximale du taux de réduction du FIC
- La forme correspondant à la valeur maximale du taux de réduction de la surface

Le taux de réduction du FIC a été exprimé par Eq.4.13. Similairement, le taux de réduction de la surface est définie par :

$$\frac{100}{A_{p.ref}} \times \frac{\Delta A_r}{\Delta FIC} = \left( \frac{100}{FIC_m - FIC_{ref}} \times \frac{A_{p.ref} - A_{r.m}}{A_{p.ref}} \right) (\% / MPa.m^{1/2}) \quad (Eq.5.1)$$

$FIC_{ref}$  et  $A_{p.ref}$  sont le FIC et l'aire du patch correspondant à la forme ayant la valeur minimale du FIC. Selon ces définitions, le taux de réduction de surface mesure la réduction supplémentaire en surface du patch en augmentant d'une unité le FIC.

Sur le tableau Tab.5.2, sont mentionnées les valeurs de ces paramètres correspondant aux formes optimales.

Tab.5.2 Taux de réduction du FIC et de surface pour les formes optimales

| Forme du patch  | FIC ( $MPa.m^{1/2}$ ) | Aire du patch ( $mm^2$ ) | Taux de réduction FIC $\%/mm^2$ | Taux de réduction Aire du patch $\%/MPa.m^{1/2}$ |
|-----------------|-----------------------|--------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------|
| S (24,18,18,35) | 2.66                  | 861.5                    | 0.084                           | /                                                |
| S (24,12,18,35) | 2.72                  | 825.5                    | 0.0885                          | 65.09                                            |
| S (18,12,18,35) | 2.89                  | 789.5                    | 0.087                           | 35.66                                            |
| S (24,18,18,24) | 2.96                  | 735                      | 0.096                           | 49.08                                            |
| S (24,12,18,24) | 3.04                  | 699                      | 0.101                           | 49.95                                            |
| S (24,18,18,18) | 3.18                  | 666                      | 0.102                           | 43.28                                            |
| S (18,12,18,24) | 3.23                  | 663                      | 0.0997                          | 40.52                                            |
| S (35,18,35,12) | 3.27                  | 630                      | 0.109                           | 43.84                                            |
| S (24,18,18,12) | 3.4                   | 597                      | 0.112                           | 41.17                                            |
| S (18,12,18,18) | 3.47                  | 594                      | 0.106                           | 38.08                                            |
| S (24,18,18,6)  | 3.54                  | 528                      | 0.145                           | 43.75                                            |
| S (24,12,18,6)  | 3.64                  | 492                      | 0.173                           | 43.63                                            |
| S (18,12,18,6)  | 3.86                  | 456                      | 0.193                           | 39.19                                            |
| S (24,12,12,6)  | 4.19                  | 423                      | 0.165                           | 33.26                                            |
| S (18,6,18,6)   | 4.41                  | 420                      | 0.027                           | 29.21                                            |
| S (18,12,12,6)  | 4.45                  | 387                      | /                               | 30.67                                            |

De ce tableau, sont distinguées les valeurs suivantes:

- La valeur minimale du FIC :  $2.66 \text{ MPa.m}^{1/2}$  obtenue avec la forme  $S(24,18,18,35)$
- La valeur minimale de l'aire du patch :  $387 \text{ mm}^2$  obtenue avec la forme  $S(18,12,12,6)$
- La valeur maximale du taux de réduction du FIC:  $0.19\%.\text{mm}^2$  obtenue avec la forme  $S(18,12,18,6)$
- La valeur maximale du taux de réduction de surface :  $65.09\% \text{ MPa.m}^{1/2}$  obtenue avec la forme  $S(24,12,18,35)$

La forme  $S(24,12,18,35)$  correspond à la valeur maximale du taux de réduction de surface. De la figure Fig.5.7, il est possible de constater que cette forme est obtenue par une réduction de la hauteur de la deuxième bande de la forme  $S(24,18,18,35)$  qui correspond à la valeur minimale du FIC.

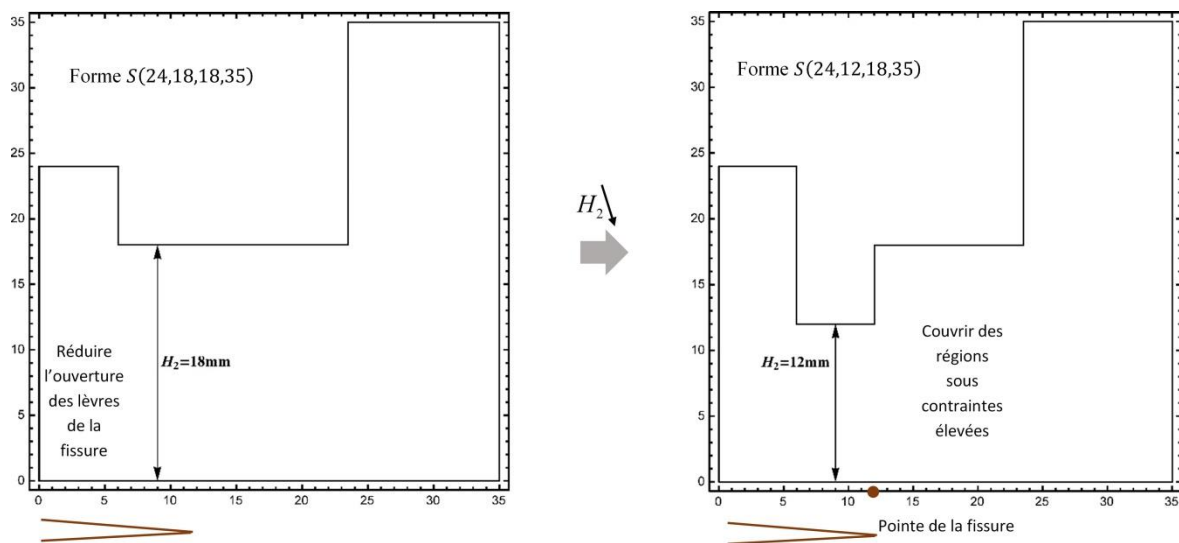


Fig.5.7. Passage du FIC minimal au taux de réduction de surface maximal

En effet, une diminution de 33% de cette hauteur produit une augmentation de 2.25% seulement dans la valeur du FIC (Tab.5.1 et Tab.5.2). Autrement dit, un gain équivalent de 65.09% peut être obtenu en surface du patch en acceptant que le FIC augmente de  $1 \text{ MPa.m}^{1/2}$ .

Concernant le taux de réduction du FIC, la forme  $S(18,12,18,6)$  correspond à la valeur maximale de ce paramètre. Cette forme est obtenue par l'augmentation de 33% de la hauteur de la troisième bande de la forme  $S(18,12,12,6)$  qui a la surface minimale de tous les patches. (Fig.5.8). Ceci provoque une diminution de 13.25% dans la valeur du FIC.

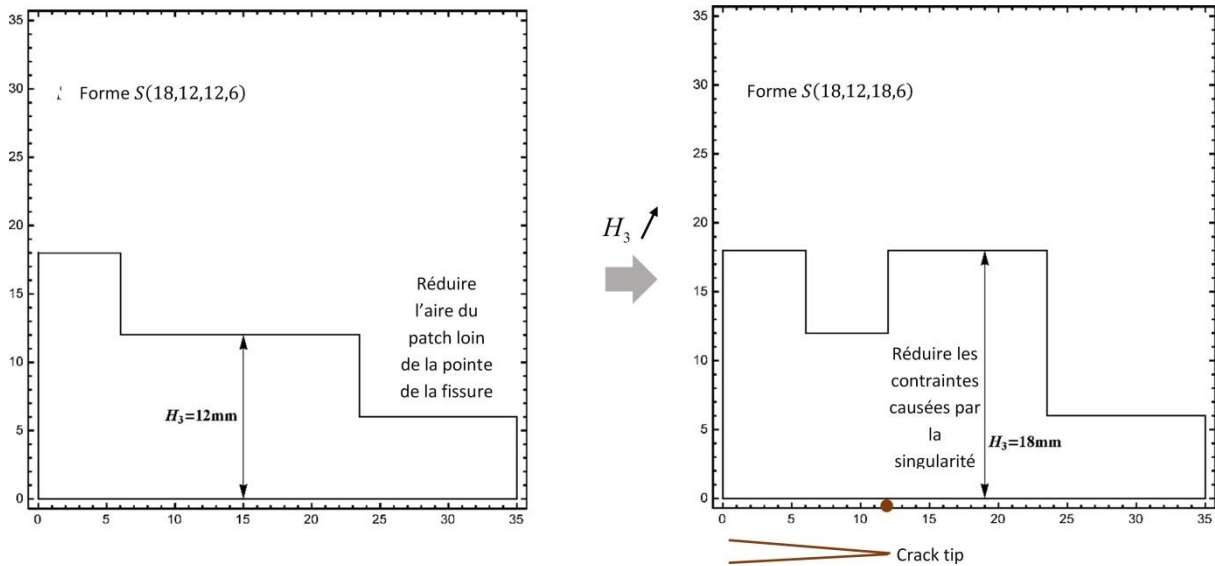


Fig.5.8. Passage de la surface minimale au taux de réduction de FIC maximal

Comparées aux autres bandes, la troisième bande apporte le plus grand impact sur l'amélioration de la réparation en réduisant considérablement le FIC. Ceci s'explique par le fait que cette bande couvre la région soumise à de fortes contraintes générées par la singularité de la fissure.

L'observation de ces formes permet de tirer les conclusions suivantes :

- La première bande représente la région du milieu de la fissure. Couvrir cette région permet de réduire l'ouverture des lèvres de la fissure
- La région suivante (Bande 2  $H_2$ ) se trouve juste derrière la pointe de la fissure
- La troisième région est développée en aval de la pointe de la fissure (Bande 3). Elle est caractérisée par une tendance croissante de la hauteur afin de couvrir les zones de plaque qui sont soumises à de fortes contraintes générées par la singularité de la fissure.

- La bande  $H_4$  représente la région lointaine de la pointe de la fissure. Couvrir cette région contribue à la réduction du FIC mais un gain en surface de patch peut être obtenu aussi pourvu que  $H_1$  (milieu de la fissure) et  $H_3$  (la région en aval de la pointe de la fissure) soient suffisamment couvertes.

Finalement, trois groupes de formes sont identifiés:

Finally, three groups of shapes are identified:

- Formes “noeud-papillon” (Bow-tie like shapes): ce nom est donné aux formes  $S(24,18,18,35)$  et  $S(24,12,18,35)$ . (Fig.5.9)

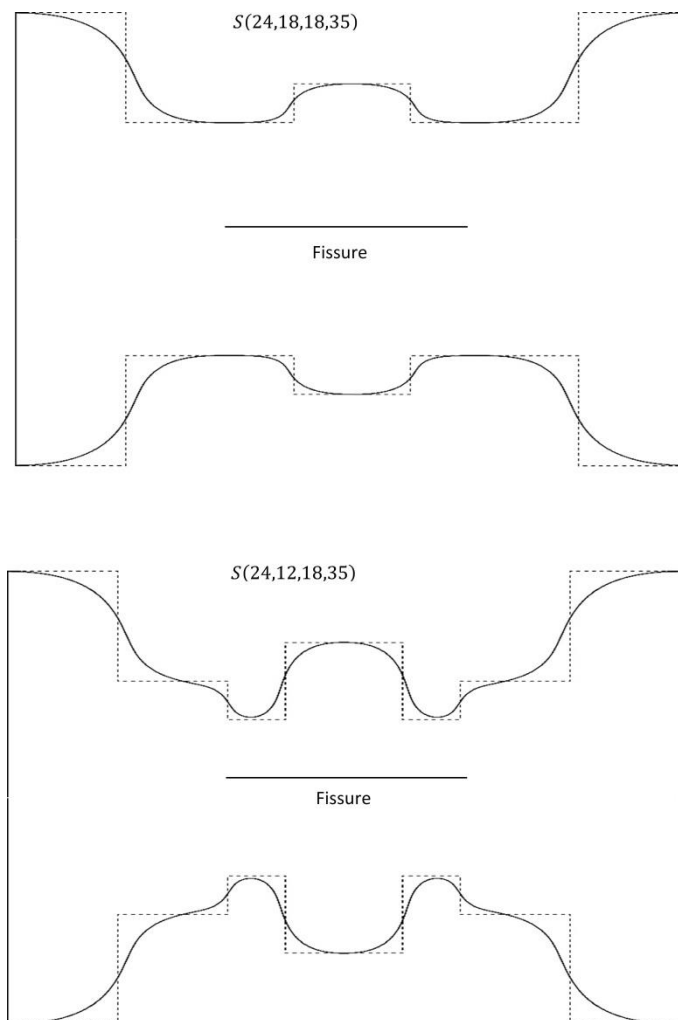


Fig.5.9. Formes noeud papillon « Bow tie Like shapes »

- Formes “noeud-papillon” modifies (Modified Bow-tie like shape): ce nom est donnée à la forme  $S(18,12,18,6)$  (Fig.5.10)

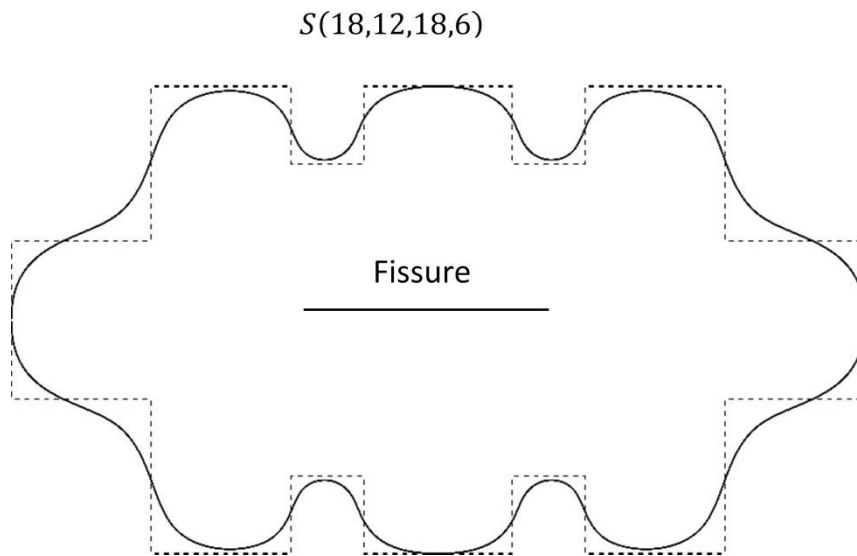


Fig.5.10. Forme noeud papillon modifié « Modified bow tie like shape »

- Formes “losanges” (Diamond-like shape): donné à la forme  $S(18,12,12,6)$  (Fig.5.11)

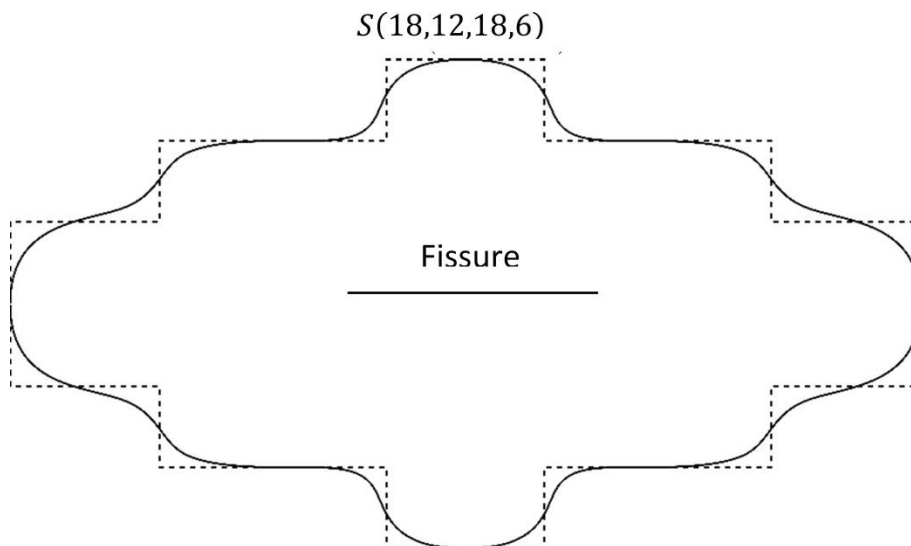


Fig.5.11. Forme losange « Diamond like shape »

Le lissage des formes a été effectué par l'utilisation des courbes B-spline curves [58].

## 5.4. L'effet des contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif :

### 5.4.1. Méthode d'optimisation de trois objectifs :

Outre le FIC et l'aire du patch, cette section tiendra compte des contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif. Pour cela, un paramètre sous forme d'un ratio est défini comme suit :

$$R_{\tau, peaks} = Moyenne \left( \frac{\tau_{yz, peaks}}{\tau_l} \right) \quad (Eq.5.2)$$

$\tau_l$  est la contrainte linéaire limite au cisaillement pour l'adhésif.

Eq.5.2 donne la valeur moyenne de tous les « peaks » des contraintes de cisaillement observés sur la demi-longueur de la fissure, où de fortes déformations en cisaillement se développent tel que décrit par Papanikos et al.[39].

Le principe appliqué à l'optimisation de deux objectifs sera généralisé pour être utilisé aussi pour ce cas. Parmi les solutions potentielles de l'ensemble  $P_{Iter}$ , une solution  $S^{ND}$  est dite solution non dominée si :

- La solution  $S^{ND}$  n'est pas la plus mauvaise par rapport à tous les objectifs
- La solution  $S^{ND}$  est au moins mieux que les autres solutions par rapport à un objectif
- Toute solution n'appartenant pas à  $P^{ND}$  (ensemble des solutions non dominées) doit être dominée au moins par une solution de l'ensemble  $P^{ND}$

L'algorithme « Naive and slow » utilisé précédemment sera généralisé et adapté au cas de trois objectifs pour l'identification des solutions non dominées et par conséquent les formes sélectionnées à chaque itération. La courbe de Pareto sera remplacée par une surface de Pareto puisqu'il s'agit de trois objectifs.

Les dimensions du modèle ont été légèrement modifiées :

- La surface de réparation est maintenant  $A_R = w_R \times H_R = 40mm \times 30mm$ .
- Cinq (05) bandes sont alors utilisées pour modéliser le patch.
- L'épaisseur de la plaque est 2mm
- L'épaisseur du patch est 1mm

- L'épaisseur de l'adhésif est 0.125mm

La modification de  $A_R$  avec l'utilisation de 05 bandes a été faite pour analyser la tendance de la hauteur en aval de la pointe de la fissure et comparer les résultats avec le modèle à 04 bandes. Cette modification et celle des valeurs des épaisseurs s'expliquent aussi par le fait que la présente thèse est rédigée sur la base de deux travaux effectués et publiés séparément en deux phases différentes et s'étalant sur une période assez prolongée [59, 60]. Il n'en demeure pas moins que l'interprétation et les conclusions qualitatives seront valables.

La figure Fig.5.12 illustre l'identification des solutions non dominées dans le cas de la minimisation de trois objectifs. La Fig.5.12 présente les solutions non dominées par un nuage de points distingués par des barres, alors que la Fig.5.13 les présente sous forme d'une surface de Pareto.

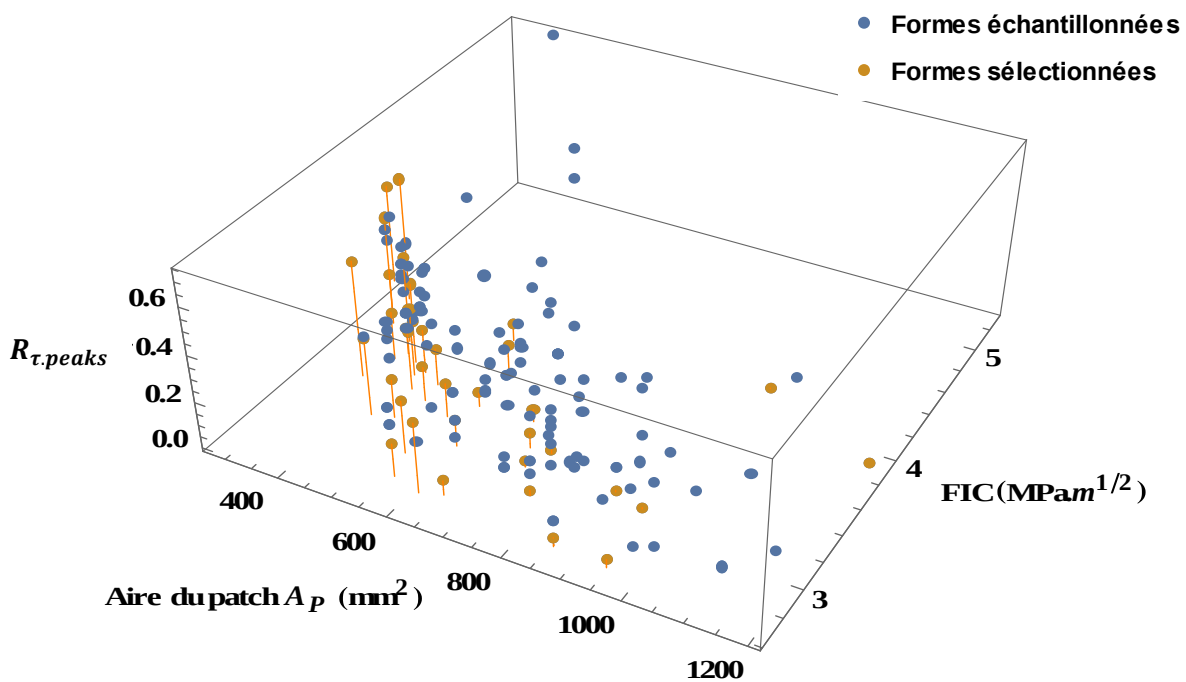


Fig.5.12 Solutions non dominées dans un problème à 3 objectifs

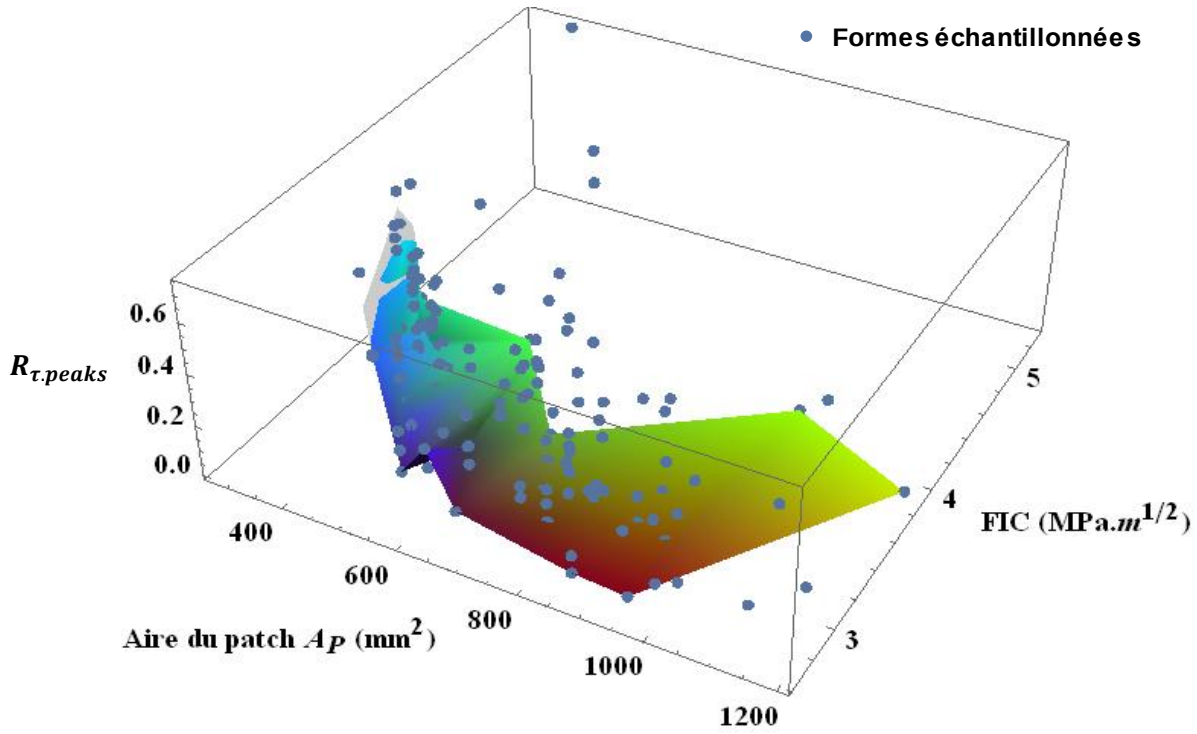


Fig.5.13. Surface de Pareto dans un problème à 3 objectifs

La figure Fig.5.14 est un graphe de contour qui montre la répartition des solutions non dominées par rapport aux trois objectifs. Cette représentation graphique est utile puisqu'elle permet de distinguer les formes sélectionnées selon leurs performances, ce qui aide l'utilisateur à cibler les formes qui lui conviennent.

Ainsi, il est possible d'identifier des formes de faibles surfaces ( $A_P < 400mm^2$ ) et de  $FIC \cong 4MPa.m^{1/2}$  mais qui développent des contraintes de cisaillement assez élevée ( $R_\tau \cong 0.4$ ). Pour la même valeur du FIC, d'autres formes de surface beaucoup plus larges ( $A_P > 1000mm^2$ ) réduisent considérablement les contraintes de cisaillement ( $R_\tau \leq 0.2$ ).

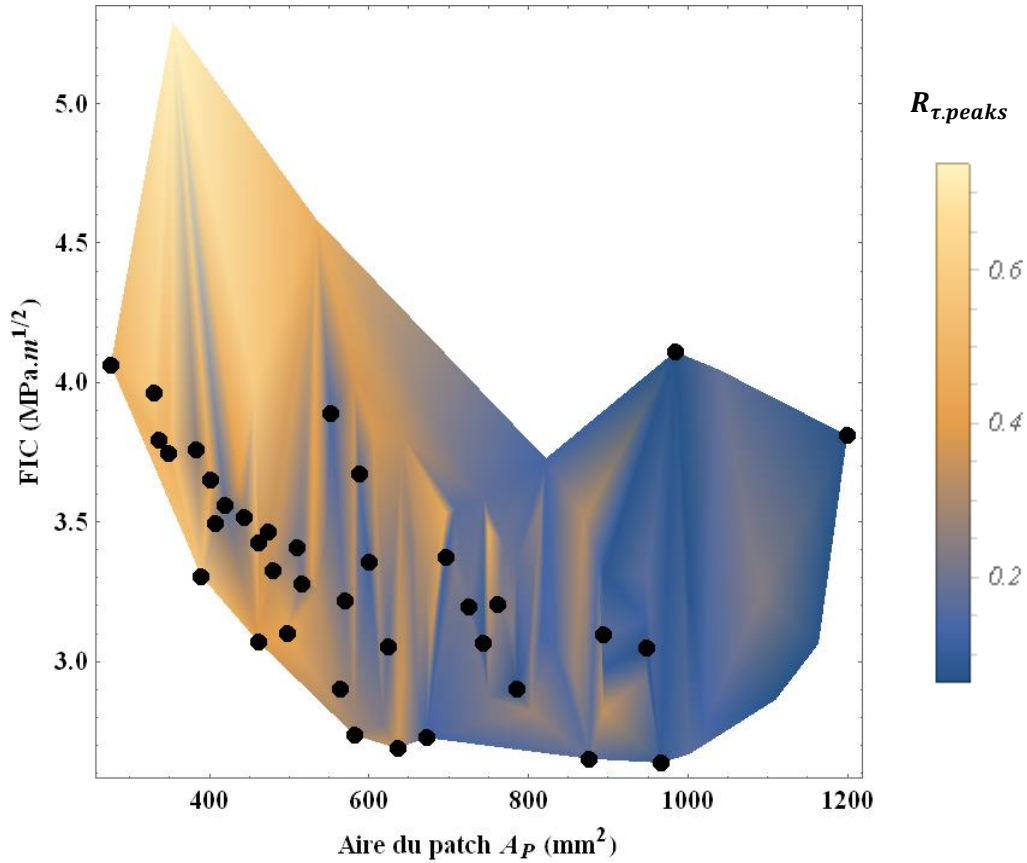


Fig.5.14. Graphe de contour pour des solutions non dominées

#### 5.4.2. Analyse des formes géométriques obtenues :

Des formes, similaires au cas de deux objectifs, ont été obtenues pour le cas de la minimisation de trois objectifs (voir tableau Tab.5.3).

Le premier constat qui peut être fait est, incontestablement, la caractéristique géométrique du patch, au voisinage de la fissure pour les trois premières formes. En effet, la hauteur diminue en amont de la pointe de la fissure pour reprendre une remontée en aval. Ceci donne la forme d'une vallée dans ce voisinage, et le nom « U-shaped feature » a été donné à cette caractéristique [59]. Il est à noter que ces formes correspondent aux valeurs FIC et  $R_{\tau,peaks}$  les plus réduits mais les aires les plus élevées.

La même classification des formes est adoptée. Ainsi, on distingue les formes « nœud papillon » (ou encore « Bow-tie like shape » et « Modified bow-tie like shape ») et les formes

losanges (ou encore « Diamond like shape » et « Modified diamond like shape ») Les deux dernières formes correspondent à la forme « losange ».

Tab.5.3 Formes optimales en considérant les contraintes de cisaillement

| Formes                                                | FIC ( $MPa.m^{1/2}$ )               | Aire du patch ( $mm^3$ ) | $R_{r \text{ peaks}}$ |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-----------------------|
| $S(24,6,24,30,30)$                                    | Bow-tie like shape<br>2.63          | 966                      | 0.26                  |
| $S(24,6,12,24,12)$                                    | Modified Bow-tie like shape<br>2.68 | 636                      | 0.29                  |
| $S(24,6,12,24,6)$                                     | 2.73                                | 582                      | 0.295                 |
| $S(24,6,12,12,6)$                                     | Modified diamond like shape<br>3.07 | 462                      | 0.32                  |
| $S(30,12,6,6,6)$                                      | Diamond like shape<br>3.55          | 420                      | 0.36                  |
| Comparaison                                           |                                     |                          |                       |
| Rectangle:<br>$w_P = w_R = 40mm$ , $H_P = H_R = 30mm$ | 3.8                                 | 1200                     | 0.28                  |

La figure Fig.5.15, ci-dessous, est une illustration de la caractéristique géométrique appelée « U-shaped feature » pour la forme  $S(24,6,12,24,6)$ .

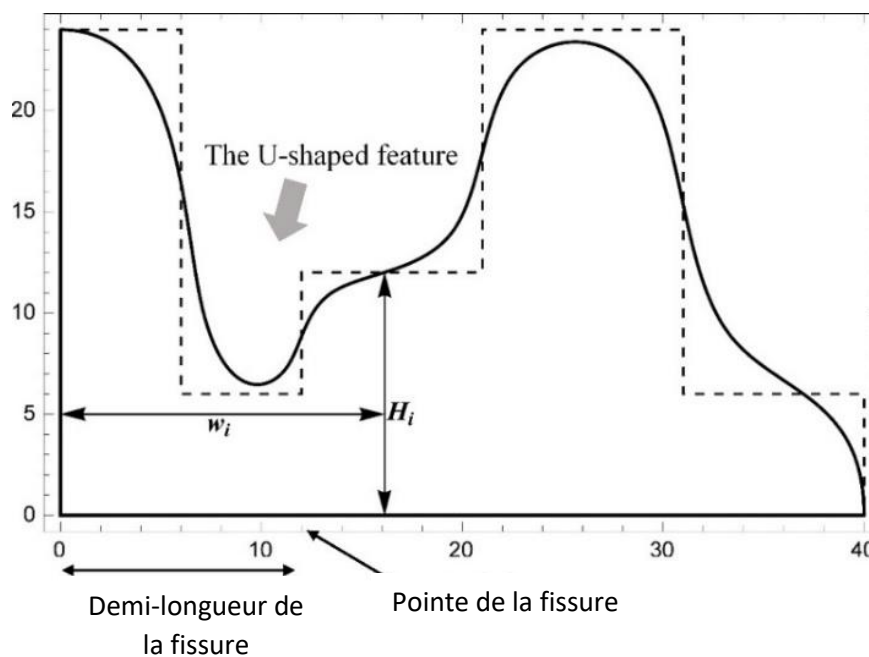


Fig.5.15. La caractéristique géométrique « U-shaped feature »

Par ailleurs, la couverture de la 5<sup>ème</sup> bande (loin de la pointe de la fissure) contribue légèrement à la réduction du FIC par rapport au gain de masse que l'on peut atteindre en diminuant la hauteur de cette bande (ce constat a été déjà mis en évidence dans le cas de l'optimisation de deux objectifs).

Pour démontrer ce constat, on considère les deux formes optimales  $S(24,6,12,24,12)$  et  $S(24,6,12,24,6)$  qui ne se diffèrent que par la hauteur de la 5<sup>ème</sup> bande (Voir Fig.5.16)

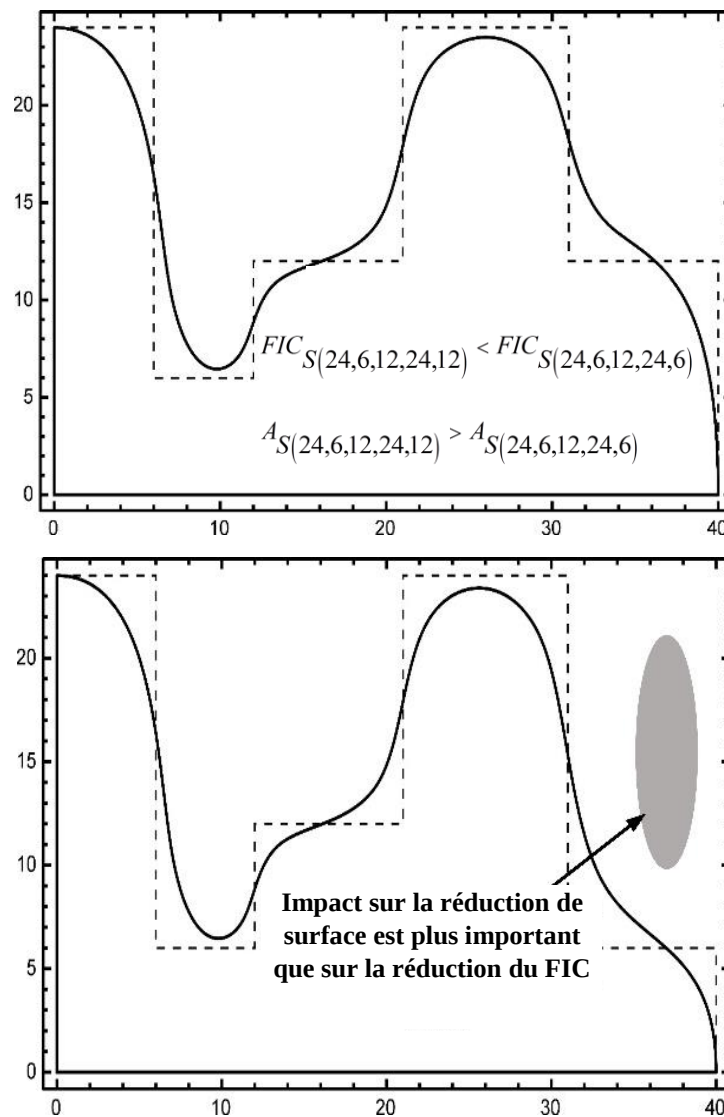


Fig.5.16. Effet de la 5<sup>ème</sup> bande

On définit le gain marginal en surface et la réduction marginale en FIC correspondant à ces deux formes :

$$\partial Gain_{surface} (S(24,6,12,24,6)) = \frac{A_{S(24,6,12,24,12)} - A_{S(24,6,12,24,6)}}{A_{S(24,6,12,24,12)}} \times \frac{FIC_{S(24,6,12,24,6)}}{FIC_{S(24,6,12,24,6)} - FIC_{S(24,6,12,24,12)}} (\%) \quad (\text{Eq.5.3})$$

$$\partial Reduction_{SIF} (S(24,6,12,24,12)) = \frac{FIC_{S(24,6,12,24,6)} - FIC_{S(24,6,12,24,12)}}{FIC_{S(24,6,12,24,6)}} \times \frac{A_{S(24,6,12,24,12)}}{A_{S(24,6,12,24,12)} - A_{S(24,6,12,24,6)}} (\%) \quad (\text{Eq.5.4})$$

Les formes  $S(24,6,12,24,12)$  et  $S(24,6,12,24,6)$  ne se diffèrent que par la hauteur de la 5<sup>ème</sup> bande. Appliquant les équations Eq.5.3 et Eq.5, on trouve que 4, 4.67% de gain en surface peut être atteint en permettant le FIC d'augmenter de 1%. Cependant, 0.19% seulement de réduction en FIC peut être réalisée par une augmentation de 1% en surface de patch.

Concernant les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif, les deux formes  $S(24,6,12,24,12)$  et  $S(24,6,12,24,6)$  sont pratiquement similaires, mais elles sont moins performantes que la forme  $S(24,6,24,30,30)$ . Voir Fig.5.17.

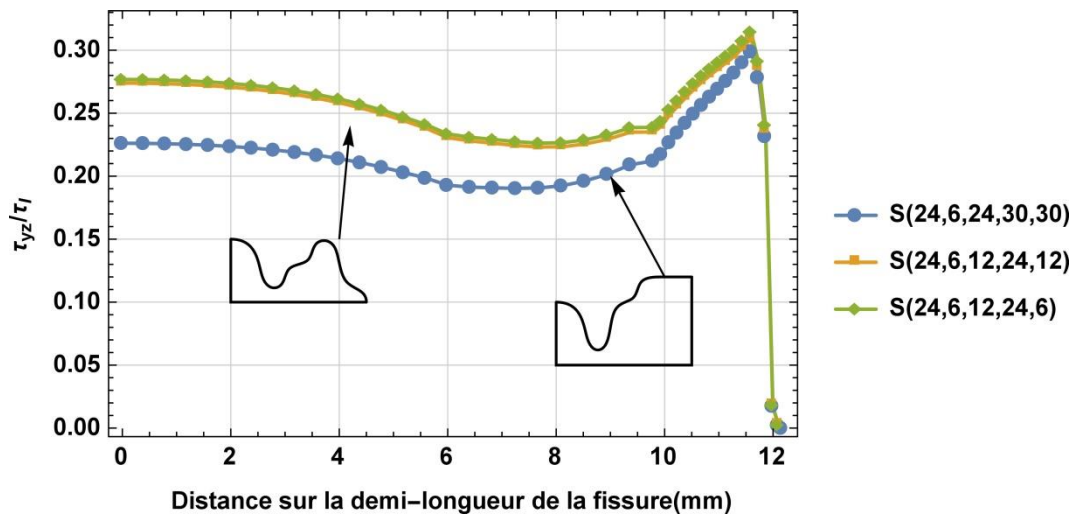


Fig.5.17. Contraintes de cisaillement dans le cas des formes « Bow-tie like shape »

La couverture des régions, juste en aval de la pointe de la fissure (bande 3 et bande 4), a non seulement un effet sur le FIC mais elle réduit les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif.

Les deux dernières formes du tableau Tab.5.3,  $S(24,6,12,12,6)$  et  $S(30,12,6,6,6)$ , sont les formes à moindre surfaces. Elles permettent la réparation mieux le patch rectangulaire mais elles développent, néanmoins, des contraintes de cisaillement élevées dans le joint d'adhésif (voir Fig.5.18)

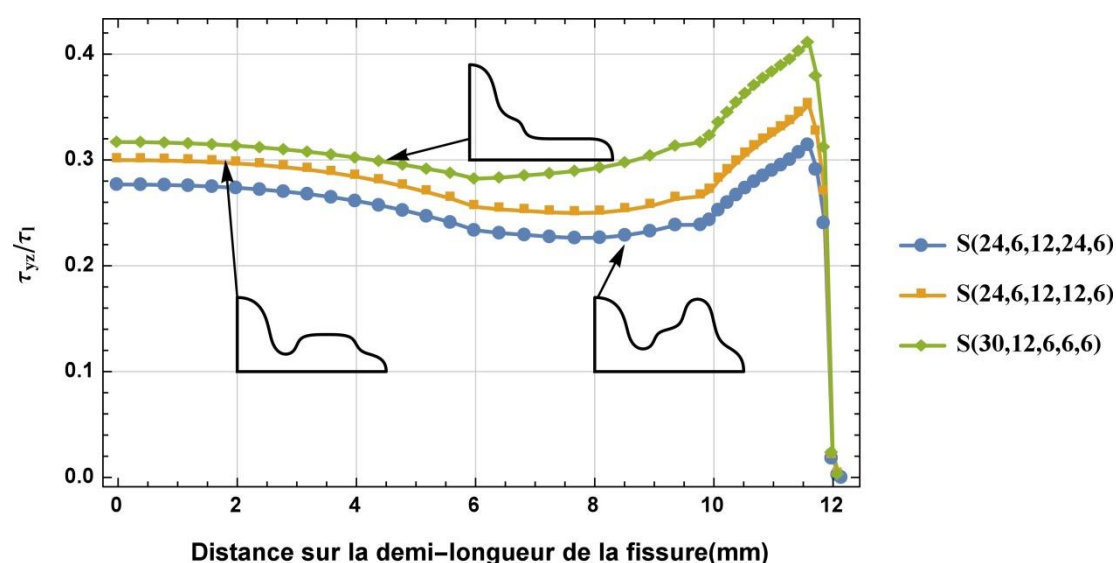


Fig.5.18. Contraintes de cisaillement dans le cas des formes  $S(24,6,12,12,6)$  et  $S(30,12,6,6,6)$

Ces contraintes élevées sont causées par la surface du patch réduite au niveau de la 3<sup>ème</sup> bande (au voisinage et en aval de la pointe de la fissure).

Malgré ces contraintes élevées, ces formes ont été identifiées parmi les formes optimales selon le principe d'optimalité de Pareto. Elles réparent la plaque fissurée mieux que le patch rectangulaire tout en faisant un gain en surface de l'ordre de 65% (voir Tab.5.3).

### 5.4.3. Méthode quantitative pour la comparaison et sélection entre les formes optimales :

Pour comparer et sélectionner entre les formes optimales, des facteurs de pondération sont définis comme suit :

$$Pdr_{FIC}(Forme Opt "i") = F_{FIC} / F_{Total} \quad (Eq.5.5)$$

$$Pdr_{Surface}(Forme Opt "i") = F_{Surface} / F_{Total} \quad (Eq.5.6)$$

$$Pdr_{Shear}(Forme Opt "i") = F_{Shear} / F_{Total} \quad (Eq.5.7)$$

$$F_{FIC} = \left( \frac{FIC^{Max} - FIC_{Forme Opt "i"}}{FIC^{Max} - FIC^{Min}} \right) \quad (Eq.5.8)$$

$$F_{Surface} = \left( \frac{A^{Max} - A_{Forme Opt "i"}}{A^{Max} - A^{Min}} \right) \quad (Eq.5.9)$$

$$F_{Shear} = \left( \frac{R_{\tau, peaks}^{Max} - R_{\tau, peaks}(Forme Opt "i")}{R_{\tau, peaks}^{Max} - R_{\tau, peaks}^{Min}} \right) \quad (Eq.5.10)$$

$$F_{Total} = F_{FIC} + F_{Surface} + F_{Shear} \quad (Eq.5.11)$$

- $FIC^{Max}$  and  $FIC^{Min}$  sont les valeurs maximale et minimale du FIC respectivement
- $A^{Max}$  and  $A^{Min}$  sont les valeurs maximale et minimale de l'aire du patch
- $R_{\tau, peaks}^{Max}$  and  $R_{\tau, peaks}^{Min}$  sont les valeurs maximales et minimale du ratio des contraintes de cisaillement

En se référant au tableau Tab.5.3, ces valeurs sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} FIC^{Max} = FIC_{\text{Rectangle}} \\ FIC^{Min} = FIC_{S(24,6,24,30,30)} \\ A^{Max} = A_{\text{Rectangle}} \\ A^{Min} = A_{S(30,12,6,6,6)} \\ R_{\tau \text{ peaks}}^{Max} = R_{\tau \text{ peaks}}(S(30,12,6,6,6)) \\ R_{\tau \text{ peaks}}^{Min} = R_{\tau \text{ peaks}}(S(24,6,24,30,30)) \end{array} \right. \quad (\text{Eq.5.12})$$

Le patch rectangulaire a les dimensions :  $w_p = w_R = 40mm$ ,  $H_p = H_R = 30mm$  (Tab.5.3).

Eqs.5.8-5.10 donnent l'écart relatif d'une solution par rapport à la valeur maximale (donc la plus mauvaise puisque c'est un problème de minimisation) de chaque objectif.

Eqs.5-5-5.7 expriment, alors, les facteurs de pondération pour une solution correspondant à une forme « Opt i ». Les résultats sont présentés sur le tableau Tab.5.4.

Tab.5.4 : Facteurs de pondération pour les formes optimales

| Formes                                                         | $Pdr_{FIC}$ (%) | $Pdr_{Surface}$ (%) | $Pdr_{Shear}$ (%) | Déviati<br>standard |
|----------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|-------------------|---------------------|
| $S(24,6,24,30,30)$                                             | 43.8            | 13.15               | 42.99             | 17.47%              |
| $S(24,6,12,24,12)$                                             | 40.44           | 30.55               | 28.99             | 6.2%                |
| $S(24,6,12,24,6)$                                              | 39.01           | 33.8                | 27.18             | 5.9%                |
| $S(24,6,12,12,6)$                                              | 31.79           | 48.21               | 19.98             | 14.17%              |
| $S(30,12,6,6,6)$                                               | 17.6            | 82.39               | 0                 | 43.39%              |
| Patch rectangulaire<br>$w_p = w_R = 40mm$ , $H_p = H_R = 30mm$ | 0               | 0                   | 1                 | 57.73%              |

L'utilisateur choisira la forme qui soit la plus proche à ses facteurs de pondération ciblés. En guise d'exemple, si l'utilisateur mise beaucoup plus sur la réduction du FIC et les contraintes de cisaillement, alors la forme  $S(24,6,24,30,30)$  serait la meilleure car elle a les facteurs de pondération  $Pdr_{FIC} = 43.8\%$  et  $Pdr_{Shear} = 42.99\%$  qui sont les plus élevés.

Il est, cependant, possible et très fréquent que l'utilisateur cherche à minimiser tous les objectifs de la même manière. Dans ce cas, les facteurs de pondérations des trois objectifs sont égaux ou sont du même ordre de grandeur.

Pour traiter ce point, la déviation standard des trois facteurs de pondération est calculée. Elle mesure la dispersion des trois facteurs et fournit en conséquence un moyen pour évaluer la manière dont les facteurs sont distribués autour d'une valeur moyenne. Moins la déviation de standard est importante, plus est étroit l'intervalle entre le maximum et le minimum des facteurs de pondérations pour une forme géométrique donnée. Dans un tel cas, le FIC, l'aire du patch et le ratio des contraintes de cisaillement auront des valeurs presque égales. Appliquant cette démarche, la déviation standard est la plus faible (autour de 6%) pour la forme  $S(24,6,12,24,6)$ . Comparée au patch rectangulaire, elle apporte une réduction supplémentaire de 28.15% en FIC, et un gain de 51.5% en surface de patch.

#### **5.4.4. Synthèse sur les familles des formes optimales :**

La présente étude a jeté plus de lumière sur la problématique de l'optimisation de la forme du patch pour la réparation des plaques fissurées. Différemment des autres modèles d'optimisation, cette étude présente une méthode multi-objectif qui a permis d'obtenir des familles de formes géométriques.

D'abord, il y a la famille des formes « nœud de papillon » ou encore « Bow-tie like shape » représentée par les formes  $S(24,18,18,35)$  et  $S(24,12,18,35)$  (pour le modèle à 04 bandes, voir Fig.5.9) ou les formes  $S(24,6,24,30,30)$  (pour le modèle 05 bandes). Cette famille est très similaire à la forme obtenue par Brighenti et al.[51] qui ont utilisé un algorithme génétique. Cependant, la présente approche a démontré par le biais d'une formulation probabiliste explicite que cette famille de formes est la meilleure dans le cas unique où l'utilisateur mise sur la réduction du FIC et des contraintes de cisaillement seulement. Tenant compte de l'aire du patch comme objectif, une autre famille de formes a été identifiée comme les meilleures par rapport à

la réduction du FIC, de l'aire du patch et des contraintes de cisaillement simultanément. Il s'agit, évidemment, de la famille « Modified bow-tie like shape » représentée par  $S(18,12,18,12)$  et  $S(18,12,18,6)$  (pour le cas du modèle à 04 bandes, voir Fig5.10 et Fig.5.11) ou par  $S(24,6,12,24,12)$  et  $S(24,6,12,24,6)$  (cas du modèle à 05 bandes).

## Chapitre 6

### Effet des propriétés du patch et amélioration des paramètres de l'adhésif

“Si les équations mathématiques ne peuvent pas apporter du progrès dans la compréhension des phénomènes complexes dans le monde naturel, comment pourrions-nous faire du progrès?”

—Stephen Wolfram

#### 6.1. Introduction :

La forme « nœud de papillon modifié » ou « modified bow-tie like shape » a été identifiée comme l'une des formes optimales ayant la plus faible valeur du taux de réduction de surface et la valeur la plus élevée du taux de réduction du FIC. En outre, cette forme permet de minimiser presque identiquement les trois objectifs du problème.

Le tableau Tab.6.1 compare entre l'efficacité avérée de cette forme et celle d'un patch rectangulaire en variant les épaisseurs.

Tab.6.1 Efficacité de la forme « modified bow-tie like shape » pour différentes épaisseurs

| Cas                       | Patch                                                                                | Epaisseur (mm)                            | FIC<br><i>MPa.m</i> <sup>1/2</sup> | Volume<br><i>mm</i> <sup>3</sup> | Gain en<br>volume<br>% |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|------------------------|
| 1                         | Rectangle                                                                            | 1                                         | 5.83                               | 1050                             | 52.22                  |
|                           | Modified Bow-tie                                                                     | 1.1                                       | 5.83                               | 501.6                            |                        |
| 2                         | Rectangle                                                                            | 1.5                                       | 4.54                               | 1575                             | 50.78                  |
|                           | Modified Bow-tie                                                                     | 1.7                                       | 4.54                               | 775.2                            |                        |
| 3                         | Rectangle                                                                            | 2                                         | 3.73                               | 2100                             | 19.65                  |
|                           | Modified Bow-tie                                                                     | 3.7                                       | 3.73                               | 1687.2                           |                        |
| Dimensions des<br>patches | Rectangle<br><i>w<sub>p</sub></i> = 35 <i>mm</i> <i>H<sub>p</sub></i> = 30 <i>mm</i> | Modified Bow-tie<br><i>S</i> (18,12,18,6) |                                    |                                  |                        |

Le FIC a été calculé pour différentes épaisseurs de patch. De ce tableau, il est clair que la forme « bow-tie like shape » permet un gain considérable en volume car la matière du patch

est distribué pour couvrir les régions de plaque, qui sont sous plus soumises aux contraintes de traction.

Afin d'améliorer davantage la réparation par cette forme, une analyse paramétrique a été effectuée en incluant les effets des propriétés de l'adhésif ainsi que du patch.

## 6.2. Analyse paramétrique :

Quatre paramètres sont considérés :

- Le module de cisaillement de l'adhésif  $G_A$
- L'épaisseur de l'adhésif  $t_A$
- Le module longitudinal d'élasticité du patch  $E_{p1}$
- L'épaisseur du patch  $t_p$

Les intervalles de variations de ces paramètres sont indiqués dans le tableau Tab.6.2.

Tab.6.2 Intervalle de variation des paramètres

| Paramètre                                                                                  | Intervalle      |                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|
|                                                                                            | Valeur minimale | Valeur maximale |
| $G_A$                                                                                      | 383MPa*         | 1645MPa         |
| $t_A$                                                                                      | 0.1mm           | 0.25mm          |
| $E_{p1}$                                                                                   | 100 000MPa      | 193 000MPa      |
| $t_p$                                                                                      | 1mm             | 3mm             |
| * $G_A = 383MPa$ est relativement faible valeur et elle correspond à l'adhésif Loctite 330 |                 |                 |

Les quatre paramètres sont arrangés en deux nouveaux paramètres :

- Le paramètre associé aux propriétés de l'adhésif  $\frac{G_A}{t_A}$
- Le paramètre associé aux propriétés du patch  $E_{p1}t_p$

Plus ces paramètres sont élevées, plus la résistance des deux matériaux aux forces de traction appliquées. C'est pour cette raison que ces paramètres seront appelés « paramètres de

rigidité ». Il est à noter que la rigidité reflète, dans ce contexte, la résistance des matériaux aux forces appliquées.

Le but de l'analyse paramétrique est l'étude de la variation du FIC en fonction de ces deux paramètres, et d'établir une méthode pour optimiser les paramètres de l'adhésif.

### 6.3. Formulation empirique du FIC:

Une analyse dimensionnelle a été effectuée pour tirer une formule empirique reliant le FIC aux deux paramètres définis précédemment. Utilisant le théorème de Buckingham, il est possible de décrire un phénomène physique par le biais de nombre adimensionnels constitués sur la base des variables d'origine contrôlant le phénomène en question. Ceci fournit l'avantage de réduire le nombre de variables et facilitant ainsi l'interprétation.

Dans le cas du problème d'une plaque fissurée et réparée tel que défini dans la présente étude, le FIC peut être considéré généralement comme fonction des variables indépendantes suivantes :

- La contrainte de traction  $\sigma$ .
- La longueur de la fissure  $2a$
- Le paramètre de rigidité du patch  $E_{p1}t_p$
- Le paramètre de rigidité de l'adhésif  $\frac{G_A}{t_A}$

En d'autres termes, le FIC est relié aux variables indépendantes à travers une fonction  $f$

$$FIC = f\left(\sigma, 2a, \frac{G_A}{t_A}, E_{p1}t_p\right) \quad (\text{Eq.6.1})$$

À partir de ces variables indépendantes, il est possible d'identifier celles qui sont dimensionnellement indépendant. La longueur de la fissure  $2a$ , le paramètre de rigidité du patch  $E_{p1}t_p$  et le paramètre de rigidité de l'adhésif  $\frac{G_A}{t_A}$  sont dimensionnellement indépendants

car aucune variable d'entre elles n'a une dimension qui peut être exprimée en fonction des dimensions des autres variables

Selon le théorème de Buckingham, le nombre des variables indépendantes peut être réduit à une seule variable par le biais d'un paramètre adimensionnel et l'équation Eq.6. est réécrite comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi_0 = g(\Pi_1) \\ \Pi_0 = \frac{SIF}{(2a)^\alpha \times \left(\frac{G_A}{t_A}\right)^{\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{2}} \times (E_{P1} t_P)^{\frac{3}{4} - \frac{\alpha}{2}}} \\ \Pi_1 = \frac{\sigma}{(2a)^\beta \times \left(\frac{G_A}{t_A}\right)^{\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2}} \times (E_{P1} t_P)^{\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2}}} \end{array} \right. \quad (\text{Eq.6.2})$$

Les exposants  $\alpha$  et  $\beta$  doivent rendre les nombres  $\Pi_0$  and  $\Pi_1$  adimensionnels.

Dans le cadre de la mécanique élastique de la rupture, le FIC est proportionnel à la racine carrée de la longueur de la fissure  $\sqrt{2a}$ . De ce fait, la valeur  $\frac{1}{2}$  est supposée pour l'exposant  $\alpha$  dans  $\Pi_0$ . En supposant  $\beta = 0$  dans  $\Pi_1$ , les résultats obtenus du calcul paramétrique peuvent être représentés par une courbe bien identifiée tel illustré sur la figure Fig.6.1.

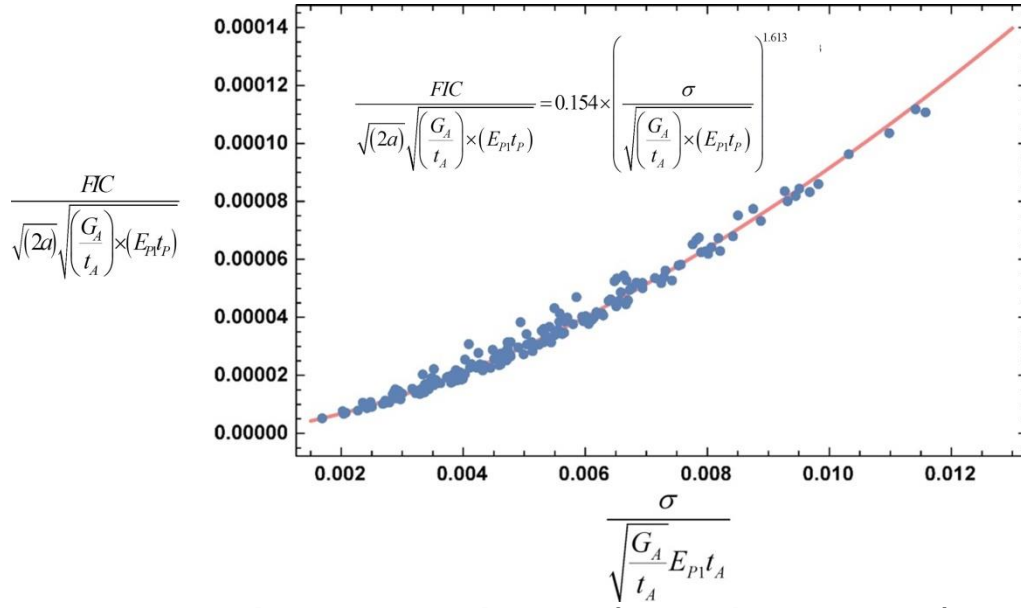


Fig.6.1. Relation empirique du FIC en fonction des autres paramètres

L'équation de la courbe est obtenue par lissage. D'abord, Eq.6.2 est réécrite comme suit :

$$\frac{FIC}{\sqrt{(2a)} \times \sqrt{\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \times (E_{p1} t_p)}} = g \left( \frac{\sigma}{\sqrt{\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \times (E_{p1} t_p)}} \right) \quad (\text{Eq.6.3})$$

La relation exprimée par l'équation Eq.6.3 est représentée sur un graphe log-log. La figure Fig.6.2 montre une relation linéaire entre les logarithmes des valeurs des deux paramètres adimensionnels :

$$\text{Log} \left( \frac{FIC}{\sqrt{(2a)} \times \sqrt{\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \times (E_{p1} t_p)}} \right) = \text{Pente} \times \text{Log} \left( \frac{\sigma}{\sqrt{\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \times (E_{p1} t_p)}} \right) + \text{Intercept} \quad (\text{Eq.6.4})$$

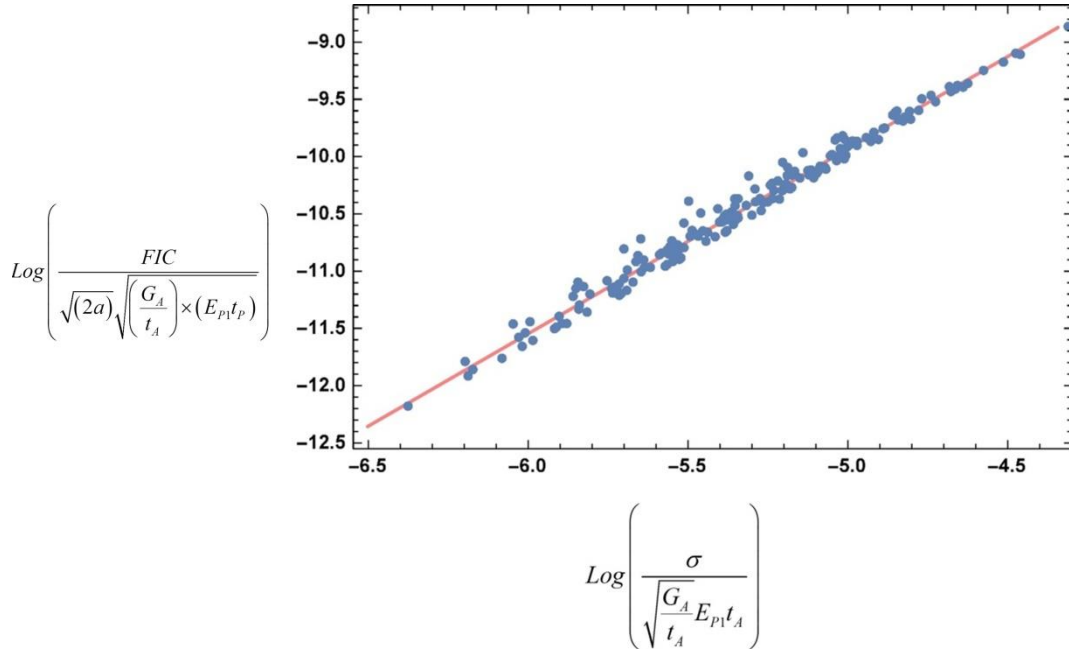


Fig.6.2. Relation empirique du FIC en fonction des autres paramètres en Log-Log

Utilisant la régression linéaire au sens des moindres carrés,  $Pente = 1.613$  et  $Intercept = -1.868$  sont les valeurs numériques adéquates pour le meilleur lissage des résultats obtenus par l'équation Eq.6.4 et présentés sur la figure Fig.6.2 le coefficient de corrélation  $R^2 = 99.9\%$  confirme que cette régression est une très bonne approximation

Par un réarrangement de l'équation Eq.6.4 et tenant compte des valeurs numériques de  $Pente$  et  $Intercept$ , on obtient:

$$\frac{FIC}{\sqrt{(2a)}\sqrt{\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \times (E_{p1}t_p)}} = 0.154 \times \left( \frac{\sigma}{\sqrt{\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \times (E_{p1}t_p)}} \right)^{1.613} \quad (\text{Eq.6.5})$$

La différentielle du  $FIC$  comme une fonction est exprimée de la manière suivante :

$$dFIC = \frac{\partial FIC}{\partial (E_{p1}t_p)} d(E_{p1}t_p) + \frac{\partial FIC}{\partial \left(\frac{G_A}{t_A}\right)} d\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \quad (\text{Eq.6.6})$$

En se basant sur l'équation Eq.6.5 et après calcul des dérivées partielles et réarrangement, la différentielle est réécrite comme suit :

$$dFIC = -0.3065 \times \left( \frac{FIC}{E_{p1}t_p} d(E_{p1}t_p) + \frac{FIC}{\left(\frac{G_A}{t_A}\right)} d\left(\frac{G_A}{t_A}\right) \right) \quad (\text{Eq.6.7})$$

En intégrant l'équation Eq.6.7,  $\frac{FIC_{Final}}{FIC_{Initial}}$  est donnée par:

$$\frac{FIC_{Final}}{FIC_{Initial}} = \left( \frac{(E_{p1}t_p)_{Initial}}{(E_{p1}t_p)_{Final}} \right)^{0.3065} \times \left( \frac{\left(\frac{G_A}{t_A}\right)_{Initial}}{\left(\frac{G_A}{t_A}\right)_{Final}} \right)^{0.3065} \quad (\text{Eq.6.8})$$

L'indice *Initial* correspond à la valeur du FIC avant la modification des propriétés du patch et de l'adhésif. L'indice *Final* correspond à la valeur du FIC obtenue après ces modifications.

Eq.6.8 montre que l'augmentation des paramètres de rigidité de l'adhésif ou du patch se répercute par une réduction du FIC, et que leurs effets sont équivalents. Autrement dit, une augmentation de 1% en rigidité du patch  $E_{p1}t_p$  produit le même effet d'une augmentation identique en rigidité de l'adhésif  $\frac{G_A}{t_A}$ .

#### 6.4. Amélioration des paramètres de l'adhésif:

Ce résultat peut être utilisé pour déterminer les paramètres de l'adhésif qui réduisent le FIC jusqu'à une valeur cible. Ainsi, il est possible de calculer les valeurs des propriétés du patch et de l'adhésif qui sont nécessaire pour mettre la performance du patch  $S(18,12,18,6)$  équivalente à celle du patch  $S(24,12,18,35)$

Le FIC obtenu avec la forme  $S(18,12,18,6)$  doit être réduit de la valeur  $FIC_{Initial} = 3.86 \text{ MPa.m}^{1/2}$  à la valeur  $FIC_{Final} = 2.72 \text{ MPa.m}^{1/2}$  (Voir Tableau Tab.5.2). Ceci signifie que le FIC obtenu avec  $S(18,12,18,6)$  doit être réduit d'un facteur  $Rt = 0.705$ . Utilisant les valeurs maximales des

propriétés du patch  $(E_{P1}t_P)_{Last} = 193\,000 \times 3 (MPa.mm)$  (Voir tableau Tab.6.2), les propriétés de l'adhésif peuvent être déterminées à partir de l'équation Eq.6.8 comme suit:

$$\frac{FIC_{Final}}{FIC_{Initial}} = \left( \frac{(E_{P1}t_P)_{Initial}}{(E_{P1}t_P)_{Final}} \right)^{0.3065} \times \left( \frac{\left( \frac{G_A}{t_A} \right)_{Initial}}{\left( \frac{G_A}{t_A} \right)_{Final}} \right)^{0.3065} = Rt \quad (Eq.6.9)$$

$$\left( \frac{G_A}{t_A} \right)_{Final} = Rt^{\frac{-1}{0.3065}} \times \left( \frac{(E_{P1}t_P)_{Initial}}{(E_{P1}t_P)_{Final}} \right) \times \left( \frac{G_A}{t_A} \right)_{Initial} \quad (Eq.6.10)$$

Les valeurs initiales sont:

- $(E_{P1}t_P)_{Initial} = 135000 \times 3 (MPa.mm)$  (voir Tab.6.2 pour les propriétés du patch)
- $\left( \frac{G_A}{t_A} \right)_{Initial} = \frac{805}{0.15} (MPa.mm^{-1})$  (voir Tab.6.2 pour les propriétés de l'adhésif)

Utilisant ces données et l'équation Eq.6.10, le tableau Tab.6.3 présente les propriétés de l'adhésif calculées pour réduire le FIC par un facteur de  $Rt = 0.705$ .

Tab.6.3. Calcul des propriétés de l'adhésif correspondant à un taux de réduction du FIC

| $E_{P1}$<br>(MPa) | $t_P$<br>(mm) | $G_A$<br>(MPa) | $t_A$<br>(mm) | Valeur cible<br>$FIC$<br>( $MPa.m^{1/2}$ ) | Valeur calculée<br>$FIC$<br>( $MPa.m^{1/2}$ ) | Erreur<br>(%) |
|-------------------|---------------|----------------|---------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------|
| 193000            | 3             | 1764.23        | 0.15          | 2.72                                       | 2.61                                          | 4             |
| 193000            | 3             | 1176.15        | 0.1           | 2.72                                       | 2.62                                          | 3.6           |

De ce tableau, il est clair que la valeur du FIC calculé est très proche de la valeur cible  $FIC_{Final} = 2.72 MPa.m^{1/2}$ . Eq.6.10 donne alors une très bonne approximation des propriétés requises pour l'adhésif.

En guise d'application, deux adhésifs ont été choisis dont les propriétés sont proches de celles calculées et présentées sur le tableau Tab.6.3 (voir Tab.6.4)

| Tab.6.4. Détermination des adhésifs adéquats correspondant à un taux de réduction de FIC               |                   |               |               |                                                  |                                                     |               |                                       |                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|---------------|---------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------|-----------------------------|
| Adhesive                                                                                               | $E_{p1}$<br>(MPa) | $t_p$<br>(mm) | $t_A$<br>(mm) | Valeur cible<br>$FIC$<br>(MPa.m <sup>1/2</sup> ) | Valeur calculée<br>$FIC$<br>(MPa.m <sup>1/2</sup> ) | Erreur<br>(%) | Shear stress<br>$\tau_{Max}$<br>(MPa) | $\frac{\tau_{Max}}{\tau_y}$ |
| Redux326                                                                                               | 193000            | 3             | 0.14          | 2.72                                             | 2.61                                                | 4             | 9.38                                  | 0.25                        |
| AV119                                                                                                  | 193000            | 3             | 0.1           | 2.72                                             | 2.64                                                | 2.9           | 6.33                                  | 0.13                        |
| Redux326 $G_A = 1645MPa$ , $\tau_y = 36.5MPa$ (yield stress)<br>AV119 $G_A = 1130MPa$ $\tau_y = 49MPa$ |                   |               |               |                                                  |                                                     |               |                                       |                             |

Ces propriétés sont tirées de la référence [61]. La rigidité additionnelle de l'ensemble plaque-adhésif-patch et qui est nécessaire pour la réduction du FIC est obtenue de deux manières :

- En augmentant le module de cisaillement
- En diminuant l'épaisseur de l'adhésif

Cependant, un rapport optimal de ces propriétés d'adhésif doit être déterminé afin de prévenir que les contraintes de cisaillement n'atteignent des niveaux très élevés.

En prenant le cas du Redux326, cet adhésif a un module de cisaillement très élevé engendrant ainsi d'importantes contraintes de cisaillement. Pour ce genre d'adhésifs, il sera possible de diminuer davantage l'épaisseur de l'adhésif afin de réduire le FIC et par conséquent l'ouverture des lèvres de la fissure. Ceci se répercute par une diminution de la déformation en cisaillement de l'adhésif et par ricochet les contraintes de cisaillement baisseront.

## CONCLUSION

La présente étude a fait l'objet du développement d'une méthode d'optimisation multi-objectifs de la réparation par patch en utilisant l'Approche par Estimation de Distribution.

D'abord, l'analyse paramétrique des patches rectangulaires et obliques a montré l'interaction entre hauteur et épaisseur du patch. Ceci a mis en exergue la nécessité de concevoir des patches de formes irrégulières dont la hauteur varie en fonction de la largeur selon une loi bien déterminée.

A cet effet, la répartition de la matière du patch a été modélisée par un ensemble de bandes juxtaposées dont la hauteur est considérée comme variable aléatoire. Par le biais des techniques d'optimisation multi-objectifs et des réseaux Bayésiens, il était possible d'obtenir des formes permettant de réduire le facteur d'intensité de contraintes, la surface du patch et les contraintes de cisaillement dans le joint d'adhésif.

L'algorithme d'optimisation a mis en évidence l'existence d'une spécificité géométrique, appelée U-shaped feature, des formes optimales au voisinage de la pointe de la fissure. En outre, la répartition de la matière du patch est asymétrique et consiste à :

- Une première bande représentant la région du milieu de la fissure. Couvrir cette région permet de réduire l'ouverture des lèvres de la fissure
- Une deuxième région (Bande 2  $H_2$ ) se trouvant juste derrière la pointe de la fissure
- Une troisième région développée en aval de la pointe de la fissure (Bande 3). Elle est caractérisée par une tendance croissante de la hauteur afin de couvrir les zones de plaque qui sont soumises à de fortes contraintes de traction générées par la singularité due à la fissure.
- Une quatrième bande  $H_4$  représente la région lointaine par rapport à la pointe de la fissure. Couvrir cette région contribue à la réduction du FIC mais un gain en surface de

patch peut être obtenu aussi pourvu que  $H_1$  (milieu de la fissure) et  $H_3$  (la region en aval de la pointe de la fissure) soient suffisamment couvertes.

Le nom « nœud de papillon » ou encore “A Bow tie-like shape” a été donné à une des familles des formes optimales identifiées. Cette famille se distingue par leur capacité à réduire d’une manière similaire le FIC, la surface et les contraintes de cisaillement dans le joint d’adhésif assurant ainsi la durabilité du joint tout en minimisant l’intensité des contraintes à la pointe de la fissure.

L’étude a été enrichie davantage par le développement d’une formulation empirique retrouvée par l’analyse dimensionnelle et la régression non linéaire. Elle relie le facteur d’intensité de contraintes aux paramètres de l’adhésif ainsi que ceux du patch. Elle a été exploitée dans le but de déterminer les meilleures valeurs des paramètres de l’adhésif correspondant à la forme optimale. La formule montre bien comment un rapport optimal des paramètres de l’adhésif doit être déterminé afin de prévenir que les contraintes de cisaillement n’atteignent des niveaux très élevés.

## REFERENCES

- [1] Baker A, L R F Rose and R. Jones. Advances in the Bonded Composite Repair of Metallic Aircraft Structure, Volume 1. Elsevier, 2002, p. 10-14
- [2] Baker A. Repair of cracked of defective metallic aircraft components with advanced fiber composites-an overview of Australian work, Composite Structures 2(1984),153-181.
- [3] Baker A Bonded composite repair of fatigue-cracked primary aircraft structure, Composite Structures 47(1991), 431-443.
- [4] Baker AA, Chester RJ. Recent advances in bonded composite repair technology for metallic aircraft components. In: Chandra T, Dhingra AK, editors. Proceedings of the international conference on advanced composite materials, 1993, p. 45–49.
- [5] Satya N Atluri, Sam G Sampath, Pin Tong. Structural integrity of aging airplanes. Springer-Verlag, Edition 1991, p.200-2002
- [6] Baker A, Stuart Dutton, Donald Kelly. Composite materials for aircraft structures. AIAA, Second edition 2004, p.290-292
- [7] Cong N Duong, Chun Hui Wang. Composite repair, Theory and design. Elsevier, First edition 2007, p. 70-81
- [8] Duong, C N, Wang J J, and Yu, J. An approximate algorithmic solution for the elastic fields in bonded patched sheets. International Journal of Solids and Structures, International Journal of Solids and Structures, 2001;38:4685-4699
- [9] Hart Smith L J. A demonstration of the versatility of Rose's Closed-form analyses for bonded crack patching. Boeing paper MDC 00K0104, presented to 46<sup>th</sup> International SAMPE symposium and exhibition, Long Beach, 6-10 May 2001; in proceeding, 2002: a materials and processes odyssey, pp 1118-1134
- [10] Poole P.: Graphite-epoxy patching efficiency studies, advances in the bonded composite repair of metallic aircraft structure. In Alan Baker, Francis Rose, Rhys Jones, Vol. 1 st Ed. 2002; p. 415-441;

- [11] Alderliesten RC. Damage tolerance of bonded aircraft structures. *Int J Fatigue* 2009;31:1024-30.
- [12] Qing XP, Beard SJ, Kumar A, Hannum R. A real-time active smart patch system for monitoring the integrity of bonded repair on an aircraft structure. *Smart Mater Struct* 2006;5:66-73.
- [13] Aminallah L, Achour T, Bachir Bouiadjra B, Serier B, Amrouche A, Feaugas X. Analysis of the distribution of thermal residual stresses in bonded composite repair of metallic aircraft structures. *Comput Mater Sci* 2009;46:1023-7.
- [14] Mhamdia R, Bachir Bouiadjra B, Serier B, Ouddad W, Feaugas X, Touzain S. Stress intensity factor for repaired crack with bonded composite patch under thermo-mechanical loading. *J Reinf Plast Compos* 2011;30:416-24.
- [15] Gkikas G, Sioulas D, Lekatou A, Barkoula NM, Paipetis AS. Enhanced bonded aircraft repair using nano-modified adhesive. *Mater Des* 2012; 41:394-402.
- [16] Ouinas D. Etude du comportement en rupture des structures en biomatériaux- Applications aux collages, thèse de Doctorat de l'université de Sidi Bel Abbès, Mai 2005.
- [17] Ouinas D., Bachir Bouiadjra B., Himouri S., Benderdouche N.: Progressive edge cracked aluminum plate repaired with adhesively bonded composite patch under full width disband. *Composites Part B Engineering*, 2012, 43, 805-811
- [18] Ouinas D., Bachir Bouiadjra B., Achour T., Benderdouche N. Influence of disbond on notch crack behavior in single bonded lap joints. *Mater. Des.* 2010;31:4356-62.
- [19] Ouinas D, Bachir Bouiadjra B, Serier B, The effects of disbands on the stress intensity factor of aluminum panels repaired using composite materials. *Compos Struct* 2007;78:278-84.
- [20] Ouinas D, Bachir Bouiadjra B, Achour T, Benderdouche N. Influence of disband on notch crack behavior in single bonded lap joints. *Mater Des* 2010;31:4356-62.

- [21] Ouinas, A. Hebbar, B. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, B. Serier: Numerical analysis of the stress intensity factors for repaired cracks from a notch with bonded composite semicircular patch. *Composites Part B Engineering*, 2009, 40, 804-810;
- [22] Bachir Bouiadjra B, Ouinas D, Serier B, Benderdouche N. Disbond effects effects on bonded boron/epoxy composite repair to aluminum plates. *Compt Mater Sci* 2008;42:220-7;
- [23] Bachir Bouiadjra B, Oudad W, Albedah A, Benyahia F, Belhouari M. Effects of the adhesive disbond on the performances of bonded composite repairs in aircraft structures. *Mater Des* 2012; 37:89-95;
- [24] Bachir Bouiadjra B, Belhouari M, Serier B. Computation of the stress intensity for repaired cracks with bonded composite patch in mode I and mixed mode. *Composite structures* 56(2002), 401-406;
- [25] Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, B. Serier. Computation of the stress intensity factors for repaired cracks with bonded composite patch in mode I and mixed mode. *Composite Structures*, Volume 56, Issue 4, June 2002, Pages 401-406;
- [26] Benyahia F, Albedah A, Bachir Bouiadjra B. Analysis of the adhesive damage for different patch shapes in bonded composite repair of aircraft structures. *Mater Des* 2014; 54:18-2;
- [27] Fekirini, B. Bachir Bouiadjra , M. Belhouari, B. Boutabout, B. Serier, Numerical analysis of the performances of bonded composite repair with two adhesive bands in aircraft structures, *Composite structures*, 2008, 82:84-89;
- [28] Lena MR, Kling JC, Sun CT: Composite patches as reinforcements and crack arrestors in aircraft structures. *J. Aircraft* 1998, 35 (2), 318-323;
- [29] Mathias J: Etude du comportement mécanique des patchs composites utilisés pour le renforcement des structures métalliques aéronautiques. Thèse de Doctorat de l'université de Blaise pascal, septembre 2005;

- [30] Belhouari M, Bachir Boudjra B, Megueni A, Kaddouri K. Comparison of double and single bonded repairs to symmetric composite structures: a numerical analysis. *Compos. Struct* 2004;65:47–53
- [31] Linxia Gu, Ananth Ram Mahanth Kasavajhala, Shijia Zhao. Finite element analysis of cracks in aging aircraft structures with bonded composite-patch repairs. *Composites Part B* 2011;42: 505–510
- [32] Mhamdia R: analyse du comportement mécanique des structures endommagées et réparées par patch, Thèse de doctorat de l' Université Djillali liabes de Sidi Bel-Abbes 2013;
- [33] Albedah A, Bachir Bouiadjra B, Ouddad W, Es-Saheb M, Benyahia F. Elastic plastic analysis of bonded composite repair in cracked aircraft structures. *J reinf Plast Compos* 2011;30:66-72.
- [34] Ouddad, K. Madani, B. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, S. Cohendoz , Sébastien Touzain , X. Feaugas. Effect of humidity absorption by the adhesive on the performances of bonded composite repairs in aircraft structures · *Composites Part B Engineering* 2012; 43(8):3419–3424
- [35] Crombe A, Richardson G. A unified approach for predicting the strength of cracked and non-cracked adhesive joints. *Int J Adhes* 1995;49:211-44.
- [36] Sheppard A, Kelly D, Tong L. A damage zone model for the failure analysis of adhesively bonded joints. *Int J Adhes* 1998;18,385-400.
- [37] Chang-Su Ban, Young-Hwan Lee, Jin-Ho Choi, Jin-HweKweon. Strength prediction of adhesive joints using the modified damage zone theory. *Compos struct* 2008;86:96-100.
- [38] Ibrahim Nour Chafak , Bouanani Morad Fari, Bouiadjra Bel Abbes Bachir , Serier Boualem: Analysis of the adhesive damage between composite and metallic adherends: Application to the repair of aircraft structures: *Advances in Materials Research*, Vol. 5 No. 1, pages 11-20, 2016;

- [39] Papanikos, P. , Tserpes, K.I. , Pantelakis, Sp.(2007). Initiation and progression of composite patch debonding in adhesively repaired cracked metallic sheets. *Compos. Struct.*, 81, 303-311.
- [40] Magalhaes AG, De Moura MFSF, Gonçalves JPM. Evaluation of stress concentration effects in single-lap bonded joints of laminate composite materials. *Int J Adhes* 2005;25:313-9;
- [41] Rezgani L, Bachir Bouiadjra B, Belhouari M, Madani K, Serier B, Feaugas X. Effect of composite hygrothermal aging on the SIF variation in bonded composite repair of aircraft structures. 2010; 29(16):3631-3636
- [42] Aminallah L, Rezgani L, Bachir Bouiadjra B, Madani K, Albedah A, Benyahia F. Effects of the composite and adhesive aging on the plasticity in bonded composite repair. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 2011; 30(15):1245-1250 .
- [43] Apalak Kemal M, Apalak Gul Z, Gunes R. Thermal and geometrically nonlinear stress analyses of an adhesively bonded composite, tee joints with double support. *J Thermoplast Compos Mater*. 2004;17:10.3-36.
- [44] Gwo-Chung Tsai, Shyan Bob Shen. Fatigue analysis of cracked thick aluminum plate bonded with composite patches. *Compos. Struct* 2004; 64:79-90
- [45] Kumar Mahadesh A, S.A. Hakeem. Optimum design of symmetric composite patch repair to centre cracked metallic sheet. *Compos. Struct* 2000;49:285-292
- [46] Kaddouri K, D Ouinas, B Bachir Bouiadjra. FE analysis of the behaviour of octagonal bonded composite repair in aircraft structures. *Computational Materials Science* 2008;43: 1109–1111
- [47] Ramji M, R Srilakshmi, M Bhanu Prakash. Towards optimization of patch shape on the performance of bonded composite repair using FEM. *Composites Part B* 2013;45: 710–720

- [48] Kashfuddoja M, M Ramji. Design of optimum patch shape and size for bonded repair on damaged Carbon fibre reinforced polymer panels. *Materials and Design* 2014;54:174–183
- [49] Mhamdia Rachid, B Serier, B Bachir Bouiadjra, M Belhouari. Numerical analysis of the patch shape effects on the performances of bonded composite repair in aircraft structures. *Composites: Part B* 2012;43:391–397
- [50] Nassim Serier, Belaïd Mechab, Rachid Mhamdia and Boualem Serier : A new formulation of the J integral of bonded composite repair in aircraft structures: *Structural Engineering and Mechanics*.2016 ; 58(5):745-755, 2016
- [51] Brighenti R. Patch repair design optimisation for fracture and fatigue improvements of cracked plates. *International Journal of Solids and Structures* 2007;44:1115–1131
- [52] ABAQUS/CAE user's manual. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.; 2000.
- [53] Mark Hauschild, Martin Pelikan. An introduction and survey of estimation of distribution algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation* 2011;1:111–128
- [54] Carlos A Coello Coello, Gary B Lamont. *Applications of Multi-Objective Evolutionary Algorithms*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004
- [55] Kalyanmoy Deb. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley & Sons Ltd, 2001
- [56] Richard E Neapolitan, *Learning Bayesian Networks*. Pearson Prentice Hall, 2004
- [57] Abaqus Scripting User's Manual. Dassault Systèmes, 2012
- [58] Eugene V Shikin, Alexander I Plis. *Handbook on splines for users*. CRC Press, Inc.; 2000
- [59] Bouchiba Mohamed S, Serier B. New optimization method of patch shape to improve the effectiveness of cracked plates repair, 58(2): 301-326,2016
- [60] Bouchiba Mohamed S, Serier B. A step towards the optimization of composite bonded repair shape using an estimation distribution approach. *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* (2016). doi:10.1007/s40430-016-0599-2

[61] Lucas F.M.daSilva, PauloJ.C.dasNeves, R.D.Adams, A.Wang, J.K.Spelt. Analytical models of adhesively bonded joints — Part II: Comparative study. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 2009;29:331–341