

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES

FACULTE DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

THESE

Pour

L'obtention du diplôme de

Doctorat en Sciences

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Sciences des Matériaux

Présentée Par: **Mr ELHANNANI Mohamed**

Etude statistique de l'influence des différents paramètres de collage sur la réduction des contraintes

Soutenue le 05 /2017 devant la commission d'examen :

Président : Mr Belhouari Mohamed Professeur UDL de Sidi Bel Abbès

Examineur : Mr A. Ziadi Professeur Centre Universitaire d'Ain Témouchent

Examineur : Mr Bouziane Mohamed Mokhtar MCA Université Mustapha Stambouli de Mascara

Examineur : Mr Boutabout Benali Professeur UDL de Sidi Bel Abbès

Directeur de thèse : Mr Madani Kouider Professeur UDL de Sidi Bel Abbès

Co-directeur de thèse : Mr Feugas Xavier Professeur Université de La Rochelle

2016-2017

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au sein de laboratoire de *Mécanique Physique des Matériaux de la Faculté de Technologie de l'Université Djillali Liabes Sidi Bel-Abbès* en collaboration avec *laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement, LaSIE de l'Université La Rochelle*.

Je voudrais tout d'abord témoigner ma profonde reconnaissance à mon encadreur Monsieur *Madani Kouider* Professeur à l'Université Djillali Liabes Sidi Bel-Abbès, avec qui j'ai tissé au fil des jours une relation franche et très agréable qui ma toujours soutenu et compris. Il a dirigé ce travail, guidé mes recherches et a suivi l'évolution de mon travail avec beaucoup d'intérêt, je le remercie infiniment. Je tiens à remercier aussi, Monsieur *Feaugas Xavier* Professeur à l'Université de La Rochelle, mon co-encadrant, pour m'avoir soutenu dans mon travail et d'avoir mis à ma disposition tout le matériel nécessaire à la réalisation de mes expériences.

Je remercie également Monsieur *Belhouari Mohamed* Professeur à l'Université Djillali Liabes de Sidi Bel-Abbès qui m'a fait l'honneur de présider mon jury.

J'exprime également mes profonds remerciements à Messieurs *A. Ziadi* Professeur au Centre Universitaire d'Ain Témouchent, qui, fort de son connaissance et de son expérience, a eu l'amabilité d'accepter d'examiner cette modeste thèse et d'être honoré par votre présence parmi les jury.

Toute ma gratitude revient à Monsieur *Boutabout Benali* Professeur à l'Université de Djillali Liabes de Sidi Bel-Abbès, Monsieur *Bouziane Mohamed Mokhtar*, Maitre de conférence à l'Université Mustapha Stambouli de Mascara, qui ont accepté, de faire partie du jury pour évaluer mon travail de thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur *Chama Zouaoui*, Professeur à l'Université de Djillali Liabes de Sidi Bel-Abbès, pour sa disponibilité et le temps qu'il m'a consacré ainsi que pour ses conseils et son aide précieuse et profitable.

J'exprime aussi toute ma gratitude à l'équipe de laboratoire de *LaSIE de l'Université de La Rochelle* pour l'aide qu'ils ont pu m'apporter et plus particulièrement à Monsieur *Esaie Legrand*.

Je souhaite dédier ce travail à mes amis, à tous les chercheurs, enseignants et membres du personnel de laboratoire *LMPM*, à tous ceux qui m'ont soutenu tout au long de ce travail, et supporté dans les moments plus difficiles.

Toute ma reconnaissance va à ma famille, à mes frères, sœurs et, plus particulièrement à mes parents, qui par leur présence et leur soutien m'ont aidé à achever mes études. Et pour finir, j'adresse à ma femme et pour mes deux enfants un grand merci pour leur soutien et leur patience.

Sincèrement.

Résumé

Dans les industries aéronautique et aérospatiale, la réalisation d'une structure métallique ou composite implique bien souvent la réalisation d'un assemblage de différents éléments in-situ ou en usine par différents procédés d'assemblage (soudage, rivetage, collage...). Les assemblages collés sont des moyens primaires pour transférer les charges. Différentes configurations géométriques de collages peuvent être utilisées. Le principal handicap de cette technique est la concentration élevée de contraintes au niveau des bords libres de recouvrement en raison du transfert de charge progressive dans la couche d'adhésif. Différentes méthodes existent pour réduire la concentration de contraintes dans les joints collés, à savoir optimisation géométriques des joints collés. En plus de la concentration de contrainte, les défauts sont à l'origine des problèmes majeurs rencontrés dans les assemblages collés. L'étude de leur influence est nécessaire pour assurer la durabilité des assemblages collés.

L'objectif de notre travail est d'optimiser les paramètres géométriques des différents substrats de l'assemblage et de voir leur influence sur leur comportement mécanique vis-à-vis la charge appliquée. Cette optimisation est réalisée par une analyse numérique en utilisant le code de calcul Abaqus suivis par la méthode du plan d'expérience. Sur la base des résultats trouvée, une nouvelle approche analytique est également donnée pour prédire d'une manière simple mais efficace la résistance du joint et de sa dépendance à l'égard des paramètres géométriques. Cette approche peut aider les concepteurs à améliorer la qualité et la durabilité des joints adhésifs structuraux.

D'autre part, l'effet de la présence de défauts de collage est analysé par une étude statistique et probabilistique. Le nombre, la taille, la forme et la position du défaut ont été mis en évidence afin de prévoir leur effet sur la résistance de l'assemblage et essentiellement sur le comportement de la couche d'adhésif. Les principaux résultats montrent que la valeur de la contrainte de cisaillement reste fortement affectée en moyenne pour les différentes positions nombres et la taille de défaut, mais la répartition de la contrainte de cisaillement critique semble être importante de prendre en compte pour définir un critère de rupture local. Il a été conclu que les distributions Generalized Extreme Value et Burr sont les meilleurs modèles de probabilité pour la contrainte maximale de cisaillement dans la couche d'adhésif avec la présence d'un nombre bien défini de défauts.

Mots-clés: Assemblage à simple recouvrement; contrainte de pelage; contrainte de cisaillement; Méthode du plan d'expérience; Méthodes Statistiques; Méthodes probabilistiques.

Abstract

In the aeronautics and aerospace industries, the realization of a metallic or composite structure often involves assembling different elements in situ or in the factory by different assembly methods (welding, riveting, bonding, etc.). The bonded joints are primary means for transferring loads. Different geometric configurations of bonding can be used. The main disadvantage of this technique is the high concentration of stresses at the free edges of the overlap due to the progressive charge transfer in the adhesive layer. Different methods exist to reduce stress concentration in bonded joints, ie geometric optimization of bonded joints. In addition to the stress concentration, the defects are at the origin of the major problems encountered in bonded joints. The study of their influence is necessary to ensure the durability of the bonded joints.

The objective of our work is to optimize the geometrical parameters of the different substrates of the assembly and to see their influence on their mechanical behavior with respect to the applied load. This optimization is carried out by a numerical analysis using the Abaqus calculation code followed by the method of the experimental design. On the basis of the results obtained, a new analytical approach is also given to predict in a simple but effective way the resistance of the joint and its dependence on the geometric parameters. This approach can help designers improve the quality and durability of structural adhesive joints.

On the other hand, the effect of the presence of defects of bonding is analyzed by a statistical and probabilistic study. The number, size, shape and position of the defect were highlighted in order to predict their effect on the strength of the assembly and essentially on the behavior of the adhesive layer. The main results show that the value of the shear stress remains strongly affected on average for the different number positions and the defect size, but the distribution of the critical shear stress seems to be important to take into account in order to define a rupture criterion local. It was concluded that the Generalized Extreme Value and Burr distributions are the best probability models for the maximum shear stress in the adhesive layer with the presence of a well defined number of defects.

Keywords: single-lap bonded joint; Peel stress; Shear stress; Method of the experimental design; Statistical methods; Probabilistic methods.

ملخص

في صناعات الطيران والفضاء، إن صناعة هيكل معدني أو هيكل مركب غالباً ما ينطوي على أداء مزيج من عناصر مختلفة في الموقع أو المصنع عن طريق أساليب مختلفة للتجميع (لحام، التثبيت بالبراغي، اللصق...). إن الهياكل الملتصقة هي الوسيلة الأساسية لنقل الجهود. يمكن استخدام أشكال هندسية مختلفة من الهياكل الملتصقة. إن العيب الرئيسي لهذا الأسلوب هو تركيز الضغوط العالية على حواف طبقة اللاصقة بسبب النقل التدريجي للإجهاد. توجد طرق مختلفة للحد من تركيز الضغوط في مفاصل الملتصقة، ومن بين هذه الطرق هي طريقة التحسين الهندسي للمفاصل الملتصقة. بالإضافة إلى تركيز الضغط، نجد أن العيوب اللصق هي السبب في المشاكل الرئيسية في الهياكل الملتصقة. إن دراسة تأثير العيوب ضرورية لضمان استمرارية الهياكل الملتصقة.

إن الهدف من عملنا هذا هو تحسين الهياكل الهندسية من المفاصل الملتصقة المختلفة وتأثيرها على السلوك الميكانيكي بالنسبة لقوة الاحتمال المطبقة. يتم تنفيذ هذا التحسين من خلال التحليل العددي باستخدام البرنامج ABAQUS تلمها طريقة التصميم التجريبي. واستناداً إلى نتائج، نعطي نهج تحليلي جديد فعال و معتمدة على معايير هندسية مختلفة للتنبؤ بقوة الهياكل الملتصقة وشدة تحملها. هذا النهج يمكن أن يساعد المصممين على تحسين جودة ومتانة الهيكليّة للمفاصل الملتصقة.

من ناحية أخرى، يتم تحليل تأثير وجود عيوب الربط عن طريق دراسة إحصائية والاحتمالية. وقد سلط الضوء في هذه الدراسة على عدد، حجم، الشكل وموقع العيوب لتوفر تأثيرها على قوة الهياكل الملتصقة وإلى حد كبير على سلوك طبقة لاصقة. وتبين من خلال النتائج إلى أن قيمة إجهاد τ_{xy} يبقى متأثراً بقوة في المتوسط لمختلف عدد، حجم، شكل وموقع العيوب، ولكن توزيع إجهاد الحرج يبدو أنه من المهم أن يأخذ في الاعتبار لتحديد معيار الفشل الموضعي. خلص إلى أن توزيعات Burr و Generalized Extreme Value هي أفضل النماذج احتمال لأقصى إجهاد τ_{xy} في طبقة لاصقة مع وجود عدد محدد من العيوب.

كلمات البحث: لفة واحدة للمفاصل الملتصقة؛ الإجهاد τ_{yy} ؛ الإجهاد τ_{xy} ؛ طريقة التصميم التجريبي؛ الإحصاء؛ الاحتمالات.

Table des matières

Résumé	
Remerciements	
Table des matières	i
Liste des figures.....	v
Liste des tableaux.....	ix
Introduction Générale.....	1

Chapitre I: Généralités sur le collage

I-1. Introduction.....	5
I-2. Rappel des approches classiques simplifiées	8
I-2-1. Modèles analytiques	8
I-2-2. Analyse uniaxiale de Volkersen	9
I-2-3. Analyse élastique biaxiale	11
I-2-3-1. Analyse de Goland et Reissner	11
I-2-3-2. Analyse de Hart-Smith.....	13
I-2-3-3. Analyse élastoplastique biaxiale de Hart-Smith.....	13
I-3. Intérêt des approches analytiques.....	16
I-4. Synthèse	16
I-5. Modélisation tridimensionnelle par élément finis.....	17
I-6. Comparaison des résultats des différentes théories présentées.....	18
I-7. Les différentes techniques d'assemblages collés.....	20
I-8. Avantage et inconvénient du collage structural	21
I-9. Essais normalisés sur joints collés	22
I-9-1. Essais relevant de la mécanique classique.....	22
I-9-2. Essais relevant de la mécanique de la rupture.....	24
I-9-3. Contrôle non-destructif.....	25
I-10. Défaut de collage.....	25
I-10-1. Traitement des pressions et des vides	28
I-10-2. Formation et minimisation des vides	29

Chapitre II: Une nouvelle approche statistique pour l'optimisation des paramètres géométriques des assemblages collés

Partie-A : Méthodologie des plans d'expériences

II-A-1. Introduction.....	31
II-A-2. Généralités et formalisation liées aux plans d'expériences	32
II-A-3. Concepts fondamentaux : effets, interactions	35
a) Effet d'un facteur.....	36
b) Interaction entre deux facteurs	38
c) Calcul de l'effet d'un facteur	39
d) Matrice de calcul des effets	39
II-A-4. Plans factoriels complets.....	40
II-A-5. Plans factoriels fractionnaires	42
II-A-6. Plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse	44
II-A-7. Modèle polynomial du second degré.....	44
II-A-8. Plan composite centré.....	45
II-A-9. Analyse statistique des modèles	46
II-A-9-1. Homogénéité de la variance de l'erreur expérimentale	46
II-A-9-2. Test de signification des coefficients du modèle	47
II-A-9-3. Réalisation du test de signification des effets.....	49
II-A-9-4. Intervalle de confiance des effets du modèle	49
II-A-9-5. Validation du modèle	50
II-A-10. Qualité du modèle	51
II-A-10-1. Qualité descriptive du modèle	51
II-A-10-2. Qualité prédictive du modèle.....	52
II-A-11. Logiciels des plans d'expérience	54

Partie-B : Optimisation des paramètres géométriques de l'assemblage collé par la méthode du plan d'expériences

II-B-1. Introduction.....	56
II-B-2. Modèle géométrique et propriétés mécaniques	57
II-B-3. Maillage et conditions aux limites.....	59
II-B-4. Choix du plan expérimental.....	60
a) Effet de l'épaisseur d'adhésif	62
b) Effet de l'épaisseur de la plaque	63
c) Effet de biseautage de la plaque	63
d) Effet de bourrelet de l'adhésif.....	64

e)	L'effet d'interaction des différents facteurs sur la valeur des contraintes	65
f)	Effet des différents facteurs sur la résistance d'assemblage collé.....	67
g)	Vérification du point optimal	68
h)	Test de Grubbs	69
i)	Test de signification des coefficients.....	70
j)	Analyse de la variance. Validation du modèle linéaire	72
k)	Qualité descriptive des modèles	72
II-B-5.	Conclusion	72

Chapitre III: Comportement mécanique de l'influence de la présence de défaut dans la couche d'adhésif utilisée dans les assemblages collés

III-1.	Introduction.....	74
III-2.	Méthodologie de travail.....	76
III-3.	Modélisation de la présence de défaut dans la couche d'adhésif	77
III-4.	Maillage du Modèle géométrique.....	79
III-5.	Analyse et Résultats	81
III-5-1.	Cas d'un défaut.....	82
III-5-2.	Cas de plusieurs défauts.....	83
III-5-3.	Effet de la taille du défaut	85
III-5-4.	L'influence de la taille et le nombre de défaut sur la contrainte de cisaillement.....	88
III-5-5.	Effet de l'épaisseur de l'adhésif.....	89
III-5-6.	Effet de la longueur de recouvrement	90
III-5-7.	Effet de la valeur de la charge appliquée	91
III-5-8.	Effet de la forme de défaut	92
III-6.	Conclusion	99

Chapitre IV: Evaluation probabilistique de l'influence de la présence de défaut dans la couche d'adhésif utilisée dans les assemblages collés

IV-1.	Introduction.....	101
IV-2.	Méthodologie de travail.....	102
IV-3.	Génération de la densité histogramme.....	107
IV-3-1.	Application de l'estimateur du Maximum Likelihood pour PDF ajustées	109
IV-3-2.	Évaluer de la qualité de l'ajustement par le test Kolmogorov-Smirnov.....	112

IV-3-3. Développement des modèles de probabilité	116
IV-4. Conclusion	119
Conclusion Générale.....	121
Référence	125
Annexes	134

Liste des figures

Figure I-1: Etat de contraintes dans l'adhésif.....	9
Figure I-2: Déformations de l'adhésif avec des substrats rigides [1].....	9
Figure I.3: Déformations de l'adhésif et du substrat, hypothèses de Volkersen [1].....	10
Figure I-4: Répartition des contraintes de cisaillement dans le joint à simple recouvrement [1].....	10
Figure I-5: Présentation de l'état des contraintes dans un joint à simple recouvrement, d'après Goland & Reissner [3].....	12
Figure II-6: Etat de contrainte dans un joint à simple recouvrement, d'après Hart-Smith [5].....	13
Figure I-7: Matériau dont le comportement est élastique parfaitement plastique [5].....	13
Figure I-8: Zones élastique et plastique considérées par Hart-Smith [5].....	14
Figure I-9: Etudes élastiques de la distribution des contraintes de pelage(a) et de cisaillement(b).....	19
Figure I-10: Etudes élastoplastiques de la distribution des contraintes de cisaillement.....	19
Figure I-11: Principaux types d'assemblage de plaques par collage [58].....	20
Figure I- 12: Bourrelet de colle en extrémité d'un assemblage collé simple recouvrement aluminium/composite sollicité en traction [60].....	21
Figure I-13: Différents modes de chargement supportés par les systèmes jointifs.....	22
Figure I-14: Défauts typiques présents dans un joint de colle.....	26
Figure II-1: Schéma représentant les facteurs et les réponses.....	32
Figure II-2 : Domaine de variation du facteur [75].....	34
Figure II-3: Définition de l'espace expérimental [75].....	34
Figure II-4: Niveaux des facteurs définissant des points expérimentaux dans l'espace expérimental [75].....	34
Figure II-5 : Définition du domaine d'étude[75].....	35
Figure II-6: Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical passant par x_2 [75].....	38
Figure II-7: Projection des points d'expériences d'un plan fractionnaire sur les faces du cube [75]....	42
Figure II-8: Représentation d'un plan composite pour l'établissement d'un modèle du second degré	46
Figure II-9: Le résidu se décompose en deux écarts 1. l'écart expérimental ; 2. l'écart d'ajustement.	47
Figure II-10: modèle géométrique de l'assemblage à simple recouvrement (dimensions en mm).....	58
Figure II-11: Courbe de traction contrainte-déformation pour : a)- aluminum2024-T3, b)- adhésif ADIKIT A140 [87].....	58
Figure II-12: modèle de maillage typique de la structure du joint collé.....	60
Figure II-13: Effet de l'épaisseur de l'adhésif sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement; (b) la contrainte de pelage.....	62

Figure II-14: Effet de l'épaisseur de la plaque sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement; (b) la contrainte de pelage.....	63
Figure II-15: Effet de biseautage de la plaque sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement; (b) la contrainte de pelage	64
Figure II-16: Effet de bourrelet d'adhésif sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement; (b) la contrainte de pelage.....	65
Figure II-17: Courbes iso-réponses de la variation de la contrainte de cisaillement et la contrainte de pelage en fonction des différents paramètres géométriques ($e_a, e_p, \alpha_a, \alpha_p$).....	66
Figure II-18: Effets des différents paramètres géométriques et leurs interactions sur: (a) la contrainte de cisaillement (b) la contrainte de pelage.....	67
Figure III-1: Modèle géométrique : a) assemblage collé à simple joint de recouvrement, b) Présence de défaut dans la couche d'adhésif (dimensions en mm).....	77
Figure III-2: Les catégories typiques des défauts qui peuvent être trouvés dans les joints adhésifs: a) inclusions, b) vides [111]	77
Figure III-3: Présentation du moule pour la fabrication des éprouvettes.....	78
Figure III-4: L'éprouvette de colle (forme haltère).....	78
Figure III-5: Algorithme utilisé dans MATLAB® et Comsol Multiphysics® pour nos calculs.....	80
Figure III-6: Dimensions et la forme des différents défauts (circulaire, elliptique et carré).....	81
Figure III-7: Maillage de l'assemblage à simple joint collé.....	81
Figure III-8: Représentation graphique de quelques nombres et positions des défauts dans la couche d'adhésif.....	81
Figure III-9: Répartition des différentes valeurs: a) des contraintes de cisaillement et b) des contraintes de pelage dans la couche d'adhésif ($P=15\text{MPa}$, $e_a=0,2\text{ mm}$, $d=1\text{mm}$).....	83
Figure III-10: Répartition de la contrainte de cisaillement pour quelques nombres de défauts et une de leurs positions (taille des défauts $d=0,5\text{ mm}$).....	84
Figure III-11: Diagrammes en Boîte de la variation de la valeur maximale et minimum de la contrainte de cisaillement par rapport au nombre de défauts ($L = 25\text{ mm}$, $e_p = 0.2\text{mm}$, $P= 15\text{MPa}$).....	85
Figure III-12: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction des différentes positions de défauts de collage. a) la taille du défaut $d = 0,5\text{ mm}$ et b) la taille du défaut $d = 2\text{mm}$. ($L = 25\text{ mm}$, $e_a =0.2\text{mm}$, $P=15\text{MPa}$, forme du défaut carré).....	86
Figure III-13: Variation de la contrainte de cisaillement suivant la longueur de recouvrement, en présence d'un défaut de collage, a) et b) longueur de recouvrement $L = 25\text{ mm}$, c) et d), la longueur de recouvrement $L = 40\text{ mm}$	87

Figure III-14: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction des différentes positions de défauts de collage. a) la taille du défaut $d = 0,5$ mm et b) la taille du défaut $d = 2$ mm. ($L = 40$ mm, $e_p = 0.2$ mm, $P = 15$ MPa et la forme de défaut carré).....	88
Figure III-15: Diagrammes en Boîte de la variation de la valeur maximale et minimum du contrainte de cisaillement par rapport au nombre de défauts; a) la taille du défaut $d=1$ mm, b) taille de défaut $d=2$ mm (épaisseur de l'adhésif $e_a = 0.2$ mm, longueur de recouvrement $L = 25$ mm, $P = 15$ MPa, la forme de défaut carré).....	89
Figure III-16: Diagrammes en Boîte de la variation des valeurs maximales et minimum de contrainte de cisaillement en fonction du nombre de défauts: a) l'épaisseur adhésif $e_a=0.1$ mm, b) l'épaisseur d'adhésif $e_a=0.3$ mm (taille de défaut $d=2$ mm et longueur de recouvrement $L = 25$ mm, $P=15$ MPa, forme de défaut carré).....	90
Figure III-17: Diagrammes en Boîte de la variation des valeurs maximales et minimales de la contrainte de cisaillement en fonction du nombre de défauts: a) la longueur de recouvrement $L=25$ mm, b) la longueur de recouvrement $L= 40$ mm (épaisseur de l'adhésif $e_a = 0,2$ mm et la taille du défaut $d = 2$ mm , la forme de défaut carré, charge appliquée de 15MPa).....	91
Figure III-18: Variation des valeurs maximales de la contrainte de cisaillement en fonction de la charge appliquée (La taille de défaut $d = 2$ mm, épaisseur de l'adhésif $e_a = 0.2$ mm).....	92
Figure II-19: Répartition des contraintes de cisaillement et de pelage en fonction des différentes formes et leurs positions. (Taille du défaut $d=2$ mm, épaisseur de l'adhésif $e_a= 0.2$ mm et la longueur de recouvrement $L = 25$ mm).....	93
Figure III-20: Variation des valeurs de contrainte de cisaillement pour une distribution aléatoire des défauts dans la couche d'adhésif, a) de forme carré, b) forme elliptique et c) forme circulaire (longueur de recouvrement $L = 25$ mm, taille du défaut $d = 2$ mm).....	97
Figure III-21: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la taille et la forme du défaut, a) un défaut, b) dix défauts. (Épaisseur de l'adhésif $e_a = 0,2$ mm et la longueur de recouvrement $L = 25$ mm).....	98
Figure IV-1: Modèle géométrique : a) assemblage collé à simple joint de recouvrement, b) Présence de défaut dans la couche d'adhésif (dimensions en mm).....	103
Figure IV-2: Représentation graphique de quelques nombres et positions des defaults dans la couche d'adhésif.....	103
Figure IV-3: Répartition de la contrainte de cisaillement pour : (a) un défaut, (b) dix défauts et (c) cinquante défauts (représentation d'une de leurs positions, taille de défaut $d=0.5$ mm).....	104
Figure IV-4: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la position du défaut dans la couche adhésive. a) un défaut, b) dix défauts et c) cinquante défauts.....	105

Figure IV-5: Densité histogrammes de contrainte de cisaillement maximale dans la couche d'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts.....	108
Figure IV-6: PDFs ajustés sur les histogrammes de densité de la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive en présence d'un, dix et cinquante défauts.....	111
Figure IV-7: Empiriques CDFs de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts.....	114
Figure IV-8: CDFs théoriques ajustés sur le CDF empirique de contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts.....	115
Figure IV-9: Modèles probabiliste proposées de PDFs distribution pour les valeurs de contrainte de cisaillement maximum dans la couche d'adhésif de l'assemblage à simple recouvrement en présence de défauts: (a) un défaut - Generalized Extreme Value, (b) dix défauts -Burr Distribution, (c) cinquante défauts-Burr Distribution.....	118

Liste des tableaux

Tableau I-1: Synthèse des approches disponibles dans la littérature concernant les joints à simple recouvrement [34].....	7
Tableau I-2: Les propriétés du joint du joint à simple recouvrement étudié.....	18
Tableau II-1: Matrice d'expériences [75].....	36
Tableau II-2: Matrice de calcul des effets.....	40
Tableau II-3: Matrice d'expériences du plan fractionnaire du plan 23.....	43
Tableau II-4: Tableau de l'analyse de régression.....	51
Tableau II-5: Dimensions du modèle géométrique.....	58
Tableau II-6: Caractéristiques mécaniques des matériaux.....	59
Tableau II-7: Résultats des expériences du plan factoriel.....	61
Tableau II-8: paramètres géométriques optimales d'un assemblage a simple recouvrement.....	68
Tableau II-9: liste des coefficients du modèle mathématique pour la contrainte de pelage.....	69
Tableau II-10: liste des coefficients du modèle mathématique pour la contrainte de cisaillement.....	69
Tableau II-11: Tableau d'analyse statistique pour la réponse contrainte de cisaillement.....	70
Tableau II-12: Tableau d'analyse statistique pour la réponse contrainte de cisaillement.....	71
Tableau II-13: Tableau d'analyse des coefficients pour la réponse contrainte de cisaillement.....	71
Tableau II-14: Tableau d'analyse des coefficients pour la réponse contrainte de pelage.....	71
Tableau IV-1: Valeurs de mesures statistiques concernant la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de défauts.....	107
Tableau IV-2: Estimation des paramètres de PDFs ajustés sur les histogrammes de densité de la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive en présence de un, dix et cinquante défauts.....	112
Tableau IV-3: Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov de la qualité de l'ajustement pour un défaut	116
Tableau IV-4: Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov de la qualité d'ajustement de dix défauts..	116
Tableau IV-5: Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov de la qualité d'ajustement de cinquantaine défauts.....	116

Introduction Générale

Introduction Générale

Actuellement, le collage connaît un grand développement dans plusieurs domaines industriels telle que le domaine aéronautique, automobile, génie civil,...etc. En concurrence directe avec d'autres techniques d'assemblage, telles que le rivetage ou le soudage, le collage présente de nombreux avantages, notamment la réduction du poids des structures collées, mais aussi en permettant l'assemblage de matériaux aux natures variées. Cette technique d'assemblage est utilisée depuis plusieurs milliers d'années et n'a cessé de se développer au cours du siècle dernier.

Les domaines d'application de plus en plus larges des adhésifs demandent des performances de plus en plus élevées. Il devient donc important de définir et de décrire la durabilité des assemblages structuraux qui est un problème récurrent et d'une importance capitale pour les industriels du secteur aéronautique, mais les scientifiques ont toujours du mal à l'appréhender en raison notamment de l'hétérogénéité intrinsèque liée aux mécanismes de dégradation.

En conditions de service, les assemblages collés structuraux sont généralement soumis à deux types de sollicitations, statiques (les contraintes mécaniques), ou périodiques (sollicitations cycliques et/ou les sollicitations environnementales principalement l'humidité et la température). L'effet individuel ou combiné de ces sollicitations modifie non seulement le comportement de l'adhésif dans l'assemblage mais agit également sur les interactions inter-faciales et les forces d'adhésion. Ces sollicitations sont donc les facteurs de la diminution de la résistance mécanique des assemblages, de la perte de la fonction adhérence et éventuellement d'une diminution de la durée de vie des assemblages collés.

Pour autant, la non colinéarité des charges appliquées provoque une concentration des contraintes aux bords du joint adhésif qui reste toujours l'inconvénient majeure dans le sens de résistance et durée de vie des joints, la résolution de ce problème est basée sur l'une de ces deux méthodes ; changement des propriétés mécaniques des éléments constituant l'assemblage et modification de la géométrie de l'assemblage ce qui est le contexte de notre travail.

Différentes idées ont été réalisées et étudiées par de nombreux chercheurs en utilisant la configuration la plus pratique celle d'un joint à simple recouvrement. La durée de vie de ces assemblages n'est jamais connue avec précision.

La méthode des plans d'expérience est d'une utilité importante quand il ya besoin d'avoir toute une compréhension d'un phénomène donné car il prend en compte tous les paramètres et

leurs interactions. Dans notre cas particulier, cette méthode va nous permettre de quantifier les effets des paramètres géométriques et mécaniques pour l'assemblage à simple joint collé à savoir l'épaisseur de l'adhésif et de la plaque, angle de bourrelet d'adhésif et de biseautage de la plaque. En outre, l'utilisation de cette méthode nous permet d'optimiser ces paramètres de collage pour réduire les contraintes au niveau de l'adhésif et de développer par une méthode analytique l'interaction des différents paramètres.

En outre, lors de la réalisation d'un assemblage collé, de nombreux types de défauts sont susceptibles d'être créés. La nature des défauts qu'on peut rencontrer dans les assemblages collés varie selon les phénomènes ayant engendré ces défauts. Les concentrations des porosités peuvent conduire à la création de trous ou de cavités. Lorsqu'elles sont localisées au voisinage proche de l'interface, les cavités créent des lieux d'interfaces non liés ou des discontinuités géométriques. Ceux-ci peuvent évoluer et donner naissance à des sites préférentiels d'amorçage de fissure ou de décollement conduisant à la rupture de la jonction. Peu de recherches ont été consacrées dans ce domaine, pour cela nous avons présenté une étude statistique et probabilistique de l'influence de la présence de défaut dans l'adhésif sur le comportement mécanique de l'assemblage collé.

Le travail présenté ici se compose de quatre parties:

Le premier chapitre est une étude bibliographique des principaux résultats analytiques et numériques obtenus par plusieurs chercheurs par des études réalisées sur les assemblages collés. Nous présentons tout d'abord un rappel des approches analytiques classiques simplifiées et leur intérêt. Puis, des différents techniques d'assemblages collés et des résultats récents sur l'étude numérique des systèmes d'assemblage avec des joint biseautés sont présentés. Enfin, un rappel sur l'influence de la présence des défauts sur les assemblages collés dans le domaine aéronautique.

Le deuxième chapitre est consacré à une étude statistique sur l'influence des différents paramètres de collage, le but est de déterminer une nouvelle approche analytique pour optimiser les assemblages à joint collés. En premier temps, nous présentons une généralité sur la méthode des plans d'expérience. Ensuite, une étude numérique par la méthode des éléments finis tridimensionnelle est présentée à l'aide du code de calcul ABAQUS pour déterminer la distribution des contraintes maximales dans la couche d'adhésif utilisée dans un assemblage à simple recouvrement. Le plan d'expérience est utilisé pour optimiser les paramètres géométriques de l'adhésif et de la plaque pour minimiser les contraintes aux bords de l'adhésif. Plusieurs effets ont été pris en considération, à savoir, l'effet de l'angle de bourrelet de l'adhésif, l'angle de biseautage de la plaque, l'épaisseur de l'adhésif et de la plaque.

Dans le troisième et le quatrième chapitre, une étude statistique et probabilistique a été présentée afin de comprendre le phénomène de l'influence des différents paramètres de défaut de collage. À l'aide du logiciel COMSOL et de MATLAB nous avons développé un programme pour tenir compte de tous les paramètres liés au défaut, à savoir la position aléatoire, la forme et la taille, influençant la qualité et la durée de vie de la structure collée dans le domaine aéronautique. Enfin, on détermine une loi de probabilité qui décrit la distribution des contraintes de cisaillement maximale en fonction du nombre de défaut.

Nous concluons ce travail par un point sur les principaux résultats pour dégager les perspectives d'amélioration future.

Chapitre I: Généralités sur le collage

I-1. Introduction

Actuellement, la technique d'assemblage par collage est encore appelée à être largement développée dans de nombreux domaines de l'industrie vu les progrès constants réalisés en sciences des matériaux. Grâce à ses nombreux avantages, le collage remplace de petit à petit les procédés traditionnels d'assemblage tels que le boulonnage, le rivetage, le vissage, l'agrafage ou bien même le soudage. Cependant, les assemblages collés sont des sites d'échec potentiels en raison de la présence de discontinuités géométriques et matérielles qui causent des concentrations élevées de contraintes. La réduction des concentrations de contraintes le long des bords de l'adhésif est importante pour empêcher l'échec prématuré du joint collé. Toutefois, la détermination des champs de contraintes et de déformations dans des assemblages par recouvrement présente des difficultés vue la géométrie complexe de la structure et les différences de propriétés mécanique des matériaux à assembler. En plus le chargement excentrique peut aboutir aux fléchissements de l'assemblage à simple recouvrement, et les variations de contraintes locales près des bords de recouvrement sont caractérisées par de très haut gradient qui dépend des propriétés mécaniques de l'adhérent et de l'adhésif ainsi la géométrie commune.

Les méthodes analytiques et numériques ont été largement employées pour prédire le comportement des joints collés. La méthode des éléments finis présente un grand avantage puisqu'elle est très facile à prendre en compte la modification des conditions aux limites, la complexité de la géométrie de la structure, et d'introduire divers type de comportement linéaire et non linéaire, et réaliser des études paramétriques complexes.

Les premiers travaux consacrés aux assemblages collés sont généralement attribués à Volkersen (1938) [1]. Il est le premier a proposé un modèle de joint à simple recouvrement en faisant les hypothèses suivants :

- Les matériaux sont supposés élastiques linéaires isotropes
- Les adhérents ne travaillent qu'en traction.
- Le joint ne travaille qu'en cisaillement.
- Les contraintes et déformations sont supposées constantes suivant l'épaisseur (adhérente et adhésive).

Son modèle ne prend pas en considération l'effet de flexion et les déformations de l'adhésif (pelage, traction, flexion.....).

En 1944, De Bruyne adapte la théorie de Volkersen au joint à double recouvrement [2]. Goland & Reissner [3] étudient les effets de flexion dus à l'excentricité du chargement dans un joint à simple recouvrement. De plus, ils donnent une formulation simple pour la contrainte de pelage. En 1973, Hart-Smith améliore ces modèles en tenant compte de la plasticité [4, 5]. Adams et Peppiatt étudient

l'effet de coefficient de Poisson dans le joint à simple recouvrement [6]. En 1984, Oplinger étudie l'influence des grands déplacements sur les joints à simple recouvrement [7]. En 1995, Tsai et Morton étudient expérimentalement l'influence du bourrelet d'adhésif [8]. Ce dernier permet de diminuer considérablement le niveau de contrainte de pelage et de cisaillement dans le joint adhésif. Dans les années 1990, Wang et Rose calculent les contraintes normales longitudinales et latérales dans un joint à simple recouvrement [9]. Tong, Sheppard et Kelly étudient l'influence de l'alignement des adhérents sur les joints à double recouvrement [10]. Vu la non symétrie génère un moment dans l'assemblage. Ainsi, ce décalage crée la flexion des deux plaques qui provoque une augmentation des contraintes de pelage dans l'adhésif.

L'analyse de la distribution des contrainte dans le joint d'adhésif montre que les contraintes sont concentrées au niveau des bords par contre le cœur de l'adhésif reste dans la plus part des cas inactif. Plusieurs études ont montré que l'augmentation de la contrainte de pelage augmente avec l'épaisseur de l'adhérent et diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de l'adhésif mais cet épaisseur doit être optimisée [11-13]. Par la suite les outils numériques ont permis d'étudier plus précisément la zone d'extrémité. En 2007, da Silva et Adams étudient l'influence de la forme de la zone d'ancrage sur les pics de contraintes de pelage [14]. Tsai, Oplinger et Morton améliorent le modèle de Goland & Reissner en supposant que le cisaillement est linéaire suivant l'épaisseur des adhérents [15]. En 2006, Smeltzer et Lundgren étudient le cas du joint à simple recouvrement soumis à la flexion pure [16]. Tous ces modèles donnent le maximum de contrainte de cisaillement à l'extrémité libre du joint. En réalité, au bord libre, le cisaillement est nul, il est maximal à une certaine distance du bord libre [17, 18]. Après l'étude de Hart-smith [19], Mortensen et Thomsen s'intéressent en 1997 aux joints biseautés pour l'amélioration de la résistance mécanique de l'adhésif au niveau des bords [20].

Avec l'amélioration des techniques de collage, les adhésifs ont été utilisés pour coller des structures aéronautiques, des structures de génie civil, etc... En aéronautique, il a été montré que lors de l'apparition de fissures, le collage d'un patch retardait la propagation de cette dernière [21-25]. Des modèles de renforcement sont étudiés dans la littérature [26-31]. En 2002, Sierra-Ruiz, Destrebecq et Grédiac développent un modèle analytique d'une structure en béton renforcée par un patch composite soumise à divers chargements [32]. En 2006, Mathias, Grédiac et Balandraud étudient le comportement dans le plan sur un renfort rectangulaire dans le cadre des hypothèses de Volkersen [33]. Da Silva et al. Ont réalisé un tableau récapitulatif des solutions pour les joints à simple recouvrement présentant les hypothèses retenues ainsi que le type de solution cherché (Tableau I-1).

Tableau I-1 : Synthèse des approches disponibles dans la littérature concernant les joints à simple recouvrement [34].

	Loi de comportement des matériaux				Adhérents					Contraintes dans l'adhésif			Solution	
	Adhésif Linéaire	Adhésif Non Linéaire	Adhérent Linéaire	Adhérent Non Linéaire	Isotrope	Composite	Symétriques	Epaisseurs différentes	Matériaux différents	σ_x	σ_z	τ_{xz}	Analytique	Numérique
Volkersen [1]	X		X		X		X	X				X	X	
Goland et Reissner [3]	X		X		X		X				X	X	X	
Wah [35]	X		X		X	X	X	X				X	X	X
Hart-Smith [4, 5]	X	X	X		X		X	X			X	X	X	
Pirvics [36]	X		X		X		X	X	X	X	X	X		X
Grimes et Greimann	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X
Renton et Vinson [37, 38]	X		X		X	X	X	X	X		X	X		
Srinivas [39]	X		X		X	X	X	X	X		X	X	X	
Allman [40]	X		X		X	X					X	X	X	
Ojalvo et Eidino [41]	X		X		X		X				X	X	X	
Dedale et al.[42]	X	X	X		X	X	X	X	X		X	X	X	
Bigwood et Crocombe [43]	X	X	X		X		X	X	X		X		X	
Cheng et al. [44]	X		X		X		X	X	X	X	X	X		X
Adams et Mallick [45]	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Tong [46]	X	X	X		X		X				X	X	X	
Yang et Pang [47]	X		X		X	X	X	X	X		X	X		X
Frostig et al. [48]	X		X		X	X	X	X	X		X	X		X
Sawa et al. [49]	X		X		X		X	X	X	X	X	X		X
Mortensen et Thomsen [50]	X	X	X		X	X	X	X	X			X		
Adams et al. [51]	X	X	X	X	X		X						X	
Wang et al. [52]	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X
Smeltzer et Klang [17]	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X

I-2. Rappel des approches classiques simplifiées

Dans la conception des assemblages collés, la géométrie des substrats et du joint de colle joue un rôle primordial pour assurer une longue durée de vie de la structure. Les adhésifs sont efficaces quand ils travaillent essentiellement en cisaillement. Ils supportent beaucoup moins bien les efforts de traction et de pelage donc il est préférable d'utiliser des assemblages collés par recouvrement. En effet, la technique de calcul utilisée dans certains guides de recommandations et qui consiste à considérer une contrainte de cisaillement constante pour déterminer la capacité d'un joint collé en cisaillement n'est clairement pas adaptée au cas de colles rigides. Dans ce cas (qui concerne les joints les plus résistants, et donc le collage structural), il existe des phénomènes de concentrations de contrainte.

Nous allons ci-après lister les principales théories utilisées aujourd'hui pour la détermination des profils de contrainte dans les joints collés. La liste des méthodes n'est bien entendu pas exhaustive, et il a été décidé de ne citer que les méthodes présentant un intérêt pour expliquer certains aspects phénoménologiques du collage. Dans le cas des méthodes analytiques, il existe de nombreuses autres approches qui concernent des joints de géométrie différente, ou des méthodes d'ordre de précision plus important. Pour la modélisation par les éléments finis, de nombreux travaux ont été réalisés, dont les plus importantes seront citées dans notre travail.

I-2-1. *Modèles analytiques*

Les méthodes analytiques de détermination des contraintes se justifient pour plusieurs raisons. Elles peuvent tout d'abord s'imposer par manque d'outils de calcul. Utilisées dans des cas simples, elles permettent aussi de valider des modèles de détermination des contraintes sophistiqués. En homogénéisant les caractéristiques des substrats de joints collés de matériaux composites, ces méthodes donnent également la possibilité d'estimer, avec plus ou moins de précision, le niveau de contrainte auquel est soumis l'adhésif. Ce cas d'application, fréquent pour des études de pré-dimensionnement, est loin d'être négligeable. La caractéristique commune aux nombreux modèles analytiques est la simplicité de leurs hypothèses. Il en découle, comme nous allons le voir, une description plus ou moins précise et réaliste de l'état de contrainte recherchée.

La majorité des études analytiques classiques choisissent une approche bidimensionnelle de l'état de contraintes, pour des raisons évidentes de simplicité. Cette approche peut présenter des limitations, notamment dans le cas des substrats composites. Une autre hypothèse fréquente suppose qu'il n'y a pas de variation des contraintes dans l'épaisseur ni dans la largeur de la couche d'adhésif. Cette hypothèse est fondée sur une très faible épaisseur de cette couche devant celle des substrats.

La seule variation des contraintes considérée est suivant l'axe longitudinal (axe de chargement) [1].

L'état de contrainte supposé dans l'adhésif se résume donc le plus souvent aux composantes suivantes (Figure I-1) :

- la contrainte de cisaillement, τ_{xy}
- La contrainte normale, dite de pelage, σ_{yy}
- et parfois la contrainte longitudinale, σ_{xx}

La dernière composante citée est souvent négligée. Cette simplification se justifie par la grande différence de module d'Young entre l'adhésif et les substrats ($E_s \gg E_a$), qui entraîne de très faibles contraintes longitudinales dans l'adhésif.

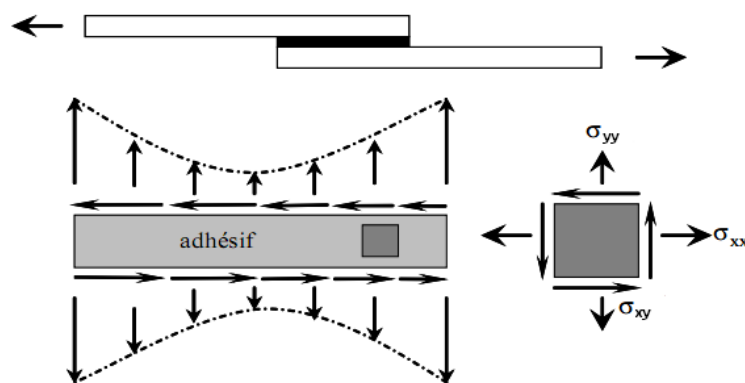


Figure I-1: Etat de contraintes dans l'adhésif.

On citera tout d'abord la plus simple des formules de dimensionnement, qui n'est pas réaliste mais qui est largement employée pour des estimations rapides, et qui est retenue dans un certain nombre de normes. Elle consiste à évaluer la contrainte moyenne de cisaillement dans l'adhésif, en considérant les substrats comme parfaitement rigides (figure I-2).

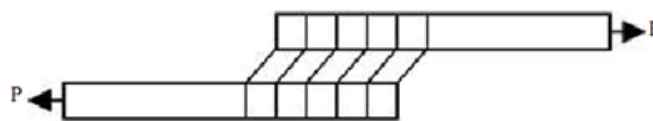


Figure I-2: Déformations de l'adhésif avec des substrats rigides [1].

$$\tau = \frac{P}{bL} ; \quad (I-1)$$

P : étant l'effort à transmettre, b et L respectivement la largeur et la longueur de la couche de colle.

I-2-2. Analyse uniaxiale de Volkersen

Dans cette analyse, seules les contraintes de cisaillement dans l'adhésif et les efforts longitudinaux (sens des x) dans les substrats sont prises en compte. L'adhésif est modélisé par une

infinité de ressorts travaillant en cisaillement. Les substrats sont considérés comme travaillant en contraintes planes.

Volkersen a introduit en 1938[1] dans l'analyse de contrainte dans un joint à simple recouvrement une formulation qui suppose que l'adhésif ne se déforme qu'en cisaillement. Les substrats sont traités comme un matériau élastique et isotrope ne se déformant qu'en tension. La contrainte de traction dans les substrats est maximale au point A et nulle au point B (Figure I.3). La contrainte de cisaillement dans l'adhésif n'est plus uniforme mais maximale aux deux extrémités de la couche de colle et minimale au milieu (Figure I.4).

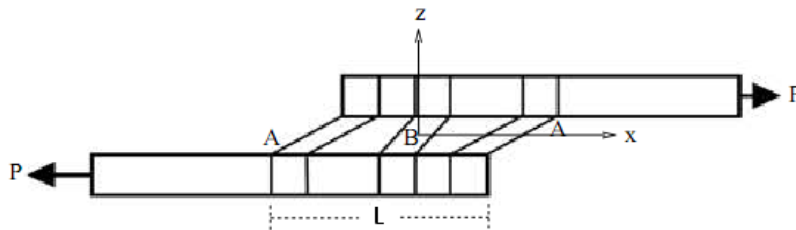


Figure I-3: Déformations de l'adhésif et du substrat, hypothèses de Volkersen [1].

Il obtient la répartition suivante pour une jonction équilibrée (Figure I.4) :

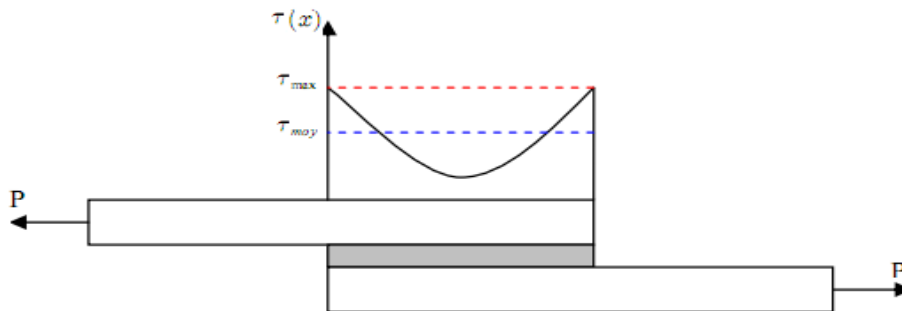


Figure I-4: Répartition des contraintes de cisaillement dans le joint à simple recouvrement [1].

Cette contrainte de cisaillement a pour valeur maximale, lorsque les substrats sont de même épaisseur :

$$\tau = G_c \gamma \tag{I-2}$$

$$\tau(x) = \frac{0.5 \eta_v}{b} \cdot \frac{\cosh(\eta_v (0.5 L - x))}{\sinh(0.5 \eta_v L)} f \tag{I-3}$$

$$\eta_v = \sqrt{\frac{2 G_c}{e_a e_s E_s}} \tag{I-4}$$

$$\tau_{moy} = \frac{f}{b L} \tag{I-5}$$

Il montre alors que la contrainte de cisaillement est maximale au bord du joint et minimale au centre (Figure I-4).

En notant τ_{moy} , la contrainte de cisaillement moyenne appliquée, la contrainte maximale τ_{max} s'écrit :

$$\tau_{max} = \frac{\eta_v L}{2 \tanh(0.5 \eta_v L)} \tau_{moy} \quad (I-6)$$

D'un point de vue mécanique, cette formulation ne décrit pas correctement les conditions aux limites et de chargement auxquelles un joint à simple recouvrement est soumis. Ainsi, un désalignement des forces de traction dû à la géométrie particulière de l'éprouvette induit un moment de flexion dans chacun des substrats. En effet, au début de la phase de chargement d'une éprouvette, les forces de traction ne sont pas colinéaires. Il en résulte un moment de flexion dans chacun des substrats, provoquant leur courbure. A chargement croissant, ces courbures s'accroissent, rapprochant la ligne d'action des forces de traction de la ligne neutre des substrats, réduisant par conséquent le moment de flexion. La formule de Volkersen est pour cette raison plus adaptée aux joints à double recouvrement, dans lesquels le flux d'effort est centré.

I-2-3. Analyse élastique biaxiale

Les analyses suivantes sont présentées de manière progressive au niveau de leur complexité et illustrent les travaux existants qui prennent en compte la flexion des substrats due à l'excentricité de chargement, par l'introduction d'un moment de flexion en bord de joint M_0 (Figure I.5). L'adhésif est représenté par une infinité de ressorts travaillant en cisaillement et une infinité de ressorts travaillant en traction-compression. Les substrats sont considérés comme des plaques dans la plupart des cas.

I-2-3-1. Analyse de Goland et Reissner

Goland et Reissner [3], tiennent compte du moment de flexion dans leur analyse, et raisonnent alors dans le cadre des plaques en flexion cylindrique. Ils supposent l'adhésif et les substrats parfaitement élastiques. Ils supposent la longueur grande devant les épaisseurs des substrats, de sorte qu'ils considèrent un problème de déformations planes.

Ils supposent de plus que la contrainte normale dans la direction x (Figure I.5) dans la colle est négligeable et que « τ » dans la colle ne varie pas dans l'épaisseur. Ils procèdent en deux étapes ; ils déterminent premièrement la répartition du chargement sur la section rectangulaire du joint puis dans un second temps ils déterminent les contraintes dans la colle. Pour cela, ils considèrent les substrats et l'adhésif comme un seul bloc. Ils obtiennent des solutions pour deux cas particuliers (cas limite) :

- la couche de colle est fine et de rigidité similaire aux substrats, soit la relation $\frac{e}{E} \ll \frac{e_1}{E_1}$

- La couche de colle est fine et ses déformations ne sont pas négligeables, soit

La Relation $\frac{e}{E} \gg \frac{e_1}{E_1}$; c'est ce cas qui s'applique aux assemblages métal/colle/métal.

Ils définissent un facteur de moment fléchissant k_{GR} et un facteur de force k' qui relie respectivement le moment de flexion M_0 et l'effort tranchant V_0 en fin de recouvrement, à la charge de traction appliquée à l'assemblage, équilibré ici, afin de tenir compte de la flexibilité des substrats et de l'adhésif.

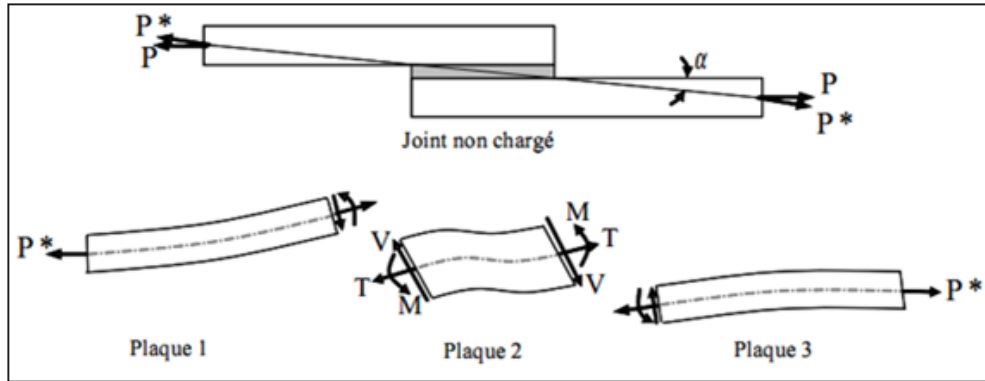


Figure I-5: Présentation de l'état des contraintes dans un joint à simple recouvrement, d'après Goland & Reissner [3].

$$M_0 = 0.5 k_{GR} e_1 f \quad (I-7)$$

$$V_0 = k_{GR} f \sqrt{3(1 - \nu_1^2)} \frac{f}{E_1 e_1 b} = 2 k' \frac{e_1}{L} f \quad (I-8)$$

Où ils obtiennent ainsi dans le second cas limite :

$$\tau(x) = -\frac{1}{4 b L} \left[(1 + 3 k) \frac{\beta L}{2 e_1} \frac{\cosh\left(\frac{\beta x}{e_1}\right)}{\sinh\left(0.5 \frac{\beta L}{e_1}\right)} + 3(1 - k_{GR}) \right] f \quad (I-9)$$

Où $\beta^2 = 8 \frac{G e_1}{E_1 e}$

Et

$$\sigma(x) = \frac{e_1}{4 b L^2 \Delta} \left[\begin{aligned} & (0.5 R_2 \lambda^2 k_{GR} + \lambda k' \cosh(\lambda) \cos(\lambda)) \cosh\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \cos\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \\ & + (0.5 R_1 \lambda^2 k_{GR} + \lambda k' \sinh(\lambda) \cos(\lambda)) \sinh\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \sin\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \end{aligned} \right] f \quad (I-10)$$

Où $\lambda = \gamma \frac{L}{2e_1}$; $\gamma^4 = 6 \frac{E e_1}{E_1 e}$;

$R_1 = \cosh(\lambda) \sin(\lambda) + \sinh(\lambda) \cos(\lambda)$;

$R_2 = \sinh(\lambda) \cos(\lambda) - \cosh(\lambda) \sin(\lambda)$;

$\Delta = 0.5(\sinh(2\lambda) \sin(2\lambda))$

Les contraintes maximales se situent aux extrémités du joint et ont pour valeur :

$$\tau_{max} = \left(\left(\frac{1+3 k_{GR}}{4} \right) \eta_v L \coth\left(\frac{\eta_v L}{2}\right) + \frac{3(1-k)}{4} \right) \tau_{moy} \quad (Car : \beta = 2e_1 \eta_v) \quad (I-11)$$

Et

$$\sigma_{max} = \frac{e_1}{b L^2 \Delta} \left(0.5 \lambda^2 k_{GR} (\sinh(2\lambda) - \sin(2\lambda)) - \lambda k' (\cosh(2\lambda) + \cos(2\lambda)) \right) \quad (I-12)$$

Dans le cas de substrats indéformables ($k_{GR} = 1$), la contrainte de cisaillement maximale est deux fois plus importante que la valeur prévue par Volkersen ; d'où l'importance de tenir compte de la rotation du joint dus à l'excentricité des deux forces.

I-2-3-2. Analyse de Hart-Smith

A la suite des premiers travaux consacrés aux joints collés à double recouvrement, Hart-Smith [5] s'est également penché sur le problème de la détermination des contraintes dans les joints à simple recouvrement.

Afin d'améliorer la description des efforts dans les substrats et de donner ainsi un état plus réaliste des sollicitations agissant sur la couche d'adhésif, Hart-Smith propose un nouveau découpage de la zone de recouvrement. La Figure I-6 montre le détail apporté à la modélisation de la partie recouvrement, en comparaison du modèle de Goland & Reissner [3] représenté dans la Figure II-5. Hart-Smith traite la partie recouvrement comme deux plaques découplées encadrant la couche d'adhésif. La prise en compte de la couche d'adhésif lui permet alors de donner une nouvelle représentation des efforts de section et de formuler une nouvelle expression plus réaliste du facteur k .

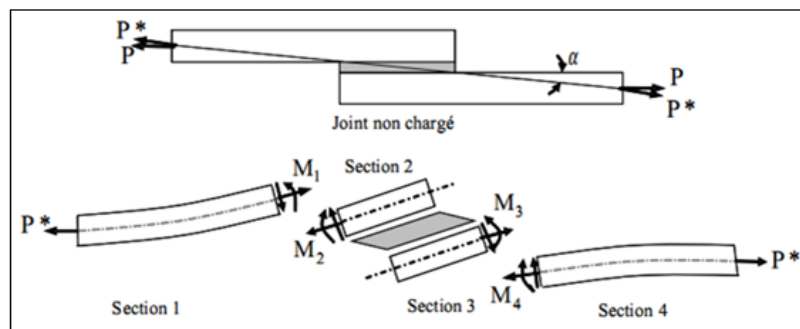


Figure I-6: Etat de contrainte dans un joint à simple recouvrement, d'après Hart-Smith [5].

I-2-3-3. Analyse élastoplastique biaxiale de Hart-Smith

De plus, Hart-Smith s'intéresse au comportement non linéaire de l'adhésif : il a développé une approche élastique-plastique parfait (Figure I.7).

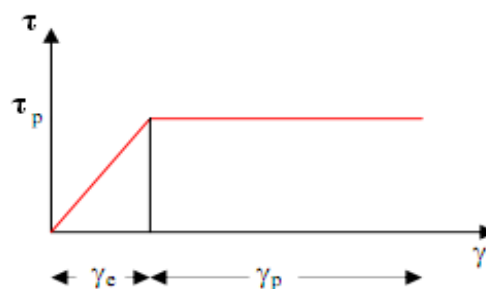


Figure I-7: Matériau dont le comportement est élastique parfaitement plastique [5].

La démarche consiste à supposer l'existence d'une longueur (L-d) sur laquelle la colle plastifie, soit dans le cas d'une jonction équilibrée, 0.5 (L-d) à chaque bord (figure I.8). Dans le cas des jonctions en double cisaillement [5], il part de l'analyse de Volkersen (les phénomènes de flexion pouvant être négligés). La jonction peut être déséquilibrée. La prise en compte de la plasticité permet de faire coïncider l'expérience et la théorie. Hart-Smith montre que la capacité de chargement augmente avec la longueur de recouvrement et est constante au-delà d'une certaine longueur : au dessus de cette longueur, aucune charge plus importante ne peut être transférée. La charge est essentiellement transférée dans deux zones : celles proches des deux extrémités du joint de colle ; la charge transférée dans la zone intermédiaire, où la colle est élastique, est faible. L'extension des deux zones aux extrémités de la jonction est limitée, et au-delà d'une certaine longueur de recouvrement, la longueur des zones aux extrémités de la jonction ne dépend plus de la longueur de recouvrement.

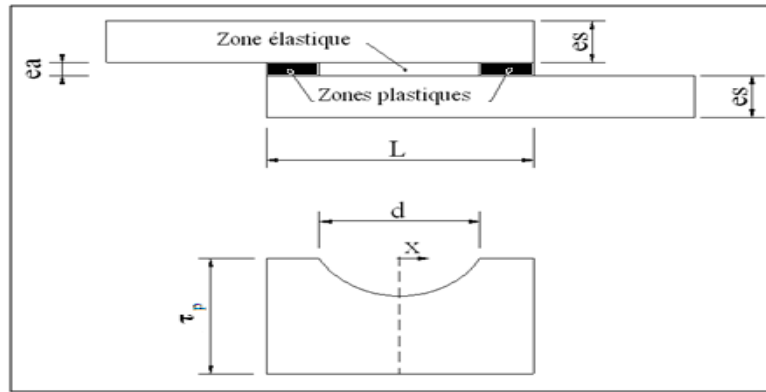


Figure I-8: Zones élastique et plastique considérées par Hart-Smith [5].

Il obtient alors :

$$\tau_{moy} = \left[\left(1 - \frac{d}{L}\right) + \frac{\tanh(0.5 \eta_{HS} d)}{0.5 \eta_{HS} L} \right] \tau_P \quad (I-13)$$

où :

$$\eta_{HS} = \sqrt{\frac{G}{e} \left(\frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{e_2 E_2} \right)} \quad (I-14)$$

Et :

$$[0.5 \eta_{HS} (L - d) + \tanh(0.5 \eta_{HS} d)]^2 = \tanh^2(0.5 \eta_{HS} d) + 2 \frac{\gamma_P}{\gamma_e} \quad (I-15)$$

Ces deux équations peuvent être résolues numériquement. En faisant l'hypothèse d'un long recouvrement, il vient:

$$(L - d) = \frac{2}{\eta_{HS}} \sqrt{\tau_P e \left(\frac{\gamma_e}{2} + \gamma_P \right)} \quad (I-16)$$

La longueur limite de plastification ne dépend donc plus que des caractéristiques mécaniques des

matériaux. Plus précisément, la longueur de recouvrement limite au-delà de laquelle il existe une zone élastique est donnée par :

$$(0.5 \eta_{HS} L)_{transition} = \sqrt{2 \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_e} \right)} \quad (I-17)$$

D'où en considérant les cas où l'adhésif est totalement élastique ou totalement plastique :

- Dans le cas totalement élastique ($0.5\eta_{HS} \cdot L \rightarrow \infty$ et $\gamma_p \equiv 0$), il apparaît $\tau_{moy}(0.5\eta_{HS} \cdot L) \rightarrow \tau_p$, ce qui est la solution de Volkersen (puisque $\eta_{HS} \cdot L \gg 1$) ;
- dans le cas totalement plastique ($0.5\eta_{HS} \cdot L \rightarrow 0$), $\tau_0 \rightarrow \tau_p$

Dans le cas des jonctions en simple cisaillement [5] dans le cadre de la flexion cylindrique, il faut rajouter l'effet de l'excentricité de chargement. Il part alors de l'analyse de Goland et Reissner, en tenant compte, en plus, des effets géométriques de l'épaisseur de la colle dans l'expression du facteur k de moment fléchissant M:

$$M = 0.5 k_{HS} e_1 \left(1 + \frac{e}{e_1} \right) f = 0.5 k_{HS} (e + e_1) f \quad (I-18)$$

Hart-Smith note que le moment appliqué en bord de joint et calculé à l'aide du facteur k défini par Goland et Reissner, n'est strictement applicable que dans le cas de chargements légers et de petites longueurs de recouvrement, et, considère alors les substrats indépendamment et non en un seul bloc comme le font Goland et Reissner.

Dans la configuration d'un adhésif entièrement élastique, il obtient alors (cas équilibré) :

$$k_{HS} \approx \frac{1}{1 + \zeta \frac{L}{2} + \zeta^2 \frac{L^2}{24}} \quad (I-19)$$

où $\zeta = \sqrt{\frac{P}{D}}$

En notant D la rigidité de flexion des substrats.

L'excentricité de chargement domine le comportement de la jonction en simple recouvrement. La longueur de recouvrement a ici, contrairement au cas du double recouvrement, une influence importante sur la résistance de la jonction.

Comme dans le cas précédent les zones en bord de joint assurent la plus grande part du transfert ; cependant pour de longs recouvrements, la zone intermédiaire est plus efficace que pour le double recouvrement. La contrainte de cisaillement s'écrit :

$$\tau(x) = A_a \cosh \left(2\lambda' \left(x - \frac{L}{2} \right) \right) + C_a \quad (I-20)$$

Où :

$$C_a = \frac{f}{bL} - \frac{A_a}{\lambda' L} \sinh(L \lambda'); \quad A_a = \frac{\lambda'}{b \sinh(\lambda' L)} \frac{1 + 3 \left(1 + \frac{e}{e_1} \right) k_{HS}}{1 + 3 \left(1 + \frac{e}{e_1} \right) f}; \quad \lambda' = \frac{\eta_{HS}}{2} \sqrt{1 + 3 \left(1 + \frac{e}{e_1} \right)}$$

La contrainte de pelage s'écrit :

$$\sigma(x) = A_a \cosh\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \cos\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) + B_b \sinh\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \sin\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \quad (I-21)$$

Où :

$$\sigma = \sqrt[4]{\frac{1-\nu_1^2}{k_b} \frac{6E}{e E_1 e_1^3}}; \quad A_b = \left[\cos\left(\sigma \frac{L}{2}\right) - \sin\left(\sigma \frac{L}{2}\right) \right] \frac{12 E M_0}{e E_1 e_1^3 \sigma^2 e^{\sigma \frac{L}{2}}}; \quad B_b = \frac{\sin\left(\sigma \frac{L}{2}\right) + \cos\left(\sigma \frac{L}{2}\right)}{\cos\left(\sigma \frac{L}{2}\right) - \sin\left(\sigma \frac{L}{2}\right)} A_b$$

Le paramètre k_b représente ici la raideur en flexion pour des substrats filamenteux en matériau composite. De plus, il met en avant trois modes de rupture.

Le premier mode est celui de la rupture des substrats au bord du joint de colle ; ce mode est le plus fréquent et est celui qui se produit pour des substrats de faibles épaisseurs, en conséquence de la flexion importante due à l'excentricité de chargement. Le second mode est celui de la rupture de la couche de colle en cisaillement ; il concerne plus particulièrement les jonctions avec une faible longueur de recouvrement. Le troisième mode est celui qui combine les deux précédents, et est associé aux contraintes de pelage en bord de joint et se produit pour des substrats de forte épaisseur. Le rapport de la longueur de recouvrement à l'épaisseur du substrat joue donc un rôle important dans la prévision du mode de la rupture du joint.

I-3. Intérêt des approches analytiques

Les approches analytiques sont nombreuses et fournissent des expressions prêtes à l'emploi.. L'exactitude de ces formules doit être reliée à la validité des hypothèses simplificatrices faites, vis-à-vis du problème posé, comme par exemple les hypothèses de contraintes qui, dans l'épaisseur du film adhésif, sont constantes ou varient linéairement, ou la prise en compte ou non de la rotation de la jonction. Les approches numériques permettent d'éviter certaines hypothèses simplificatrices, comme par exemple les hypothèses de contraintes qui, dans l'épaisseur du film adhésif, sont constantes ou varient linéairement, ou la prise en compte ou non de la rotation de la jonction. Cependant, vu les gradients de déformations élevés, un maillage fin est nécessaire.

Par conséquent, l'approche numérique demande vite des temps de calcul importants, et, faire une étude paramétrique est fastidieux.

I-4. Synthèse

Les travaux de Goland et Reissner et de Hart-Smith apparaissent comme étant des travaux références. En effet, Goland et Reissner sont les premiers à prendre en compte la flexion des substrats, tandis que Hart-Smith, sur la base des travaux de Goland et Reissner, analyse les

assemblages collés sous toutes ses configurations. Par conséquent, ces travaux offrent la possibilité assez simplement d'être considéré comme référant à d'autres analyses.

De ces analyses, nous pouvons dégager le comportement général en fonction des paramètres suivants :

- la longueur de recouvrement ;
- la largeur de recouvrement ;
- la rigidité (épaisseur) des substrats ;
- la rigidité (épaisseur) de l'adhésif ;
- le comportement mécanique de l'adhésif.

I-5. Modélisation tridimensionnelle par élément finis

Avec le développement des moyens de calcul, l'attention a pu se porter vers des modélisations 3D qui n'étaient pas envisageables auparavant. Tsai et Morton [53] ont repris leur étude 2D précédente et proposé une modélisation 3D, toujours comparée aux résultats de l'interférométrie de Moiré. Les résultats montrent l'existence de phénomènes absents des analyses 2D, notamment la présence de contraintes de pelage maximales au 50 Twistingou Torsion Twistingou Torsion centre du joint et au bord de la zone collée. Ceci est expliqué par des phénomènes de flexion anticlastique des deux substrats. Les composantes de cisaillement varient également dans la largeur du joint. Les composantes de traction ne sont pas affectées, et correspondent à celles calculées par une analyse 2D en déformations planes. Diaz et al. [54] ont mené une étude comparative entre différentes modélisations 3D d'un joint simple recouvrement. Les substrats sont des stratifiés carbone/epoxyde et la colle est un époxyde. Le non linéarité géométrique est inclus dans les modélisations. Les résultats sont comparés aux données expérimentales de Tsai et Morton [8]. Parmi les principaux renseignements à tirer de cette étude, il apparaît que l'utilisation d'éléments coques pour modéliser les substrats permet un gain notable en temps de calcul, sans affecter la qualité des résultats.

Apalak et al. [55] proposent une modélisation 3D d'un joint simple recouvrement entre deux composites stratifiés. Le modèle éléments finis réalisé avec ANSYS utilise des éléments 3D multicouches pour la modélisation des stratifiés, et le phénomène d'endommagement est appréhendé de façon itérative. L'état de contrainte de chaque pli est récupéré et un critère de Hashin est utilisé pour évaluer la dégradation du matériau. Des propriétés dégradées sont alors réinjectées dans le modèle et une nouvelle itération a lieu. Les auteurs peuvent ainsi accéder aux phases d'initiation et de propagation de la fissuration dans les substrats, au prix d'une procédure assez lourde.

Plus récemment des études numériques ont été menés par Madani et al [56], afin d'étudier l'effet

de la présence d'entaille dans la longueur de recouvrement. Leurs résultats montrent que l'effet d'entaille est plus sensible lorsque le bord libre de l'adhésif est près de l'entaille. Cet effet disparaît complètement pour un petit rayon d'entaille. La présence de l'entaille n'a pas d'effet sur la répartition des contraintes de cisaillements dans la couche d'adhésif. Mokhtari et al [57], qui ont modélisé l'effet de l'orientation des fibres sur la réduction des contraintes dans la couche d'adhésif. Les résultats de l'analyse indiquent que la contrainte maximale dans la couche d'adhésif réduite en changeant la rigidité et les orientations des fibres des plis du composite. En outre, l'utilisation de composite hybride aboutit à réduire considérablement les contraintes de cisaillement dans la couche d'adhésives.

I-6. Comparaison des résultats des différentes théories présentées

Tous les modèles analytiques et numériques s'intéressant aux joints à simple recouvrement n'ont pas été cités mais le choix des modèles présentés permettent de se représenter les divers degrés de complexité rencontrés lorsqu'on s'intéresse à la détermination analytique des champs de contrainte dans un joint collé fonctionnant en cisaillement. Pour pouvoir se faire une idée des différences entre les théories présentées ci-dessus, l'analyse d'un joint collé a été réalisée avec les différentes théories analytiques présentées et un modèle numérique, en l'occurrence un modèle éléments finis 3D sous l'hypothèse de déformations planes réalisé avec le logiciel Abaqus.

On constate que l'excentricité de l'application des efforts entraîne de manière évidente une contrainte de décollement au niveau du joint de colle. Celui-ci n'est pas pris en compte dans la théorie de O. Volkersen, et il est donc normal que les résultats donnés par la théorie de Goland et Reissner (qui pour rappel prend en compte le moment dû à l'excentricité des efforts) conduisent à des résultats assez différents.

Afin de valider notre modèle géométrique, on a essayé d'analyser la distribution des contraintes dans le joint adhésif par la méthode des éléments finis et de le comparer avec les modèles analytiques (Volkersen, Goland et Reissner, et Hart), pour cela on a pris comme modèle, un assemblage à simple recouvrement dont les caractéristiques mécaniques utilisées pour l'adhésif et l'adhérents sont données dans le tableau I.2. Le joint est soumis à une charge de 20MPa.

Couche (mm)	Epaisseur (mm)	E(MPa)	ν	L(mm)
2024-T3	1.5	68800	0.33	12.5
ADEKIT A140	0.2	2690	0.3	12.5

Tableau I-2: Les propriétés du joint du joint à simple recouvrement étudié.

On notera que le profil de cisaillement est concentré aux deux extrémités et que le collage initie des phénomènes de concentrations de contrainte. Les profils de cisaillement et de décollement donnés par les théories de O. Volkersen, Goland et Reissner, et Hart sont déterminées par la méthode des éléments finis avec le code de calcul Abaqus pour un chargement en traction sont tracés dans figure I-9 et figure I-10.

On notera que la contrainte de décollement est loin d'être négligeable et que dans le cas des joints collés à simple recouvrement, elle peut jouer un rôle prépondérant. La concentration de contrainte observée aux extrémités pour le cisaillement est également observée sur le champ d'arrachement.

La correspondance entre les résultats analytiques et le calcul numérique est relativement bonne dans un domaine limité.

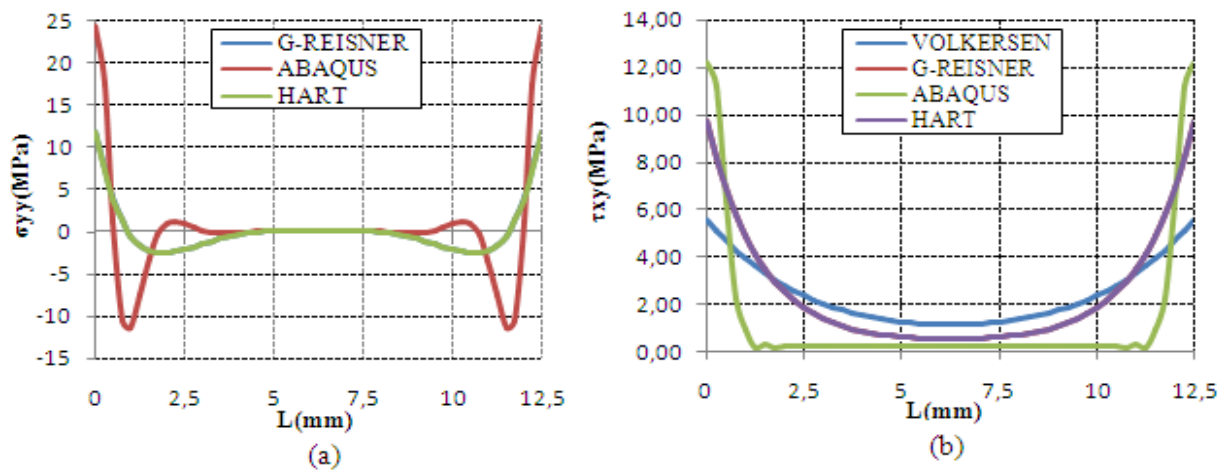


Figure I-9: Etudes élastiques de la distribution des contraintes de pelage(a) et de cisaillement(b).

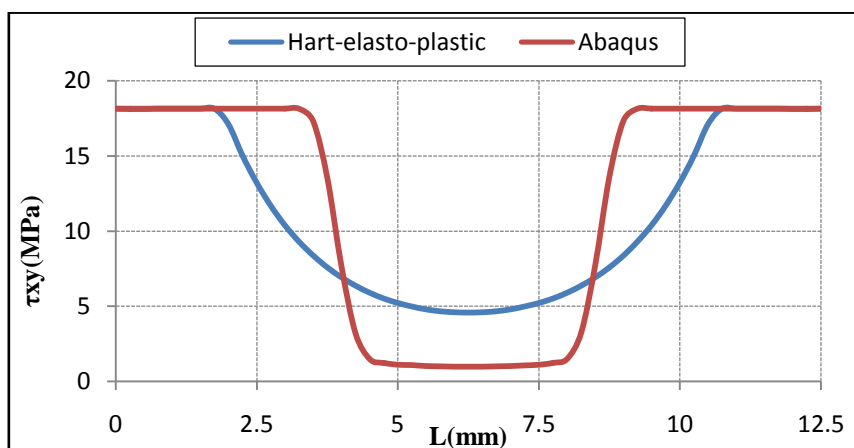


Figure I-10: Etudes élastoplastiques de la distribution des contraintes de cisaillement.

I-7. Les différentes techniques d'assemblages collés

La géométrie de la liaison joue un rôle majeur sur la résistance d'un assemblage collé. Ce dernier possède généralement un meilleur comportement lorsqu'il travaille en cisaillement ou en compression, plutôt qu'en traction, pelage ou clivage. Les principales géométries d'assemblage sont représentées sur la Figure I-11, présentant de gauche à droite, les configurations les plus favorables.

On observe ainsi, que dans le cas d'une application structurale, un joint bout à bout travaillant en traction n'est pas une bonne configuration, et l'on préférera l'utilisation d'un joint en « sifflet » (biseauté), ou un joint à double recouvrement. Comme souvent, une meilleure résistance s'accompagne d'un coût plus élevée de la réalisation. Un paramètre important de la géométrie de l'assemblage est la longueur de recouvrement de l'adhésif qui représente la longueur encollée selon la direction de sollicitation. Intuitivement, augmenter cette longueur de recouvrement permet d'accroître la résistance de l'assemblage, mais avec un effet non linéaire. On trouve également des descriptions et analyses de résistances à la rupture de joints à simple recouvrement composite/métal montrant l'effet bénéfique sur la transmission de l'effort de ces assemblages lorsque l'on modifie la géométrie du « bourrelet » de colle en extrémité [59-60].

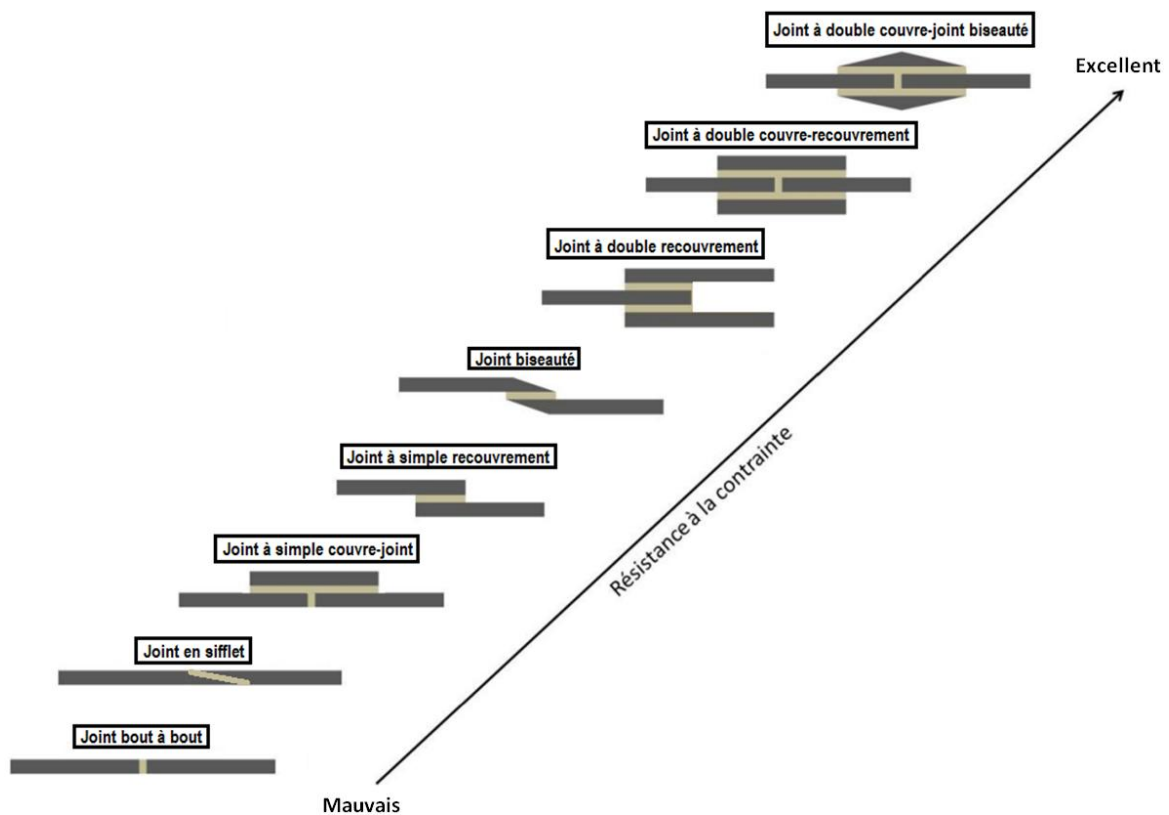


Figure I-11 : Principaux types d'assemblage de plaques par collage [58].

En plus de ces configurations, d'autres auteurs ont présentés d'autres modèles tenant compte de la modification des bords de l'adhésif et les adhérents (Figure I-12).

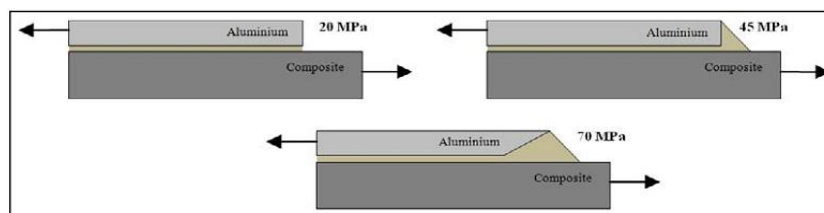


Figure I- 12 : Bourrelet de colle en extrémité d'un assemblage collé simple recouvrement aluminium/composite sollicité en traction [60].

Les résultats issus des modifications présentes dans la Figure I-12 montrent un effet bénéfique du biseautage du support métallique (biseautage « inverse ») en extrémité combiné avec un bourrelet de colle d'épaisseur égale à celle du support métallique + joint de colle. Ainsi, il est intéressant de jouer sur la géométrie du joint de colle en extrémité de l'assemblage, permettant d'augmenter la résistance du joint collé lorsque l'on crée un «bourrelet» de colle, plutôt qu'une extrémité lisse.

I-8. Avantage et inconvénient du collage structural

Le mode d'assemblage par collage est une solution alternative efficace, face aux procédés d'assemblages conventionnels, il possède de nombreux avantages:

- Répartition homogène des contraintes : Les techniques d'assemblage qui font intervenir des connecteurs traditionnels de type rivets, vis,..., modifient, voire détruisent les substrats et induisent des concentrations de contraintes locales qui sont préjudiciables pour la tenue des pièces dans le temps. L'assemblage par collage forme un joint qui assure généralement une bonne continuité des efforts et une meilleure répartition des contraintes.
- Gain de poids : La suppression des pièces d'assemblage traditionnelles permet également un abaissement de poids non négligeable. Dans le domaine aéronautique par exemple, les assemblages collés permettent d'alléger de 20% le poids des avions.
- Assemblage de matériaux très minces : Il permet d'assembler des matériaux minces, qui ne pourraient pas être assemblés par rivets ou vis par exemple ou des matériaux de nature trop différentes (impossibles à souder) tels que l'aluminium sur le titane, métaux sur les plastiques,...
- Atténuation des vibrations : Cette méthode d'assemblage a des propriétés antivibratoires donc insonorisantes si l'épaisseur du joint est suffisante (par exemple, collage de raidisseurs de capot et de portes en construction automobile).
- Design : Du point de vue esthétique, l'assemblage est peu visible et on peut obtenir des

pièces à l'aspect lisse, sans sur épaisseurs.

Cependant l'assemblage par collage présente aussi quelques inconvénients qu'il ne faut pas ignorer pour mieux les prévenir. Outre l'indémontabilité de la liaison et sa sensibilité face aux facteurs environnementaux (humidité, température,...) la technique d'assemblage est assez complexe à mettre en œuvre et demande une bonne connaissance de la théorie de l'adhésion (théorie complexe et encore incomplète). De plus, la résistance mécanique des structures collées dépend fortement du mode de chargement. Il est donc nécessaire de bien concevoir la liaison collée dans le but d'éviter certaines sollicitations préjudiciables. Les quatre modes de chargement sont représentés sur la Figure I-13, ci-dessous.

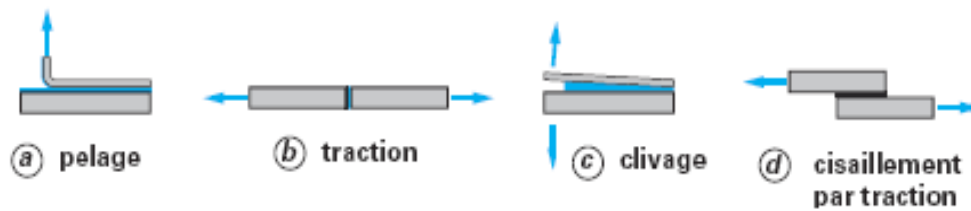


Figure I-13 : Différents modes de chargement supportés par les systèmes jointifs.

I-9. Essais normalisés sur joints collés

On décrit ici les principaux essais classiques réalisés sur joints collés. La liste n'est pas exhaustive, mais permet d'avoir une vue d'ensemble des essais disponibles aujourd'hui, et de leurs caractéristiques. On notera que pour chacun des quatre modes de sollicitations exposés précédemment, i.e., cisaillement, traction, pelage et clivage, il existe plusieurs méthodes d'essais plus ou moins facile à mettre en œuvre. Plus récemment, la mécanique de la rupture a ouvert de nouvelles perspectives aux essais sur joints collés en s'intéressant à la fissuration de ceux-ci. La seconde partie sera dédiée à la description des bases de cette mécanique et des différents essais utilisés sur les joints collés et exploités selon cette méthode. On remarquera que certains points concernant le collage et qui n'avaient pas pu être expliqué par la mécanique classique, ont trouvé des réponses après l'utilisation de cette nouvelle approche. Enfin, la dernière partie concernera de présenté des essais d'évaluation de l'aptitude d'un assemblage collé au bon fonctionnement sans altérer sa tenue de service sans le détruire.

I-9-1. Essais relevant de la mécanique classique

Nous ne décrivons pas ici de manière précise tous les essais disponibles. Le but de ce paragraphe est seulement de donner un aperçu des essais développés, et de tenter de relever les avantages de chacun. Dans le cadre de la mécanique classique, conformément aux quatre modes de sollicitation relevés en figure I-13, quatre types d'essais existent.

a) Essais de Cisaillement

Il existe aussi d'autres essais dont on retiendra les deux essais principaux suivants :

1 - L'essai de traction-cisaillement sur joint à simple recouvrement (NF-EN 1465, ISO 4587).

Celui-ci est proche de l'essai de type "Thick Adherend Shear Test", mais il n'induit pas l'utilisation d'adhérents raides, et les efforts ne sont pas forcément alignés bien que ceci soit préférable pour limiter la production d'arrachement,

2 - L'essai de traction-cisaillement sur joint à double recouvrement. Cet essai est utilisé à la place du simple recouvrement pour réduire l'excentricité du chargement et donc diminuer l'effort de flexion,

3 - L'essai de compression-cisaillement sur joint à simple ou double recouvrement pour lequel le sens de sollicitation est inverse.

Le principal avantage de ces essais effectués sur joints à recouvrement réside dans leur facilité de mise en œuvre. Bien entendu, à cause des phénomènes de concentration de contrainte ou effets de bords qu'ils entraînent et qui seront abordés par la suite, ils ne permettent pas de caractériser l'adhésif, mais seulement le fonctionnement du joint collé.

b) Essais de traction

Parmi les essais mécaniques, l'essai de traction est l'un des plus fondamentaux. Il permet de déterminer de nombreux paramètres mécaniques. L'utilisation d'éprouvettes collées en bout ou « Butt Joint » (NF-EN 26922, ISO 6922) permet de tester des joints adhésifs. Le principe de l'essai consiste à assembler deux cylindres bout à bout par un joint adhésif d'épaisseur 'e'. Les deux cylindres subissent ensuite une force de traction, 'F'. La difficulté de cet essai réside dans la préparation des échantillons, mais aussi le maintien de conditions de traction axisymétriques. Sous la tension imposée, la fracture peut être initiée en différents points, notamment si la fracture naît en bordure [61], l'essai devient un essai de clivage à force constante. Lorsque la fracture naît au centre de l'adhésif, la séparation se fait par cavitation. Ces phénomènes donnent lieu à des résultats dispersés.

c) Essais de pelage

Les principaux essais de pelage que l'on peut rencontrer sont les suivants. En fait, un des paramètres importants de ce type d'essai et qui constitue la principale différence entre ceux présentés ici est l'angle de pelage. Dans CETIM(2006), il est noté que la sollicitation est nommée pelage dans le cas d'angles importants (supérieurs à 30 degrés), et clivage sinon.

- Pelage en T (NF-EN 14173),
- Pelage à 180 degrés (NF-EN 28510-2, ISO 8510-2),
- Pelage à 90 degrés (NF-EN 28510-1, ISO 8510-1),
- Pelage au tambour grim pant (ASTM D 1781),

- Pelage au rouleau (NF-EN 1464, ISO 4578).

On retiendra que, pour le moment, il est difficile de corréliser les résultats de ces différents essais de clivage, et que ceux-ci sont donc principalement qualitatifs. Ils sont cependant couramment utilisés et permettent des investigations comparatives.

d) Essais de clivage

Les essais de clivage impliquent l'utilisation d'adhérents identiques, ou tout du moins ayant une rigidité proche. Deux principaux essais sont utilisés :

- Essai de clivage simple (ASTM D 3433),
- Essai de coin (NF-EN 14444, ISO 10354).

Ce type d'essai est tout comme le pelage difficile à exploiter quantitativement en utilisant les bases de la mécanique classique. Le second essai développé dans le domaine de l'aéronautique est cependant désormais classiquement adopté pour l'étude de propagation de fissures et ses résultats sont traités selon la mécanique de la rupture.

1-9-2. Essais relevant de la mécanique de la rupture

Selon la théorie de la mécanique de la rupture, il existe 3 modes de rupture principaux dénotés mode I, mode II, et mode III et que l'on pourrait associer respectivement à une sollicitation de pelage, de cisaillement longitudinal, et de cisaillement transverse. Pour chacun de ces modes, des essais de caractérisation de l'énergie de fissuration ont été développés. On ne retiendra ici que les essais se rapportant aux modes I et II qui sont rencontrés plus couramment dans le cas des joints collés. Une partie de ces essais est décrite ci-dessous, on pourra se reporter à Kinloch [27] pour obtenir davantage d'informations. L'objectif de tous ces essais est de pouvoir déterminer la propagation de fissures en fonction de l'énergie apportée au système.

a) Essais de caractérisation en mode I

Les essais de caractérisation en mode I se rapportent aux essais en arrachement du joint de colle.

- Essai de coin : cet essai est très utilisé dans le cadre d'études de durabilité plus particulièrement.
- Double Cantilever Beam, DCB (ASTM D 3433) : cet essai a du subir des améliorations pour éviter que l'énergie apportée au système soit dépendante de la géométrie. Pour ce faire, deux variantes existent, le tapered double cantilever beam, et le width-tapered cantilever beam pour lesquels une évolution des épaisseurs permet d'obtenir à effort constant une énergie constante.
- Blister test : cet essai a été développé pour étudier le cloquage et a depuis été utilisé dans des investigations de durabilité [62].

b) Essais de caractérisation en mode II

Les essais en mode II se rapportent à une sollicitation de type cisaillement.

- End Notch Flexure test, ENF : cet essai est le plus utilisé pour la caractérisation en mode II des joints collés.

Bien entendu, il existe également des essais de caractérisation en mode mixte permettant de caractériser l'évolution des fissures lorsque les deux sollicitations sont présentes. Ces essais n'étant pas utilisés dans cette étude, ils ne seront pas décrits plus longuement mais on notera qu'ils constituent une piste de réflexion intéressante particulièrement dans le cadre d'étude de durabilité.

1-9-3. Contrôle non-destructif

Les contrôles non-destructifs rassemblent l'ensemble des techniques permettant de tester un assemblage collé sans le détruire, d'évaluer son aptitude au bon fonctionnement sans altérer sa tenue de service. L'assemblage peut être sollicité par un rayonnement électromagnétique, une vibration mécanique, une sollicitation mécanique ou un champ magnétique. La présence de défauts génère alors des perturbations qui sont révélées par des capteurs. La plupart des méthodes détectent des défauts surfaciques ou débouchant en surface. Moins nombreuses sont celles qui détectent les défauts en volume, cas des ultrasons et des rayonnements ionisants.

Le secteur aéronautique reste l'utilisateur le plus important. Toutes les techniques sont employées à un stade ou à un autre, suivant le degré de criticité des composants. Concernant les défauts de collage tels que l'absence de colle, des défauts d'adhésion ou une fissuration de la colle au sein de joints de recouvrements par exemple, les ultrasons et la thermographie infrarouge sont les deux techniques les plus couramment employées. Concernant les contrôles par ultrasons, une nouvelle technique à couplage d'air permet le contrôle sans le recours habituel aux liquides ou aux gels de couplage entre le transducteur d'ultrasons et l'éprouvette.

I-10. Défaut de collage

Le collage nécessite toutefois quelques précautions d'utilisation. Tout d'abord, il faut choisir le bon adhésif en fonction de la nature des solides à assembler, des sollicitations auxquelles sera soumis l'assemblage, des conditions et des durées de solidification.

Après s'être assuré que les géométries des solides à unir ne vont pas entraîner la localisation de contraintes qui constitueraient des points de faiblesse, il est nécessaire dans la plupart des cas d'effectuer des traitements de surface préalables des solides à coller afin de permettre ou d'améliorer l'adhésion.

De nombreuses études ont démontré l'intérêt du traitement de surface quant à la tenue mécanique des assemblages collés [26 -27]. Le but des traitements est multiple, il s'agit :

- de dégraisser la surface du substrat
- d'éliminer les couches de contamination en surface qui sont faiblement adhérentes
- de changer la composition chimique superficielle pour former une couche de haute réactivité chimique
- de modifier la morphologie de la surface en augmentant la rugosité.

Il ressort de ces études que le traitement de surface est primordial pour obtenir une bonne tenue mécanique. Les grandes catégories de traitements de surface les plus couramment utilisés sont :

- l'ablation mécanique telle que le sablage
- les traitements chimiques et/ou électrochimiques
- les dépôts plasma
- l'utilisation de primaires d'adhérence.

En outre, lors de la réalisation d'un assemblage collé, de nombreux types de défauts susceptibles d'être créés (Figure I.14). Ce sont des sites préférentiels d'amorçage de la fissuration et de la rupture. Ce lieu d'initiation varie selon le traitement et l'environnement. Parmi les défauts qu'on peut rencontrer dans les assemblages collés sont cités : la porosité due aux bulles d'air ou de gaz emprisonnées lors de la polymérisation et la mise en œuvre, les cavités due à des applications médiocres de l'adhésif ou aux dégagements gazeux durant la polymérisation, le phénomène de fatigue, le fluage et les contraintes résiduelles provoquant des microfissures, les imperfections de mise en œuvre comme la mauvaise consistance ou préparation de l'adhésif ou un temps de polymérisation non contrôlé résultant des zones de faibles polymérisations et en fin, un mauvais traitement de surface du substrat ou la présence de contraintes lors du collage pouvant aussi créer des zones de décollement.

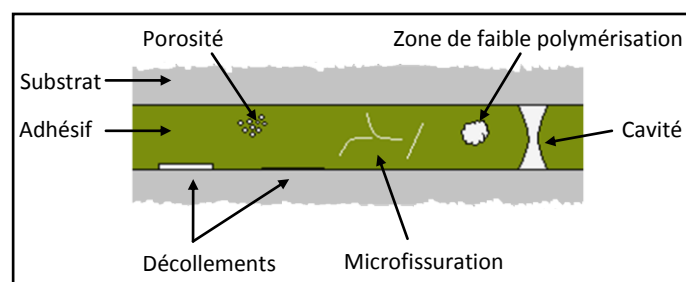


Figure I-14: Défauts typiques présents dans un joint de colle.

Il est évident que ces types de défauts sont des zones privilégiées pour la dégradation de l'interface par l'eau ou par l'oxygène. Une grande attention devra donc être portée au protocole associé au collage afin de minimiser au maximum la présence de ces derniers. L'évaluation des performances d'un assemblage collé après sa mise en œuvre s'effectue soit

par des tests mécaniques destructifs, soit par des contrôles non destructifs (CND) qui, du fait de l'intérêt que leurs portent les industriels, se développent considérablement[63]. Citons, par exemple, la caractérisation d'assemblages collés par :

- **Analyse ultrasonore.** Un cristal piézoélectrique subit une impulsion répétitive, entraînant l'émission d'ondes à hautes fréquences (1-20 MHz, 1000 fois par seconde).Le faisceau d'ondes traverse le joint de colle et est capté par un récepteur. Ainsi, l'analyse des changements de caractéristiques du faisceau d'ondes permet de déterminer les caractéristiques de la structure traversée. Dans le cas de défauts présents dans un joint de colle, les symptômes permettant d'identifier la nature du défaut peuvent être les suivants : la porosité d'un joint de colle peut être identifiée par un amortissement du faisceau d'ondes, une cavité peut entraîner une réflexion partielle ou totale du faisceau. Des analyses ultrasonores différentes permettent d'obtenir un spectre de fréquences en temps réel de la réponse de la structure sollicitée par une impulsion courte (0,5 – 15 MHz). Il est alors possible d'observer les différences entre les bonnes et les mauvaises structures. Cette impulsion peut être appliquée par l'intermédiaire d'un marteau ou d'un coin équipés d'un transducteur.
- **Emission acoustique.** L'application d'une contrainte à une structure peut conduire à des ruptures microscopiques. Ce phénomène est généralement associé à une dissipation locale d'énergie qui se propage sous la forme d'une onde qui peut être détectée par un micro haute fréquence ou un capteur piézoélectrique. Malheureusement, il est nécessaire de solliciter la structure jusqu'à une charge importante pour obtenir un spectre d'émission généré suffisant.
- **Radiographie.** Les rayons X sont souvent utilisés pour l'identification de défauts dans les structures métalliques collées.
- **Interférométrie optique.** Par cette technique, il est possible de mesurer des déplacements de surface de l'ordre de 0,5 μ m. La charge est appliquée à la structure par des vibrations, une pression, du vide ou de la chaleur. Les défauts présents dans les 28 structures provoquent une perturbation dans l'interférogramme. Cette technique est appliquée pour les matériaux sandwichs mais pas encore pour les joints collés.
- **Inspection visuelle.** Hart-Smith conseille une inspection visuelle du bourrelet d'adhésif et suggère qu'elle est la plus efficace des techniques pour les joints collés. L'état du bourrelet d'adhésif est un bon indicateur de l'état du joint à son extrémité. Un bourrelet poreux indique la présence d'humidité dans le joint. L'absence de bourrelet indique un manque de pression et peut être synonyme de vides internes à la structure. L'angle de contact de l'adhésif polymérisé à l'extrémité du bourrelet, formé quand l'adhésif était à l'état liquide, indique si une contamination de surface a eu lieu [64].

I-10-1. Traitement des pressions et des vides

Des vides dans la couche adhésive sont produits pendant le traitement par l'air enfermé ou par gaz produits de l'adhésif ou des adhérents. Le gaz forme typiquement une bulle dans l'adhésif liquide et quand l'adhésif réticule et solidifie, la bulle demeure un vide comme il est représenté sur la figure I-15. Les gaz qui sont généralement impliqués dans ce processus sont à l'origine de la vapeur d'eau présente dans les adhérents. Les gaz ne provoquent aucune inquiétude mais les vides créés par les gaz engendrent des sites de concentration des contraintes dans l'adhésif. Si la concentration du vide est élevée, il pourrait y avoir une réduction des propriétés mécaniques du joint. Dans des cas extrêmes le contenu des vides peut être de plus de 50% de la surface du joint [65]. A ces niveaux significatifs, des réductions de la résistance peuvent être prévues. Une étude préliminaire de l'influence des vides pour l'adhésif FM300 avec un taux des vides de plus de 30% montre une diminution importante dans la résistance à la fatigue, les sites des vides occupant la couche adhésive agissent comme un emplacement de déclenchement de fatigue. Le contenu des vides doit être de moins de 5% dans la couche adhésive pendant les procédures de collage. Assurer un minimum des vides est une question de connaissance de leurs origines et des procédures appropriées pour les réduire. Si le vide résulte de la vapeur d'eau adsorbée sur les adhérents, les surfaces de liaison doivent être séchées avant le collage. La minimisation de l'air enfermé nécessite d'éviter la formation des bulles d'air dans les adhésifs de pâte pendant le mélange et l'application des films adhésifs aux adhérents à une température trop élevée ou ils deviennent trop visqueux. Un traitement de préchauffage dans un four du film d'adhésif permet la libération des volatiles et la minimisation des vides ainsi qu'il empêche leur expansion. La pression appliquée au joint pendant les traitements limite l'expansion des gaz volatiles dans les vides. La figure I-15 illustre la fiabilité des procédures de diminution des vides sur les joints collés.

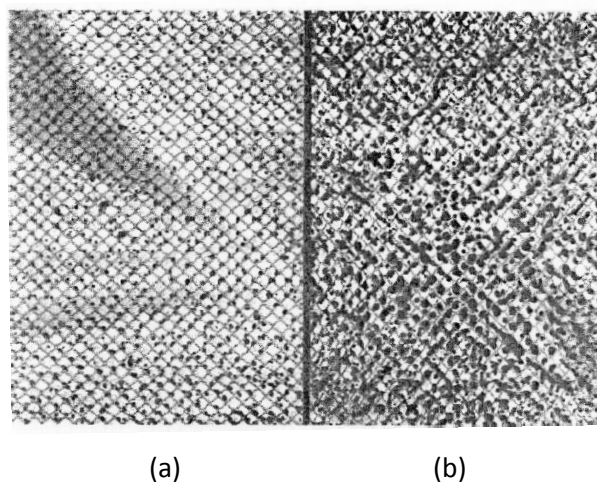


Figure I-15: Micrographe d'une couche adhésive (a) Un séchage à 110°C dans un four après l'application du silane, (b) La rupture d'un adhésif par l'effet de concentration des vides [65].

I-10-2. Formation et minimisation des vides

Le taux de formation des vides dans les joints collés aux niveaux des bases aériennes tropicales est trop élevé. Les calculs prouvent que la teneur en eau des joints et des réparations collées dans lesquels l'adhésif et l'adhérent sont exposés aux conditions humides et tropicales peut être suffisante pour produire assez de vapeur pendant un traitement à une température élevée pour éjecter la majeure partie de l'adhésif du système collé (figure I-16). La dégradation résultante dans les propriétés mécaniques a des implications de navigabilité et doit être prise en compte.

Les gaz volatils présents dans l'adhésif ont trois sources potentielles :

Premièrement, l'adhésif peut contenir des dissolvants avec des concentrations limitées définies dans les spécifications conçus pour le traitement de pression positive. Il y aura des variations de concentration de ces matériaux volatils.

Deuxièmement, l'adhésif peut rapidement absorber l'eau s'il est exposé à la chaleur et aux conditions tropicales et humides. La concentration en équilibre de l'humidité dépend fortement de l'hydrométrie de l'atmosphère.

Troisièmement, l'humidité est aisément adsorbée physiquement et chimiquement par la surface d'alliage d'aluminium.

Tandis que chaque source des gaz volatils peut être relativement inoffensive. L'effet combiné des trois sources peut mener à un niveau des vides qui affectera les propriétés mécaniques.

De stratégies de minimisation des vides sont généralement utilisées pour réduire au minimum la teneur en eau dans la couche adhésive ou en limitant les gaz de composé volatil servant la pression hydrostatique. Les stratégies les plus efficaces sont de conduire le système collé dans une atmosphère à température contrôlée et non humidifiée et d'utiliser la pressurisation positive avec un autoclave, une presse ou un réservoir souple pressurisé [65].

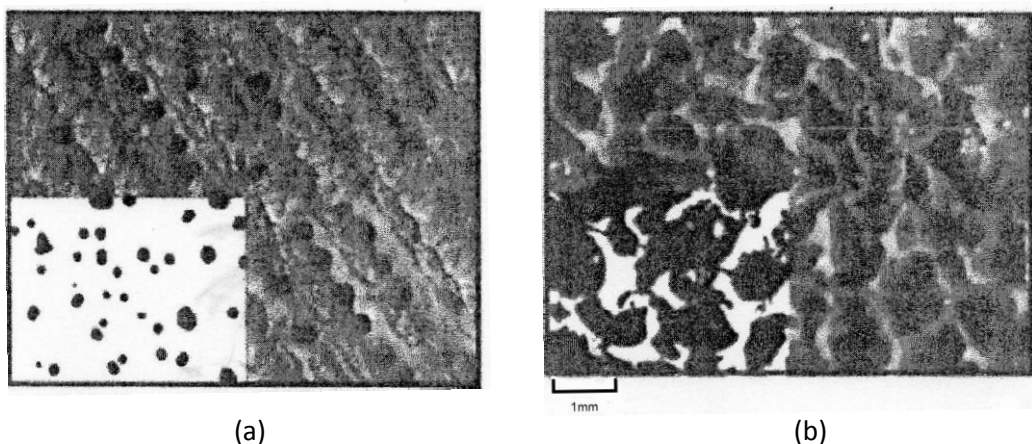


Figure I-16: Formation des vides dans un film d'adhésif d'époxyde FM300 ou l'adhésif et le substrat sont exposés à la condition: (a) température (50% HR à 20°C) et (b) tropicale (70% HR à 30°C)[65].

Chapitre II

Une nouvelle approche statistique pour l'optimisation des paramètres géométriques des assemblages collés

Ce chapitre est segmenté en deux parties.

Dans la première partie, on présente une généralité sur la méthodologie des plans d'expériences et leur utilisation. En particulier, le cheminement théorique conduisant à l'obtention des équations d'évolution et à l'optimisation des modèles des plans d'expérience dans des différents domaines.

La seconde partie sera consacrée à une étude statistique par la méthode du plan d'expérience pour quantifier les effets des paramètres géométriques des assemblages collés. À l'issue de cette analyse, une nouvelle approche analytique sera proposée pour quantifier les différents paramètres géométriques et leur interaction.

Partie-A : Méthodologie des plans d'expériences

II-A-1. Introduction

Les progrès des sciences et de la technologie sont étroitement liés aux réponses que l'homme a pu apporter aux interrogations que lui pose régulièrement la nature. Ces réponses résultent le plus souvent d'une analyse des observations expérimentales obtenues par une approche méthodologique rigoureuse. Nous pouvons donc dire que, sans expérimentation physique ou numérique, il n'y a pas de solution. L'expérimentation est donc un des moyens privilégiés pour acquérir ou améliorer les connaissances mais, elle doit être optimisée car l'objectif est d'obtenir des informations les plus fiables possibles en un minimum d'essais.

Ces pour ce la depuis une vingtaine d'années, les statistiques ont évolué dans différentes directions, parmi lesquelles les plans d'expériences.

La méthodologie des plans d'expériences permet une recherche expérimentale planifiée appelée « plans d'expériences ». L'expérimentation ne peut pas être quelconque : elle doit fournir l'information désirée. Cette démarche expérimentale va aider l'expérimentateur à structurer sa recherche de manière différente, à confronter et à valider ses propres hypothèses, à mieux comprendre les phénomènes d'études et à solutionner les problèmes. Le succès de cette méthodologie est en partie lié aux besoins de compétitivité des entreprises mais aussi, à une envie de changer la manière de faire des expérimentations. Actuellement, l'image du chercheur solitaire tenant compte de son « flair » pour diriger sa recherche a vieilli, les chercheurs et les ingénieurs reconnaissent donc la nécessité d'une démarche rationnelle [66].

La méthode des plans d'expériences est à la fois nouvelle et ancienne [67]. Nouvelle pour l'ingénierie mécanique et électronique, qui traditionnellement, est portée par des sciences exactes. On prend conscience aujourd'hui que loin de nier la connaissance technique, la méthode des plans d'expériences la valorise. Initialement développées et mis en pratique par le mathématicien britannique Fisher [68], au début des années 30, les plans d'expériences ont servi à quantifier l'effet des facteurs contrôlés par l'expérimentateur dans un contexte soumis à de nombreuses sources d'hétérogénéité. Après 1945, les plans d'expériences suscitent de nombreuses publications et recherches dans le monde anglo-saxon. Des statisticiens comme Yates, Cochran, Plackett et Burmann, enrichissent et divulguent la méthode [69-71]. Box et Hunter [72], s'appuyant sur les travaux de Yates [70], développent des méthodes particulières de construction de plans d'expériences fractionnaires à deux niveaux (criblage). Ils s'intéressent à l'étude des facteurs quantitatifs et

introduisent, dans les années 60, les modèles de surface de réponses associés à des plans comme des plans composites centrés.

Cependant, à l'époque, seuls des statisticiens spécialistes pouvaient mettre en œuvre ces méthodes. A partir des années 50, en s'attaquant à l'amélioration de la qualité, le Japon imprime un nouveau souffle. Taguchi et Masuyama élaborent des tables permettant de construire des plans d'expériences adaptés à la majorité des problèmes industriels [73-74]. Le mérite de Taguchi est d'avoir contribué à une méthodologie facile à appliquer. Initialement difficiles d'accès, ces méthodes se laissent adapter, vulgariser pour conquérir un cercle d'utilisateurs de plus en plus large.

II-A-2. Généralités et formalisation liées aux plans d'expériences

D'une manière générale, la méthode des plans d'expériences permet de créer un lien logique ou mathématique entre deux types de variables : la réponse (grandeur physique étudiée) et les facteurs (grandeurs physiques modifiables par l'expérimentateur et censées influencer la valeur de la réponse). Cette démarche vise aussi bien à comprendre les relations liant les facteurs à la réponse, que les facteurs entre eux. Le principe est de déterminer un modèle mathématique à priori, liant la réponse aux facteurs [73].

L'étude d'un phénomène peut, le plus souvent, être schématisé de la manière suivante : On s'intéresse à une grandeur Y que nous appellerons par la suite Réponse qui dépend d'un grand nombre de variables, x_1, x_2, \dots, x_n , que nous appellerons Facteurs (figure II.1).

La modélisation mathématique consiste à trouver une fonction f telle que $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Une méthode classique d'étude consiste en la mesure de la réponse Y pour plusieurs valeurs de la variable x_i tout en laissant fixe la valeur $(n - 1)$ des autres variables. On itère alors cette méthode pour chacune des variables. Ainsi, par exemple, si nous avons 4 variables et si l'on décide de donner 5 valeurs expérimentales à chacune d'elles, nous sommes conduits à effectuer $5^4 = 625$ expériences. Ce nombre élevé dépasse les limites de faisabilité tant en temps qu'en coût. Il faut donc réduire le nombre d'expériences à effectuer sans pour autant perdre la qualité des résultats recherchés. Le traitement de ces résultats se fait à l'aide du calcul statistique et de l'analyse de la variance.

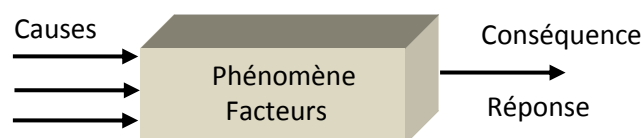


Figure II-1: Schéma représentant les facteurs et les réponses.

a) Réponse

Une réponse expérimentale d'un système est une manifestation mesurable que l'on observe lorsque l'on fait varier les facteurs étudiés pour connaître l'effet des facteurs sur le système. La réponse peut être de type quantitatif continu, comme un rendement, caractéristique mécanique, etc., ou de type qualitatif. Les réponses quantitatives sont en général plus faciles à traiter.

b) Facteurs

Les facteurs sont les variables que l'on désire étudier et qui sont supposés avoir une influence sur le système. La valeur donnée à un axe pour réaliser un essai est appelée « Niveau ». Un facteur peut être :

- **Un facteur contrôlé** : C'est un facteur que l'on peut maîtriser, gérer, modifier.
- **Un facteur non contrôlé** : C'est un facteur considéré comme non retenu pour l'étude car il est non influant et laissé à leur valeur habituelle, soit un facteur inconnu que l'on subit au cours de l'expérimentation.
- **Un facteur quantitatif** : Il se traduit par une grandeur numérique mesurable, se sera une vitesse, une température, une intensité,...etc.
- **Un facteur qualitatif** : Il ne peut pas donner lieu à une quantification directe ; on peut seulement identifier ses différents niveaux : ce sera une marque, un procédé, une méthode, un fournisseur.

En général un facteur varie entre deux bornes : la borne inférieure et la borne supérieure. Les facteurs sont définis par leurs plages de variation de la manière suivante (voir la figure II.2) :

- **Borne inférieure (b_{inf})** : c'est le niveau bas (ou limite basse) que l'on note le plus souvent par (-1).
- **Borne supérieure (b_{sup})** : c'est le niveau haut (ou limite haute) que l'on note le plus souvent par (+1).
- Le premier facteur peut être représenté par un axe gradué et orienté (figure II.2), l'ensemble de toutes les valeurs que peut prendre le facteur entre le niveau bas (-1) et le niveau haut (+1) s'appelle le domaine de variation ou domaine du facteur.

L'effet d'un facteur est le changement de réponse provoqué par un changement de niveau dans l'un des facteurs. L'interaction entre facteurs caractérise le couplage des effets des facteurs sur la réponse.

- S'il y a un second facteur, il est représenté, lui aussi, par un axe. On définit, comme pour le premier facteur, son niveau bas, son niveau haut et son domaine de variation. Ce second axe est disposé orthogonalement au premier. On obtient ainsi un repère cartésien qui définit un espace euclidien à deux dimensions. Cet espace est appelé l'espace expérimental (Figure II-3).

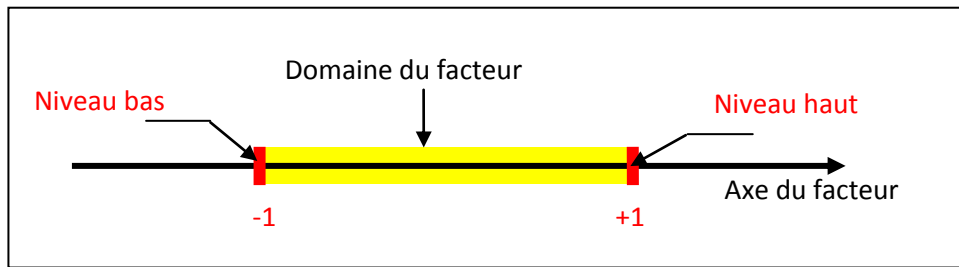


Figure II-2 : Domaine de variation du facteur [75].

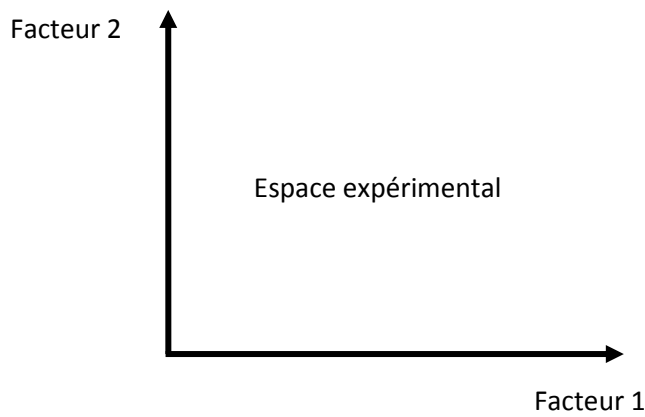


Figure II-3: Définition de l'espace expérimental [75].

- Le niveau x_1 du facteur 1 et le niveau x_2 du facteur 2 peuvent être considérés comme les coordonnées d'un point de l'espace expérimental (Figure II.4).

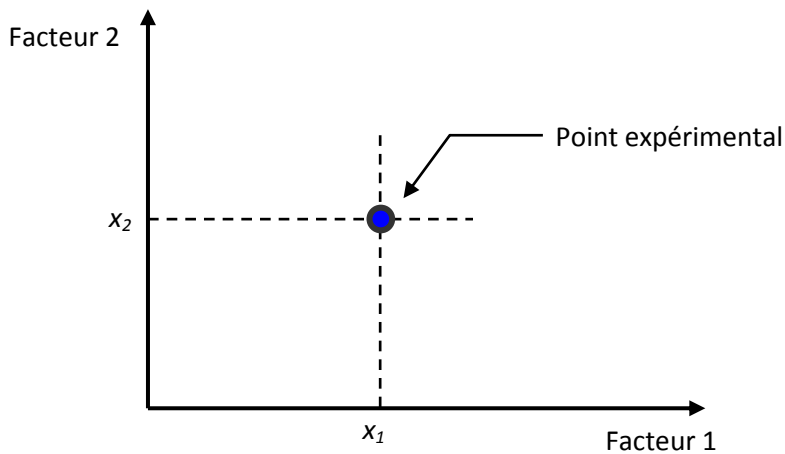


Figure II-4: Niveaux des facteurs définissant des points expérimentaux dans l'espace expérimental [75].

Une expérience donnée est alors représentée par un point dans ce système d'axes. Un plan d'expériences est représenté par un ensemble de points expérimentaux.

II-A-3. Concepts fondamentaux : effets, interactions

Les plans d'expériences factoriels à deux niveaux sont les plus simples, ils sont aussi les plus utiles car ils forment la base de tous les débuts d'étude. Les premiers résultats obtenus grâce à ces plans peuvent toujours être complétés par de nouvelles expériences permettant d'atteindre le degré de précision et d'information recherché.

Nous allons d'abord décrire le cas simple du plan 2^2 , commençons par expliquer cette notation :

- ❖ le 2 en exposant signifie qu'il y a deux facteurs étudiés ;
- ❖ l'autre 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux.

Cette notation se généralise immédiatement pour un plan comportant l'étude de k facteurs prenant chacun deux niveaux, donc il s'agit d'un plan 2^k .

On peut donner une représentation géométrique du domaine d'étude (figure II.5). Chaque point de ce domaine représente des conditions opératoires possibles donc une expérience que l'opérateur pourrait réaliser.

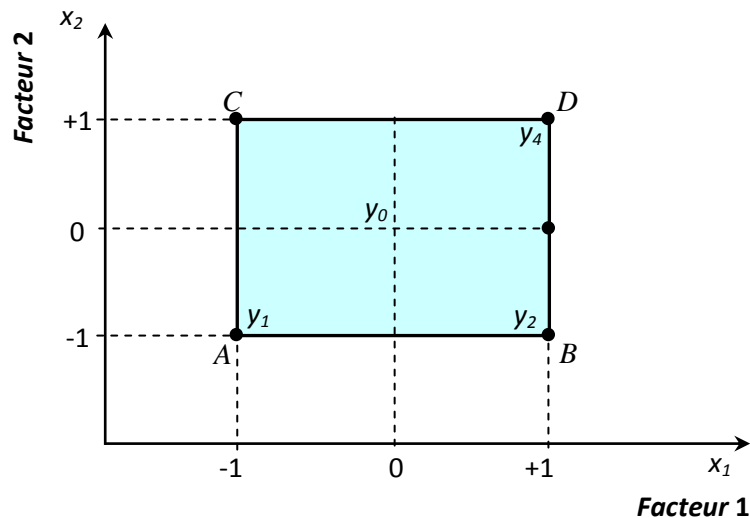


Figure II-5 : Définition du domaine d'étude[75].

Le choix des meilleures expériences est le problème fondamental de l'expérimentateur. En l'absence de toute information sur la fonction f , on se donne, a priori, une loi d'évolution de la réponse en fonction des variables. Comme on ne désire effectuer, dans un premier temps, que deux essais par facteur, soit deux niveaux par facteur, on adopte une loi du premier degré par rapport à chaque variable. Cette loi est la suivante pour les plans factoriels complets comportant deux facteurs:

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 \tag{II-1}$$

Avec ces hypothèses, on démontre que le meilleur emplacement des points expérimentaux se situe aux sommets du carré représentant le domaine d'étude : points A, B, C et D. La figure II.5 illustre les expériences à réaliser et le domaine d'étude. Mais cette représentation géométrique est commode pour comprendre le mécanisme des plans d'expériences, elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.

Pour les espaces multidimensionnels, nous adopterons une représentation matricielle. Pour montrer la correspondance entre les deux représentations, géométrique et matricielle, nous allons expliquer la construction de la matrice d'expériences du plan 2^2 associée à la (figure II.5).

La matrice d'expériences est constituée de deux sous-tableaux : le premier définit les essais à réaliser et le second le domaine d'étude (Tableau II.1). Le premier sous tableau comprend trois colonnes ; la première identifie les essais : ici par exemple : 1, 2, 3 et 4 ; la seconde et la troisième indiquent les coordonnées des points représentatifs des expériences prévues. Le deuxième sous tableau indique, en unités courantes, les valeurs des niveaux haut et bas de chacun des facteurs. À titre d'exemple, nous avons indiqué des tensions et des vitesses. Les deux représentations, géométrique et matricielle, sont équivalentes. Il faut savoir passer de l'une à l'autre pour bien interpréter les résultats des plans d'expériences.

Essais à réaliser		
N° Essai	Facteur 1	Facteur 2
1 (A)	-1	-1
2 (B)	+1	-1
3 (C)	-1	+1
4 (D)	+1	+1
Domaine d'étude		
Niveau -	60 tr/min	30 kV
Niveau +	90 tr/min	34 kV

Tableau II-1: Matrice d'expériences [75].

a) Effet d'un facteur

L'expérimentateur ayant réalisé les essais est en possession de quatre valeurs de la réponse: y_1 , y_2 , y_3 et y_4 ; Il a donc un système de quatre équations à quatre inconnues. Les inconnues étant les coefficients du modèle : a_0 , a_1 , a_2 et a_{12} . ; En remplaçant dans la relation (II-1) les x_i par leur valeur du tableau II-1, on obtient :

$$y_1 = a_0 - a_1 - a_2 + a_{12} \quad (\text{II-2})$$

$$y_2 = a_0 + a_1 - a_2 - a_{12} \quad (\text{II-3})$$

$$y_3 = a_0 - a_1 + a_2 - a_{12} \quad (\text{II-4})$$

$$y_4 = a_0 + a_1 + a_2 + a_{12} \quad (\text{II-5})$$

La résolution de ce système donne :

$$a_0 = \frac{1}{4}(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \quad (\text{II-6})$$

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-7})$$

$$a_2 = \frac{1}{4}(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4) \quad (\text{II-8})$$

$$a_{12} = \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-9})$$

- Signification de a_0

Si nous donnons à x_1 et à x_2 la valeur zéro, nous définissons le centre du domaine d'étude. La relation (II-1) devient alors :

$$y_0 = a_0 \quad (\text{II-10})$$

Le coefficient a_0 est la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. La formule (II-6) montre également que a_0 peut être considéré comme la moyenne des quatre réponses.

- Signification de a_1

Donnons la valeur zéro à x_2 , la relation (I-1) devient :

$$y = a_0 + a_1 x_1 \quad (\text{II-11})$$

Puis, donnons maintenant successivement à x_1 les valeurs -1 et $+1$, on obtient les deux réponses y_- et y_+ :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{II-12})$$

$$y_+ = +a_0 + a_1 \quad (\text{II-13})$$

d'où :

$$a_1 = \frac{1}{2}(+y_+ - y_-) \quad (\text{II-14})$$

y_- est la valeur de la réponse pour le point de coordonnées $x_1 = -1$ et $x_2 = 0$, c'est-à-dire celle qui correspond au point milieu du segment AC (Figure II-5). Aucune expérience n'a été réalisée en ce point mais, si l'on utilise les relations (II-16) et (II-17), on vérifie que y_- est la moyenne des réponses au niveau bas du facteur 1, en effet :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{II-15})$$

ce qui donne :

$$y_- = \frac{1}{2}(y_1 + y_3) \quad (II-16)$$

On montrerait de même que y_+ est la moyenne des réponses au niveau haut du facteur 1 :

$$y_+ = \frac{1}{2}(y_2 + y_4) \quad (II-17)$$

a_1 est donc la demi-différence entre ces deux moyennes. On peut dire aussi que a_1 représente la moitié de la variation de la réponse quand on passe du niveau bas au niveau haut du facteur 1.

Ce résultat est important car il donne la signification du coefficient a_1 . C'est la variation de la réponse due au facteur 1 seul, quand on passe du centre du domaine d'étude au niveau haut de ce facteur ; a_1 s'appelle l'effet du facteur 1.

On démontrerait de même que a_2 est l'effet du facteur 2. Il est commode de représenter l'effet d'un facteur comme l'indique la figure II.6 où l'on fait appel au plan de coupe yox_1 passant par $x_2 = 0$ pour le facteur 1.

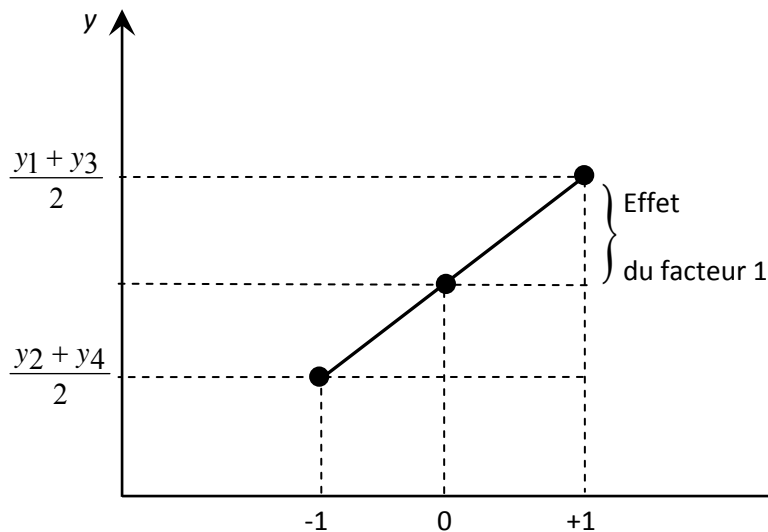


Figure II-6: Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical passant par x_2 [75].

b) Interaction entre deux facteurs

L'effet d'un facteur a été défini au niveau zéro de l'autre facteur. Mais on peut aussi définir l'effet d'un facteur pour un autre niveau de l'autre facteur. En particulier, on peut introduire l'effet d'un facteur soit au niveau -1 , soit au niveau $+1$ de l'autre facteur. L'effet du facteur 1 au niveau -1 du facteur 2 est la demi-différence entre y_2 et y_1 , et l'effet du facteur 1 au niveau $+1$ du facteur 2 est la demi-différence entre y_4 et y_3 . Si ces deux effets sont égaux, on dit qu'il n'y a pas d'interaction entre les facteurs. Si ces deux effets sont différents, on dit qu'il y a interaction entre les deux facteurs.

Il y a donc interaction lorsque l'effet d'un facteur dépend du niveau de l'autre facteur.

Par définition, la valeur de l'interaction, notée E_{12} , est la demi-différence entre l'effet du facteur 1, e_+ , au niveau haut du facteur 2 et l'effet du facteur 1, e_- , au niveau bas du facteur 2.

On a :

$$E_{12} = \frac{1}{2}(e_+ - e_-) \quad (\text{II-18})$$

En développant :

$$E_{12} = \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-19})$$

Si l'on compare la valeur de E_{12} à celle de a_{12} , relation (II-9 et II-9), on constate qu'elle lui est égale. Si l'on faisait le même calcul pour le facteur 2, en prenant les niveaux haut et bas du facteur 1, on trouverait que l'interaction est la même et qu'elle est égale, elle aussi, à a_{12} .

c) Calcul de l'effet d'un facteur

Reprenons la formule (II-7) qui donne l'effet du facteur 1 :

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-20})$$

On constate :

- que toutes les réponses participent au calcul de l'effet ;
- que chaque réponse est précédée d'un signe et que la suite de ces signes est la même que celle de la colonne du facteur 1 dans la matrice d'expériences, soit $- + - +$;
- qu'il y a un coefficient, (ici $\frac{1}{4}$), dont le dénominateur est égal au nombre d'expériences effectuées.

On remarque qu'il en est de même pour le facteur 2, la suite des signes étant cette fois $- - + +$, c'est-à-dire celle de la colonne du facteur 2 dans la matrice d'expériences.

Le calcul pratique d'un effet est le suivant : on multiplie chaque réponse par le signe correspondant de la colonne du facteur ; on additionne les produits et l'on divise la somme par le nombre d'expériences.

d) Matrice de calcul des effets

Nous venons de voir que les signes de la matrice d'expériences permettent de calculer les effets. Mais il faudrait pouvoir calculer aussi la moyenne et l'interaction.

- Calcul de la moyenne

Le processus de calcul adopté pour les effets peut s'appliquer en utilisant une colonne de signes + puisqu'il n'y a que ce signe dans la formule (II-6).

▪ Calcul de l'interaction

La suite des signes de la relation (II-9) est + – – +. Chacun de ces signes provient du produit x_1x_2 figurant dans la relation (II-1). On peut retrouver cette suite de signes de la manière suivante : on écrit, en colonne, les signes correspondant à x_1 et à x_2 , puis on applique la règle des signes :

x_1	x_2	x_1x_2
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

Cette colonne de signes permet de calculer l'interaction par le même mécanisme que celui déjà décrit pour les effets ou la moyenne.

Ayant la matrice d'expériences, il est facile de construire la matrice de calcul des effets (Tableau II-2) en ajoutant une colonne de signes + pour la moyenne et en calculant celle de l'interaction par la règle des signes.

N°Essai	Moyenne	Facteur 1	Facteur 2	Interaction 12
1	+1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1
3	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1	+1

Tableau II-2: Matrice de calcul des effets.

II-A-4. Plans factoriels complets

Il s'agit de plans pour lesquels on étudie k facteurs prenant chacun deux niveaux. Le modèle mathématique adopté a priori est un polynôme prenant en compte la moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux, trois à trois, quatre à quatre,..., k à k.

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k \tag{II-21}$$

Un plan 2^k comporte 2^k points expérimentaux qui se situent aux 2^k sommets d'un hyper cube de k dimensions. Le modèle mathématique contient 2^k coefficients qui sont les inconnues. L'ensemble des résultats d'un plan 2^k conduit donc à un système de 2^k équations à 2^k inconnues, si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales. Ce système peut se mettre sous la forme matricielle :

$$Y = Xa \quad (II-22)$$

Avec :

Y : vecteur ayant pour composantes les réponses de chaque essai, et représenté par une matrice colonne ($2^k, 1$),

a : vecteur ayant pour composantes la moyenne, les effets des facteurs et toutes les interactions, et représenté par une matrice colonne ($2^k, 1$) ; ces composantes sont les inconnues que l'on cherche à déterminer,

X : matrice carrée ($2^k, 2^k$) composée de -1 et $+1$ suivant les valeurs des niveaux x_i .

Si nous reprenons le système du plan 2^2 du paragraphe II.1.3.a, la relation (II-22) prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (II-23)$$

La matrice X comporte une colonne de $+1$ et trois colonnes ayant chacune autant de signes positifs que de signes négatifs. Si l'on multiplie signe à signe deux quelconques de ces quatre colonnes et que l'on additionne les produits, on trouve zéro. On dit que la matrice est orthogonale. Cette propriété est très importante car, dans ce cas, l'inverse de X est égale à la transposée de X divisée par le nombre de lignes n . En effet, d'après Hadamard, on a, pour ce type de matrice, la relation suivante :

$$X^t X = nI \quad (II-24)$$

Avec n multiple de 4 et I représentant la matrice unité. L'opération compliquée de l'inversion d'une matrice se réduit alors à la transposition de X , soit un simple échange de lignes et de colonnes. Le calcul de l'inconnue a s'effectue à partir de la relation (II-22), en tenant compte de la relation :

$$\left. \begin{aligned} X^t Y &= X^t X a \\ X^t Y &= n I a \\ a &= \frac{1}{n} X^t Y \end{aligned} \right\} \quad (II-25)$$

Cette relation est valable pour tous les plans factoriels complets. Chaque élément de **a** est donc de la forme :

$$a_1 = \frac{1}{n} [\pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \pm y_n] \quad (II-26)$$

La relation semblable à (II-6), (II-7), (II-8) et (II-9) nous permet de généraliser le processus de calcul que nous avons décrit pour le plan 2^2 pour tous les plans 2^k .

II-A-5. Plans factoriels fractionnaires

Les plans factoriels fractionnaires sont très utiles car ils permettent de diminuer considérablement le nombre des essais. Mais, pour que les résultats de tels plans soient correctement interprétés, il faut avoir la condition d'orthogonalité. Deux actions disjointes, i.e. ne comportant pas de facteur en commun, sont orthogonale si, à chaque niveau de l'une, tous les niveaux sont associés le même nombre de fois dans le plan d'expériences (figure II-7).

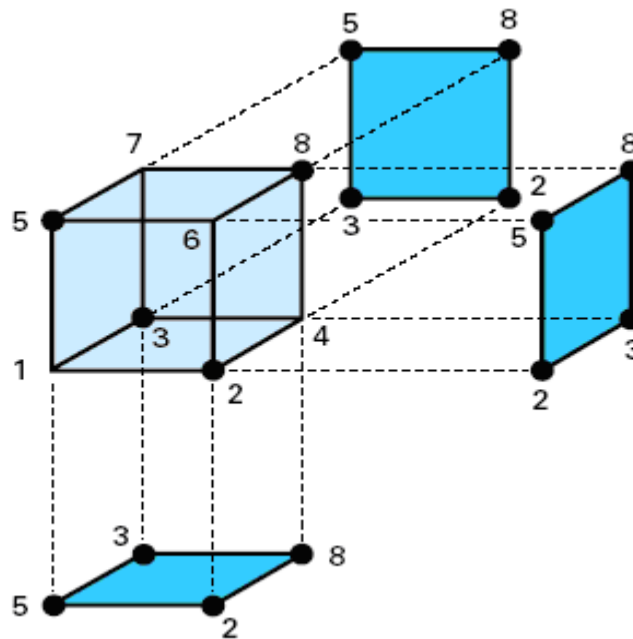


Figure II-7: Projection des points d'expériences d'un plan fractionnaire sur les faces du cube [75].

Un plan d'expériences est orthogonal vis-à-vis du modèle si toutes les actions disjointes du modèle sont orthogonales dans le plan d'expériences.

Pour trois facteurs prenant deux niveaux, le plan complet est noté 2^3 . Il comporte huit essais. Le plan fractionnaire, moitié du plan complet, n'a que quatre essais soit $1/2 2^3$ ou 2^{3-1} essais. Chaque chiffre de cette notation a une signification :

- ❖ le 3 signifie qu'il y a trois facteurs étudiés ;

- ❖ le 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux ;
- ❖ le 1 signifie qu'il y a un facteur supplémentaire par rapport au plan complet sur lequel est construit le plan de base.

Le plan de base 2^3 peut avoir un facteur supplémentaire, on le notera 2^{4-1} : quatre facteurs étudiés, deux niveaux par facteur et un facteur supplémentaire.

Le plan de base 2^3 peut avoir deux facteurs supplémentaires, on le notera 2^{5-2} : cinq facteurs étudiés, deux niveaux par facteur et deux facteurs supplémentaires.

Un plan fractionnaire à deux niveaux avec lequel on étudie k facteurs dont p supplémentaires se note 2^{k-p} . On prend l'exemple d'un plan complet 2^3 et écrivons la matrice d'expériences pour quatre essais : 2, 3, 5 et 8. Ces essais sont disposés et leurs coordonnées conduisent à une matrice orthogonale.

La matrice d'expériences du plan fractionnaire est donnée par le tableau II-3 où les essais ont été volontairement mis dans un certain ordre.

N° essai	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3	Réponse
5	-1	-1	+1	y_5
2	+1	-1	-1	y_2
3	-1	+1	-1	y_3
8	+1	+1	+1	y_8
Niveau -	faible	faible	A	
Niveau +	forte	forte	B	

Tableau II-3: Matrice d'expériences du plan fractionnaire du plan 2^3 .

Pour calculer les effets, on applique la même méthode que pour les plans complets : on multiplie les réponses par les signes correspondants des colonnes, on additionne ces produits et on divise leur somme par le nombre d'essais.

En conclusion le modèle du premier degré permet de calculer la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. Il est facile de comparer cette valeur calculée à la mesure réelle effectuée en ce point. Si ces deux valeurs diffèrent peu, on peut considérer le modèle du premier degré comme valide; si elles diffèrent trop, il faut adopter un modèle polynomial du second degré. On réalise alors des expériences supplémentaires pour déterminer tous les coefficients de ce nouveau modèle.

Au lieu d'effectuer une seule mesure au centre du domaine, on peut en faire plusieurs. Cela permet d'obtenir une estimation de l'erreur expérimentale.

On remarquera que des mesures au point central introduisent un niveau supplémentaire d'étude des facteurs. Il y a maintenant trois niveaux par facteur : - 1, 0 et + 1.

II-A-6. Plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse

Les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses sont apparus dans la seconde moitié du XX^{ème} siècle. Leur construction permet de minimiser les incertitudes affectant les prédictions d'une réponse au sein d'un domaine expérimental.

Le nombre d'essais d'un plan d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse croît rapidement en fonction du nombre de facteurs. Pour qu'un plan d'expériences constitue une stratégie efficace et économique, il convient donc de limiter le nombre de facteurs mise en œuvre. Ce constat conduit fréquemment à fixer à un niveau constant un nombre important de paramètres de réglage. Ce choix ne doit en aucun cas être fait au hasard. C'est pourquoi, les plans pour l'étude des surfaces de réponse succèdent généralement à une étape de criblage des facteurs, pour laquelle le recours à un dispositif expérimental présenté dans le paragraphe précédent.

Si la construction de la majorité des plans pour l'étude des surface de réponse peut s'effectuer à partir de règles simples, trouvant le plus souvent une justification géométrique, l'analyse des résultats d'essais requiert l'utilisation d'outil informatique, à la fois pour l'estimation des coefficients du modèle polynomial, ainsi une pour l'exploitation de ce dernier.

II-A-7. Modèle polynomial du second degré

Le modèle mathématique est analogue à la relation (II-21) à laquelle on ajoute un terme carré:

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots a_{i..k} x_i \dots x_k + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{II-27})$$

Dans le cas d'un plan à deux facteurs, la formule est la suivante :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 \quad (\text{II-28})$$

Il y a donc six inconnues à déterminer.

Le plan d'expériences fournit un certain nombre de valeurs de la réponse y. L'interprétation du plan consiste donc à trouver les coefficients et, par la suite, résoudre un système de n équations (s'il y a n réponses) et p inconnues (s'il y a p coefficients). Il est commode d'écrire ce système sous forme matricielle sans tenant compte des erreurs expérimentales :

$$y = X \cdot a \quad (\text{II-29})$$

(n,1) (n,p) (p,1)

La résolution de ce système est généralement conduite selon la méthode des moindres carrés, et la solution est notée \hat{a} . Cette solution est donnée par la formule suivante:

$$\hat{a} = (X^t X)^{-1} X^t y \quad (\text{II-30})$$

Le calcul de l'inconnue \hat{a} est beaucoup moins facile que pour les plans 2^k . L'emploi d'un logiciel se révèle absolument nécessaire. Il existe plusieurs types de plans du second degré. Nous allons décrire celui qui présente plusieurs avantages : c'est le plan composite.

II-A-8. Plan composite centré

Le plan composite centré (Central Composite Design) fait partie des plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses. Dans ce contexte, il s'agit sûrement des dispositifs expérimentaux les plus répandus dans la littérature anglo-saxonne. Leur usage est particulièrement destiné aux problèmes d'optimisation, quand la stratégie expérimentale conduit à construire et interpréter un modèle empirique, pour la recherche d'une solution dans le domaine expérimental.

La construction d'un plan composite centré proposée par George E. Box et K.B. Wilson [76] peut se décomposer en trois parties :

- ◆ les 2^k sommets du domaine sont définis à partir d'un plan factoriel à deux niveaux par facteur analogue à ceux que nous avons précédemment décrits;
- ◆ les points en étoile positionnés à une distance $\pm\alpha$ du centre du domaine suivant les axes des facteurs figure (II-8) sont destinés à l'estimation des termes carrés présents dans le modèle mathématique (II-28). L'ensemble des points en étoile constitue un dispositif au sein duquel on ne fait varier qu'un seul facteur à la fois. Il y a donc 2^k points en étoile.
- ◆ On effectue enfin n_0 répétitions au centre du domaine. Le nombre de répétitions au point central dans les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse est généralement trois points.

La figure II.8 représente un exemple d'un plan composite pour deux facteurs. Les points A, B, C et D sont les points d'un plan 2^2 . Le point E est le point central. Ce point peut être répliqué une ou plusieurs fois. Les points F, G, H et I sont les points axiaux. Ces quatre derniers points forment ce que l'on appelle le plan en étoile. Dans cet exemple, l'expérimentateur réalise 9 essais et doit déterminer 6 coefficients. Il faut donc résoudre un système de 9 équations à 6 inconnues. Le calcul est effectué à l'aide d'un logiciel approprié.

L'intérêt des plans composites réside dans le fait qu'ils prennent facilement la suite d'un premier plan factoriel dont les résultats sont inexplicables par un modèle du premier degré. Il suffit d'effectuer les expériences correspondantes aux points en étoile et de faire les calculs sur l'ensemble

de toutes les expériences. Les plans composites sont parfaitement adaptés à l'acquisition progressive des résultats. Le nombre de niveaux d'un plan composite est de cinq par facteur : le point central, les deux niveaux du plan factoriel et les deux niveaux des points en étoile.

Les points en étoile sont sur les axes des facteurs. Mais quelles coordonnées faut-il leur donner? Mettons-nous dans le cas idéal où tous les emplacements sont possibles et où les contraintes expérimentales ne gênent pas. La disposition des points expérimentaux dépend alors du critère d'optimalité que l'on choisit. En général, on s'arrange pour que les erreurs sur les coefficients du modèle soient les plus petites possibles ou qu'elles soient les mieux réparties.

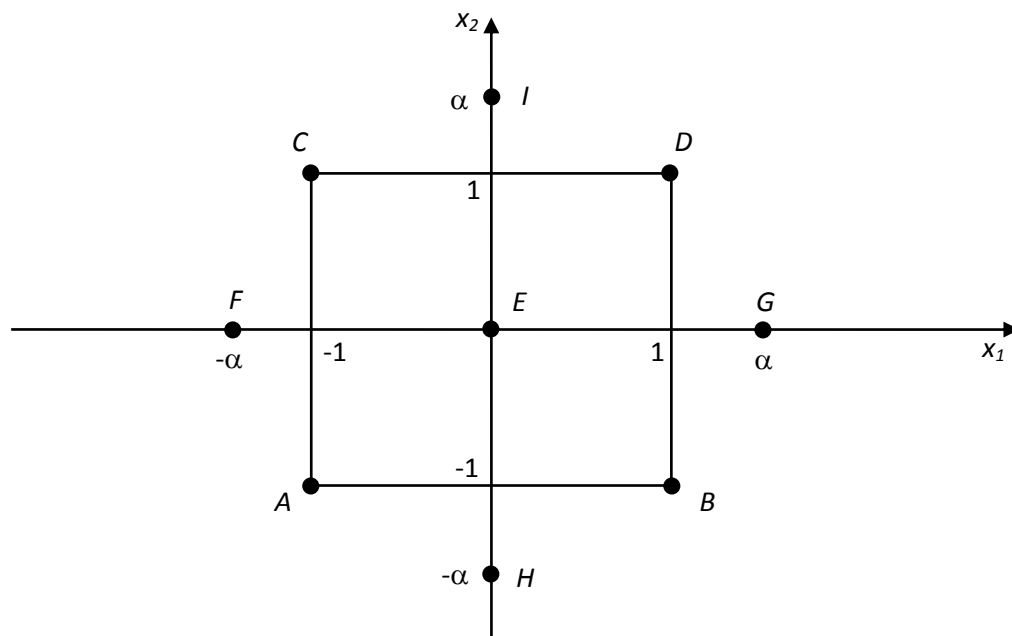


Figure II-8: Représentation d'un plan composite pour l'établissement d'un modèle du second degré.

II-A-9. Analyse statistique des modèles

L'analyse statistique, dont la mise en œuvre est parfois redoutée par les expérimentateurs, apporte des éléments d'aide à la décision. L'analyse statistique devient donc une étape importante. Les tests statistiques portent naturellement sur les résultats obtenus.

II-A-9-1. Homogénéité de la variance de l'erreur expérimentale

Le test de Grubbs permet de détecter les valeurs aberrantes en termes de dispersion de moyennes. Le principe de ce test est de comparer les valeurs absolues des écarts réduits, en d'autres termes :

$$G_i = \frac{\max |x_j - \bar{x}|}{S_x} \quad (II-31)$$

x_i : point de mesure le plus éloignée de la moyenne

\bar{x} : moyenne des mesures

S_x : écart type des mesures

Si la valeur G_i est supérieure à la valeur critique G_c donnée dans la table de Grubbs (voir l'annexe), alors la mesure du laboratoire incriminé est supprimée. Ce test ne permet de tester qu'un seul point en même temps, par conséquent, on répète ce test tant que G_i est supérieur à la valeur critique.

II-A-9-2. Test de signification des coefficients du modèle

Nous allons aborder un problème que nous avons simplement évoqué dans le paragraphe précédent et qui mérite une attention particulière : quant peut-on dire d'un effet qu'il est significatif ou non ? Sur quels critères peut-on étayer son raisonnement ? La méthode consiste à estimer l'erreur sur l'effet et à comparer cette erreur à l'effet lui-même. Il y a deux méthodes possibles :

a) Estimation de l'erreur de mesure expérimentale

On possède dans ce cas au moins deux réponses par point expérimental, ce qui permet de calculer une valeur moyenne de l'écart-type sur tout le domaine. La figure II.9 indique deux essais dans un point expérimental.

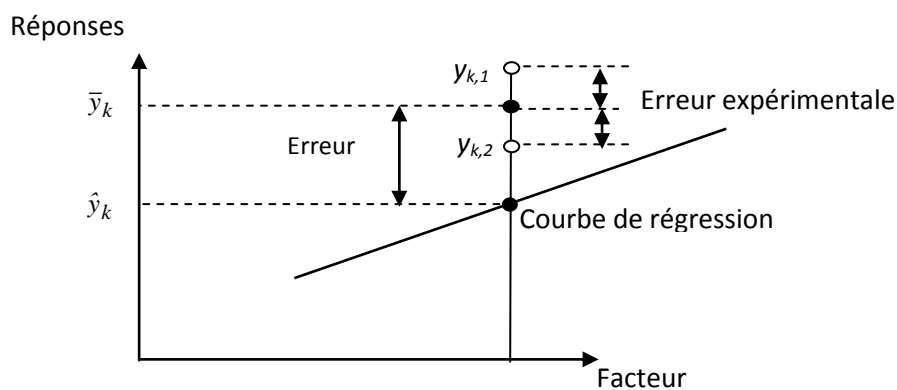


Figure II-9: Le résidu se décompose en deux écarts 1. l'écart expérimental ; 2. l'écart d'ajustement.

Soit :

N : nombre des lignes de la matrice du plan d'expériences ;

r : nombre de répétitions ;

n : nombre total des déterminations ($n = N \cdot r$) ;

p : nombre des coefficients du modèle.

Y_{ki} : réponse observée lors de la réalisation des expériences, $k = 1...N$, $i = 1...r$;

$\hat{y}_k = Y_k^{est}$: réponse estimée à l'aide du modèle, pour une ligne du plan d'expériences, $k=1...N$;

$\bar{y}_k = Y_k$: moyenne des réponses observées, pour une ligne du plan d'expériences,

$k = 1...N$;

$Y_{ki} - Y_k$: les écarts expérimentaux, $k = 1...N$, $i = 1...r$;

$Y_{ki} - Y_k^{est}$: les résidus, $k = 1...N$, $i = 1...r$;

$Y_k^{est} - Y_k$: les écarts d'ajustement, $k = 1...N$, $i = 1...r$;

On commence par calculer la variance de l'erreur expérimentale (variance des mesures) :

$$s_y^2 = \frac{SCEE}{ddl_{SCEE}} \quad (II-32)$$

Avec : SCEE : la somme des écarts expérimentaux :

$$SCEE = \sum (y_{ki} - y_k)^2 \quad (II-33)$$

ddl_{SCEE} : degré de liberté des variance de mesure

$$ddl_{SCEE} = N(r-1) \quad (II-34)$$

Dans ces conditions on peut montrée la variance sur un effet donnée par :

$$s_E^2 = \frac{s_y^2}{n} \quad (II-35)$$

La signification des effets est analysée en utilisant le test de Student qui sera présentée après.

b) Estimation sur la variance

On appelle « **effets** » les coefficients des facteurs et ceux des interactions dans l'écriture du modèle exemple sur l'équation II-28. Les calculs statistiques qui permettent de savoir si les effets sont significatifs, de calculer les intervalles de confiance ou de valider la linéarité du modèle font intervenir d'une part les résidus e_i , c'est-à-dire la différence entre la valeur expérimentale et la valeur prédite par le modèle, et d'autre part un estimateur sans biais de la variance commune des résidus. Cet estimateur est donné par :

$$s^2 = \frac{1}{n-p} \sum e_i^2 \quad (II-36)$$

Où : n est le nombre d'expériences réalisées et p le nombre de coefficients du modèle.

Dans ces conditions, on peut montrer que tous les effets ont la même variance donnée par :

$$s_i^2 = \frac{s^2}{n} \quad (II-37)$$

Cela apporte une grande simplification au niveau des calculs.

Si l'on réalise un plan complet et que l'on calcule tous les effets, le calcul de s^2 est impossible puisque alors $n = p$ (un plan complet 2^3 conduit à 8 expériences et 8 effets : 1 effet pour la constante, 3 effets pour les facteurs, 3 effets pour les interactions d'ordre 2 et enfin 1 effet pour l'interaction d'ordre 3). C'est pour cela que, dans la pratique, il est d'usage de négliger les interactions d'ordre élevé (3 ou plus). C'est souvent le contexte et la connaissance de lois régissant le phénomène étudié qui permet de négliger certaines interactions et donc de pouvoir conduire des calculs statistiques.

II-A-9-3. Réalisation du test de signification des effets

Le test utilisé est le test << t >> de Student. Un effet sera dit significatif (c'est-à-dire que la variable ou l'interaction qui lui est associée a une influence sur la réponse), s'il est, pour un risque donné, significativement différent de 0. On testera donc l'hypothèse :

$$H_0 = \langle\langle a_i = 0 \rangle\rangle \quad (II-38)$$

Contre l'hypothèse :

$$H_1 = \langle\langle a_i \neq 0 \rangle\rangle \quad (II-39)$$

Pour cela, on calcul

$$t_i = \frac{|a_i|}{s_i} \quad (II-40)$$

On utilise alors une table dite de Student à $v=n-p$ degrés de liberté (n est le nombre d'expériences réalisées et p le nombre d'effets y compris la constante). On choisit un risque de première espèce α (le plus souvent 1% ou 5%) et on lit dans cette table la valeur $t_{crit}(\alpha, v)$, en utilisant la partie relative à un test bilatéral. La règle du test est alors la suivante :

- Si $t_i > t_{crit}(\alpha, v)$: on rejette H_0 au risque toléré.
- Si $t_i < t_{crit}(\alpha, v)$ on accepte H_0 au risque toléré.

Si l'hypothèse H_0 est acceptée, cela veut dire que l'effet en question n'est pas, au risque α significativement différent de 0 et donc que la variable qui lui est associée n'a pas d'influence sur la réponse.

II-A-9-4. Intervalle de confiance des effets du modèle

Rappelons que si l'on détermine **tous** les effets, on ne peut pas calculer la variance commune des résidus . On supposera donc, dans la suite, que l'on a négligé au moins un effet.

On calcule alors s^2 donnée par l'équation (II-33) Puis on en déduit variance commune des effets. On choisit alors un risque α et on détermine avec la table de Student (voir l'annexe) le nombre $t(\alpha, \nu)$. L'intervalle de confiance d'un effet a_i est alors donné par :

$$[a_i - t(\alpha, \nu)s_t ; a_i + t(\alpha, \nu)s_t] \quad (II-41)$$

II-A-9-5. Validation du modèle

L'analyse de la variance consiste à comparer à l'aide d'un test F la somme des carrés des écarts due uniquement à la régression (donc au modèle), avec la somme des carrés des résidus.

Précisons ces notions en introduisant un vocabulaire spécifique à l'analyse de variance.

On notera par la suite Y_i les réponses observées lors de la réalisation des expériences et Y_i^{est} la réponse estimée à l'aide du modèle linéaire. On notera, de même, Y_{moy} la moyenne des réponses.

On définit alors trois types de "variations".

1- La variation due à la liaison linéaire :

$$SCEL = \sum \left(Y_i^{est} - Y_{moy} \right)^2 \quad (II-42)$$

SCEL se lit : "somme des carrés des écarts dues à la liaison".

2- La variation résiduelle :

$$SCER = \sum \left(Y_i - Y_i^{est} \right)^2 \quad (II-43)$$

SCER se lit : "somme des carrés des écarts des résidus".

3- La variation totale :

$$STCE = SCEL + SCER \quad (II-44)$$

STCE se lit : " somme totale des carrés des écarts".

On définit de plus un "carré moyen" qui est le quotient d'une somme de carrés par son degré de liberté.

SCEL aura $(p - 1)$ degrés de liberté (p est le nombre de coefficients estimé à partir du modèle).

SCER aura $(n - p)$ degrés de libertés (n est le nombre d'expériences réalisées).

SCET aura $(n - 1)$ degrés de liberté.

En outre, on note CML le carré moyen associé à SCEL, et CMR le carré moyen associé à SCER.

Le tableau de l'analyse de variance se présente alors de la façon suivante :

Variation due à	Somme des carrés	DDL	Carré moyen	F
Liaison	SCEL	$p - 1$	$\frac{SCEL}{p - 1} = CML$	$F_{obs} = \frac{CML}{s^2}$
Résidus	SCER	$n - p$	$\frac{SCEE}{n - p} = s^2$	
Totale	SCET	$n - 1$		

Tableau II-4: Tableau de l'analyse de régression.

Le test F permet alors de comparer pour un risque fixé à l'avance le F_{obs} que l'on a calculé dans le tableau précédent avec un $F(\text{critique})$ lu dans la table de Fisher-Snedecor (voir l'annexe) avec $(p-1)$ et $(n - p)$ degrés de liberté.

Le test est le suivant :

Hypothèse H_0 : " les deux carrés moyens sont de même grandeur" et donc la régression n'est pas significative

Hypothèse H_1 : " le carré moyen dû à la régression est significativement plus grand que le carré moyen dû aux résidus" donc la régression est globalement significative

La règle du test est alors pour un risque α choisi:

- ✓ Si F_{obs} est inférieure au $F(\text{critique})$, on accepte l'hypothèse H_0 .
- ✓ Si F_{obs} est supérieur au $F(\text{critique})$, on accepte l'hypothèse H_1 avec la confiance $1-\alpha$.

II-A-10. Qualité du modèle

II-A-10-1. Qualité descriptive du modèle

Le tableau d'analyse de régression (Tableau II-4) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de la relation suivante :

$$R^2 = \frac{SCEL}{STCE} = 1 - \frac{SCER}{STCE} \quad (II-45)$$

Ce coefficient traduit la contribution du modèle dans la restitution de la variation de la réponse observée. Par définition, le coefficient de détermination appartient à l'intervalle suivant : $0 \leq R^2 \leq 1$
 En présence de plusieurs variables explicatives, ce qui est généralement le cas dans l'analyse des résultats d'essais provenant d'un plan d'expériences, il faut impérativement éviter l'utilisation du

coefficient de détermination R^2 pour comparer la qualité descriptive de différents modèles. Il faut recourir à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté $R_{ajusté}^2$.

Le même tableau de régression permet de corriger le coefficient de détermination défini à partir de l'équation (II-42). Pour tenir compte du nombre de coefficients présents dans un modèle et pour comparer différents modèles entres-eux, on définit le coefficient de détermination ajusté à partir de la formule suivante :

$$R_{ajusté}^2 = 1 - \frac{\frac{SCER}{N-P}}{\frac{STCE}{N-1}} \quad (II-46)$$

Par définition, le coefficient de détermination ajusté appartient à l'intervalle suivant :

$$-\infty \leq R_{ajusté}^2 \leq 1$$

Plus la valeur du coefficient de détermination ajusté est proche de 1, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante.

II-A-10-2. Qualité prédictive du modèle

Le modèle obtenu peut servir à prédire la valeur de la réponse non encore réalisés. Cette approche est très courante dans un problème d'optimisation.

Au même titre que l'on a défini précédemment la qualité descriptive d'un modèle à partir du coefficient de détermination $R_{ajusté}^2$, il est possible de définir maintenant la qualité prédictive d'un modèle à partir d'un coefficient noté $R_{ajusté}^2$ ou Q^2 .

Dans les travaux de D.M. Allem, celui-ci présente une méthode de validation croisée permettant de déterminer assez facilement la qualité prédictive du modèle.

Cette approche consiste à créer une partition particulière dans le plan d'expériences sous forme de deux échantillons :

- ❖ L'échantillon d'apprentissage servant à estimer les coefficients du modèle mathématique est constitué par les n expériences du plan d'expériences à l'exception du $i^{ème}$ traitement.
- ❖ L'échantillon de validation servant à apprécier la qualité prédictive du modèle obtenu est défini par le $i^{ème}$ traitement.

En rapprochant les équations (II-29) et (II-30), il est possible d'écrire :

$$\begin{cases} Y = X.a \\ \hat{a} = (X^t X)^{-1} X^t Y \Rightarrow Y = X(X^t X)^{-1} X^t y \end{cases} \quad (II-47)$$

On définit la matrice H (Hat Matrix) à partir de la relation :

$$H = X(X^t X)^{-1} X^t Y \Rightarrow Y = H.Y \quad (II-48)$$

On peut donc écrire d'après la relation précédente :

$$y_i = \sum_{j=1}^N h_{ij} Y_j \Rightarrow y_i = h_{ii} y_i + \sum_{j \neq i}^N h_{ij} Y_j \quad (II-49)$$

La matrice H est une matrice de range N. Elle possède de nombreuses propriétés mathématiques parmi lesquelles on retiendra :

$$\sum_{j=1}^N h_{ij} = 1 \Rightarrow h_{ii} = 1 - \sum_{j \neq i}^N h_{ij} \quad (II-50)$$

Le coefficient h_{ii} représente donc la contribution de la valeur conservée lors du traitement i dans la prévision faite par le modèle pour ce même traitement.

Si l'on supprime le $i^{\text{ème}}$ traitement pour définir l'échantillon d'apprentissage, on obtient comme prédiction de la réponse à partir du modèle pour ce même traitement, la valeur suivante :

$$y(i)^* = \frac{\sum_{j \neq i}^N h_{ij} Y_j}{1 - h_{ii}} \quad (II-51)$$

D'après la relation (II-48), on peut écrire :

$$y(i)^* = \frac{y_i - h_{ij} Y_i}{1 - h_{ii}} \Rightarrow y(i)^* = \frac{(y_i - Y_i) + (Y_i - h_{ij} Y_i)}{1 - h_{ii}} \quad (II-52)$$

Soit :

$$y(i)^* = \frac{y_i - Y_i}{1 - h_{ii}} + Y_i \Rightarrow Y_i - y(i)^* = \frac{Y_i - y_i}{1 - h_{ii}} \quad (II-53)$$

Il est donc possible de définir ainsi une erreur de prédiction pour le $i^{\text{ème}}$ traitement du plan d'expériences par comparaison de la prédiction avec la valeur observée :

$$e(i) = Y_i - y(i)^* \Rightarrow e(i) = \frac{e_i}{1 - h_{ii}} \quad (II-54)$$

On conçoit qu'un modèle sera d'autant plus prédictif que l'erreur de prédiction sera faible pour chacun des traitements expérimentaux du plan.

Comme on dispose de N erreurs de prédiction, on définit la statistique suivante :

$$PRESS = \sum_{i=1}^N e_{(i)}^2 \quad (II-55)$$

Dans cette relation, PRESS est l'acronyme de la locution anglaise Prediction Error Sum of Squares. Plus la valeur de PRESS est faible, plus le modèle est prédictif. Par analogie avec le coefficient de détermination R^2 , on définit le coefficient $R_{\text{prédictif}}^2$ encore noté Q^2 à partir de la relation suivante :

$$Q^2 = 1 - \frac{PRESS}{STCE} \quad (II-56)$$

Par définition, le coefficient Q^2 appartient à l'intervalle suivant : $-\infty \leq Q^2 \leq 1$

Plus la valeur du coefficient Q^2 est proche de 1, plus la qualité prédictive du modèle est importante.

II-A-11. Logiciels des plans d'expérience

La plupart des logiciels qui traitent des plans d'expériences sont inclus dans des logiciels de statistiques. Les premiers logiciels de plans d'expériences étaient très pauvres et mal adaptés aux besoins des expérimentateurs. Depuis peu, un effort considérable a été entrepris par les informaticiens et les statisticiens pour que ces logiciels répondent mieux à l'esprit et aux besoins des expérimentateurs. Cette introduction s'est faite petit à petit sous la pression de la demande.

Ces logiciels sont encore très marqués par leur origine statistique et peuvent rebuter certains utilisateurs. Mais l'on constate un progrès constant vers l'amélioration, c'est-à-dire vers une meilleure prise en compte des exigences des expérimentateurs. Néanmoins, ces logiciels nécessitent tous une bonne connaissance de la méthode des plans d'expériences et ne peuvent pas être utilisés sans une formation solide aux plans d'expériences.

Ces logiciels comportent, en général, les chapitres suivants :

➤ Construction des plans d'expériences :

Plans factoriels complets, plans factoriels fractionnaires, plans à plus de deux niveaux (surfaces de réponse), plans de mélanges, plans D-optimaux ;

➤ Interprétation et analyse :

Calcul des effets, des interactions, des coefficients du modèle mathématique, modélisation, calcul des réponses prédites, analyse des résidus ;

➤ Représentations graphiques :

Diagramme des effets, diagramme des interactions, diagramme des résidus, diagramme de Daniel, courbes iso réponses en 2-D ou 3-D ;

➤ Aide :

Tutorial, aide en ligne, possibilité d'importer et d'exporter des fichiers de données dans différents formats, parfois hotline.

Parmi ces logiciels on cite le logiciel MODDE de la société Umetrics [77], qui est un logiciel spécialisé pour la construction et l'analyse de plans d'expériences. Il permet de bâtir et d'analyser des plans de criblage, en surface de réponse, Taguchi, de mélanges, D-optimaux, des plans multi variés « Onion Designs » ainsi que des plans comportant à la fois des composants et des facteurs de procédés. Pour estimer les modèles, il utilise soit la méthode des moindres carrés usuelle (MLR) soit la méthode des moindres carrés partiels (PLS). Cela permet notamment d'ajuster un modèle reliant les variations de toutes les réponses aux facteurs en prenant en compte la structure de covariances.

Partie-B : Optimisation des paramètres géométriques de l'assemblage collé par la méthode du plan d'expériences

II-B-1. Introduction

Les joints collés sont préférés en raison de leurs avantages, tels que la distribution uniforme de contraintes, la capacité d'assembler des matériaux de nature différente, la résistance à la fatigue [78-79]. D différentes configurations géométriques des structures collées peuvent être utilisées, avec des différences dans les champs de contrainte et de la rigidité, mais l'assemblage à simple recouvrement est le plus pratiqué en raison de la facilité de la mise en œuvre.

Le principal handicap de cette technique de collage est la concentration élevée des contraintes au niveau des bords libres aux extrémités de recouvrement en raison du transfert progressive de charge entre des surfaces, ainsi que la rotation des surfaces adhésives en présence de charges asymétriques [80]. La réduction des concentrations de contraintes le long des bords de l'adhésif est important pour éviter une défaillance prématurée du joint collé. Cependant, la détermination du champ de contrainte et de déformation dans les assemblages collés présente des difficultés en raison de la complexité géométrique et les différentes propriétés mécaniques des différents matériaux à assembler. Un facteur fondamental qui affecte la résistance mécanique des joints collés est la contrainte de pelage qui se concentre au niveau des bords libres de la zone de recouvrement. En réduisant ces contraintes, la résistance du joint augment, entraînant ainsi une grande résistance et longue durée de vie de l'assemblage. Dans la littérature, différentes méthodes sont présentées pour minimisé ces contraintes [81-87] [14-34]. Une de ces méthodes est la modification géométrique des joints collés, elle est plus répandue dans la littérature et, dans ce cadre, les bourrelets d'adhésifs sont une possibilité de réduire les concentrations de contraintes au niveau des bords de recouvrement [88-92]. Les bourrelets d'adhésifs agissent en éliminant les singularités de contraintes qui existent dans les angles aigus des joints collés et d'empêcher une défaillance prématurée, en particulier pour des adhésifs fragiles. Tsai et Morton [90], ont présenté une étude de l'influence de bourrelet d'adhésif expérimentalement et numériquement en utilisant l'assemblage composite (graphite-époxy) sous une sollicitation de traction. la Méthode L'interféromètre de Moiré a été utilisé pour déterminer les contraintes de cisaillement près du bourrelet d'adhésif. Il a été conclu qu'un bourrelet d'adhésif réduit efficacement les contraintes de cisaillement et les contraintes pelage dans le bord libre de l'adhésif, ainsi augmenter la résistance du joint. Adams et al [93] a présenté une étude théorique et expérimentale de la résistance à la traction des joints hybrides à double recouvrement, avec l'assemblage acier/carbone-époxyde. Quelques techniques de modifications géométriques sont

considérées pour minimiser les contraintes au niveau du joint collé, tels que des bourrelets d'adhésif au niveau des bords de la colle ou de biseautage de la plaque sur les côtés intérieurs et extérieurs. Sur la base de ces résultats obtenus, la meilleure solution est la combinaison d'un biseautage intérieure de la plaque avec un bourrelet d'adhésif au niveau des bords des joints collés. Les angles de bourrelet d'adhésif de 17°, 30° et 45° ont été testés, et les meilleurs résultats donné pour une angle de bourrelet d'adhésif de 30°. En comparant les résultats expérimentaux avec les résultats théoriques, un accord précis a également été trouvé. Karachalos et al [94-95], ont donné un nouvel aperçu et plus de détails descriptifs des mécanismes de la rupture des joints collés. Plusieurs paramètres mécanique et géométrique ont été étudiés dans leur étude. Ils ont proposé une méthodologie simple de la rupture afin de prédire la résistance des joints collés.

Dans cette deuxième partie, l'effet des de différents paramètres géométriques de l'assemblage à simple recouvrement soumis à une charge de traction a été étudiée numériquement. L'analyse des contraintes dans l'assemblage collé a été réalisée par la méthode des éléments finis en prenant en compte la non-linéarité géométrique et la non-linéarité des matériaux de l'adhésif (ADEKIT A140) et de la plaque en Aluminium (AA2024-T3). Plusieurs paramètres géométriques ont été pris en considération à savoir l'effet de l'angle de bourrelet de l'adhésif, l'angle de biseautage de la plaque, l'épaisseur de l'adhésif et de la plaque. La méthode du plan d'expériences est utilisée pour donner une compréhension sur la façon dont les modifications des paramètres géométriques peuvent influencer sur la performance des joints collés. En plus, cette méthode permet de définir la meilleure forme géométrique de l'assemblage donnant une faible contrainte de cisaillement et de contrainte de pelage.

II-B-2. Modèle géométrique et propriétés mécaniques

Une étude préliminaire a été réalisée par madani et al [87] ou ils ont montré que la modification de la géométrie de la plaque et/ou de l'adhésif entraîne une réduction des contraintes au niveau des bords de l'adhésif. Ils ont introduit plusieurs modèles géométriques pour étudier l'influence de la modification des bords du joint sur les réductions des contraintes.

Notre modèle géométrique est inspiré de leur travail ou on a généralisé tous les paramètres influençant sur l'évolution des contraintes en étudiant l'influence de plusieurs paramètres en même temps avec un seul modèle. L'analyse de l'influence de ces différents paramètres a été réalisée par la méthode du plan d'expérience.

Le modèle géométrique retenu pour notre étude est représenté dans la figure II-10. Les dimensions sont représentées dans le tableau II-5. Avec comme variable α_a et α_p ; angle de bourrelet d'adhésif et angle de biseautage de la plaque.

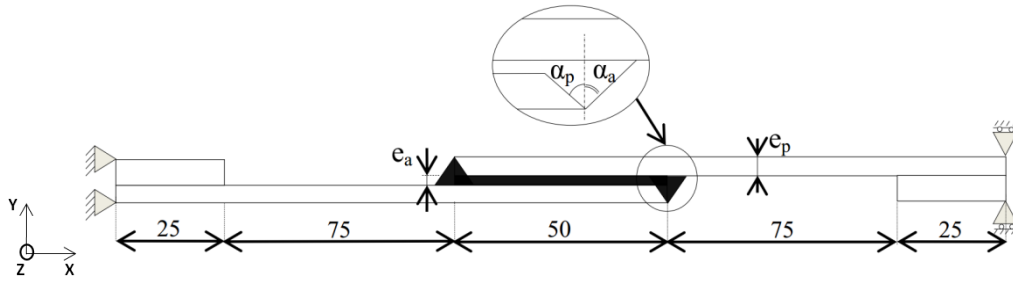


Figure II-10: modèle géométrique de l'assemblage à simple recouvrement (dimensions en mm).

Tableau II-5: Dimensions du modèle géométrique.

Dimensions	Matériaux	
	Aluminium	Adhésif
Longueur (mm)	150	50
Largeur (mm)	25	25
Épaisseur (mm)	$e_p = [2-3-4]$	$e_a = [0.1-0.2-0.3]$
α_a (dgrs)	[0-30-60]	
α_p (dgrs)	[0-30-60]	

Les essais de traction réalisés sur la plaque d'aluminium 2024-T3 et l'adhésif ADEKIT A140 ont permis d'avoir les courbes caractéristiques représentées dans la figure II-11.

A partir de ces deux courbes, on peut tirer les caractéristiques mécaniques représentées dans le tableau II-6.

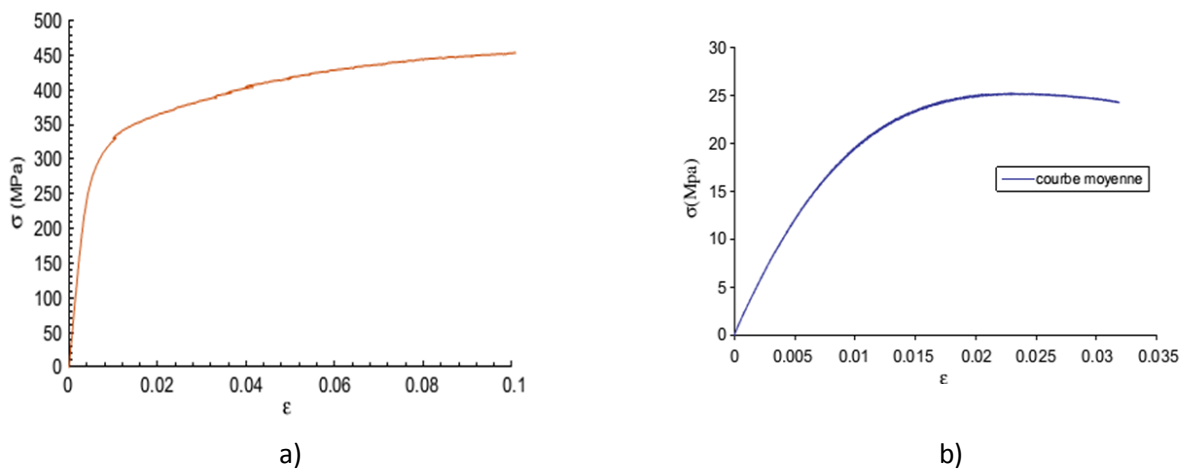


Figure II-11: Courbe de traction contrainte-déformation pour : a)- aluminium2024-T3, b)- adhésif ADIKIT A140 [87].

Tableau II-6: Caractéristiques mécaniques des matériaux.

Matériaux	Propriétés mécanique
Aluminium	Limite d'élasticité ($R_{0.2}$) = 230 MPa Résistance à la traction (R_m) = 452 MPa Allongement à la rupture (A)=2.4% E = 68.8 GPa ν = 0.3
Adhésif	E = 2690 MPa $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{2.69}{2(1+0.3)} = 1$ GPa ν = 0,3

II-B-3. Maillage et conditions aux limites

Une des principales contraintes rencontrées lorsqu'on réalise une analyse éléments finis 3D d'un assemblage collé est la relative différence d'échelle entre la couche de colle et les substrats. L'adhésif demande un maillage très fin si on souhaite accéder aux contraintes qui s'y développent. Mais utiliser une taille de maillage si fine dans tout le modèle conduirait à un nombre de degrés de liberté trop important pour les calculateurs disponibles. Il faut alors mailler de façon plus grossière les substrats, et assurer une transition douce entre les différentes tailles de maillage, pour nos modèles le collage est considéré comme étant parfait, une transition douce de maillage dans le modèle est assurée, un maillage raffiné est effectué au bord de la plaque, l'élément choisi est l'élément volumique (« brick ») C3D20. Les substrats, hors et sur le recouvrement, sont modélisés par des éléments à 8 nœuds (24 degrés de liberté). Le maillage est raffiné sur les deux extrémités de la longueur de recouvrement (Figure II-12) [96].

L'analyse des contraintes dans l'adhésif a été réalisée avec la méthode des éléments finis non linéaire en tenant compte à la fois la non-linéarité géométrique et le comportement des matériaux non linéaire de l'adhésif (ADEKIT A140) et de la plaque (AA2024-T3). Chaque couche est considérée comme une structure tridimensionnelle individuelle sous un état de contrainte-plan. En outre, pour l'analyse des contraintes, du critère de contrainte Von Mises avec écrouissage isotrope a été utilisé pour calculer la distributions du contrainte de cisaillement (τ_{xy}) et la contrainte de pelage (σ_{yy}) dans la couche d'adhésive.

Les conditions aux limites appliquées sont classiques pour les modèles de traction de joints simple recouvrement. Le joint est orienté suivant la direction x, z est la direction de la largeur, y la direction normale au plan de joint.

Blocage à gauche : les nœuds situés sur la face extrême gauche du joint sont bloqués en translation dans les directions X, Y et Z, et en rotation dans la direction z.

Traction à droite : les nœuds situés sur la face extrême droite du joint sont bloqués en translation dans les directions Y et Z, et en rotation dans la direction z. La sollicitation de traction de 15 MPa est appliquée dans la direction X.

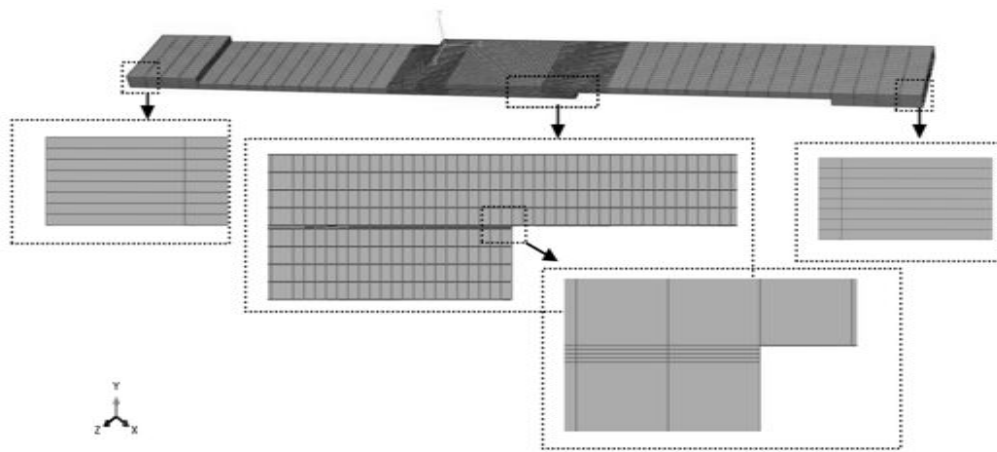


Figure II-12: modèle de maillage typique de la structure du joint collé.

II-B-4. Choix du plan expérimental

Les différents calculs statistiques sont effectués par le logiciel MODDE 6.0 [77]. Il y a deux méthodes pour faire la régression dans ce logiciel :

la régression 'PLS' (partial least squares) est utilisée quand il manque des données et la régression 'MLR' (multiple linear regression) par régressions des moindres carrés qui prend en compte plusieurs facteurs et essaie d'associer les différences des paramètres aux différences observées dans l'activité cible.

La méthode retenue est MLR. Nous essayons d'établir une relation entre les grandeurs d'entrée (angle de bourrelet de l'adhésif, l'angle de biseautage de la plaque, l'épaisseur de l'adhésif et de la plaque) et les grandeurs de sortie (contraintes de pelage ainsi que les contraintes de cisaillement). pour cela nous adoptons un plan d'expériences complet du deuxième degré appelé "plans composite à faces centrées" de 4 facteurs à 2 niveaux qui offre une modélisation par des surfaces de réponse "RSM", le modèle de l'expérimentateur est quadratique et de la forme suivante :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 4} a_{ij} x_j + \sum_{i=1}^4 a_{ii} x_i^2 + e \quad (\text{II-57})$$

Où y est la réponse du processus et x_i est la valeur centrée normalisée pour chaque facteur u_i :

$$x_i = \frac{(u_i - u_{ic})}{\Delta u_i} = u_i^* \quad (\text{II-58})$$

$$u_{ic} = \frac{(u_{imin} + u_{imax})}{2} \quad (\text{II-59})$$

$$\Delta u_i = \frac{(u_{imin} - u_{imax})}{2} \quad (\text{II-60})$$

Les résultats des expériences sont effectués selon le plan d'expériences factoriel reporté au tableau II-7.

Tableau II-7: Résultats des expériences du plan factoriel.

Exp No	e _a (mm)	e _p (mm)	α _p (dgrs)	α _a (dgrs)	τ _{xy} (MPa)	σ _{yy} (MPa)
1	0.1	2	0	0	12.7	15.01
2	0.3	2	0	0	9.24	11.49
3	0.1	4	0	0	17.42	33.12
4	0.3	4	0	0	15.23	25.37
5	0.1	2	60	0	6.75	6.695
6	0.3	2	60	0	4.711	8.662
7	0.1	4	60	0	11.06	18.68
8	0.3	4	60	0	8.346	16.33
9	0.1	2	0	60	6.765	3.556
10	0.3	2	0	60	4.992	2.436
11	0.1	4	0	60	12.62	10.52
12	0.3	4	0	60	9.218	7.41
13	0.1	2	60	60	4.955	1.439
14	0.3	2	60	60	3.666	1.572
15	0.1	4	60	60	9.243	2.017
16	0.3	4	60	60	5.885	2.139
17	0.1	3	30	30	12.56	7.873
18	0.3	3	30	30	9.608	8.834
19	0.2	2	30	30	6.316	5.517
20	0.2	4	30	30	11.12	9.771
21	0.2	3	0	30	10.51	8.425
22	0.2	3	60	30	7.574	8.676
23	0.2	3	30	0	12.2	13.47
24	0.2	3	30	60	6.246	2.423
25	0.2	3	30	30	10.51	8.425

Après l'étude de tous ces différentes formes géométriques possible de l'adhésif ainsi que les plaques aux extrémités de recouvrement (avec et sans biseautage de la plaque, avec et sans bourrelet de la colle), nous avons analysé l'influence de chaque facteur de ces différentes géométries sur la valeur des contraintes de cisaillement et les contraintes de pelage (tableau II-7).

a) Effet de l'épaisseur d'adhésif

L'épaisseur de la couche d'adhésif représente un paramètre géométrique important. Les études numériques de Madani et al. [25-86-87] ont montré que l'augmentation de l'épaisseur de l'adhésif entraîne une diminution de la contrainte de cisaillement, à savoir, pour une épaisseur assez importante, l'adhésif devient très résistant et se comporte comme étant un troisième matériau. En outre, la rupture devient de plus en plus en adhésif lorsque l'épaisseur de l'adhésif augmente. Halioui [97] a étudié expérimentalement l'influence de l'épaisseur de l'adhésif sur la résistance du joint à simple recouvrement et a montré qu'elle diminue lorsque l'épaisseur de la couche d'adhésif augmente. Ceci est montré clairement dans la Fig. II-13, qui représente la variation des contraintes de pelage, ainsi les contraintes de cisaillement en fonction de l'épaisseur de l'adhésif. En effet, la valeur maximale des contraintes obtenues pour les couches minces de l'adhésif, l'augmentation de ces derniers conduit à une diminution des contraintes de l'ordre de 21% du cisaillement et 19% pour la contrainte de pelage. Ces contraintes diminuent avec la diminution de l'épaisseur de l'adhésif jusqu'à la stabilisation à sa valeur minimale d'une épaisseur $e_a = 0,23$ mm. En outre, il est préférable d'augmenter l'épaisseur de la couche adhésive pour améliorer la résistance du joint. D'autres études ont montré que l'augmentation de l'épaisseur de la couche adhésive peut agir en tant que troisième matériau à faible propriétés mécaniques. Adams et Peppiatt [88] ont montré que l'effet de l'épaisseur de l'adhésif sur la résistance du joint est petit dans la gamme 0,1-0,4 mm. Par conséquent, la variation d'épaisseur devrait avoir peu d'effet sur la force du joint collés. Augmentant encore l'épaisseur de l'adhésif diminue le risque de sa plastification. L'adhésif devient trop rigide et que le transfert de charge adhésif / adhésif / adhérent devient faible et les contraintes sont localisées dans l'adhésif provoquant ainsi sa rupture. Selon Madani et al. [25], l'optimum épaisseur de la couche adhésive est comprise entre 0,1 et 0,2 mm.

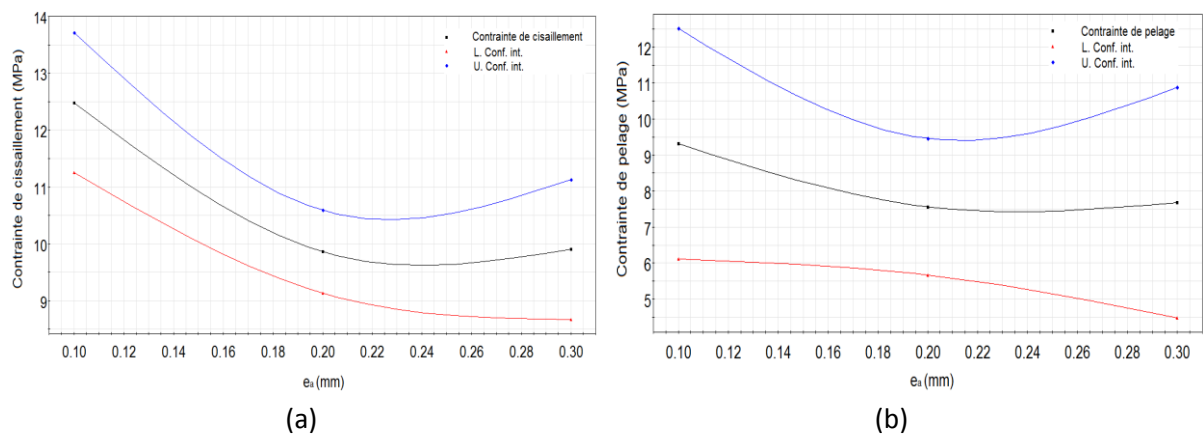


Figure II-13: Effet de l'épaisseur de l'adhésif sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement; (b) la contrainte de pelage.

b) Effet de l'épaisseur de la plaque

La figure II-14 illustre l'effet de l'épaisseur de la plaque " e_p " sur les contraintes de pelage ainsi les contraintes de cisaillement. L'analyse de cette figure montre qu'une augmentation de l'épaisseur de la plaque " e_p " provoque une augmentation des contraintes dans l'adhésif, cet accroissement des contraintes peut atteindre les 40 % pour les contraintes de cisaillement et de 65 % pour les contraintes de pelage. L'augmentation de l'épaisseur de la plaque engendre un moment de flexion important au niveau des bords de la longueur de recouvrement et en plus du chargement excentrique qui peut aboutir aux fléchissements de l'assemblage (Karachalios et al. [94-95]).

La variation de contraintes locales près des bords de la région de recouvrement est caractérisée par un très haut gradient. Ce gradient de contraintes dépend des propriétés élastiques de l'adhérent, de l'adhésif ainsi que de la géométrie du joint collé.

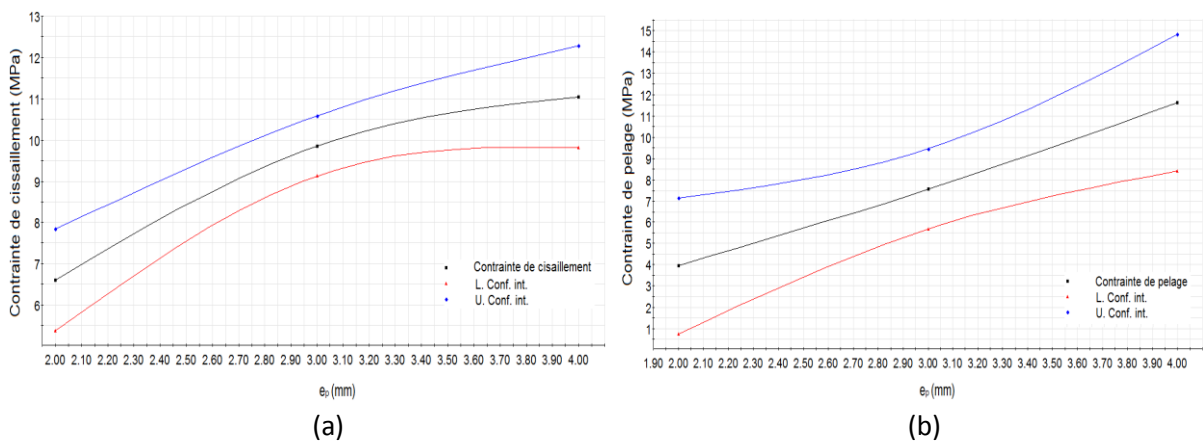


Figure II-14: Effet de l'épaisseur de la plaque sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement; (b) la contrainte de pelage.

c) Effet de biseautage de la plaque

Le biseautage des supports aux extrémités du recouvrement peut paraître intéressant, car une diminution de l'épaisseur à ce niveau minimise le moment de flexion autour du joint entraînant une diminution des contraintes de pelage ainsi que les contraintes de cisaillement (figure II-15). Zhao et al. [98] ont étudié expérimentalement les géométries des joints collés avec des arrondies aux extrémités, ils ont montré que, pour un adhésif ductile la rigidité des joints avec des coins pointus de l'adhérent était légèrement supérieures à celles des joints avec différents degrés d'arrondi des coins de l'adhérent. Il est clair que les contraintes ou la déformations dans la zone de l'extrémité autour du joint est plus élevé, cette concentration de contraintes régissent l'échec des joints de recouvrement.

Les deux modifications géométriques de l'adhésif et le bord de la plaque en même temps ont montré un effet significatif sur les niveaux de bord du recouvrement. Dans cette étude, la variation de l'angle de biseautage provoque automatiquement la variation de l'angle de filet d'adhésif.

Le biseautage des bords des adhérents peut sembler intéressant, puisque la réduction de l'épaisseur à ce niveau réduit le moment de flexion autour du joint, provoquant ainsi une diminution de contrainte de pelage et de cisaillement (Fig. II-15). Il est à noter que l'augmentation de l'angle de biseautage de la plaque " α_p " provoque une réduction significative des contraintes. Cette réduction de la contrainte dans l'adhésif est de l'ordre de 36% pour la contrainte de cisaillement et de 44% pour la contrainte de pelage.

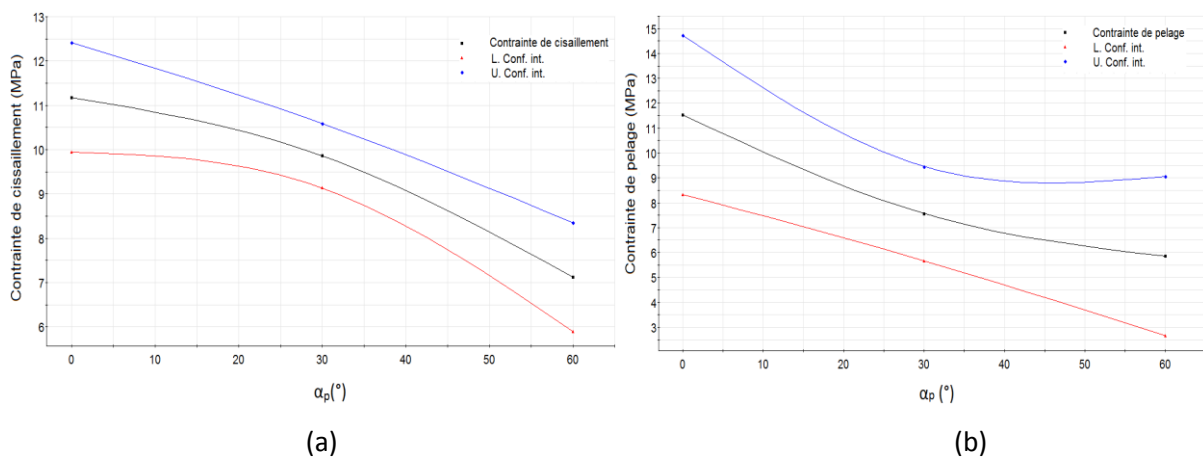


Figure II-15: Effet de biseautage de la plaque sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement; (b) la contrainte de pelage .

d) Effet de bourrelet de l'adhésif

Dans de nombreuses études [94-95], il a été montré qu'un bourrelet d'adhésif autour du joint améliore de façon significative les contraintes au bord de l'adhésif.

L'utilisation du joint d'adhésif biseauté est l'un des moyens les plus efficaces pour contrôler l'épaisseur de l'assemblage [99]. Zhao et al. [98] et da Silva et al. [14] montrent qu'un filet d'adhésif autour du joints collés améliore la résistance mécanique de l'ensemble que le biseautage des l'adhérents. En effet, la présence d'un angle de bourrelet d'adhésif augmente la surface de collage réduisant ainsi la concentration des contraintes au niveau du bord de l'adhésif (figure II-16). Cette diminution varie avec la variation de l'angle du filet, il est préférable d'augmenter l'angle de bourrelet d'adhésif pour avoir une longueur de recouvrement assez importante.

L'influence de bourrelet de l'adhésif « α_a » sur les contraintes de pelage ainsi que les contraintes de cisaillement est illustré sur la figure II-16. Celle-ci montre que l'augmentation du bourrelet de l'adhésif engendre une diminution des contraintes de 34 % de la contrainte de cisaillement et de 90 % pour les contraintes de pelage.

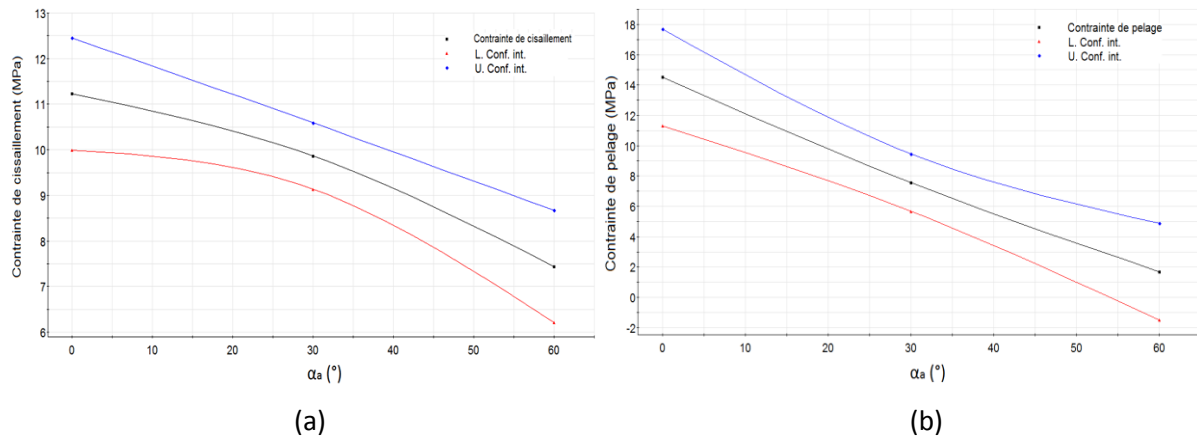
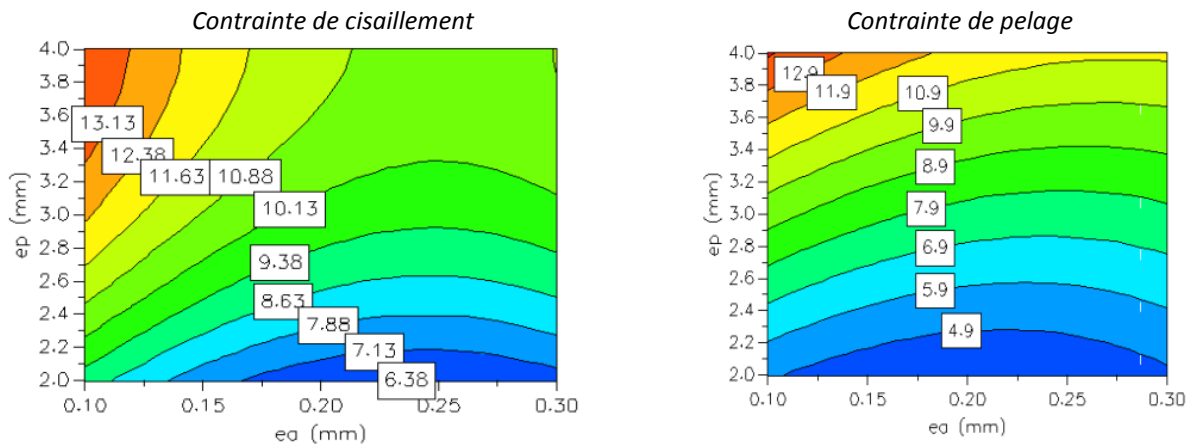


Figure II-16: Effet de bourrelet d'adhésif sur la réduction de : (a) la contrainte de cisaillement;
(b) la contrainte de pelage.

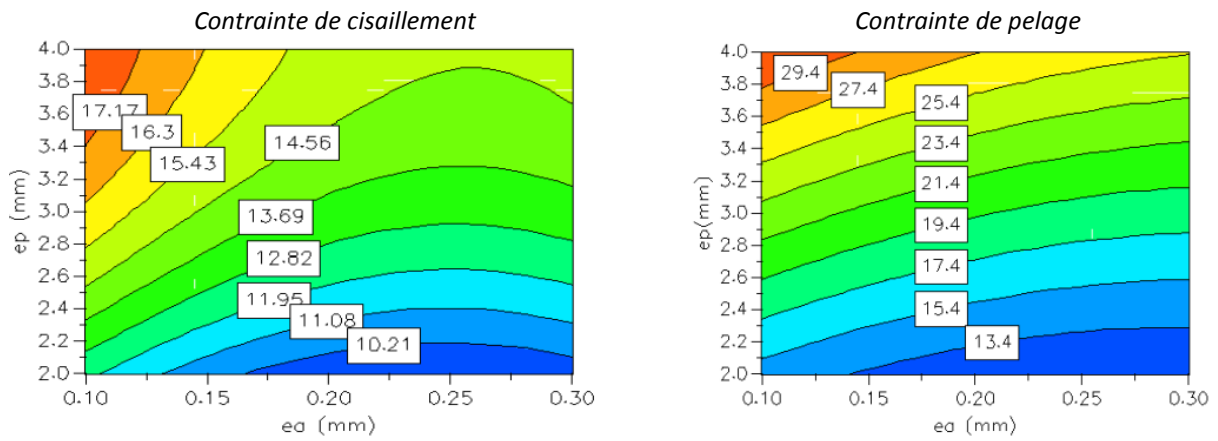
e) L'effet d'interaction des différents facteurs sur la valeur des contraintes

L'effet des différents paramètres étudiés précédemment et leurs interactions sur les contraintes de cisaillement et de pelage sont présentés sur la Fig. II-17. Cette analyse porte sur l'effet d'interaction entre deux facteurs (épaisseur de la plaque et l'épaisseur de l'adhésif) sur les valeurs des contraintes de pelage et les contraintes de cisaillement, tout en fixant pour chaque étude les deux autres grandeurs (angle de biseautage de la plaque et angle de bourrelet d'adhésif). On remarque que le valeur minimale des contraintes de cisaillement correspondent au valeurs de l'épaisseur de la plaque comprise entre 2 et 2.15 mm et un épaisseur de l'adhésif de 0.2 et 0.23mm avec un angle de biseautage et l'angle de bourrelet ($\alpha_a=60^\circ$ et $\alpha_p=60^\circ$), pour les contraintes de pelage le valeur minimale correspondent au valeurs de l'épaisseur de la plaque comprise entre 2 et 2.5 mm et un épaisseur de l'adhésif de à 0.18 et 0.2mm avec les mêmes angles de biseautage et de bourrelet fixés ($\alpha_a=60^\circ$ et $\alpha_p=60^\circ$).

a)- pour $\alpha_a=30^\circ / \alpha_p=30^\circ$



b)- pour $\alpha_a=0^\circ / \alpha_p=0^\circ$



c)- pour $\alpha_a=60^\circ / \alpha_p=60^\circ$

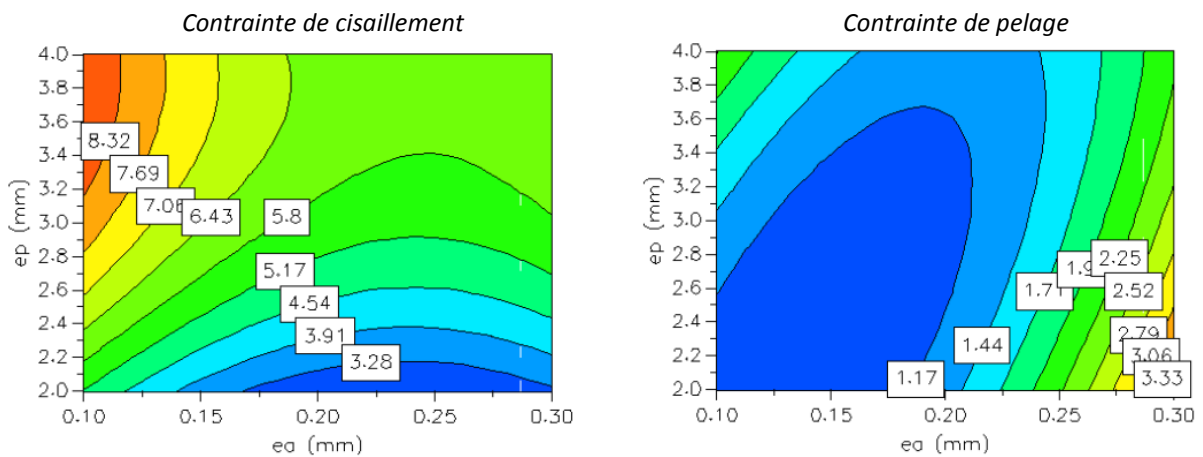
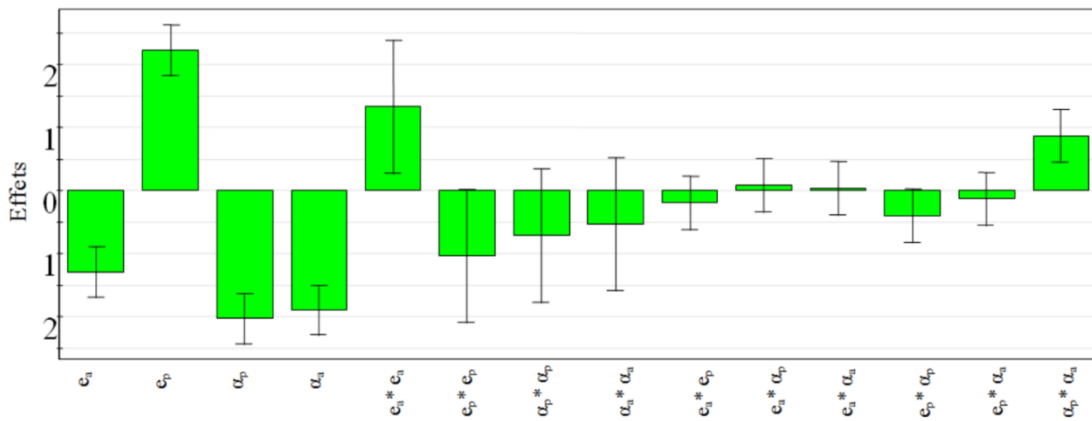


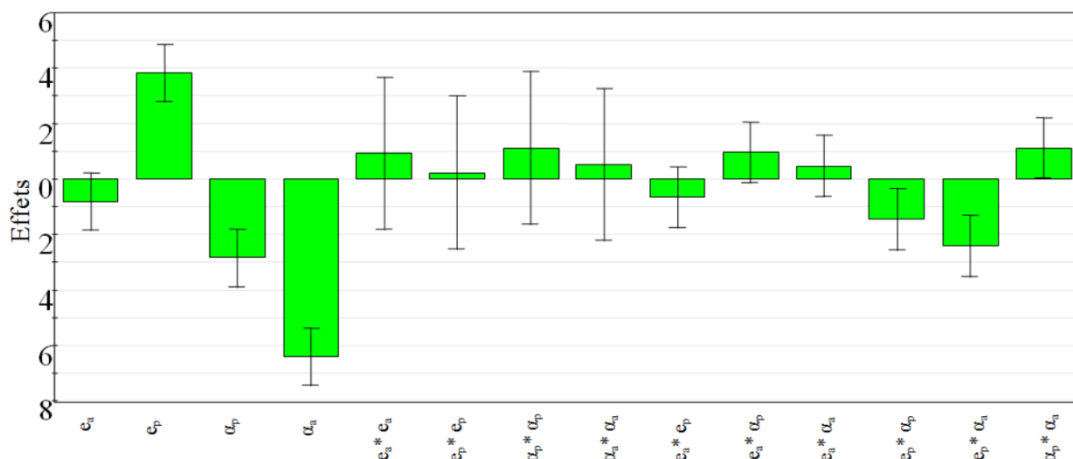
Figure II-17: Courbes iso-réponses de la variation de la contrainte de cisaillement et la contrainte de pelage en fonction des différents paramètres géométriques ($e_a, e_p, \alpha_a, \alpha_p$).

f) Effet des différents facteurs sur la résistance d'assemblage collé

Il est important d'étudier l'effet des différents facteurs sur la résistance du joint adhésif utilisé pour un assemblage à simple recouvrement. Ces effets sont représentés par un histogramme (figure II-17). Ce dernier donne les effets en ordre décroissant de leur importance en valeur absolue. Les effets de tous les termes des facteurs (linéaires, croisés et quadratiques) sur les contraintes de cisaillement ainsi que les contraintes de pelage sont indiqués sur le figure II-17. L'analyse de ces diagrammes montre que l'effet des deux facteurs de biseautage de la plaque " α_p " et le bourrelet d'adhésif " α_a " est le plus important et le plus dominant sur l'optimisation des paramètres géométriques d'un assemblage collé. La deuxième place est l'épaisseur de la colle " e_a " et l'épaisseur de la plaque " e_p " se classe en dernière position comme facteur ayant une influence sur un simple joint collé.



(a)



(b)

Figure II-18: Effets des différents paramètres géométriques et leurs interactions sur: (a) la contrainte de cisaillement (b) la contrainte de pelage.

g) Vérification du point optimal

Le tableau II-8, donne le point optimal recherché par le logiciel MODDE. En effet, la plus faible valeur des contraintes de cisaillement ($\tau_{xy}=3$ MPa) et les contraintes de pelage ($\sigma_{yy}=1.23$ MPa) est obtenue pour une épaisseur de l'adhésif $e_a=0.1879$ mm, une épaisseur de la plaque $e_p=2.0001$ mm, un biseautage de la plaque $\alpha_p= 59.9933^\circ$ et un bourrelet d'adhésif $\alpha_a=59.4753^\circ$. Le procédé de minimisation consiste à maximiser le biseautage de la plaque et le bourrelet d'adhésif et minimiser l'épaisseur de l'adhésif et l'épaisseur de la plaque. Cette étude d'optimisation des facteurs géométriques pour minimisation des réponses contraintes peut être réalisée par l'expérience dont les paramètres géométriques obtenue dans le tableau II-8.

Tableau II-8: paramètres géométriques optimales d'un assemblage à simple recouvrement.

e_a	e_p	α_p	α_a	τ_{xy}	σ_{yy}	iter	log(D)
0.2431	2	0.0003	59.9998	4.1112	1.798	165	-0.0366
0.1891	2.0154	59.3476	59.998	3.0568	1.1676	163	-0.6208
0.2716	3.9994	31.1623	60	8.0857	3.0051	201	0.8959
0.2502	4	59.9768	59.9998	5.8847	1.5154	170	0.4623
0.1879	2.0001	59.9933	59.4753	3.0008	1.2333	269	-0.6252
0.2425	2.0002	0.0004	59.9994	4.1124	1.7977	162	-0.0362
0.1971	2.0504	59.7782	59.9577	3.0658	1.2721	89	-0.5821
0.2286	2.0048	52.0559	59.5153	3.2375	1.2978	39	-0.4928

Selon l'analyse faite par le logiciel MODDE, nous permettons à obtenir une liste des coefficients pour les modèles mathématiques concernant la contrainte de pelage et de cisaillement. Les tableaux II-9 et II-10 représentent la liste des modèles mathématiques et les coefficients pour chaque réponse.

Après la combinaison des équations. (2), (3) et (4) dans l'équation (1) et d'après les deux tableaux qui représentant la liste des coefficients des différents paramètres et l'effet de leurs interactions sur la contrainte de pelage (σ_{yy}) et la contrainte de cisaillement (τ_{xy}), il a été possible d'obtenir les modèles mathématiques suivants:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = & 93.5669e_a^2 + 0.22617e_p^2 + 0.00058741\alpha_a^2 + 0.001258522\alpha_p^2 - 6.5925e_p e_a + 0.1899583e_a \alpha_a \\ & + 0.3202497e_a \alpha_p - 0.0481876e_p \alpha_p - 0.08033e_p \alpha_a + 0.00124083\alpha_a \alpha_p - 40.2038e_a + 7.6493e_p \\ & - 0.077007\alpha_a - 0.126903\alpha_p + 2.85664 \end{aligned} \quad (II-61)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = & 132.954e_a^2 - 1.03646e_p^2 - 0.000591\alpha_a^2 - 0.00079162\alpha_p^2 - 1.93938e_p e_a + 0.0121043e_a \alpha_a \\ & + 0.029687366e_a \alpha_p - 0.0043062336e_p \alpha_a - 0.01320626e_p \alpha_p + 0.00096368\alpha_a \alpha_p - 61.4937e_a \\ & + 9.356841e_p - 0.0460691466\alpha_a - 0.0153340733\alpha_p + 2.8082972 \end{aligned} \quad (II-62)$$

Tableau II-9: liste des coefficients du modèle mathématique pour la contrainte de pelage.

contrainte de pelage	Coeff. SC	Std. Err.	P	Conf. int()
Constant	7.56171	0.848976	4.54334e-006	1.89162
e_a^*	-0.814833	0.463435	0.109213	1.03259
e_p^*	3.83222	0.463435	8.80182e-006	1.03259
α_p^*	-2.84039	0.463435	0.000111356	1.03259
α_a^*	-6.40639	0.463435	7.64358e-008	1.03259
$e_a^* * e_a^*$	0.93567	1.23206	0.465117	2.74517
$e_p^* * e_p^*$	0.22617	1.23206	0.858019	2.74517
$\alpha_p^* * \alpha_p^*$	1.13267	1.23206	0.379564	2.74517
$\alpha_a^* * \alpha_a^*$	0.528671	1.23206	0.676951	2.74517
$e_a^* * e_p^*$	-0.659251	0.491547	0.209529	1.09523
$e_a^* * \alpha_p^*$	0.960751	0.491547	0.0791495	1.09523
$e_a^* * \alpha_a^*$	0.479875	0.491547	0.351963	1.09523
$e_p^* * \alpha_p^*$	-1.44563	0.491547	0.014761	1.09523
$e_p^* * \alpha_a^*$	-2.41	0.491547	0.000620445	1.09523
$\alpha_p^* * \alpha_a^*$	1.11675	0.491547	0.0464197	1.09523
N = 25	Q2 = 0.848	Cond. no. = 6.5927		
DF = 10	R2 = 0.972	Y-miss = 0		
	R2 Adj. = 0.934	RSD = 1.9662		
		Conf. lev. = 0.95		

Tableau II-10: liste des coefficients du modèle mathématique pour la contrainte de cisaillement.

contrainte de cisaillement	Coeff. SC	Std. Err.	P	Conf. int()
Constant	9.86239	0.326446	3.69572e-011	0.72736
e_a^*	-1.28761	0.178199	2.83864e-005	0.397048
e_p^*	2.22483	0.178199	2.01075e-007	0.397048
α_p^*	-2.02806	0.178199	4.80003e-007	0.397048
α_a^*	-1.89261	0.178199	9.12791e-007	0.397048
$e_a^* * e_a^*$	1.32954	0.473747	0.0185879	1.05556
$e_p^* * e_p^*$	-1.03645	0.473747	0.0535366	1.05556
$\alpha_p^* * \alpha_p^*$	-0.712456	0.473747	0.163523	1.05556
$\alpha_a^* * \alpha_a^*$	-0.531454	0.473747	0.288158	1.05556
$e_a^* * e_p^*$	-0.193938	0.189008	0.329033	0.421133
$e_a^* * \alpha_p^*$	0.0890628	0.189008	0.647602	0.421133
$e_a^* * \alpha_a^*$	0.0363128	0.189008	0.851491	0.421133
$e_p^* * \alpha_p^*$	-0.396188	0.189008	0.0624813	0.421133
$e_p^* * \alpha_a^*$	-0.129188	0.189008	0.509816	0.421133
$\alpha_p^* * \alpha_a^*$	0.867312	0.189008	0.000997153	0.421133
N = 25	Q2 = 0.885	Cond. no. = 6.5927		
DF = 10	R2 = 0.980	Y-miss = 0		
	R2 Adj. = 0.952	RSD = 0.7560		
		Conf. lev. = 0.95		

h) Test de Grubbs

On calcul dans un premier temps la moyenne des moyennes des différents expériences :

Pour la réponse : a) contrainte de cisaillement $\bar{x} = 9.1778$ MPa et l'écart type vaut $S_x = 3.469$

b) contrainte de pelage $\bar{x} = 9.5944$ MPa et l'écart type vaut $S_x = 7.637$

On repère que le point de mesure le plus éloignée de la moyenne pour les deux réponses est l'expérience N°14 avec $\tau_{xy}=3.67$ MPa et l'expérience N°13 avec $\sigma_{yy}=1.439$ MPa alors:

Pour la réponse : a) contrainte de cisaillement $G_i= 1.587$

b) contrainte de pelage $G_i= 1.067$

On compare cette valeur G_i à la valeur critique ($p=15$) $G_c=2.41$ ($G_i < G_c$)

Le test permet de montrer que les moyennes de différentes expériences répondent au test de Grubbs.

i) Test de signification des coefficients

On cherche à tester la non influence d'une variable sur la réponse. On choisit un risque de 5 %.

D'après les tableaux II-11 et II-12 , la variance des résidus est :

Pour la réponse : a) contrainte de cisaillement $S^2=0.571586$

b) contrainte de pelage $S^2= 3.8659$

La variance commune des estimateurs des coefficients du modèle est :

Pour la réponse : a) contrainte de cisaillement $S_i^2= 0.0206344$

b) contrainte de pelage $S_i^2=0.0206344$

La statistique << t >> de Student associé vaut : $t_i = \frac{|a_i|}{s_i}$

La table de Student (voir annexe) donne, pour un risque de 5 % avec $n = n - p = 10$ (tableau II-11 et tableau II-12).

Tableau II-11: Tableau d'analyse statistique pour la réponse contrainte de cisaillement

τ_{xy}	DF	SS	MS	F	SD
			(variance)		
Total	25	2394.54	95.7817		
Constant	1	2105.8	2105.8		
Total Corrected	24	288.743	12.031		3.46857
Regression	14	283.027	20.2162	35.3687	4.49625
Residual	10	5.71586	0.571586		0.756033
N = 25		$Q^2 = 0.885$	Cond. no. =6.5927		
DF = 10		$R^2 = 0.980$	Y-miss =0		
		R^2 Adj. =0.952	RSD =0.7560		

Tableau II-12: Tableau d'analyse statistique pour la réponse contrainte de cisaillement

σ_{yy}	DF	SS	MS	F	SD
			(variance)		
Total	25	3701.18	148.047		
Constant	1	2301.31	2301.31		
Total Corrected	24	1399.87	58.3277		7.63726
Regression	14	1361.21	97.2291	25.1504	9.86048
Residual	10	38.659	3.8659		1.96619
N = 25	$Q^2 = 0.848$		Cond. no. = 6.5927		
DF = 10	$R^2 = 0.972$		Y-miss = 0		
	$R^2 \text{ Adj.} = 0.934$		RSD = 1.9662		

Un effet sera donc significatif au risque de 5% s'il son " t_i " et supérieur à 2,228. On obtient les tableaux suivant.

Tableau II-13: Tableau d'analyse des coefficients pour la réponse contrainte de cisaillement

τ_{xy}	Coeff. SC	t_i	Résultat
Constant	9.86239	65.2244253	significatif
e_a^*	-1.28761	8.51554463	significatif
e_p^*	2.22483	14.7138024	significatif
α_p^*	-2.02806	13.4124738	significatif
α_a^*	-1.89261	12.516682	significatif
$e_a^* * e_a^*$	1.32954	8.7928466	significatif
$e_p^* * e_p^*$	-1.03645	6.85451048	significatif
$\alpha_p^* * \alpha_p^*$	-0.712456	4.71179229	significatif
$\alpha_a^* * \alpha_a^*$	-0.531454	3.51474457	significatif
$e_a^* * e_p^*$	-0.193938	1.28259931	non significatif
$e_a^* * \alpha_p^*$	0.0890628	0.58901239	non significatif
$e_a^* * \alpha_a^*$	0.0363128	0.2401529	non significatif
$e_p^* * \alpha_p^*$	-0.396188	2.62016961	significatif
$e_p^* * \alpha_a^*$	-0.129188	0.85437841	non significatif
$\alpha_p^* * \alpha_a^*$	0.867312	5.73592473	significatif

Tableau II-14: Tableau d'analyse des coefficients pour la réponse contrainte de pelage

σ_{yy}	Coeff. SC	t_i	Résultat
Constant	7.56171	19.2294	significatif
e_a^*	-0.814833	2.07211	non significatif
e_p^*	3.83222	9.7453	significatif
α_p^*	-2.84039	7.22308	significatif
α_a^*	-6.40639	16.2914	significatif
$e_a^* * e_a^*$	0.93567	2.3794	significatif
$e_p^* * e_p^*$	0.22617	0.57515	non significatif
$\alpha_p^* * \alpha_p^*$	1.13267	2.88037	significatif
$\alpha_a^* * \alpha_a^*$	0.528671	0.19671	non significatif
$e_a^* * e_p^*$	-0.659251	1.67647	non significatif
$e_a^* * \alpha_p^*$	0.960751	2.44318	significatif
$e_a^* * \alpha_a^*$	0.479875	1.22032	non significatif
$e_p^* * \alpha_p^*$	-1.44563	3.67622	significatif
$e_p^* * \alpha_a^*$	-2.41	6.12861	significatif
$\alpha_p^* * \alpha_a^*$	1.11675	2.83988	significatif

Nous déterminerons un intervalle de confiance, au risque de 5%, pour tous les coefficients. Rappelons que cet intervalle se calcule avec : $[a_i - t(a, n)s_i ; a_i + t(a, n)s_i]$

Pour les coefficients du : a) contrainte de cisaillement $[a_i - 2,228*0.1512; a_i + 2,228*0.1512]$

b) contrainte de pelage $[a_i - 2,228*0.39324; a_i + 2,228*0.39324]$

j) Analyse de la variance. Validation du modèle linéaire

L'analyse de la variance consiste à comparer à l'aide d'un test F la somme des carrés des écarts due uniquement à la régression (donc au modèle), avec la somme des carrés des résidus.

La table de Fischer-Snédecour donne pour $n_1 = 14$ et $n_2 = 10$, $F(\text{crit}) = 2.876$, pour un risque de 5%.

On a Pour la réponse :

a) contrainte de cisaillement ($F_{\text{obs}} = 35.3687$) > ($F_{\text{crit}} = 2.876$)

b) contrainte de pelage ($F_{\text{obs}} = 25.1504$) > ($F_{\text{crit}} = 2.876$)

Donc on accepte l'hypothèse H_1 de linéarité du modèle. Cela est bien en accord avec le fait que tous les coefficients sont significatifs.

k) Qualité descriptive des modèles

D'après les calculs (tableau II-11 et tableau II-12), on peut dire que les deux réponses ont une qualité descriptive satisfaisante ($R^2 \text{ Adj}$ et $Q^2 \approx 1$)

II-B-5. Conclusion

La méthode des plans d'expérience a montré sa puissance et sa judicieuse utilité quand il y a un besoin d'avoir toute une compréhension d'un phénomène donné car il prend en compte tous les paramètres et leurs interactions. Dans ce cas particulier, elle nous a permis de quantifier les effets des paramètres géométriques (l'épaisseur de l'adhésif et de plaques, angle de bourrelet d'adhésif et angle de biseautage de la plaque) sur la valeur des contraintes au niveau du bord de l'adhésif. En outre, en utilisant cette analyse, nous avons pu optimiser les paramètres géométriques de l'assemblage à simple recouvrement en déterminant la valeur minimale des contraintes (contrainte de cisaillement, contrainte de pelage). Enfin, on peut dire qu'à la fois les modifications géométriques du bord de l'adhésif et de la plaque ont présenté un effet significatif sur la réduction des contraintes.

Chapitre III: Comportement mécanique de l'influence de la présence de défaut dans la couche d'adhésif utilisée dans les assemblages collés

III-1. Introduction

Les joints collés sont de plus en plus utilisés dans les industries de l'aérospatiale et de l'automobile. L'utilisation de collage offre des réductions potentielles de poids et de coût [59,100]. Dans la conception des structures mécaniques qui contiennent des joints collés, la connaissance des caractéristiques mécaniques de ces joints est primordiale. Pour déterminer la nature physique de la répartition des contraintes dans les joints collés, de nombreux auteurs ont essayé de donner une meilleure estimation de la distribution des contraintes développées dans la couche d'adhésif dans différentes conditions de chargement. Pour une conception sûre, une connaissance complète de la distribution des contraintes aux points critiques devient cruciale.

Plusieurs travaux analytiques ont été menés pour comprendre le comportement des joints collés [1, 3,101]. Une recherche détaillée de la littérature sur les plus importants modèles analytiques pour les joints à simple recouvrement a été fournie par Da Silva et al. [34]. Ils ont établi fait une étude comparative sur les différents modèles analytiques pour comprendre les exigences de précision et de l'influence du temps pour les différents cas [82]. Cependant, l'obtention d'une solution exacte devient difficile si la géométrie du joint collée est complexe ou s'il y a une grande quantité de facteurs à prendre en considération est importante. Bien que les contraintes puissent être mesurées par des essais mécaniques, ils deviennent coûteux en termes de coût et de temps tout en tenant compte de tous les paramètres impliqués. Ces limitations peuvent être surmontées en utilisant des méthodes numériques telles que l'analyse par éléments finis (AEF). Il est important d'étudier l'influence de la variation des différents paramètres de collage sur le comportement mécanique des joints collés par l'analyse par la méthode des éléments finis. Cela réduit le nombre de tests à effectuer lors du prototypage et contribue à réduire le temps et aussi les coûts impliqués au cours du processus des essais mécaniques [102]. De nombreuses études sur l'analyse des joints collés avec des adhérents en composites ont été présentées dans plusieurs travaux [8, 103-106]. Les analyses linéaires et non linéaires par éléments finis ont été effectuées sur différents types de joints collés, les contraintes et les déformations dans la couche d'adhésif ont été évaluées par plusieurs auteurs [43,93, 107-111].

Ce pendant, La plupart de ces recherches n'ont pas pris en considération la présence de défauts de collage. Or A l'issue de l'étape de la mise en œuvre des joints collées, différents défauts sont susceptibles d'être créés au niveau des différentes zones de l'assemblage .La présence de porosités au sein du joint résulte du départ de produits volatils et de l'existence de bulles d'air au cours de la réticulation. Il est évident que ces types de défauts sont des zones privilégiées pour la dégradation de l'interface par l'eau ou par l'oxygène. Plus récemment, Karachalios et al. [94-95, 117] ont étudié la résistance des joints à simple recouvrement présentant des défauts artificiels dans la couche

d'adhésif. Dans leurs études, deux différents types d'adhésifs ont été utilisés, un solide/ductile et l'autre moins ductile, et trois différents types d'acier ont été utilisés. Des défauts artificiels de forme rectangulaires et circulaires situés au milieu du recouvrement ont été étudiés, en prenant compte la variation de la taille de défaut. Ils ont montré que si un adhésif structural ductile est utilisé avec de l'acier à haute résistance, il y a une diminution presque linéaire dans la résistance du joint collé lorsque la taille de défaut superficiel augmente. Dans le cas est l'adhésif est fragile, une réduction de la résistance est noté lorsque la taille de défaut augmente, moins cette réduction n'est pas proportionnelle pour les petites tailles de défauts, ce qui indique que l'extrémité de recouvrement devient plus importante en raison des contraintes locales dépassant les valeurs limites. L'utilisation du composite carbone/époxyde ou de l'acier comme adhérent présente une diminution non linéaire de la résistance de l'assemblage collé. Pour les petites tailles de défauts, il n'y a pas d'effet significatif. Mais, quand la taille du défaut devient plus importante, la diminution de la résistance de l'assemblage collé est apparente. La rupture est dominée par les effets d'extrémité dans le cas des aciers et carbone/époxyde (lorsque la taille du défaut est faible). Shishesaz et al. [112]. ont présenté une étude analytique et numérique de la distribution des contraintes dans un joint à double recouvrement soumis un chargement de traction avec la présence d'un vide dans la couche d'adhésif. Leurs résultats basés sur des solutions analytiques ont été comparées à celles des résultats par éléments finis. Une très bonne concordance a été observée entre les deux approches. La différence majeure entre les contraintes résultant des séparations et les vides se produisent au niveau du bord pour des grandes tailles de défauts. Benchiha et Madani [86] ont analysé la répartition des contraintes de cisaillement dans l'adhésive pour les joints à simple recouvrement avec la présence de défaut la couche d'adhésif. Dans leur analyse, ils ont considéré la position de défaut fixe, mais leur nombre est variable dans de la couche d'adhésif. Les résultats ont montré que les contraintes de cisaillement sont très élevées au niveau des bords libres de l'adhésif et atteignent des valeurs maximales près de défaut. De Moura et al. [113] ont étudié l'effet d'une bande de défauts sur la résistance des joints à simple recouvrement. Ils ont trouvé que la résistance du joint n'est pas influencée par la présence de défaut lorsque le défaut est situé au milieu du recouvrement. Toutefois, lorsque le défaut est situé à l'extrémité du recouvrement, le défaut diminue la résistance du joint. Ces résultats confirment ceux obtenus par Schonhorn et al [114].

Du point de vue de la fiabilité des joints, il faut noter que la rupture de l'adhésif est dominé dans la plupart des cas, par la présence et la position des défauts (porosité, les cavités) et d'autre part par la préparation de surface et d'autres facteurs qui ne sont pas toujours bien contrôlée (par exemple l'environnement). C'est donc un défi important pour étudier l'effet des défauts dans les adhésifs, car ils sont intrinsèquement beaucoup plus faibles que les composants à assembler.

L'analyse de la contrainte de cisaillement critique a conduit plusieurs auteurs à étudier l'adhésif dans des situations sévères de sollicitations mécaniques et thermiques. L'effet de la présence de défauts de liaison devrait également être mis en évidence afin de quantifier la taille et la forme du défaut critique qui pourrait causer des contraintes de cisaillement pouvant dépasser la contrainte de cisaillement critique et qui peut par la suite provoquer la rupture des assemblages.

Notre travail s'inscrit dans ce contexte, le but est d'étudier l'effet de la présence de défaut sur la répartition des contraintes dans un assemblage collé (cas deux plaques en aluminium 2024-T3 assemblé par adhésive Adekit A140). Trois types de formes (carré, circulaire et elliptique) avec différentes tailles et de nombre de défauts ont été étudiés. La localisation des défauts ont été étudiés en utilisant une position aléatoire. Les effets de l'épaisseur et de la longueur de l'adhésif ont été mis en évidence. L'analyse numérique a été réalisé à l'aide de code calcul COMSOL Multiphysics® simultanément avec MATLAB® [115], permet de résoudre les différents types de problème de fonctions et de variables et peut effectuer des opérations complexes avancées de modélisation en raison de la flexibilité offerte par l'outil d'interfaçage. Ce qui nous a permis de développer un programme sous MATLAB® qui génère les différents paramètres étudiés telle que la taille, la position et le nombre des défauts dans la couche d'adhésif.

III-2. Méthodologie de travail

Nous considérons un assemblage à simple joint de recouvrement composé de deux plaques en aluminiums 2024-T3 collés par un adhésif ADEKIT A140. Cet adhésif est très utilisé dans l'aéronautique et a une excellente performance mécanique et thermique jusqu'à 100 ° C, une excellente résistance aux chargements dynamiques (vibrations et impacts) et il est adapté au vieillissement et aux milieux agressifs. Les caractéristiques mécaniques de la plaque et de l'adhésif sont les mêmes que celles considérées dans le chapitre II. Les dimensions des différents substrats sont présentées dans la figure III-1. L'adhésif présente une zone vide qui sera considéré comme étant un défaut résultant de la mise en œuvre de l'adhésif ou à la suite d'une introduction de bulle d'air, la poussière etc ... Le nombre, la position et la forme de défaut sont variables.

Les conditions aux limites appliquées sont classiques pour les modèles des joints à simple recouvrement soumis à un chargement de traction. L'assemblage collé est orienté selon l'axe X , Z est la direction de la largeur, Y est la direction normale au plan du joint. Les faces d'extrême gauche de l'assemblage sont bloquées en translation et en rotation dans les directions X , Y et Z , et la rotation dans la direction Z . Les faces d'extrême droite de l'articulation sont bloquées en translation dans les directions Y et Z , et la rotation dans la direction Z . Une contrainte normale $P=15$ MPa a été appliquée

à la face d'extrémité droite de la partie adhérente dans la direction X . Les conditions aux limites des joints à simple recouvrement sont présentées dans la figure III.-1.

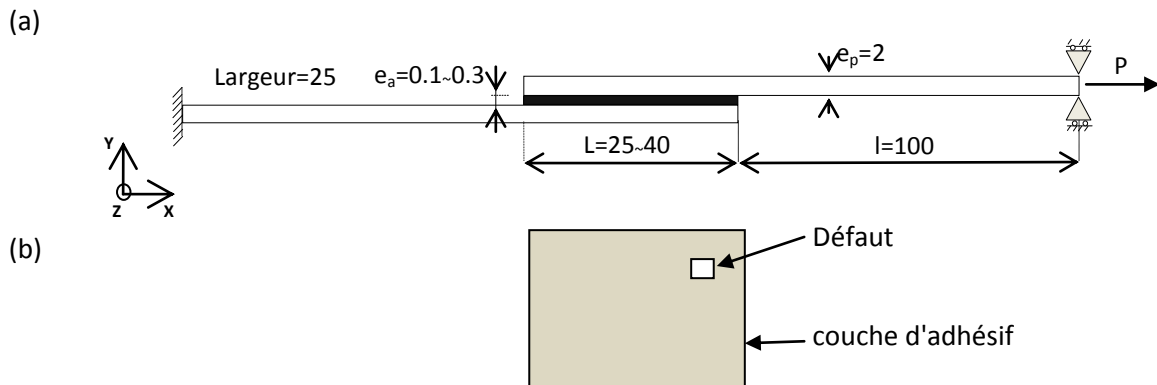


Figure III-1: Modèle géométrique : a) assemblage collé à simple joint de recouvrement, b) Présence de défaut dans la couche d'adhésif (dimensions en mm).

III-3. Modélisation de la présence de défaut dans la couche d'adhésif

Plusieurs types de défauts se produisent dans les assemblages collés [109-110], ceux-ci peuvent être considérés comme appartenant à deux catégories principales, voir la figure III-2. Le premier type est une inclusion, qui est l'inclusion physique caractérisée par la présence d'un corps étranger dans le joint de colle (figure III-2 (a)). Cela pourrait se produire, par exemple, si la bande de positionnement appliqué est laissée dessus de l'adhérence et a un adhésif. Le second type est un vide, qui est l'inclusion d'air dans le joint, voir la figure III-2 (b). Cela pourrait se produire entre l'adhésif et l'adhérent lors de l'assemblage ou être trouvé dans l'adhésif lui-même si l'air est introduit au cours du mélange des deux types de l'adhésif. Des vides peuvent également être trouvés dans l'adhérent.

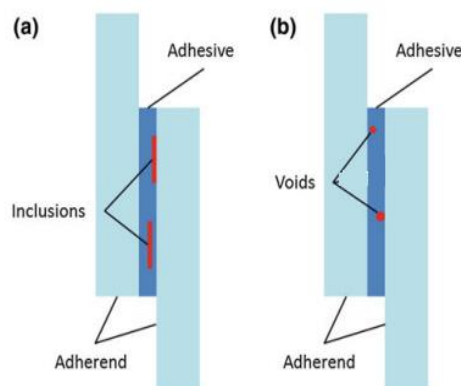


Figure III-2: Les catégories typiques des défauts qui peuvent être trouvés dans les joints adhésifs : a) inclusions, b) vides [111].

Pour l'adhésif, des échantillons ont été obtenus par le procédé de moulage (figure III-3). À l'aide d'un pousse colle, l'adhésif est introduit dans le moule, celui-ci a été préalablement nettoyée par l'ajout d'un produit anti-adhésion pour empêcher l'adhésif de s'attacher au moule ou d'empêcher la réticulation de la résine; l'adhésif est ensuite laissé sécher trois jours dans le moule pour une réticulation complète.

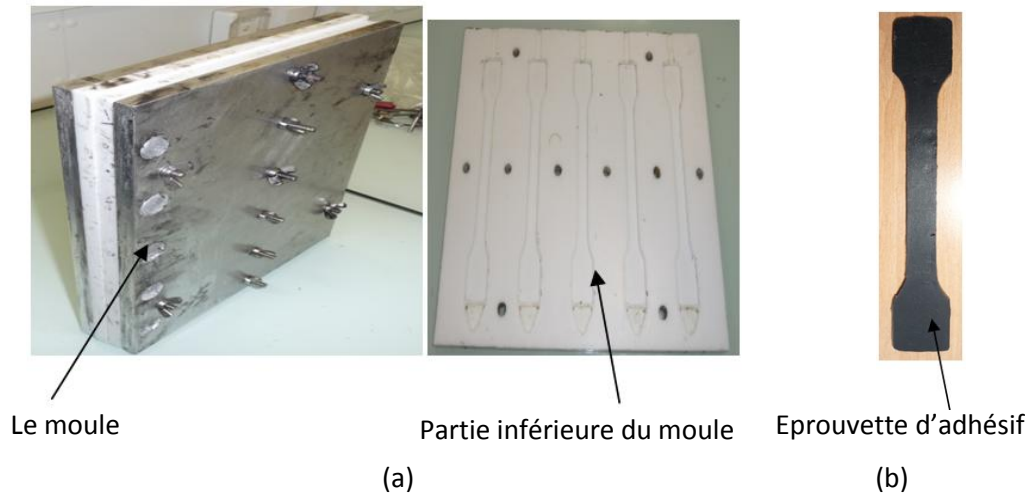


Figure III-3: Présentation du moule pour la fabrication des éprouvettes.

Dans la plupart des cas, la présence des bulles d'air pendant le processus de collage est considéré comme étant le défaut le plus commun dans les couches d'adhésif et celui qui a été pris comme défaut pour notre cas comme le montre la Figure III-4.

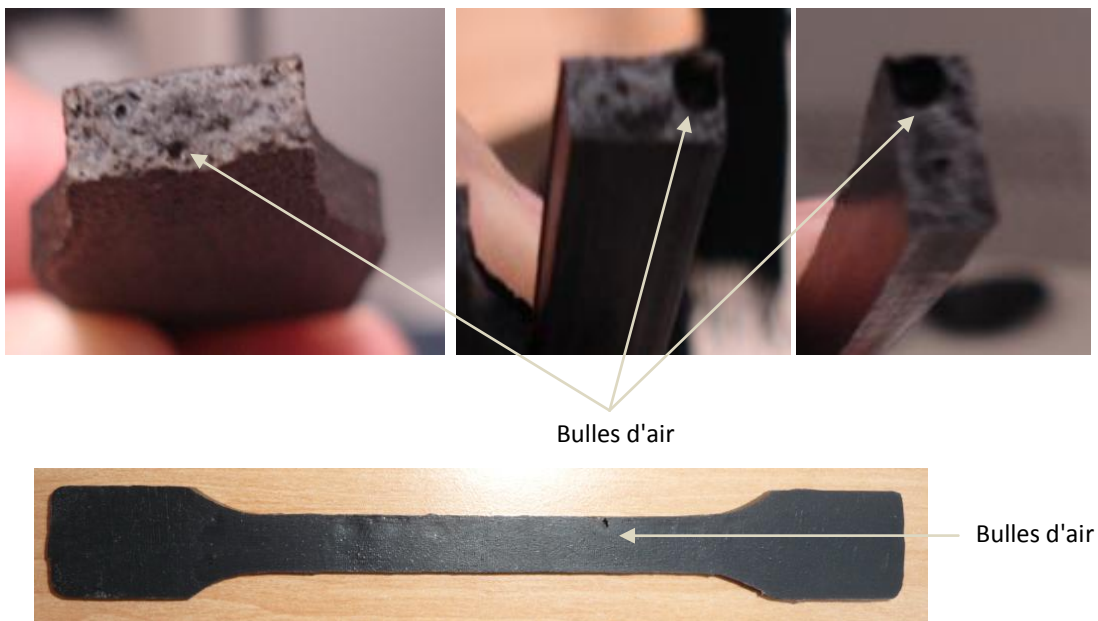


Figure III-4: L'éprouvette de colle (forme haltère).

Le code calcul COMSOL Multiphysics® a été utilisé pour modéliser l'assemblage à simple joint recouvrement où un seul défaut a été créé de façon aléatoire dans le joint collé, le modèle géométrique a été exporté sous format Matlab®. Un programme numérique a été établi afin de générer de façon aléatoire la position, le nombre et la forme des défauts (voir organigramme à la figure III-5).

Trois types de défauts ont été étudiés: carré, circulaire et la forme elliptique. Pour les trois de forme défauts, deux longueurs de recouvrement ont été principalement utilisés (25mm et 40mm). L'emplacement du défaut considéré dans cette étude est aléatoire dans le joint de recouvrement. La position de défaut change dans la couche d'adhésif d'une façon aléatoire (figure III-6).

III-4. Maillage du Modèle géométrique

Le maillage de la géométrie est une partie essentielle du processus de simulation, et peut être crucial pour obtenir les meilleurs résultats de la manière la plus rapide. Lors de la création d'un modèle géométrique dans le code calcul COMSOL Multiphysics®, nous pouvons facilement utiliser le maillage physique contrôlé avec une taille de l'élément normal, ou l'un des autres ensembles de paramètres prédéfinis, comme point de départ lors de la modification des paramètres individuels.

Dans le cas de l'analyse des joints collés, des petits éléments ont été utilisés au sein de la couche d'adhésive et autour des interfaces d'adhésif/adhérents, des éléments larges ont été utilisés dans les régions extérieures des parties adhérentes. Il est essentiel de modéliser la couche d'adhésif par des éléments qui sont plus minces que l'épaisseur de l'adhésif. Il est également important que la transition entre les surfaces adhérents et de l'adhésif soit fournie. Le maillage par les extra éléments fins est raffiné sur les deux extrémités de la longueur de recouvrement. Un modèle d'éléments fins en trois dimensions d'une telle structure implique plusieurs degrés de complexité. Les analyses de contrainte dans le joint collé ont été effectuées par la méthode des éléments finis non linéaire. Chaque couche est considérée comme une structure tridimensionnelle individuelle sous un état de contrainte plane. En outre, pour l'analyse des contraintes, le critère de contrainte Von Mises et une règle d'écroutissage isotrope a été utilisé pour calculer la distribution de la contrainte de cisaillement (τ_{xy}) et la contrainte de pelage (σ_{yy}) dans la couche d'adhésive. La liaison est considérée comme parfaite, la grille de transition en douceur dans le modèle est assurée, un maillage raffiné se fait au bord de l'adhérent, le type de l'élément sélectionné pour notre modèle géométrique est de l'élément de volume Free Tetrahedral à dix nœuds. Le modèle d'éléments finis, représenté dans la figure III-7, est constitué de 441764 d'éléments.

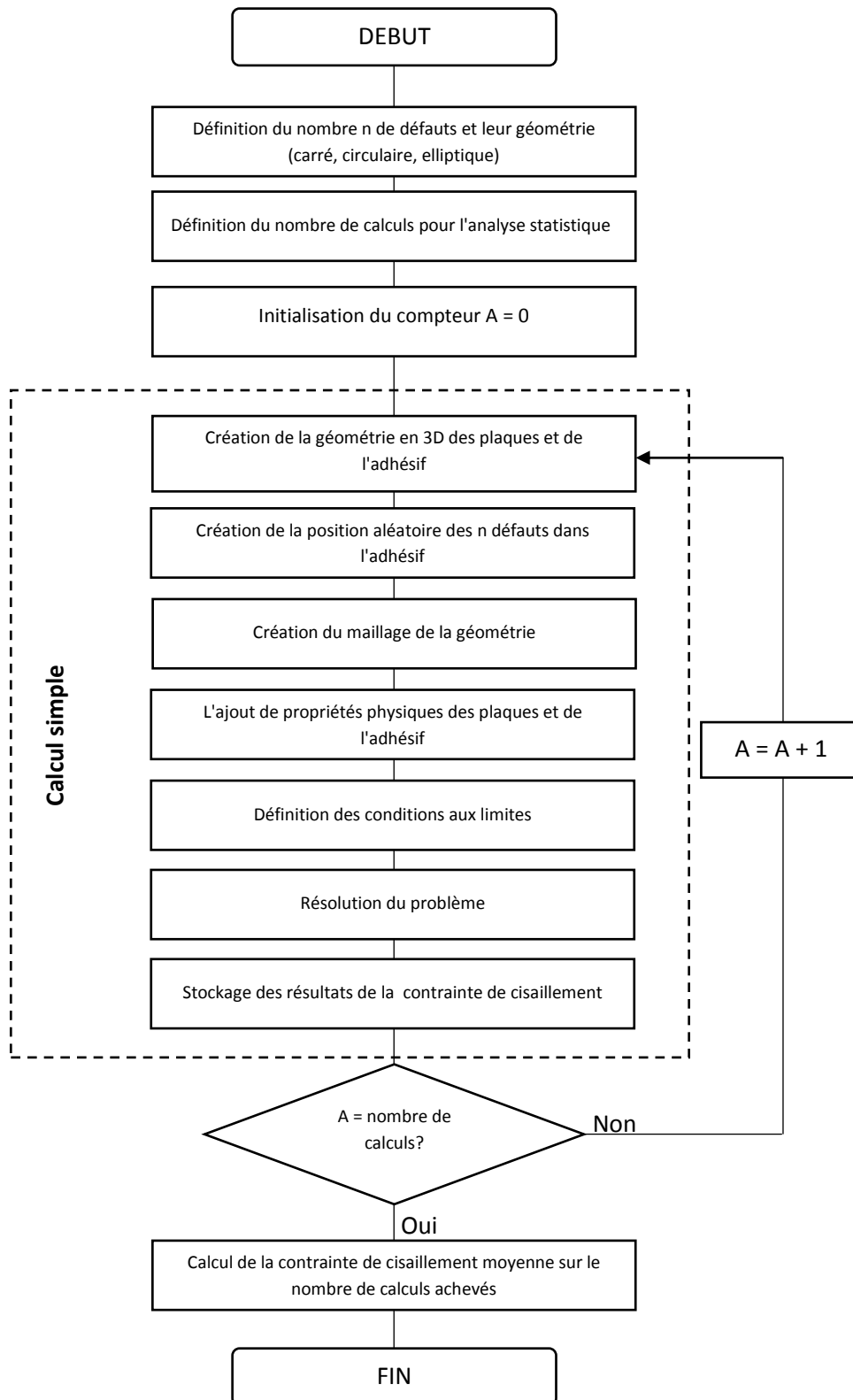


Figure III-5: Algorithme utilisé dans MATLAB® et Comsol Multiphysics® pour nos calculs.

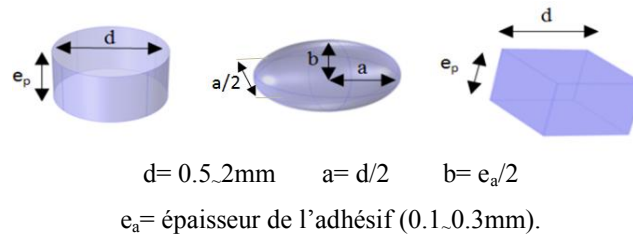


Figure III-6: Dimensions et la forme des différents défauts (circulaire, elliptique et carré).

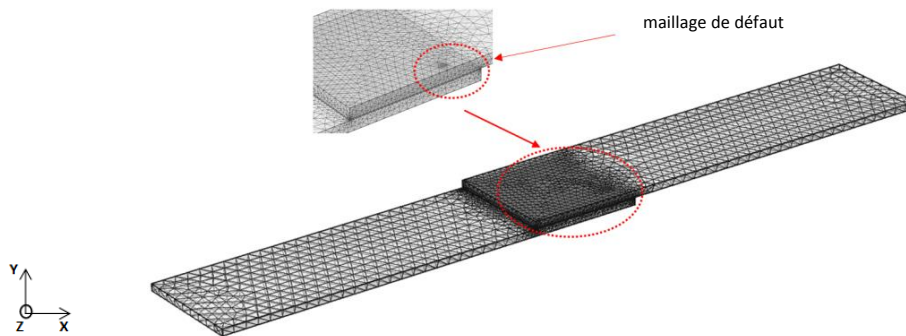


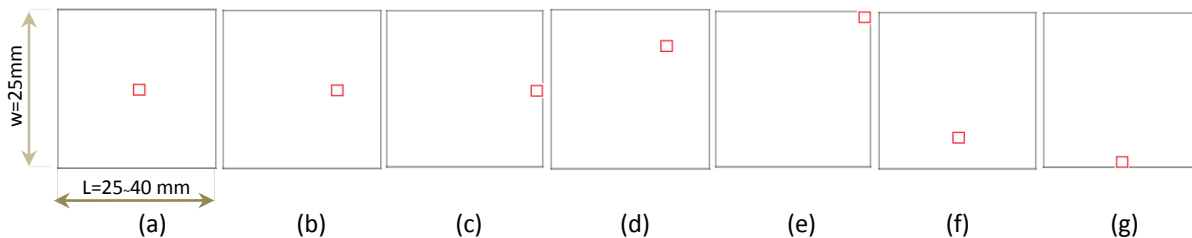
Figure III-7: Maillage de l'assemblage à simple joint collé.

III-5. Analyse et Résultats

L'étude de l'influence des défauts de collage, nous conduit à suivre les étapes suivantes. Tout d'abord, nous créons un défaut de liaison dans la structure et nous analysons son effet sur la répartition des contraintes de cisaillement, la position étant aléatoire dans le joint collé. Pour chaque situation, la contrainte de cisaillement maximale est déterminée et l'étude est généralisée pour différents nombres de défauts. Le choix de la position du défaut dans le joint collé étant aléatoire, il existe un choix illimité de la position du défaut, mais nous allons le limité à 400 positions.

La figure III-8 présente quelques cas le nombre et la position des défauts.

Un défaut



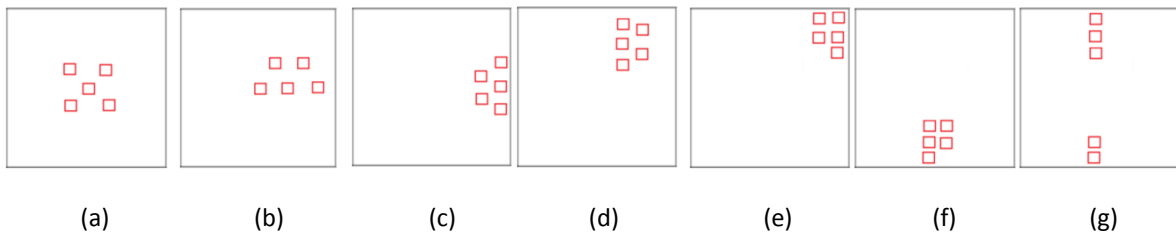
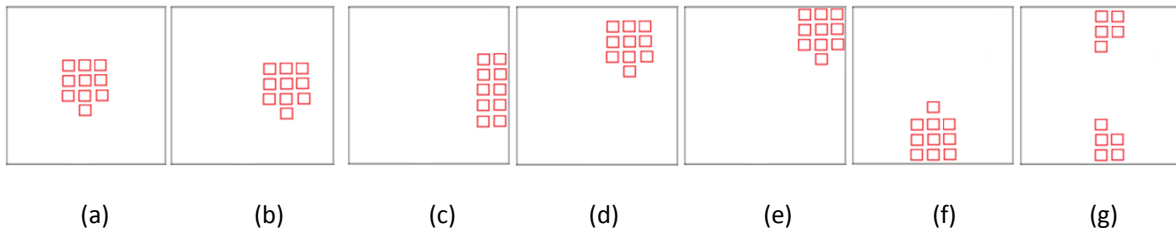
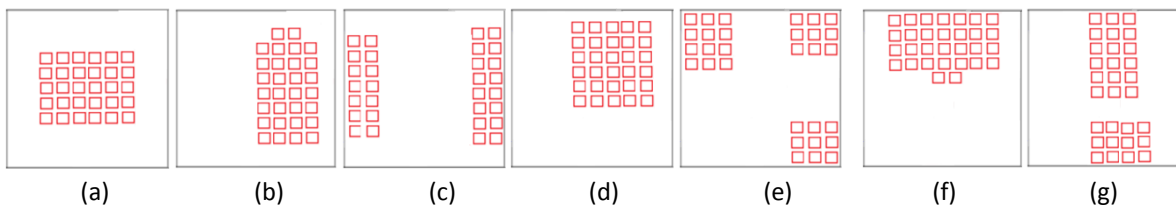
Cinq défauts**Dix défauts****Trente défauts**

Figure III-8: Représentation graphique de quelques nombres et positions des défauts dans la couche d'adhésif.

III-5-1. Cas d'un défaut

La répartition des contraintes dans le joint collé est presque identique pour toutes les positions du défaut. Les valeurs les plus importantes sont pour le cas où le défaut est situé dans le bord libre de l'assemblage (par exemple, les cas **c** et **e**, figure III-8). Loin de ces positions, la présence du défaut n'a aucune influence sur la valeur de la contrainte de cisaillement étant donné que dans la plupart des cas, le cœur de l'adhésif reste inactif, en particulier pour des longueurs de recouvrement relativement importantes par rapport à la largeur de l'adhésif.

La figure III-9 illustre les différentes valeurs de la contrainte de cisaillement pour les différentes positions du défaut de collage de forme carré, où les axes **X** et **Z** représentent respectivement la longueur et la largeur de l'adhésif et on constate clairement les différentes valeurs de la contrainte de cisaillement pour les différentes positions du défaut. Il est clair que, pour cette valeur de la charge appliquée, pour une taille minimale d'un défaut dans la couche adhésive, la contrainte de cisaillement dans l'adhésif est faible par rapport à la limite élastique et ne peut en aucun cas dépasser la valeur critique de la contrainte de cisaillement [116].

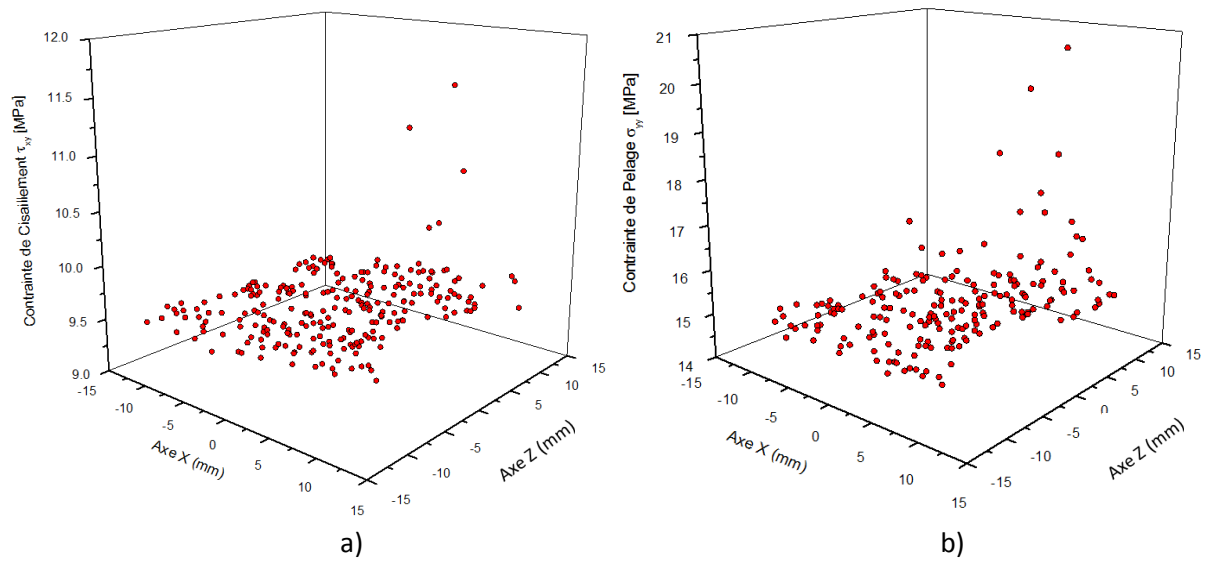


Figure III-9: Répartition des différentes valeurs: a) des contraintes de cisaillement et b) des contraintes de pelage dans la couche d'adhésif ($P=15\text{MPa}$, $e_a=0,2\text{ mm}$, $d=1\text{mm}$).

III-5-2. Cas de plusieurs défauts

De même, nous avons essayé d'analyser l'effet de la présence de plusieurs défauts de collage répartis de façon aléatoire sur la valeur de la contrainte de cisaillement. La figure III-10 montre la répartition de la contrainte de cisaillement en fonction du nombre de défauts pour une de leurs positions (forme de défaut carré, longueur de recouvrement $L=25\text{mm}$, épaisseur de l'adhésif $e_a=0.2\text{mm}$).

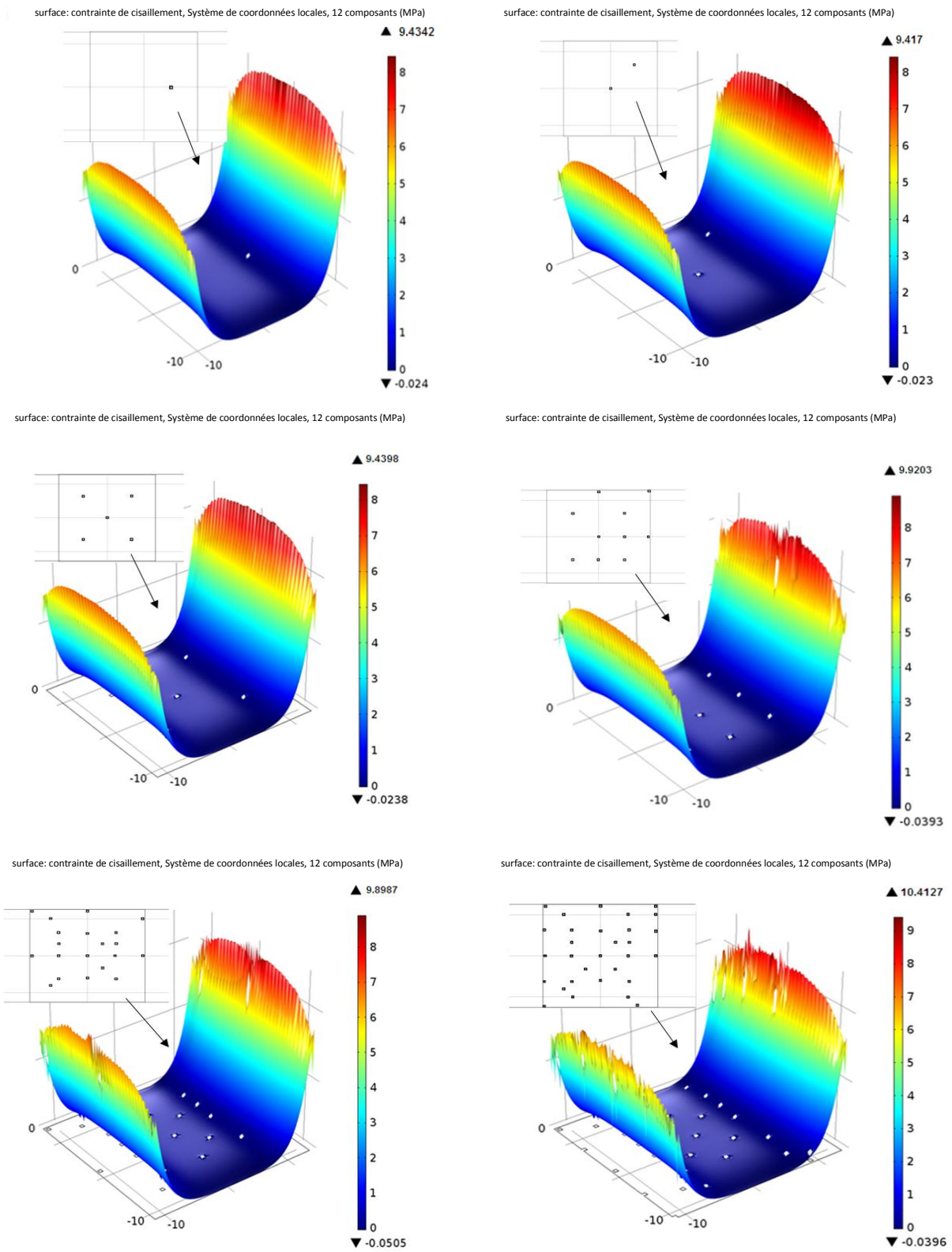


Figure III-10: Répartition de la contrainte de cisaillement pour quelques nombres de défauts et une de leurs positions (taille des défauts $d=0,5$ mm).

Afin d'analyser l'effet de la présence de défaut dans l'adhésif sur la variation de la contrainte de cisaillement, on a cherché, pour chaque nombre de défaut, à imposer de manière aléatoire les positions maximales possibles dans le joint de colle.

Avec notre modèle géométrique, et en fonction du matériel disponible, on peut atteindre un maximum de 50 défauts (forme de défaut carré). Pour chaque situation, nous déterminons les valeurs maximales et minimales de la contrainte de cisaillement qui sont représentés dans la figure III-11 sous forme d'un diagramme en boîte.

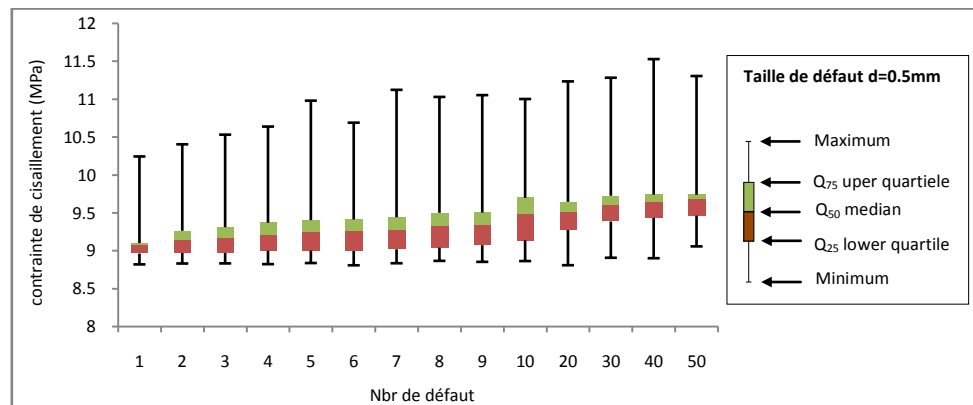


Figure III-11: Diagrammes en Boîte de la variation de la valeur maximale et minimum de la contrainte de cisaillement par rapport au nombre de défauts (L = 25 mm, e_p = 0.2mm, P= 15MPa).

On remarque clairement que dans la mesure où le nombre de défauts augmente, les valeurs moyennes de contrainte de cisaillement augmentent. Il convient également de noter que, lors des calculs numériques sous MATLAB®, on ne peut pas contrôler le choix de la position de défauts qui est aléatoire dans le joint adhésif.

A noter également que pour une taille de défaut minimale et quel que soit son nombre, les contraintes de cisaillement restent faibles dans la plupart des cas.

III-5-3. Effet de la taille du défaut

Pour voir l'effet de la taille du défaut, les mêmes étapes précédentes ont été considérées tout en modifiant la taille des défauts. Les résultats de l'analyse numérique sont présentés sur la figure III-12.

On remarque clairement que la répartition des contraintes est presque la même quelque soit la taille du défaut. Cependant, les valeurs de ces contraintes sont légèrement plus élevées dans le cas où la taille du défaut est importante.

De même, si la taille du défaut est grand, le cœur de l'adhésif sera également sollicité et devient actif, contrairement au cas où la taille du défaut est minimale, le cœur de l'adhésif reste inactif pour les différentes positions du défaut.

Pour des tailles importantes de défaut, la valeur de contraintes cisaillement augmente et le risque d'avoir une plus grande concentration de contrainte devient significative. La zone de concentration de contrainte est plus marquée que dans le cas où la taille de défaut est importante.

Si la longueur de recouvrement augmente, les valeurs de la contrainte de cisaillement diminuent et la présence d'une taille minimale d'un défaut n'aura pas d'effet sur la valeur de la contrainte de cisaillement (figure III-13).

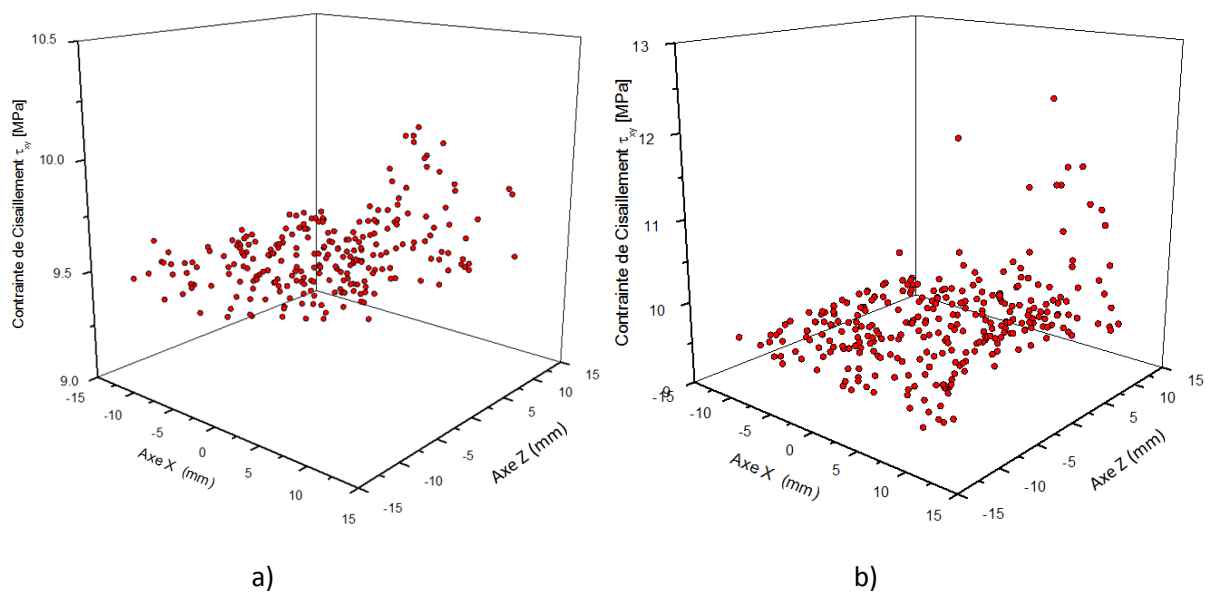


Figure III-12: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction des différentes positions de défauts de collage. a) la taille du défaut $d = 0,5$ mm et b) la taille du défaut $d = 2$ mm. ($L = 25$ mm, $e_a = 0.2$ mm, $P = 15$ MPa, forme du défaut carré).

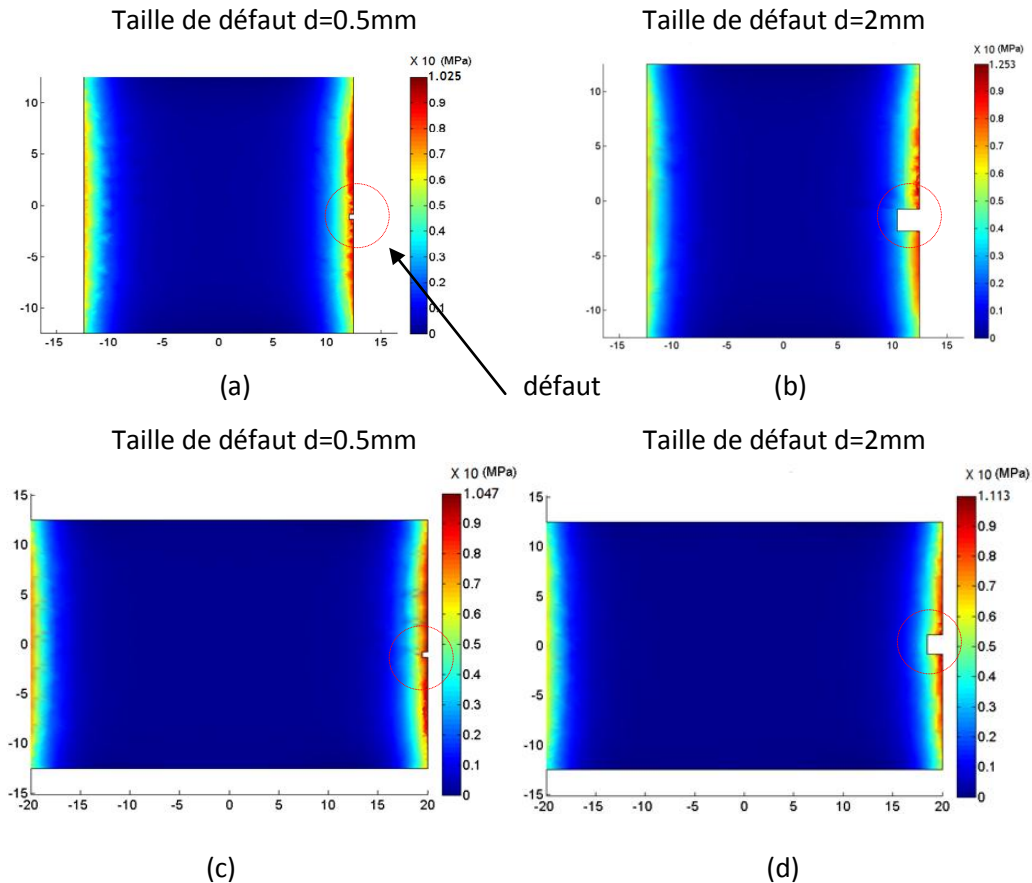


Figure III-13: Variation de la contrainte de cisaillement suivant la longueur de recouvrement, en présence d'un défaut de collage, a) et b) longueur de recouvrement $L = 25$ mm, c) et d), la longueur de recouvrement $L = 40$ mm.

De même, si on change de manière aléatoire la position de défaut dans la couche d'adhésif, la valeur maximale de la contrainte de cisaillement est toujours élevée si le défaut est se trouve au niveau du bord libre de l'adhésif. Cette valeur augmente pour une grande taille de défaut (figure III-14). En outre, ces valeurs des contraintes de cisaillement sont minimales dans le cas où la longueur de recouvrement est de 40mm par rapport au cas où la longueur de recouvrement de 25 mm (figure III-12).

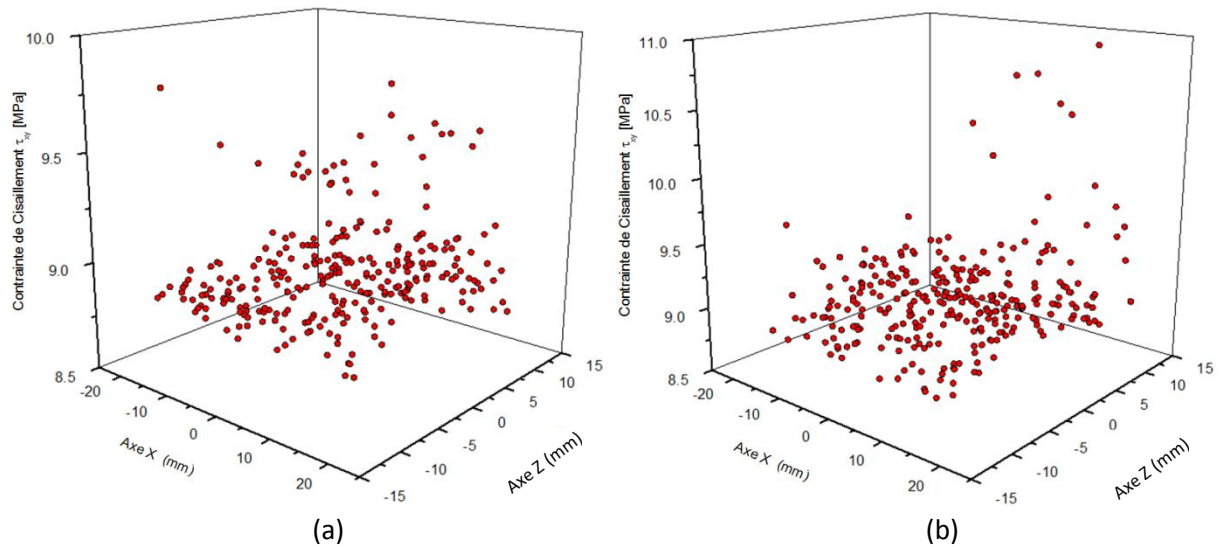


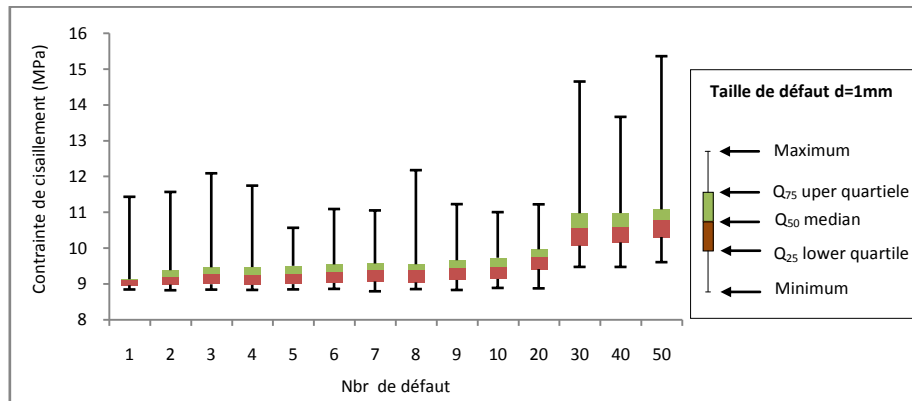
Figure III-14: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction des différentes positions de défauts de collage. a) la taille du défaut $d = 0,5$ mm et b) la taille du défaut $d = 2$ mm. ($L = 40$ mm, $e_p = 0.2$ mm, $P = 15$ MPa et la forme de défaut carré).

III-5-4. L'influence de la taille et le nombre de défaut sur la contrainte de cisaillement

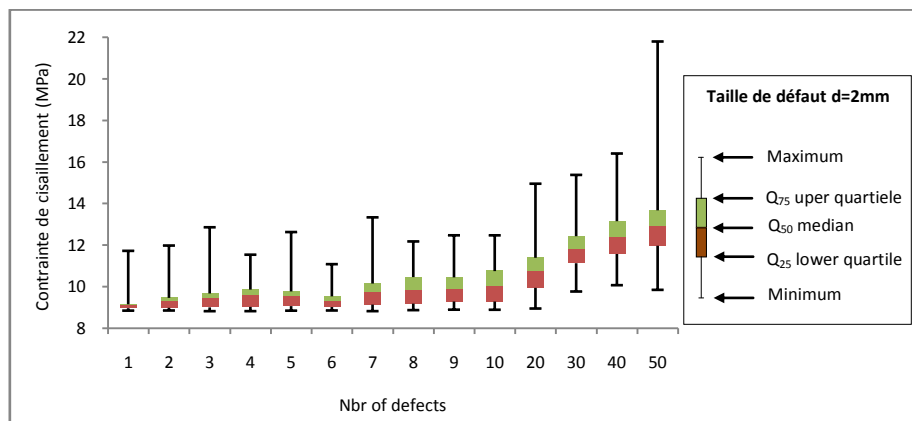
La figure III-15 montre la variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la taille de défaut pour différents nombres de défauts. Il est clairement constaté que si la taille des défauts augmentent, le défaut apparaît comme un concentrateur de contraintes et, par conséquent, il peut créer des contraintes maximales dans le joint adhésif. Cette concentration est beaucoup plus élevée lorsque le nombre de défauts dans l'adhésif est important.

Remarque: il convient de noter que, en faisant varier la taille des défauts, il est pas évident que nous aurons les mêmes positions de défauts dans l'adhésif.

D'après la figure III-5, on remarque qu'en augmentant la taille du défaut les valeurs de la contrainte maximales et minimales augmentent. La présence d'un grand nombre de défaut peut engendrer une contrainte qui dépasse la limite élastique de l'adhésif et une plastification de celui-ci est à noter.



(a)



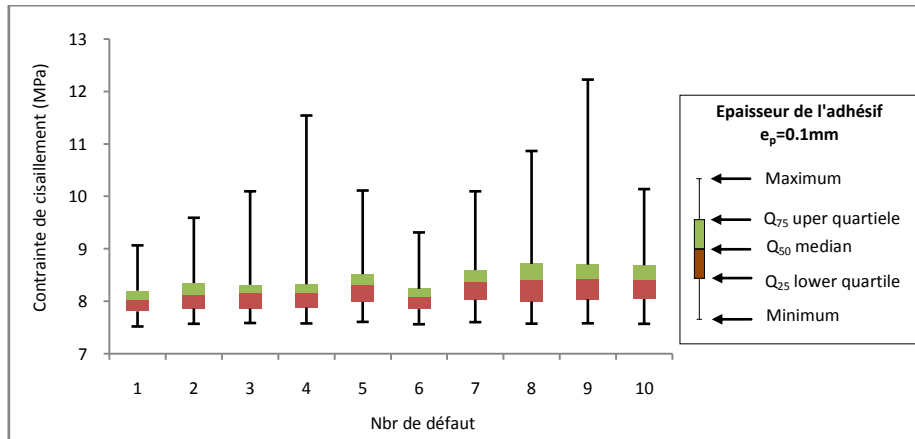
(b)

Figure III-15: Diagrammes en Boîte de la variation de la valeur maximale et minimum du contrainte de cisaillement par rapport au nombre de défauts; a) la taille du défaut $d=1\text{mm}$, b) taille de défaut $d=2\text{mm}$ (épaisseur de l'adhésif $e_a = 0.2\text{mm}$, longueur de recouvrement $L = 25\text{mm}$, $P = 15\text{MPa}$, la forme de défaut carré).

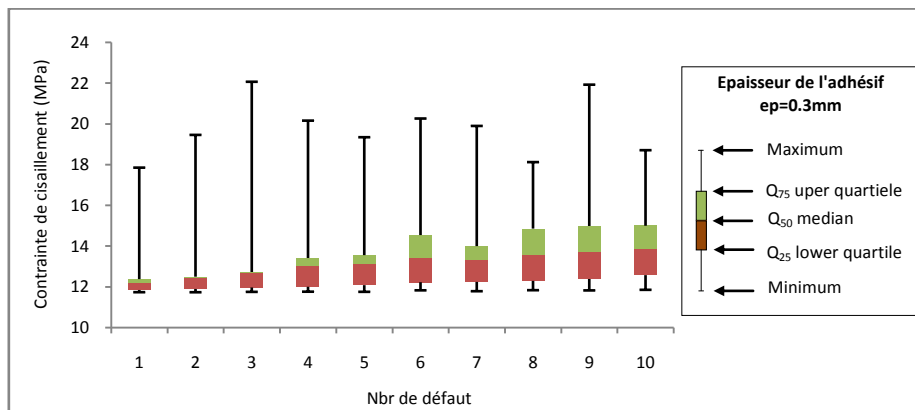
III-5-5. Effet de l'épaisseur de l'adhésif

L'épaisseur de l'adhésif est un paramètre important à prendre en compte dans la réalisation des assemblages. Pour une épaisseur minimale, l'adhésif est résistant au cisaillement et la présence du défaut de taille minimale n'aura pas une influence sur la valeur de la contrainte de cisaillement. Cette valeur sera affectée si le nombre de défauts est important essentiellement s'il se trouve au niveau du bord libre de la couche adhésif. Toutefois, si l'épaisseur de l'adhésif est importante, l'adhésif perd ses caractéristiques adhésives, et devient comme un matériau présentant de faibles propriétés mécaniques par rapport à celles de l'ensemble et par conséquent une faible résistance au cisaillement. La présence de défauts de collage affaiblit l'adhésif et provoque une concentration de contraintes qui pourra ensuite provoquer des valeurs importantes de contrainte de cisaillement. Ces valeurs sont encore plus élevés si le nombre de défauts est important (figure III-16).

Dans le cas où l'épaisseur de l'adhésif est important, la présence de défaut dans la couche d'adhésif provoque des contraintes élevées qui dépassent la limite élastique même pour un nombre faible de défaut, par conséquent si le nombre de défaut augmente, on pourra atteindre la limite à la rupture et donc la rupture de l'adhésif du joint.



(a)

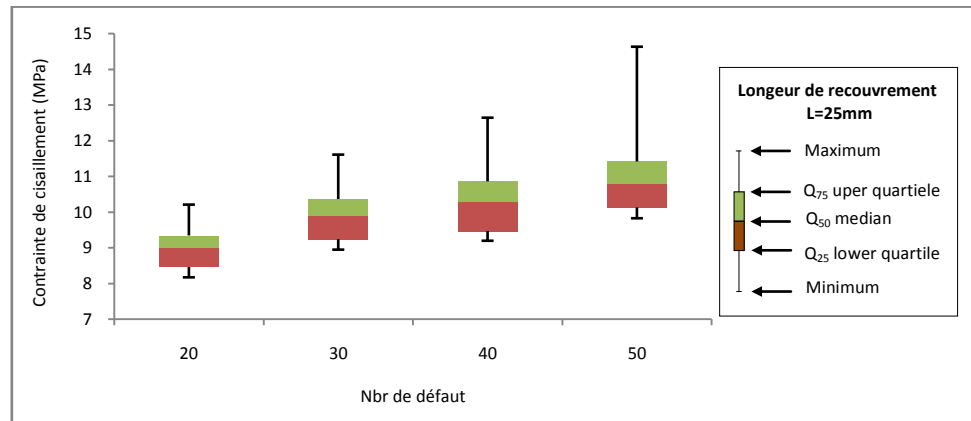


(b)

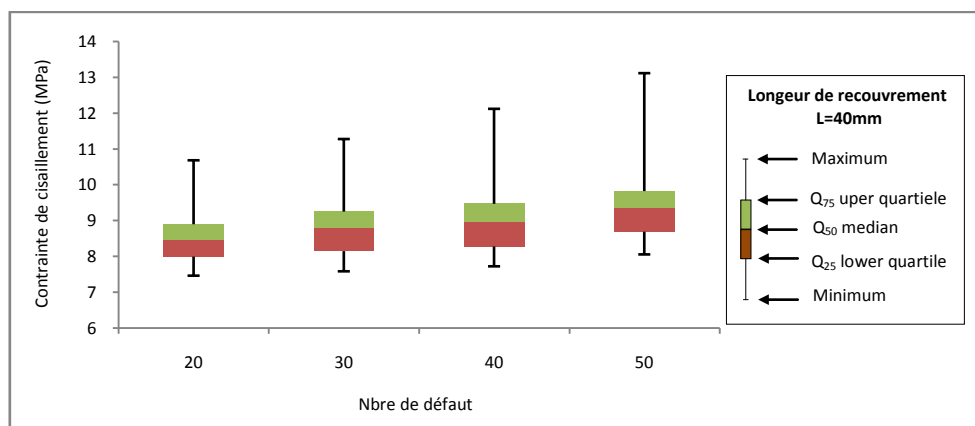
Figure III-16: Diagrammes en Boîte de la variation des valeurs maximales et minimum de contrainte de cisaillement en fonction du nombre de défauts: a) l'épaisseur adhésif $e_a=0.1\text{mm}$, b) l'épaisseur d'adhésif $e_a=0.3\text{mm}$ (taille de défaut $d=2 \text{ mm}$ et longueur de recouvrement $L = 25\text{mm}$, $P=15\text{MPa}$, forme de défaut carré).

III-5-6. Effet de la longueur de recouvrement

La longueur de recouvrement doit être au moins égale à la largeur du joint adhésif, afin de minimiser les contraintes maximales en particulier au niveau du bord libre de l'adhésif. Si la longueur de l'adhésif est minimale, la présence de défauts de collage a un impact sur les valeurs de la contrainte de cisaillement. Cet effet disparaît peu à peu, si la longueur de recouvrement est importante (figure III-17).



(a)



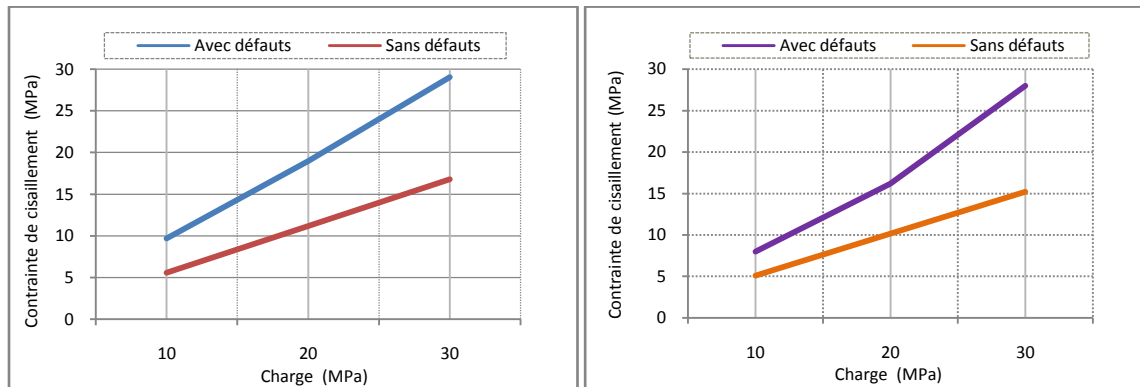
(b)

Figure III-17: Diagrammes en Boîte de la variation des valeurs maximales et minimales de la contrainte de cisaillement en fonction du nombre de défauts: a) la longueur de recouvrement $L=25\text{mm}$, b) la longueur de recouvrement $L=40\text{mm}$ (épaisseur de l'adhésif $e_a = 0,2\text{mm}$ et la taille du défaut $d = 2\text{mm}$, la forme de défaut carré, charge appliquée de 15MPa).

III-5-7. Effet de la valeur de la charge appliquée

Afin d'analyser l'effet de la charge appliquée sur la valeur de la contrainte de cisaillement en présence de défaut, nous avons envisagé le cas de la présence de 10 défauts dans le joint adhésif. Les résultats du calcul numérique sont présentés sur la figure III-18.

On peut clairement voir que la valeur de la contrainte de cisaillement augmente avec l'augmentation de la charge appliquée. Si la longueur de recouvrement est suffisamment importante, le joint adhésif devient mieux résistant à la charge et par conséquent on obtient des valeurs faibles de la contrainte. Cependant, si l'adhésif contient des défauts, les valeurs de la contrainte de cisaillement deviennent très élevées, en particulier dans le cas où la charge appliquée est plus importante.



a)- longueur de recouvrement $L=25\text{mm}$

b)- longueur de recouvrement $L=40\text{mm}$

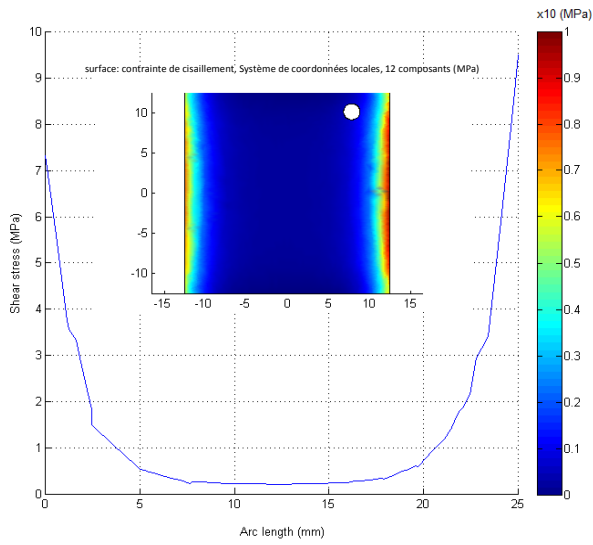
Figure III-18: Variation des valeurs maximales de la contrainte de cisaillement en fonction de la charge appliquée (La taille de défaut $d = 2\text{mm}$, épaisseur de l'adhésif $e_a = 0.2\text{mm}$).

La présence de défauts dans la couche d'adhésif entraîne une augmentation progressive de la valeur de la contrainte de cisaillement; une charge de 10 MPa augmente deux fois la contrainte de cisaillement dans l'adhésif en le comparant avec le cas sans défaut. L'augmentation de la charge appliquée génère des contraintes élevées, qui peuvent dépasser la résistance à la rupture de l'adhésif. L'augmentation de la zone de recouvrement réduit considérablement l'effet de la charge appliquée, si la charge appliquée est importante, la valeur de la contrainte reste toujours importante en présence de défauts de collage.

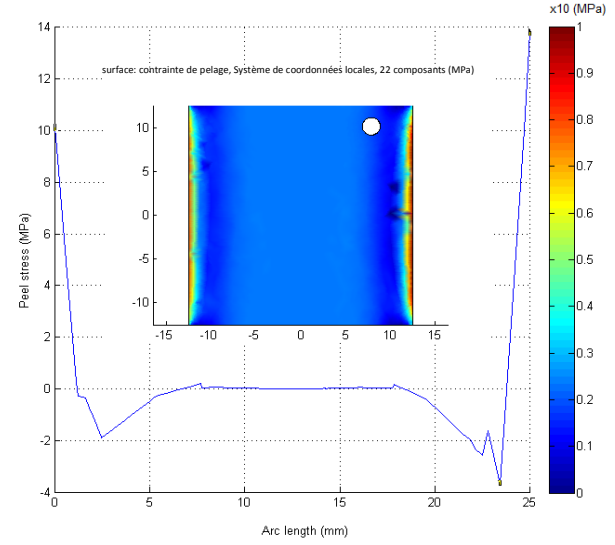
III-5-8. Effet de la forme de défaut

Dans la plus part des assemblages collées, l'adhésif contient des défauts de différentes formes géométriques, chaque forme a un effet sur la valeur de la contrainte et sur la résistance du joint. Trois formes de défauts (elliptiques, carrés et circulaire) ont été proposées afin de voir leur effet sur la répartition des contraintes de cisaillement (figure III-19).

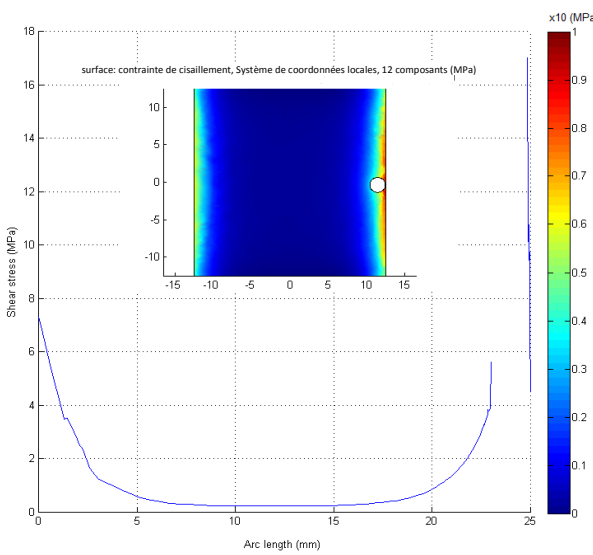
Pour cette analyse, on a considéré que le cas de présence d'un seul défaut avec des positions variables dans la couche adhésif.



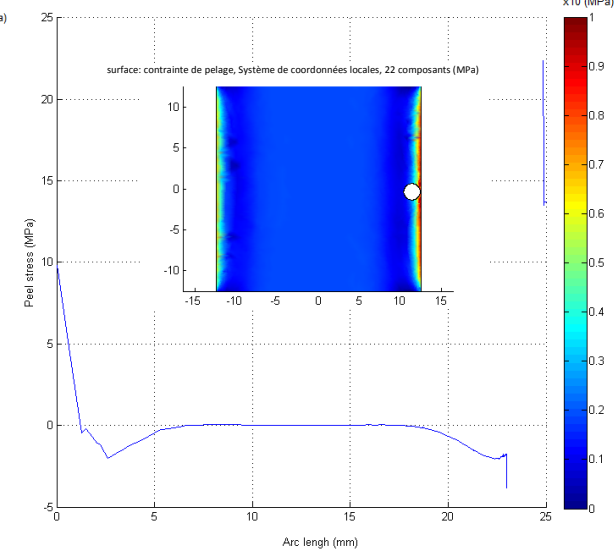
(a)



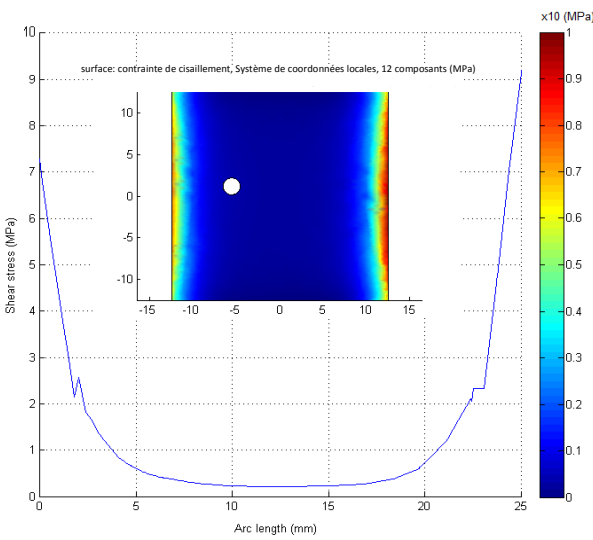
(b)



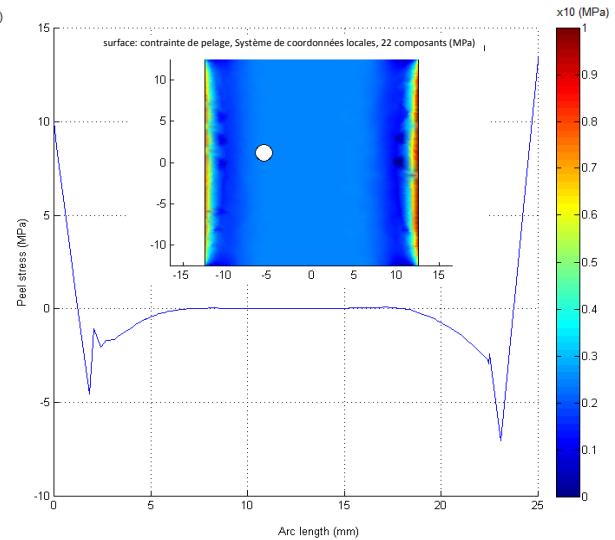
(a)



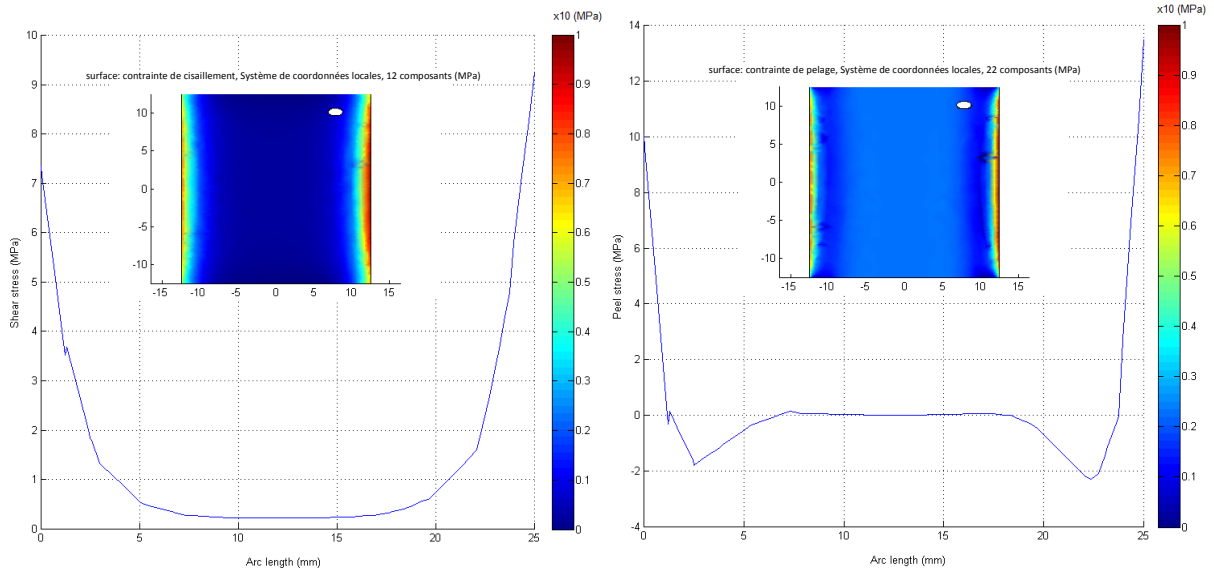
(b)



(a)

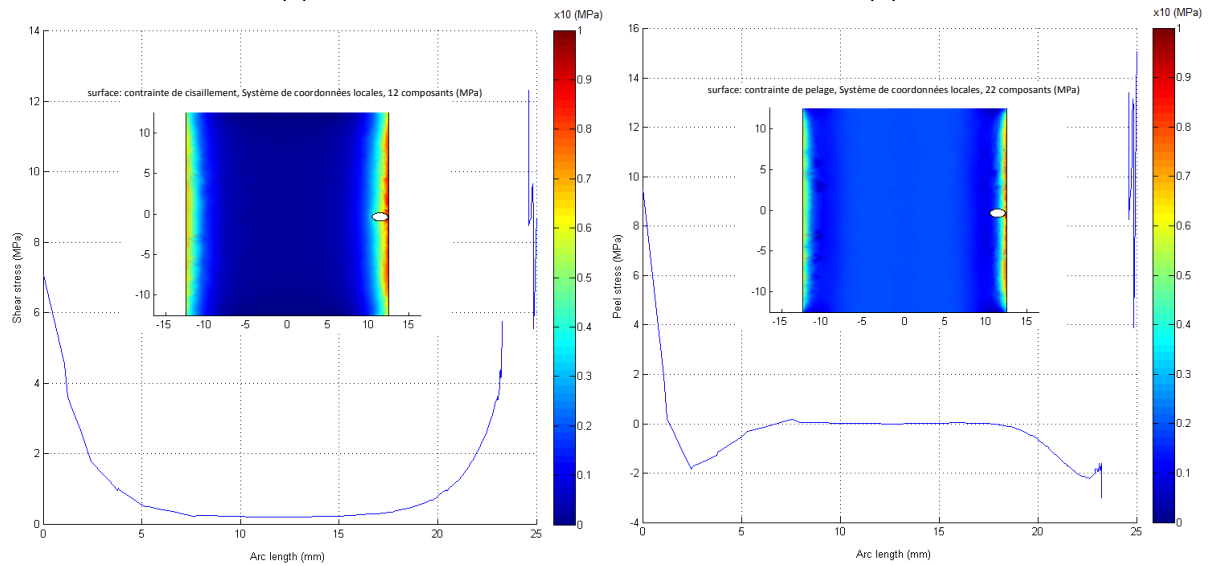


(b)



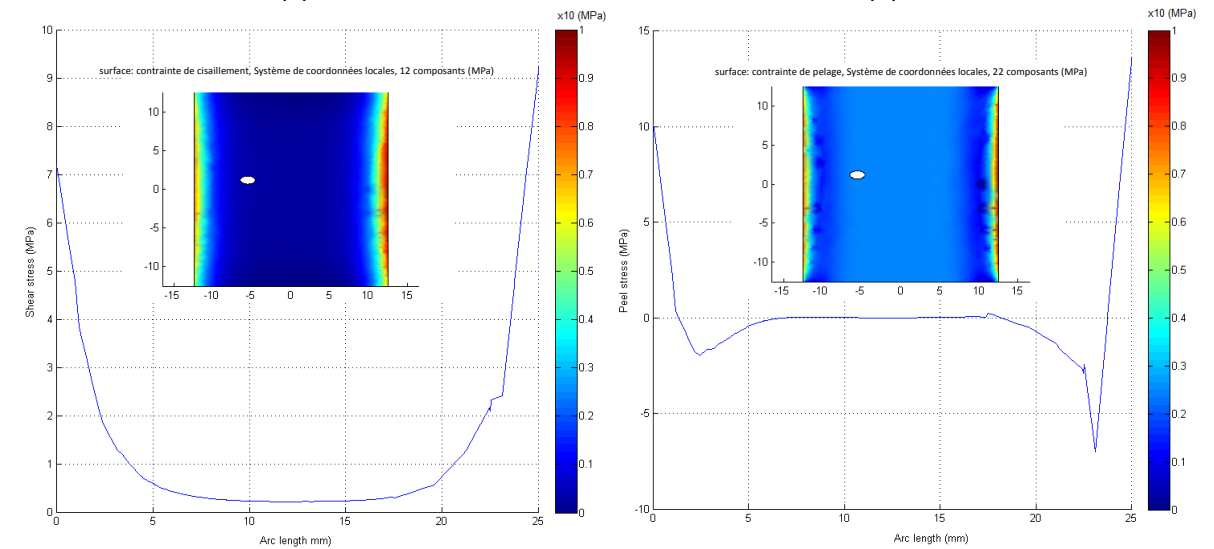
(a)

(b)



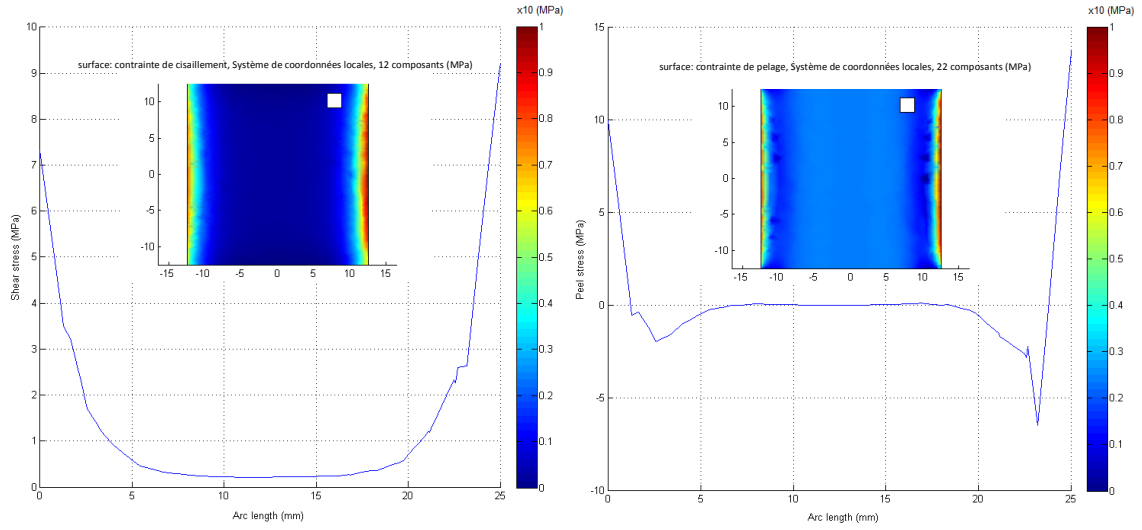
(a)

(b)



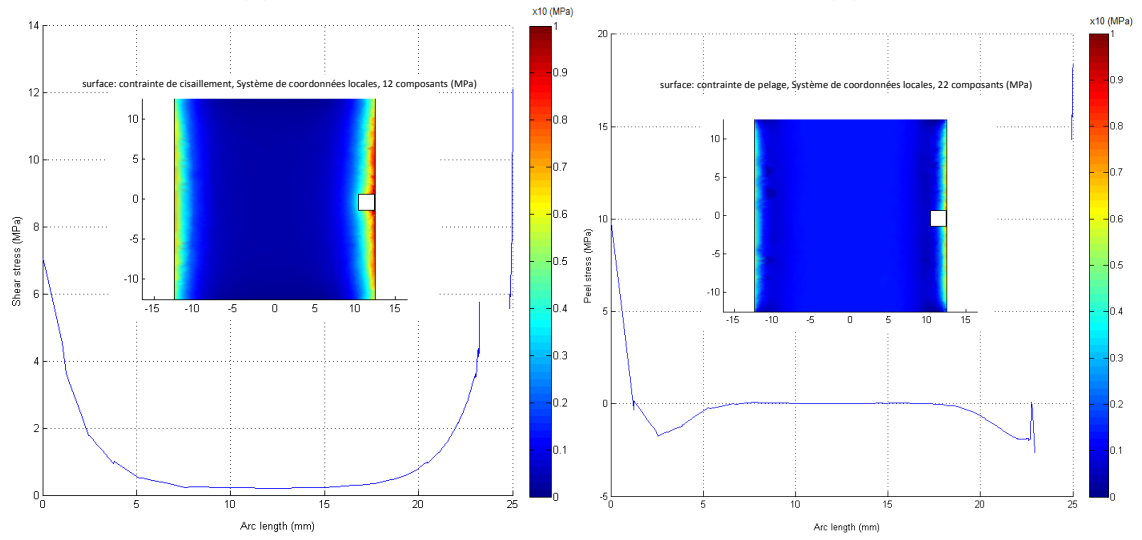
(a)

(b)



(a)

(b)



(a)

(b)

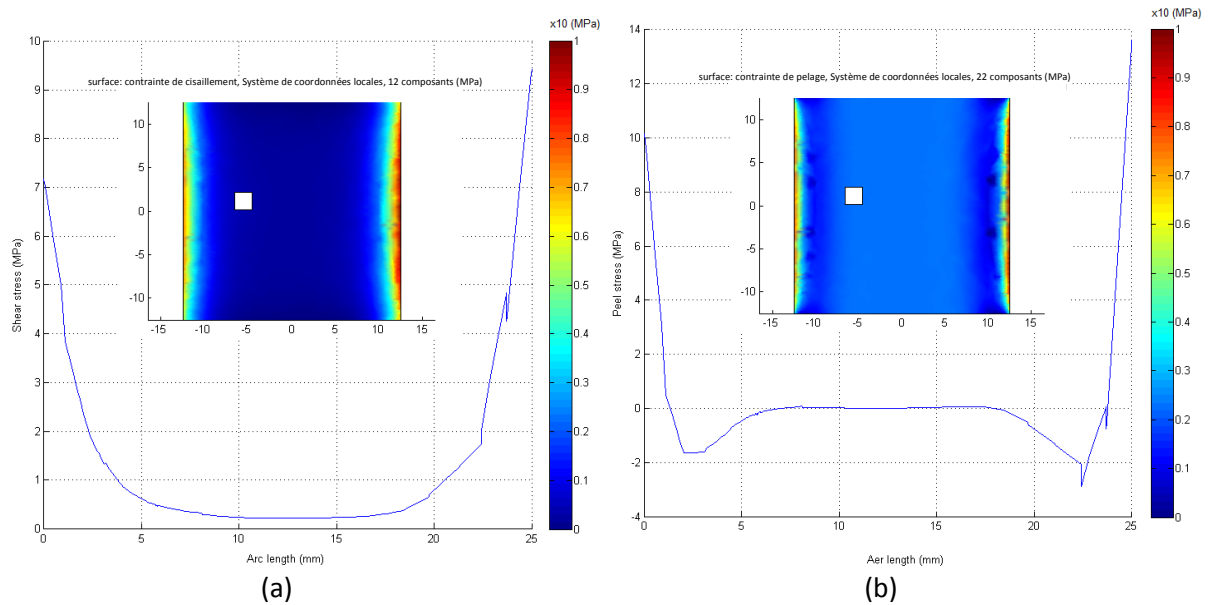


Figure II-19: Répartition des contraintes de cisaillement et de pelage en fonction des différentes formes et leurs positions. (Taille du défaut $d=2\text{mm}$, épaisseur de l'adhésif $e_a=0.2\text{mm}$ et la longueur de recouvrement $L=25\text{mm}$).

Les résultats de l'effet de la forme du défaut sur les valeurs de la contrainte de cisaillement maximale pour les différentes positions de défauts sont représentés sur la figure III-20.

On peut clairement constater que la forme du défaut joue un rôle important sur la valeur de la contrainte, et donc directement sur la résistance mécanique du joint d'adhésif, en particulier lorsque le défaut se trouve à proximité du bord libre de l'adhésif. Le défaut de forme (elliptique et circulaire) provoque plus de contraintes élevées dans la couche d'adhésif par rapport à la forme carré du défaut. Ces concentrations de contraintes donnant lieu à des contraintes qui sont trop élevées et peuvent amorcer les fissures au niveau de ces défauts, ce qui provoque la rupture de l'adhésif.

La figure III-20 représente la distribution de la valeur de la contrainte de cisaillement dans la couche d'adhésif pour les différentes formes de défauts, on remarque clairement que la valeur maximale pour les trois formes de défaut se trouve presque dans la même position (au niveau de bord libre)

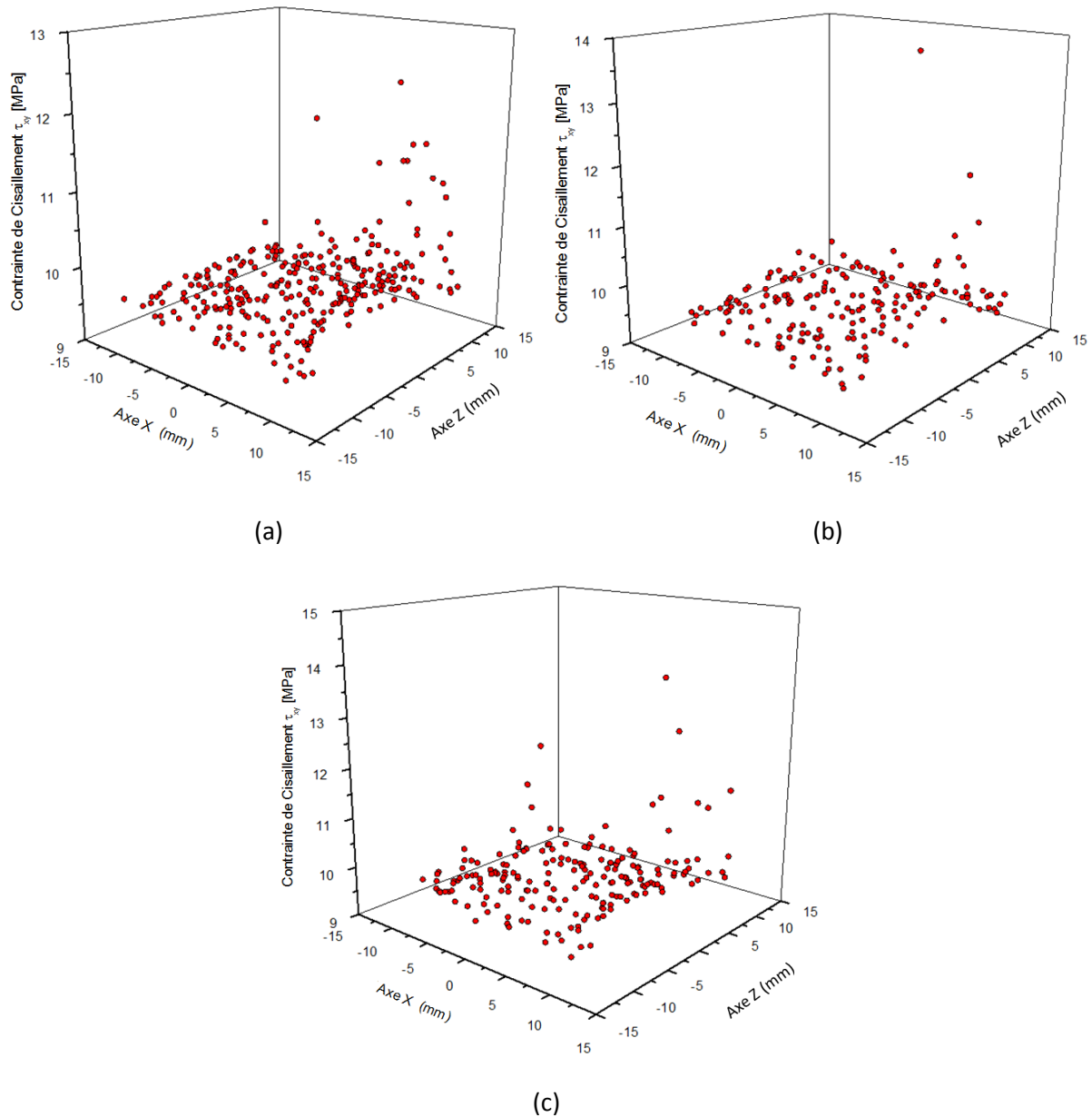
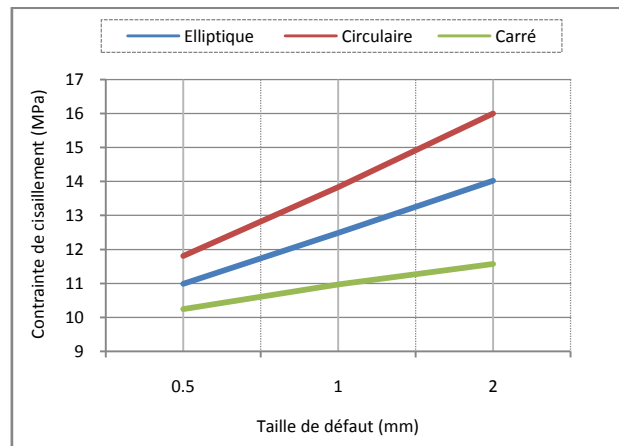


Figure III-20: Variation des valeurs de contrainte de cisaillement pour une distribution aléatoire des défauts dans la couche d'adhésif, a) de forme carré, b) forme elliptique et c) forme circulaire (longueur de recouvrement $L = 25\text{mm}$, taille du défaut $d = 2\text{mm}$).

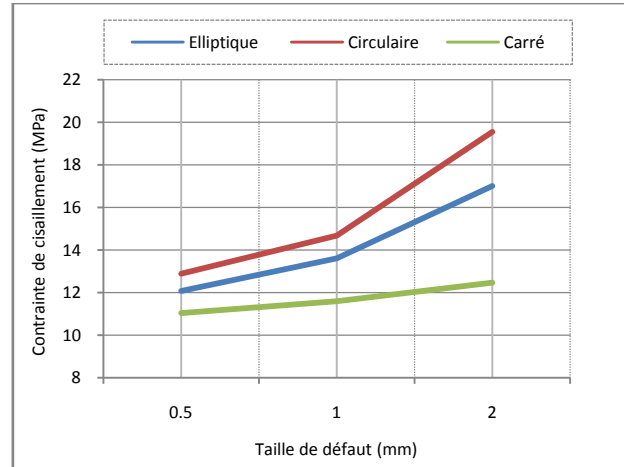
La figure III-21 représente la variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la taille du défaut pour les trois formes. On remarque que la valeur de la contrainte de cisaillement augmente avec l'augmentation de la taille du défaut. Pour une taille minimale de défaut, la forme de défaut a un peu d'influence sur la valeur de la contrainte de cisaillement. Une différence de contrainte de cisaillement varie de 20 à 30% pour les différentes formes de défaut. Toutefois, si la taille du défaut est importante, la forme de défaut affecte considérablement la valeur de la contrainte de cisaillement. Cette différence de valeur de contrainte de cisaillement varie de 90% pour le cas

circulaire et de 55% pour une forme du défaut elliptique par rapport à un défaut de forme carré. Si le nombre de défaut existant dans la couche d'adhésif augmente, la taille du défaut et la forme jouent un rôle important sur la valeur de la contrainte de cisaillement.

Pour une grande taille de la forme circulaire du défaut, la contrainte de cisaillement augmente de 300% entraînant un risque énorme à la rupture de l'adhésif. Cependant, pour la forme elliptique, une augmentation de 250% de la contrainte de cisaillement est à noter.



(a)



(b)

Figure III-21: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la taille et la forme du défaut, a) un défaut, b) dix défauts. (Épaisseur de l'adhésif $e_a = 0,2$ mm et la longueur de recouvrement $L = 25$ mm).

III-6. Conclusion

Les objectifs de cette chapitre étaient d'analyser par la méthode des éléments finis en utilisant le code de calculs COMSOL Multiphysics® avec programmation Matlab®, l'effet de la présence de plusieurs défauts de différentes tailles et de formes sur la valeur de la contrainte de cisaillement dans la couche adhésive. Les conclusions suivantes peuvent être tirées:

- La modification de la valeur de la contrainte de cisaillement est influencée par la présence de défauts de liaison dans la couche adhésive.
- Si la longueur de recouvrement est importante, la présence d'un nombre minimal de défauts dans la couche d'adhésif ne modifie pas la valeur de la contrainte de cisaillement. Toutefois, si la taille du défaut est importante, la valeur de la contrainte de cisaillement augmente considérablement.
- Si le défaut est localisé dans le cœur de l'adhésif, la valeur de la contrainte de cisaillement varie légèrement, étant donné que le cœur de l'adhésif reste inactif dans la plupart des cas, même pour un nombre important de défauts.
- Si le défaut est présent sur le bord libre de l'adhésif, ceci provoque une concentration des contraintes et donc une augmentation de la valeur de la contrainte de cisaillement. Cette valeur est encore plus grande si le nombre et la taille du défaut est importants.
- La forme du défaut joue un rôle important sur la valeur de la contrainte de cisaillement et donc sur la durée de vie de l'assemblage. La forme circulaire du défaut provoque des contraintes plus élevées dans la couche d'adhésif; cette valeur est beaucoup plus élevée pour des tailles importantes de défauts.
- La valeur de la contrainte de cisaillement reste fortement affectée en moyenne pour les différents paramètres à savoir la position, le nombre et la taille de défaut.
- Si la combinaison des trois paramètres (taille, position au niveau de bord, le nombre et la forme circulaire de défaut) existe dans la couche adhésif, la valeur de la contrainte sera de plus en plus élevée même pour une charge appliquée moins importante.

**Chapitre IV: Evaluation probabilistique de l'influence de la présence de défaut
dans la couche d'adhésif utilisée dans les assemblages collés**

IV-1. Introduction

Tous les processus de fabrication inévitablement introduisent des défauts dans le produit final. Il est presque impossible de produire un joint sans défaut, même sous des contrôles stricts. Air occlus, les corps étrangers, de graisse ou de la saleté créent des décollements dans l'assemblage collé. Aucune charge ne peut être transférée à travers des zones qui sont décollées. Par conséquent, la charge doit être transférée à travers des chemins voisins alternatifs, l'augmentation de la contrainte dans ces domaines. Il est important de savoir comment ces défauts pourraient affecter la force de la composante liée. Les techniques non destructives capables d'identifier les zones défectueuses, qui pourraient alors être utilisées, et la résistance des composants défectueux peuvent être estimées [117].

Dans cette étude, nous étudions l'effet de la présence de défauts artificiels avec leurs positions. Les problèmes physiques qui se posent à un ingénieur sont associés à des facteurs aléatoires de dommages qui peuvent grandement influencer sur les résultats. Par conséquent, l'application de modèles de probabilité qui décrivent et prédisent dans la recherche des solutions d'ingénierie est souvent une nécessité. Les hypothèses que l'on doit faire dans des situations pratiques dépendent du phénomène étudié. Les paramètres du modèle seront bien sûr variable d'un cas à l'autre, mais les distributions sont souvent identifiables [118].

Une variable aléatoire peut être statistiquement définie par sa fonction de densité de distribution ou de probabilité. Autrement dit, la variable aléatoire qui est spécifiée en utilisant une fonction mathématique.

Le développement d'une théorie mathématique permettant la modélisation de ces phénomènes aléatoires a occupé les scientifiques depuis des siècles. Initialement motivé par l'étude du jeu et par des problèmes d'assurance, le champ d'application de la théorie a ensuite été élargi énormément. Les premières publications sur la date de retour au sujet G. Cardano, ainsi que Kepler. Cependant, il est généralement admis que la théorie des probabilités commence vraiment avec le travail de Pascal et Fermat. La théorie a ensuite été développée par de nombreuses personnes, y compris Huygens, J. Bernoulli Moivre, D. Bernoulli, Euler, Gauss et Laplace. La théorie moderne de la probabilité est basée sur l'approche axiomatique de Kolmogorov, basée sur la théorie de la mesure de Borel et Lebesgue. Avec cette approche, la théorie a ensuite connu un développement très rapide tout au long du XXe siècle [119].

Les problèmes mécaniques relatifs aux structures composites et les joints collés peuvent être résolus en utilisant des approches de simulation probabiliste [120-122]. Zureick et al. [123] ont proposé une technique pour réduire statistiquement les données d'essai de la propriété de

matériaux pour le facteur de la charge et de résistance dans la conception de structures composites. Onkar et al. [124] ont étudié l'effet de l'incertitude dans les propriétés des matériaux sur la force de flambement des structures composites stratifiées. Frangopol et Recek [125] ont utilisé la simulation de Monte Carlo pour étudier la fiabilité des structures composites. La précision numérique et l'efficacité de calcul du procédé a été démontrée par comparaison avec des simulations de Monte-Carlo. Fecht et al. [126] a poursuivi une approche probabiliste pour prédire la capacité conjointe des joints adhésifs feuillus en particulier à des températures élevées. Récemment, Vijaya kumar et Bhat [102] ont étudié la variation probabilistique des contraintes sur l'assemblage à simple recouvrement en composite à l'aide de simulations de Monte Carlo. Les paramètres qui influent sur la répartition des contraintes ont été fournies sous forme de variables d'entrée aléatoire et probabiliste de la variation résultante des contraintes maximales de pelage et de cisaillement ont été étudiés.

Dans ce chapitre, basées sur des résultats de la distribution des contraintes de cisaillement trouvée par l'analyse numérique en utilisant le logiciel d'éléments finis COMSOL Multiphysics® [115] étudier précédemment, nous allons choisir les valeurs de la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive en présence de un, dix et cinquante défauts artificiels pour générer les histogrammes qui sera ajuster, pour définir la fonction de probabilité correspondante (PDF) à l'aide d'un modèles mathématiques de fonction de probabilité, qui sont proposées pour la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive avec présence de défauts de positions aléatoires. Cette approche permet de définir un critère probabiliste de rupture basée sur une probabilité d'atteindre la contrainte de cisaillement critique, et ainsi modéliser statistiquement les contraintes de cisaillement en fonction de leur position aléatoire. Notons que la répartition des défauts est établie suivant une loi uniforme, cela dit que les positions sur la couche d'adhésif sont équiprobables (de chances égales).

IV-2. Méthodologie de travail

On considère le même modèle géométrique proposé dans le chapitre III dont les dimensions des différents substrats sont montrées dans la figure IV-1. Les conditions aux limites et le type de maillage choisis sont les mêmes que le chapitre III. Les plaques sont en Aluminium 2024-T3 assemblées par un adhésif Adhekit A140 dont leurs caractéristiques mécaniques sont représentés dans le chapitre III (voir figure II-10 et tableau II-6).

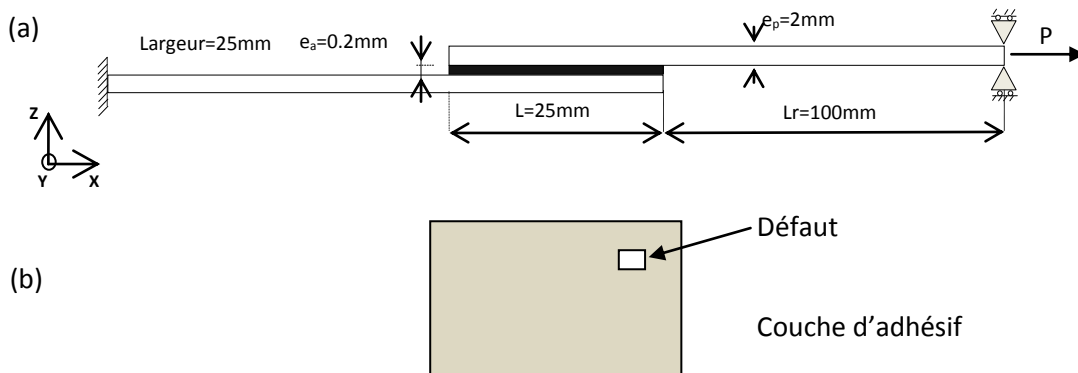
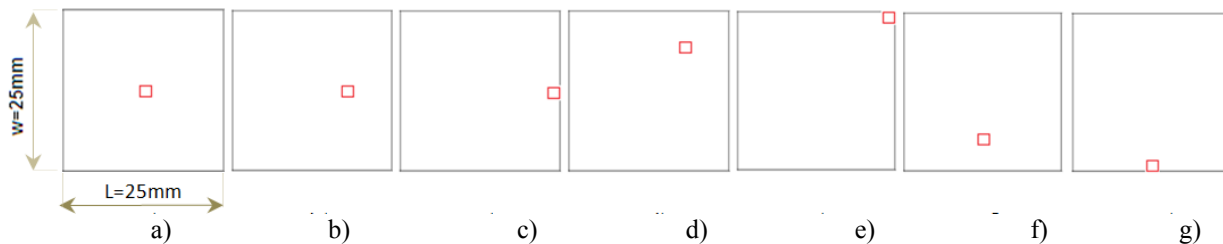


Figure IV-1: Modèle géométrique : a) assemblage collé à simple joint de recouvrement, b) Présence de défaut dans la couche d'adhésif (dimensions en mm).

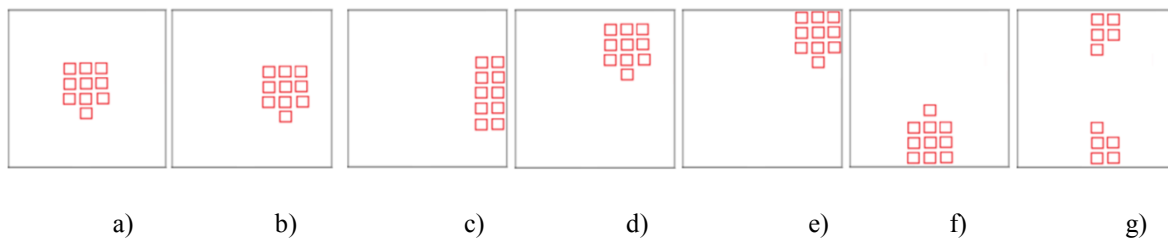
Les paramètres suivants ont été fixés dans ce qui suit :

- Le défaut sélectionné est de forme carré ;
- La longueur de recouvrement étant fixe avec $L_r = 25\text{mm}$;
- L'épaisseur de l'adhésif $e_a = 0.2\text{ mm}$;
- La taille de défaut étant $d = 0.5\text{mm}$;
- La contrainte appliquée $\sigma = 15\text{ MPa}$;
- Le nombre de défaut choisi dans notre étude étant un défaut, dix défauts et cinquante défauts (figure IV-2) ;
- Par contre la position de défaut étant aléatoire dans la couche d'adhésif (figure IV-3).

Un défaut



Dix défauts



Cinquante défauts

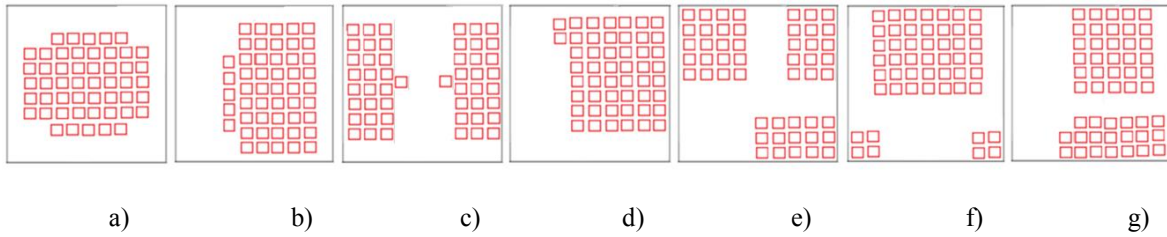


Figure IV-2: Représentation graphique de quelques nombres et positions des défauts dans la couche d'adhésif.

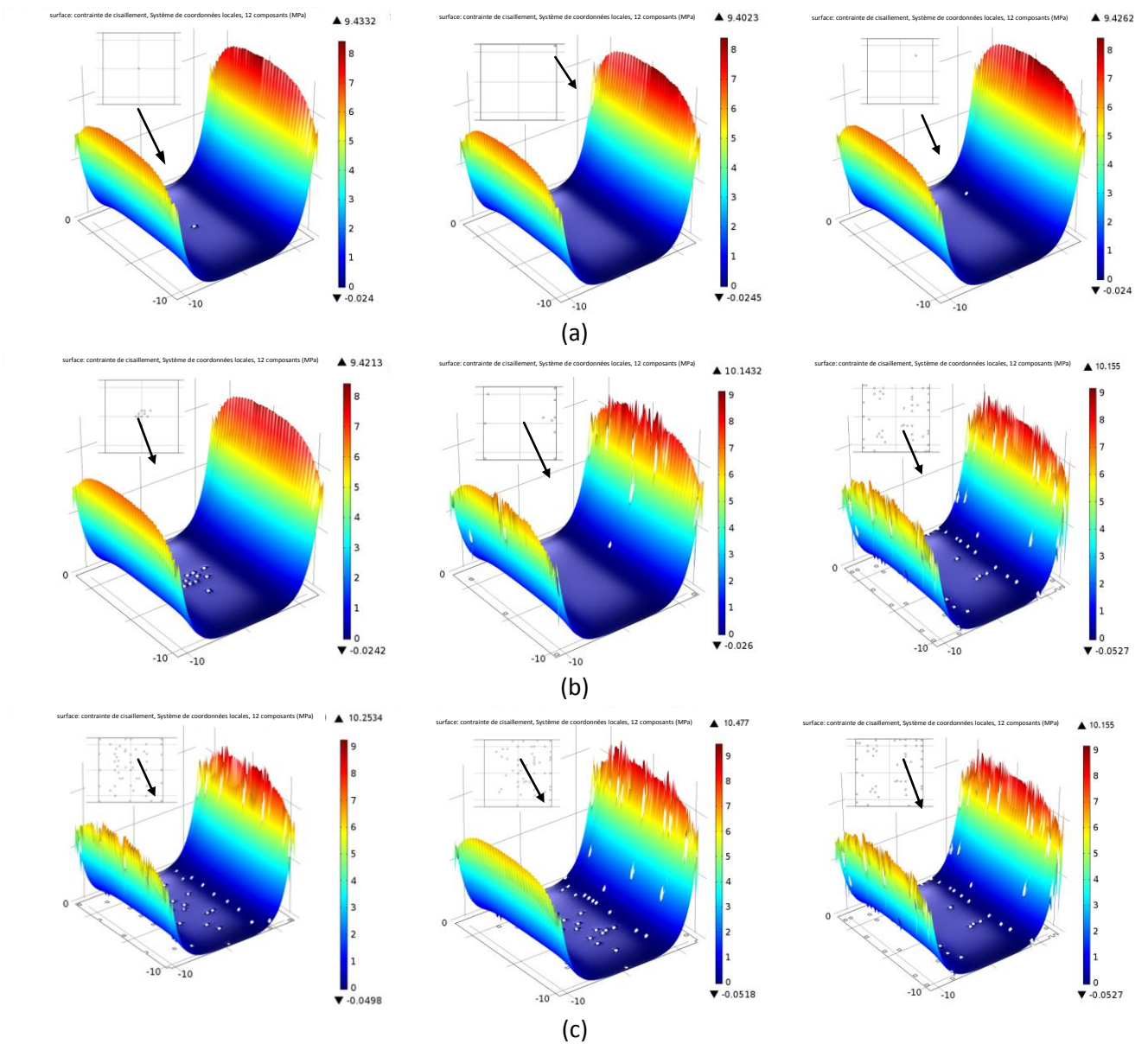


Figure IV-3: Répartition de la contrainte de cisaillement pour : (a) un défaut, (b) dix défauts et (c) cinquante défauts (représentation d'une de leurs positions, taille de défaut $d=0.5\text{mm}$).

L'analyse de la distribution des contraintes de cisaillement dans la couche d'adhésif a été déterminée pour les trois nombres de défauts basés sur différentes positions aléatoires dans l'adhésif.

Pour un seul défaut, jusqu'à 400 positions aléatoires ont été calculées; cependant, pour 10 et 50 défauts, respectivement 250 et 200 positions aléatoires ont été atteints.

La figure IV-4 montre la variation des contraintes de cisaillement maximales pour les différents nombres de défauts en fonction de leurs positions aléatoires au sein de la couche adhésive. Les défauts des positions aléatoires ont été choisis à être distribués de manière uniforme. Ainsi, la fonction de densité de probabilité attribuée à cette variable de deux dimensions est uniforme $(x, y) \sim U([0, 25], [0, 25])$.

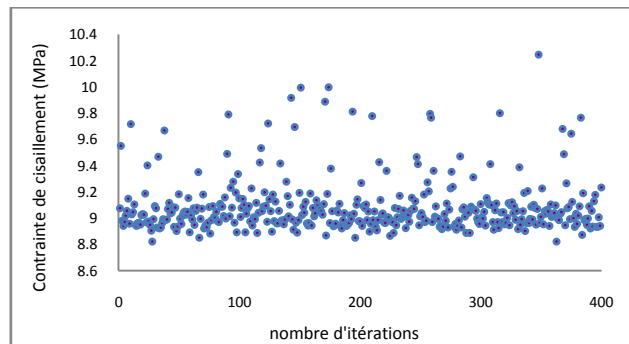
Où U est uniforme PDF, x et y sont respectivement la largeur et la longueur de l'adhésif.

$$f_{xy}(x, y) = \begin{cases} K & 0 \leq x < 25 \\ & 0 \leq y < 25 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{IV-1}$$

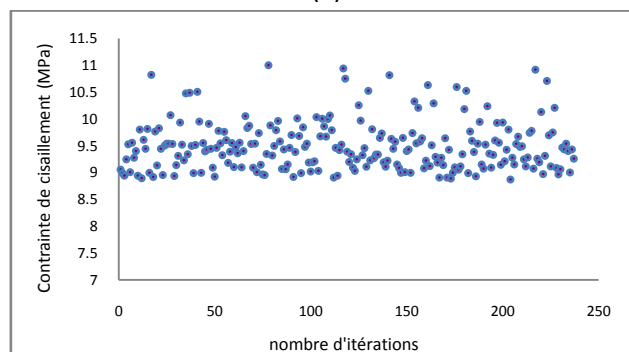
Etant donné que $f_{xy}(x, y)$ est une loi de probabilité :

- 1- $f_{xy}(x, y) \geq 0$
- 2- $\iint_{-\infty}^{+\infty} f_{xy}(x, y) dx dy = 1$

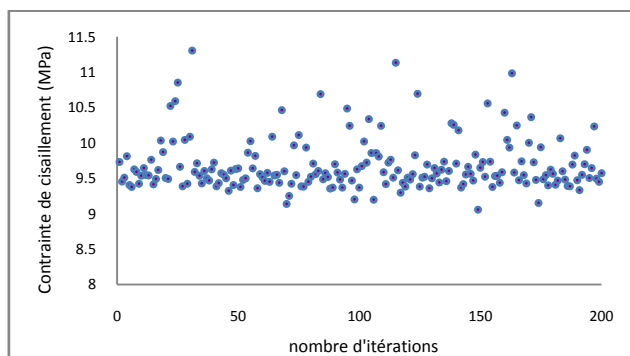
L'équation (2) permet de déterminer K, qui est une constante à deux dimensions.



(a)



(b)



(c)

Figure IV-4: Variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la position du défaut dans la couche adhésive. a) un défaut, b) dix défauts et c) cinquante défauts.

Les valeurs de mesures statistiques concernant la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif avec un nombre différent de défauts distribués aléatoirement sont répertoriées dans le tableau IV-1 où (n) est la taille des échantillons à des positions aléatoires correspondant à chaque itération de un, dix et cinquante défauts dans la couche l'adhésif de l'assemblage. La valeur d'asymétrie (α) pour la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts est positive et la distribution devrait avoir une queue plus longue sur la droite en direction des valeurs décroissantes, que sur la gauche. En outre, dans le cas de dix défauts, la valeur de (β) est inférieure à trois, ce qui signifie que, dans ce cas, la distribution de probabilité devrait être légère pointe (platicurtique). Au contraire, dans le cas d'un et cinquante défauts, la valeur de (β) est supérieure à trois qui signifie que, dans ces cas, une distribution de probabilité à forte crête (leptokurtique) est à prévoir.

Certains paramètres statistiques supplémentaires sont énumérés dans le tableau IV-1 comme suit; médiane (M) qui coupe la fonction de densité de probabilité (PDF) en deux parties égales $P(-\infty \leq X \leq M) = P(M \leq X \leq +\infty) = \frac{1}{2}$. Ce paramètre il n'est pas proche de la moyenne (m) dans le cas de la loi de probabilité asymétrique. L'écart-type (σ) est mentionné comme l'erreur de mesure autour de la moyenne (m). La variance (V) est l'énergie d'erreur $v = \sigma^2$. Le paramètre (β) mesure le degré de la loi aplatissement.

Tableau IV-1: Valeurs de mesures statistiques concernant la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de défauts.

	Un défaut	Dix défauts	Cinquante défauts
Les valeurs de la taille (n)	400	250	200
Médian (M)	9,027284492 ^a	9,426588713 ^a	9,566480894 ^a
écart-type (σ)	0,2027602908	0,4531263408	0,3611271453
Variance (V)	0,041	0,205	0,130
asymétrie (α)	2,585	1,130	1,869
erreur Std. asymétrique	0,122	0,159	0,172
aplanissement (β)	7,745	1,204	4,125
erreur Std. aplanissement	0,243	0,316	0,342
Minimum	8,8214403	8,8647818	9,0589167
Maximum	10,2453582	11,0029878	11,3063333
Percentiles			
25	8,964378420 ^b	9,133680724 ^b	9,467258402 ^b
50	9,027284492	9,426588713	9,566480894
75	9,101734332	9,719254521	9,741647930

a. Calculé à partir des données groupées

b. Percentiles sont calculés à partir des données agrégées

IV-3. Génération de la densité histogramme

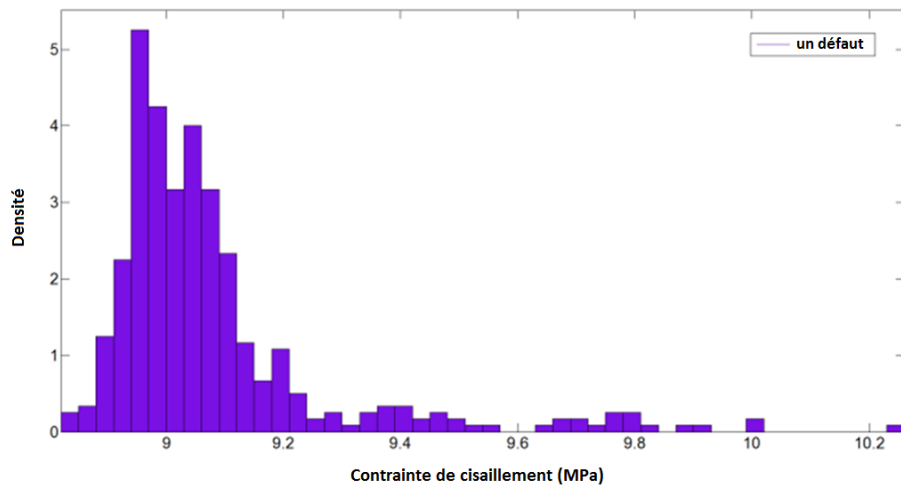
Pour générer un histogramme de densité, l'axe des abscisses ou range (R) devrait être divisé en un certain nombre de classes / cellules / bacs. Le nombre d'événements dans chaque classe est compté et tabulé. Elles sont appelées fréquences. Ensuite, la fréquence relative de chaque classe peut être obtenue en divisant la fréquence par la taille de l'échantillon. Par la suite, la densité est calculée pour chaque classe en divisant la fréquence relative par la largeur de la classe. La largeur des classes est généralement égale pour faciliter l'interprétation. Il faut être prudent dans le choix du nombre de classes (n_c). Trop peu provoquera une omission de certaines caractéristiques importantes des données, un trop grand nombre ne donnera pas une image globale claire, car il peut y avoir de fortes fluctuations dans les fréquences. Dans la présente recherche, la règle Freedman-Diaconis a été adaptée pour déterminer le nombre de classes:

$$n_c = \frac{R (n^{\frac{1}{3}})}{2(IQR)} \quad \text{IV-2}$$

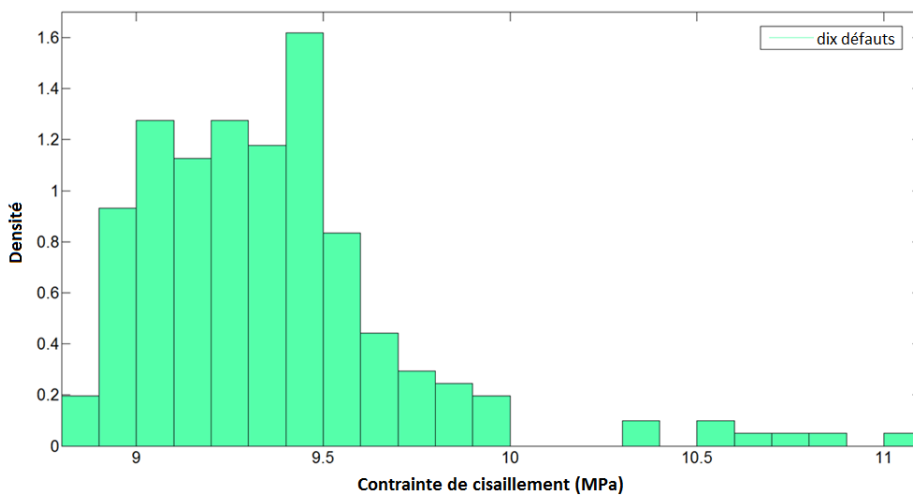
Où R est la range de données d'échantillons, n est la taille de l'échantillon, et IQR est l'intervalle interquartile calculé comme suit:

$$IQR = Q_3 - Q_1 \quad \text{IV-3}$$

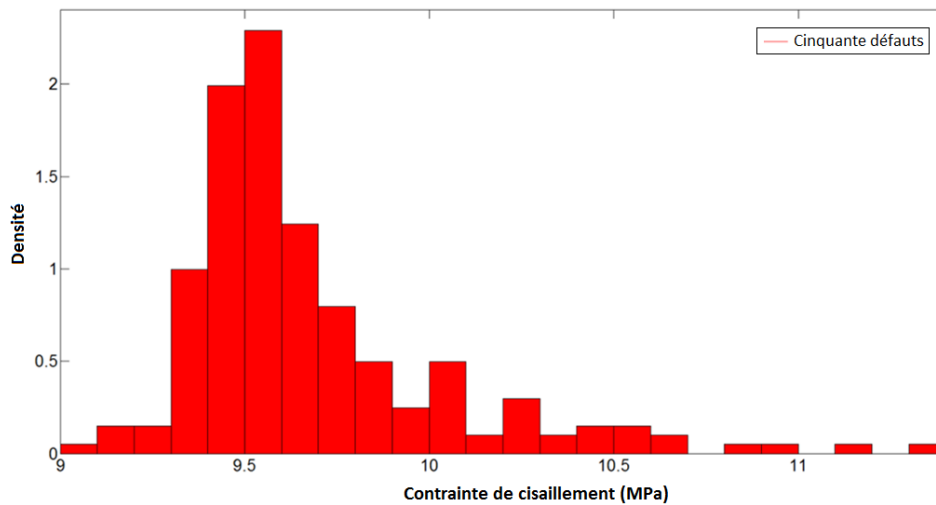
Où Q_1 est le quartile inférieur qui correspond à la médiane de la moitié inférieure des données et de même Q_3 le quartile supérieur qui est la médiane de la moitié supérieure des données. Par exemple, les histogrammes de densité de contrainte de cisaillement dans la couche adhésive de l'assemblage à simple recouvrement en présence des défauts sont présentés à la figure IV-5. Comme il était attendu à partir des valeurs de α et β (voir le tableau IV-1), l'histogramme (a), (b) et (c) ont une queue plus longue sur la droite que sur la gauche. On peut également voir que l'histogramme (b) est platicurtique, tandis que l'histogramme (a) et (c) sont leptokurtique.



(a)



(b)



(c)

Figure IV-5: Densité histogrammes de contrainte de cisaillement maximale dans la couche d'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts.

IV-3-1. Application de l'estimateur du Maximum Likelihood pour PDF ajustées

L'objectif est d'interpoler l'enveloppe de l'histogramme par une expression mathématique qu'on appelle loi de probabilité.

Afin d'étudier le degré de diverses distributions ajustées aux données de l'échantillon, sept PDFs différents ont été corrélés aux histogrammes générés. Par exemple, les PDF ajustées sur les histogrammes de densité de un, dix et cinquante défauts sont représentés sur la figure IV-6. Dans chaque cas, les paramètres de distribution ont été estimés par l'estimateur du maximum de vraisemblance (ML) et les résultats sont donnés dans le tableau IV-2. L'estimateur ML est une alternative à la méthode des moments. Pour une X variable aléatoire avec un PDF connu, (x) , et a observé des valeurs x_1, x_2, \dots, x_n , est un échantillon aléatoire de taille n , la fonction de vraisemblance (likelihood) en fonction de θ , $f(x_i|\theta)$, $i = 1, \dots, n$, Ou les variables aléatoires x_i sont indépendantes. et θ représente le vecteur des paramètres inconnus de la loi:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f_x(x_i|\theta) \tag{IV-4}$$

L'objectif est de maximiser $L(\theta)$ pour l'ensemble de données. Cela se fait facilement en prenant des dérivés n partielles de $L(\theta)$, où n est le nombre de paramètres et en les assimilant à zéro. Les estimateurs du maximum de vraisemblance (MLEs) de l'ensemble de paramètres θ sont trouvés en résolvant les équations. De cette façon, les différentes lois de probabilité sont proposées pour répondre aux valeurs des contraintes de cisaillement illustré par l'histogramme. Le processus

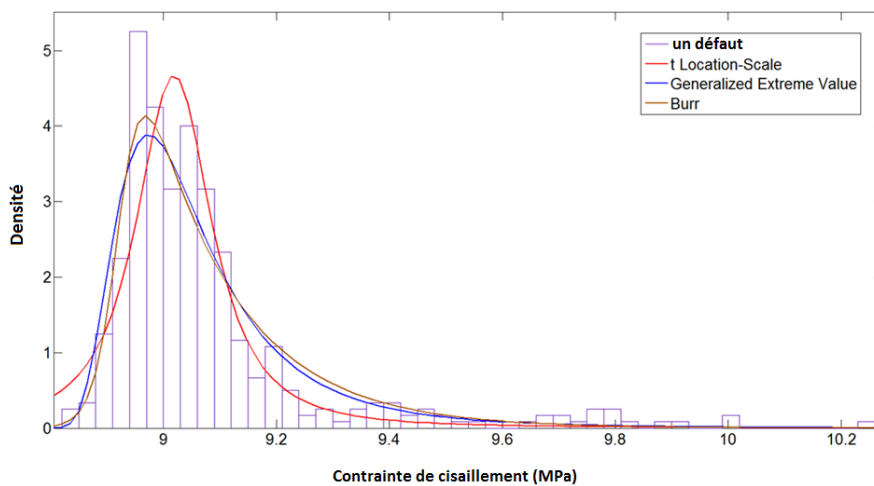
d'ajustage est établi pour un, dix et cinquante défauts. L'objectif est à la recherche de la meilleure loi de probabilité de l'histogramme qui présente la loi la plus intéressante et la présentation du bon modèle pour les résultats simulés.

Concernant la figure IV-6, on observe que les courbes de loi de probabilité dans le cas de dix et cinquante défauts sont le plus méplat (figure IV-6 (b) et (c)) par rapport au cas d'un seul défaut. Cela signifie que la contrainte de cisaillement maximale est concentrée autour de la moyenne dans le premier cas (figure IV-6 (a)) et la sélectivité est augmentée, ce qui donne une diminution de la variance, mais dans le second (figure IV-6 (b) et (c)) la contrainte de cisaillement maximale est partagée et la sélectivité diminuée. La loi qui donne un bon ajustement est identifiée par la loi Burr. Un ensemble de paramètres statistiques des lois de probabilités sont illustrés dans le tableau IV-2. La deuxième façon d'identifier la qualité des lois ajustées en utilisant le test de Kolmogorov-Smirnov, qui est le test puissant pour obtenir la loi appropriée.

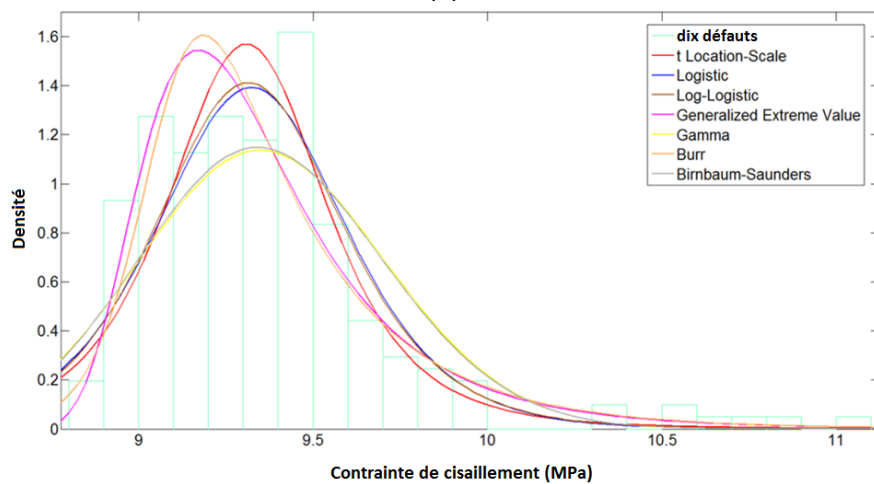
Selon le tableau IV-2 et la figure IV-6, nous avons opté sur la fonction de densité de probabilité Burr (Eq.IV-9) où k et c sont les paramètres de forme et α est le paramètre d'échelle. Si nous fixons $C = 1$ la fonction de densité deviendra unimodale $X \sim B(\alpha, \mu, k)$.

La distribution Burr est la distribution à queue lourde ce qui signifie que ces distributions ont plus de queues lourdes par rapport aux autres lois.

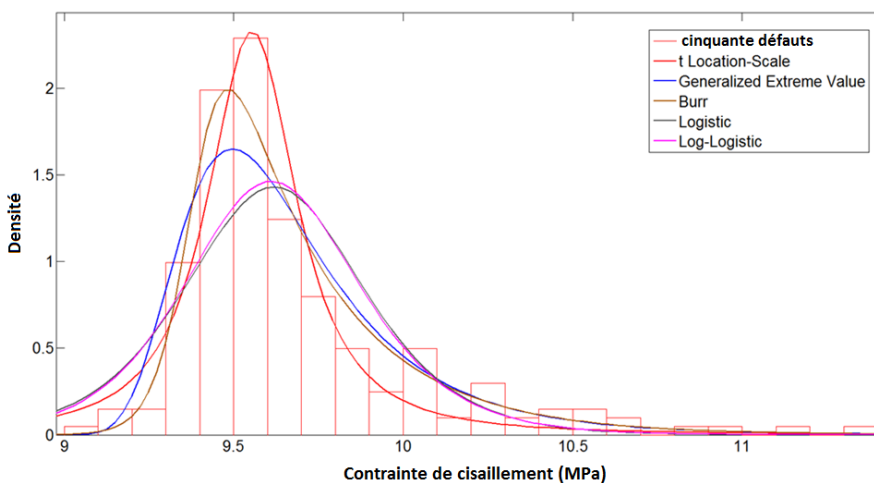
En tableau IV-2 nous observons que le paramètre d'échelle est presque le même dans les trois cas de nombre de défauts, il est de $\alpha = 9$. Le paramètre de forme C diminue rapidement à partir de un à dix et cinquante défauts, cela signifie que la loi Burr ressemble à la loi uniforme. Par conséquent, les valeurs de contrainte de cisaillement ont la même chance de prendre lieu.



(a)



(b)



(c)

Figure IV-6: PDFs ajustés sur les histogrammes de densité de la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive en présence d'un, dix et cinquante défauts.

Tableau IV-2: Estimation des paramètres de PDFs ajustés sur les histogrammes de densité de la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive en présence de un, dix et cinquante défauts.

PDF ajusté	Paramètres	Les valeurs estimées		
		Un défaut	Dix défauts	Cinquante défauts
t Location-Scale	μ	9.01861	9.30948	9.55428
	σ	0.0738381	0.236721	0.147012
	ν	1.66239	3.51419	1.55357
Generalized Extreme Value	k	0.229036	0.105436	0.110414
	σ	0.0970202	0.239384	0.224426
	μ	8.99281	9.19637	9.51926
Burr	α	8.92453	9.07853	9.39207
	c	404.544	100.325	166.118
	k	0.140499	0.294749	0.193064
Logistic	μ	-	9.32368	9.61915
	σ	-	0.179354	0.174787
Log-Logistic	μ	-	2.23231	2.26351
	σ	-	0.0189837	0.0177872
Gamma	a	-	711.268	-
	b	-	0.0131619	-
Birnbaum-Saunders	β	-	9.35521	-
	γ	-	0.0371397	-

IV-3-2. Évaluer de la qualité de l'ajustement par le test Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov de la qualité de l'ajustement est un test non paramétrique basé sur la fonction de distribution cumulative (CDF) d'une variable continue. Il n'est pas applicable aux variables discrètes. Le test statistique, dans un test bilatéral, est la différence absolue maximale entre les CDFs empiriques et proposées (à savoir, en général la distance verticale). Pour une variable X continue, nous avons $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ représentent les statistiques d'un échantillon de taille n , qui sont, les valeurs par ordre croissant. La fonction empirique ou de la distribution de l'échantillon $F_n(x)$ est de l'étape de la fonction de répartition. On obtient ainsi la proportion de valeurs ne dépassant pas x et est définie comme suit:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{For } x < x_{(1)} \\ \frac{k}{n}, & \text{For } x_{(k)} \leq x < x_{(k+1)} \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \\ 1, & \text{For } x \geq x_{(n)} \end{cases} \quad \text{IV-5}$$

Le CDFs empiriques pour la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive de l'assemblage à simple joint de recouvrement en présence de un, dix et cinquante défauts ont été représentés sur la figure IV-7.

Soit $F_0(x)$ désignent un CDF continue théorique complètement spécifié. L'hypothèse H_0 nulle est que la véritable CDF de X est le même que $F_0(x)$. Autrement dit, sous l'hypothèse nulle.

La fonction de répartition $F_n(x)$ s'approche de la fonction de répartition proposée $F_0(x)$, cet événement doit obtenir une probabilité égale à 1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr[F_n(x) = F_0(x)] = 1. \quad \text{IV-6}$$

Le critère de test est la différence absolue maximale entre $F_n(x)$ et $F_0(x)$, formellement défini comme suite:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|. \quad \text{IV-7}$$

La théorie CDFs continue pour ajuster les fonctions de distribution empiriques de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts ont été représentés sur la figure IV-8. Une large valeur statistique (D_n) indique un mauvais ajustement. Par conséquent, les valeurs acceptables doivent être connues. Les valeurs critiques D_n , pour les grands échantillons, disent $n > 40$, sont $(1,3581 / \sqrt{n})$ et $(1,6276 / \sqrt{n})$ pour $\xi = 0,05$ et $0,01$, respectivement où ξ est le niveau d'importance dans les tests d'hypothèses [6].

Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence d'une, dix et cinquante défauts sont indiqués dans les tableaux IV-3, IV-4 et IV-5, respectivement.

Il est évident que dans les tableaux IV-3, IV-4 et IV-5 Généralisée des valeurs extrêmes, et la distribution Burr ont les valeurs de test statistique les plus faibles pour la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence d'un, dix et cinquante défauts, respectivement.

D'après les résultats du test statistique la valeur critique minimale présentés dans le tableau IV-3, qui est égale à 0,0629 dans le cas de la loi Generalized Extreme Value. Ainsi, la PDF la plus candidate.

Dans le tableau IV-4 et IV-5 minimum est atteinte à la loi Burr, elle est donc plus candidats.

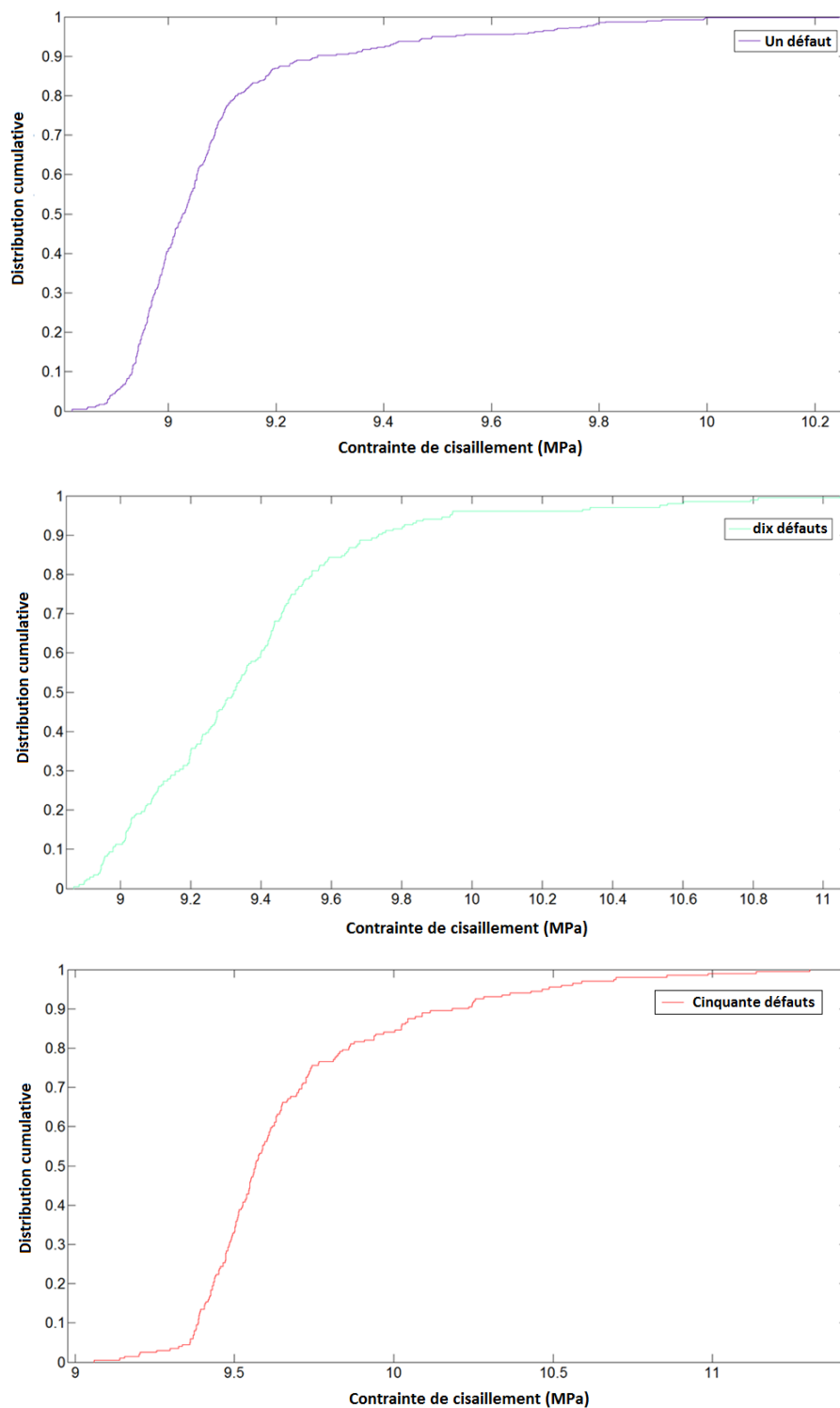


Figure IV-7: Empiriques CDFs de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts.

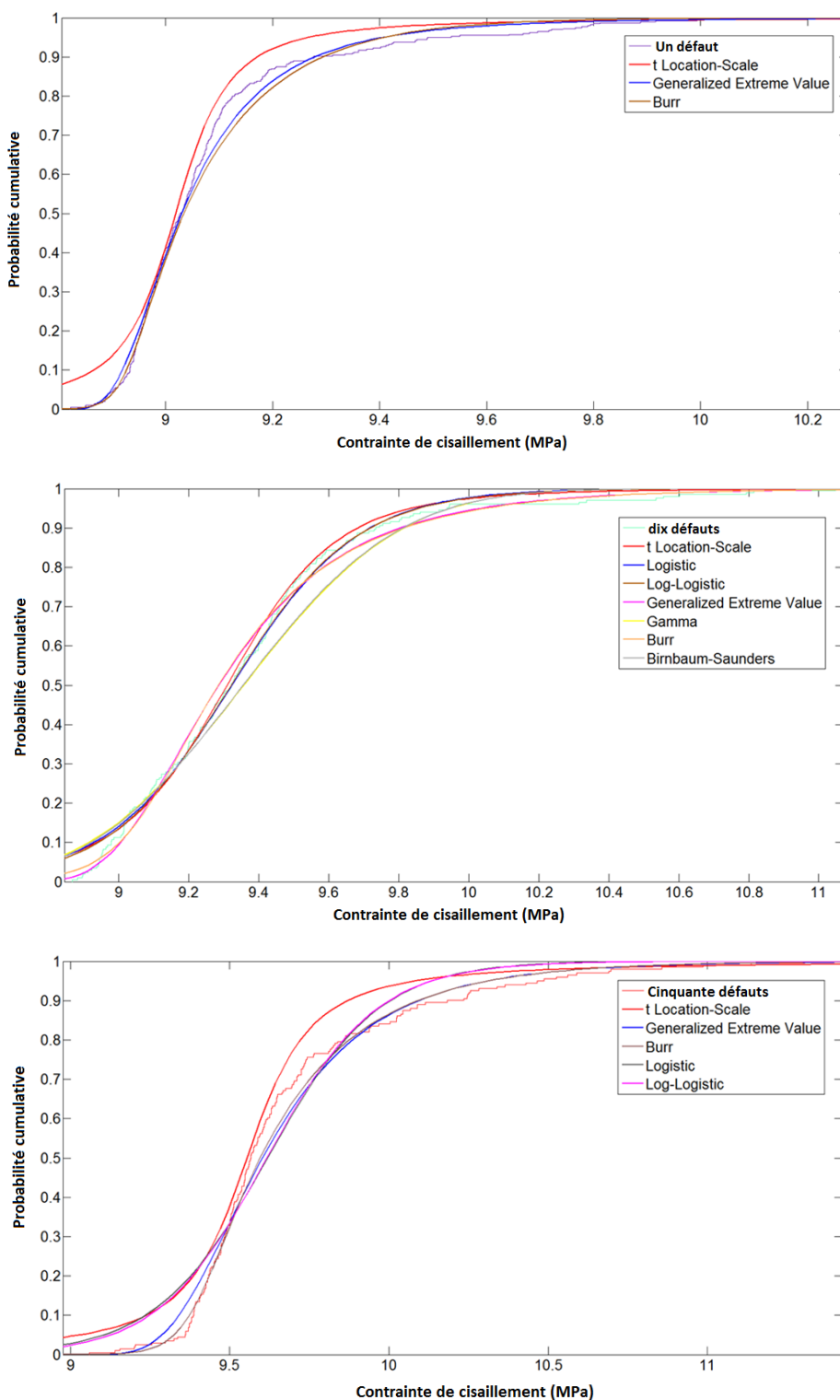


Figure IV-8: CDFs théoriques ajustés sur le CDF empirique de contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en présence de un, dix et cinquante défauts.

Tableau IV-3: Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov de la qualité de l'ajustement pour un défaut.

Fitted distribution	Test statistic	Critical value		Test result	
		$\xi = 0.05$	$\xi = 0.01$	$\xi = 0.05$	$\xi = 0.01$
t Location-Scale	0.095	0.06791	0.08138	Rejet	Rejet
Generalized Extreme Value	0.0629			Accepté	Accepté
Burr	0.0819			Rejet	Accepté

Tableau IV-4: Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov de la qualité d'ajustement de dix défauts.

Fitted distribution	Test statistic	Critical value		Test result	
		$\xi = 0.05$	$\xi = 0.01$	$\xi = 0.05$	$\xi = 0.01$
t Location-Scale	0.07056	0.09603	0.11508	Accepté	Accepté
Gamma	0.0963			Accepté	Accepté
Burr	0.0255			Accepté	Accepté
Logistic	0.07458			Accepté	Accepté
Generalized Extreme Value	0.0449			Accepté	Accepté
Birnbaum-Saunders	0.0886			Accepté	Accepté
Log-logistic	0.06717			Accepté	Accepté

Tableau IV-5: Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov de la qualité d'ajustement de cinquante défauts.

Fitted distribution	Test statistic	Critical value		Test result	
		$\xi = 0.05$	$\xi = 0.01$	$\xi = 0.05$	$\xi = 0.01$
t Location-Scale	0.1155	0.09603	0.11508	Rejet	Rejet
Generalized Extreme Value	0.0763			Accepté	Accepté
Burr	0.0645			Accepté	Accepté
Logistic	0.13585			Rejet	Rejet
Log-logistic	0.1204			Rejet	Rejet

IV-3-3. Développement des modèles de probabilité

Sur la base des résultats de Kolmogorov-Smirnov de la qualité de l'ajustement (tableaux IV-3, IV-4 et IV-5), on peut conclure que la distribution Generalized Extreme Value est le meilleur modèle de probabilité pour la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif de l'assemblage à simple recouvrement en présence de un défaut et la distribution Burr de dix et cinquante défauts pour n'importe quel position dans l'adhésif de l'assemblage (figure IV-9). Les PDFs ajustements sont données par les équations suivantes:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[- \left(1 + k \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{-1/k} \right] \left(1 + k \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{-1-1/k} \quad (\text{Generalized Extreme Value distribution}) \quad \text{IV-8}$$

$$f_x(x) = \frac{\frac{kc}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{c-1}}{\left(1 + \left(\frac{x}{\alpha}\right)^c\right)^{k+1}} \quad (\text{Burr Type XII distribution}), \quad \text{IV-9}$$

Après avoir remplacé les valeurs des paramètres estimés à partir du tableau IV-2, les fonctions de densité de probabilité suivantes sont proposées pour la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive en présence de un, dix et cinquante défauts de position aléatoire:

➤ Pour $\tau_{xy \max}$ dans la couche d'adhésif avec la présence d'un défaut de position aléatoire:

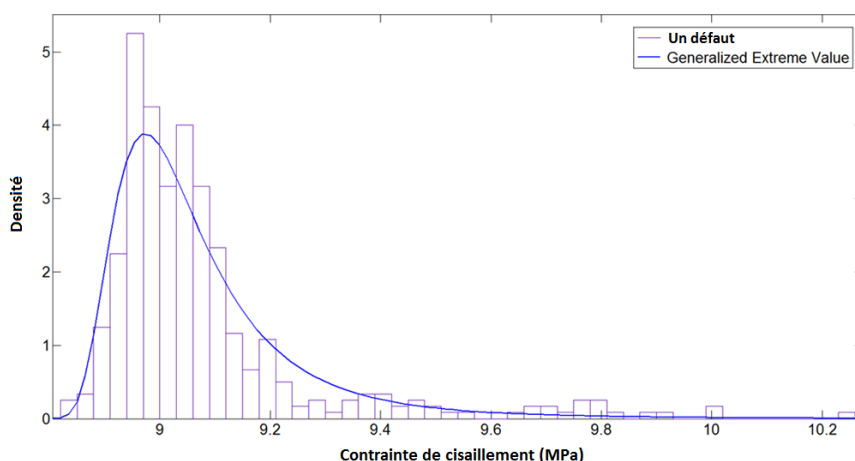
$$f_x(x) = \frac{1}{0.0970202} \exp \left[- \left(1 + 0.229036 \frac{x-8.99281}{0.0970202} \right)^{-1/0.229036} \right] \left(1 + 0.229036 \frac{x-8.99281}{0.0970202} \right)^{-1-1/0.229036} \quad \text{IV-10}$$

➤ Pour $\tau_{xy \max}$ dans la couche d'adhésif avec la présence de dix défauts de position aléatoire:

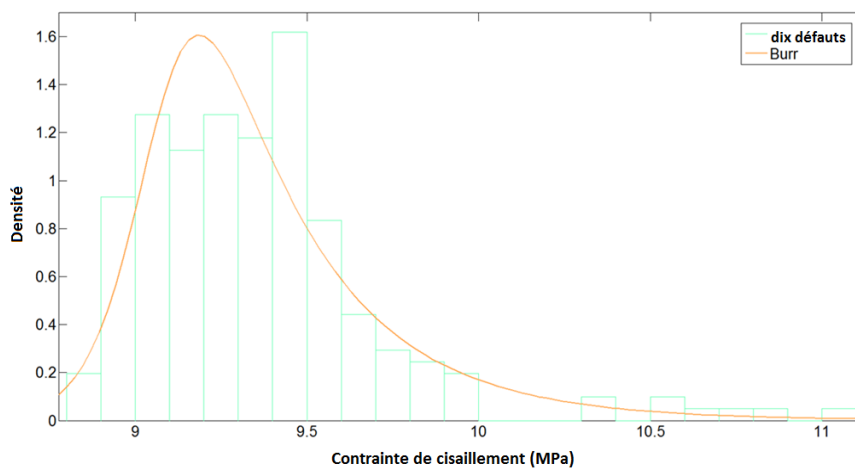
$$f_x(x) = \frac{\frac{0.294749}{9.07853} \frac{100.325}{\left(\frac{x}{9.07853}\right)^{100.325-1}}}{\left(1 + \left(\frac{x}{9.07853}\right)^{100.325}\right)^{0.294749+1}} \quad \text{IV-11}$$

➤ Pour $\tau_{xy \max}$ dans la couche d'adhésif avec la présence de cinquante défauts de position aléatoire:

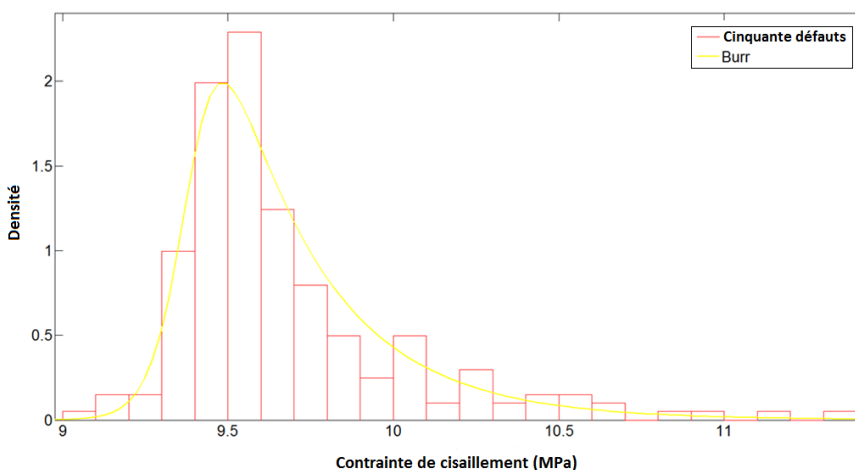
$$f_x(x) = \frac{\frac{0.193064}{9.39207} \frac{166.118}{\left(\frac{x}{9.39207}\right)^{166.118-1}}}{\left(1 + \left(\frac{x}{9.39207}\right)^{166.118}\right)^{0.193064+1}} \quad \text{IV-12}$$



(a)



(b)



(c)

Figure IV-9: Modèles probabiliste proposées de PDFs distribution pour les valeurs de contrainte de cisaillement maximum dans la couche d'adhésif de l'assemblage à simple recouvrement en présence de défauts: (a) un défaut - Generalized Extreme Value, (b) dix défauts -Burr Distribution, (c) cinquante défauts-Burr Distribution.

IV-4. Conclusion

L'effet des défauts avec des positions aléatoires sur la contrainte de cisaillement maximale dans la couche d'adhésif dans des joints collés a également été étudié dans le présent chapitre. Les distributions de probabilité d'une contrainte de cisaillement dans la couche d'adhésif de l'assemblage à simple recouvrement en présence de un, dix et cinquante défauts ont été étudiées. Basé sur une étude paramétrique, un ensemble d'échantillons a été généré et histogrammes de densité ont été obtenus pour ces échantillons en utilisant la méthode Freedman-Diaconis. Sept PDFs différents ont été ajustés sur ces histogrammes. La méthode ML a été utilisée pour estimer les paramètres des distributions ajustées. Dans chaque cas, un test de Kolmogorov-Smirnov a été utilisé pour évaluer la qualité de l'ajustement. Sur la base des résultats de ce test, il a été conclu que les distributions Generalized Extreme Value et Burr sont les meilleurs modèles de probabilité pour la couche adhésive avec la présence de un, dix et cinquante défauts, respectivement. Enfin, après avoir remplacé les valeurs des paramètres estimés dans les modèles de distribution, un ensemble de PDFs entièrement définis ont été proposés pour la contrainte de cisaillement maximale dans la couche adhésive en présence de un, dix et cinquante défauts avec des positions aléatoires. Les remarques suivantes sont notées en observant les courbes comme suit:

- L'étude statistique de la distribution des contraintes dans la couche d'adhésive nous a permis d'avoir une idée sur le nombre de fois que la contrainte peut atteindre sa valeur critique.
- Les différentes méthodes probabilistique ont pour rôle de corrélérer la distribution avec une des lois proposées.
- Il n'y a pas une PDF idéal qui donne un ajustement à 100% de l'histogramme. Par conséquent, les lois approximatives obtenues sont le Generalized Extreme Value et Burr.
- Le seul modèle d'obtenir une solution plus efficace est de passer par les lois d'un mélange conçu par exemple à base de lois de mélange gaussien ou un mélange généralisé des lois gaussiennes.
- Nous observons pour la figure IV-5 (a) à figure IV-5 (b) et (c), la valeur moyenne est décalée avec une variance préservée.
- Selon une loi du grand nombre, la courbe de modélisation plus précisément est figure IV-5 (c). ainsi le PDF de la loi de Burr est la plus candidate pour la modélisation dans le cas d'un grand nombre de mesures.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Ce travail a été réalisé dans le but d'identifier les paramètres mécaniques et géométriques influençant sur la durabilité d'un assemblage collé type métal/ métal. Ces différents paramètres intervenant dans le dimensionnement et la résistance mécanique d'un assemblage collé jouent un rôle important depuis leur mise en forme jusqu'à leur rupture et induit de grandes difficultés dans l'obtention de résultats fiables. Plusieurs chercheurs dans de nombreux laboratoires de recherche s'investissent dans le domaine des assemblages par collage et dans la détermination des structures et des adhésifs les plus fiables surtout dans l'aéronautique et l'aérospatiale. Ce travail s'inscrit dans ce contexte, l'objectif est d'estimer par une étude statistique de l'influence des paramètres du collage sur les contraintes de pelage et de cisaillement. En premier lieu, la méthode des plans d'expériences a été utilisé pour optimiser les paramètres géométriques de l'adhésive et des adhérents pour définir une meilleure forme géométrique de l'assemblage à simple recouvrement conduisant à de faibles concentration de contraintes dans la couche d'adhésif. D'autre part, une étude statistique et probabilistique a été présentée afin de voir l'influence des différents paramètres de défauts de collage sur la concentration de contrainte dans le joint adhésive.

L'étude a été réalisée par la méthode des éléments finis tridimensionnels et nous a permet de dégager les conclusions suivantes:

- L'amélioration de la durée de vie des assemblages collés nécessite de trouver une solution pour la réduction des contraintes dans l'adhésif. La modification de l'épaisseur de la couche mince de l'adhésif entraîne une diminution de l'ordre de 21% pour la contrainte de cisaillement et 19% pour la contrainte de pelage.
- L'augmentation de l'épaisseur des plaques à assembler provoque une augmentation des contraintes; cette hausse des contraintes peut atteindre 40% pour la contrainte de cisaillement et 65% pour la contrainte de pelage.
- La présence d'un bourrelet d'adhésif dans le joint à simple recouvrement augmente la surface de collage réduisant ainsi la concentration des contraintes au niveau du bord de l'adhésif. L'augmentation de l'angle de bourrelet d'adhésif entraîne une réduction des contraintes de 34% de la contrainte de cisaillement et 90% pour la contrainte de pelage.
- L'augmentation de l'angle de biseautage des plaques provoque une réduction significative des contraintes. Cette réduction de la contrainte dans l'adhésif est de l'ordre de 36% de la contrainte de cisaillement et de 44% pour la contrainte de pelage.

- L'effet combiné de ces deux facteurs (angle de biseautage et l'angle de bourrelet d'adhésif) sont les plus importants et les plus dominants dans l'optimisation des paramètres géométriques d'un assemblage à simple recouvrement.
- La modification de la valeur de la contrainte de cisaillement est influencée par les défauts de liaison présents dans la couche adhésive.
- Si la longueur de recouvrement est importante, la présence d'un nombre minimum de défauts dans la couche d'adhésif ne modifie pas la valeur de la contrainte de cisaillement. Toutefois, si la taille du défaut est importante, la valeur de la contrainte de cisaillement augmente considérablement.
- Si le défaut est localisé dans le coeur de l'adhésif, la valeur de la contrainte de cisaillement varie légèrement, étant donné que le cœur de l'adhésif reste inactif dans la plupart des cas, et pour un nombre de défauts dans la couche adhésive.
- Si le défaut est présent sur le bord libre de l'adhésif, celui la provoque une concentration des contraintes et donc une augmentation de la valeur de la contrainte de cisaillement. Cette valeur est encore plus grand si le nombre et la taille du défaut est important.
- La forme du défaut joue un rôle important sur la valeur de la contrainte de cisaillement et donc la pérennité de l'ensemble: la forme circulaire du défaut provoque des contraintes plus élevées dans la couche d'adhésif; cette valeur est beaucoup plus élevée pour les plus gros défauts.
- La valeur de la contrainte de cisaillement reste fortement affectée en moyenne pour les différentes positions nombre, la taille et par défaut, mais la répartition de la contrainte de cisaillement critique semble être important de prendre en compte pour définir un critère de rupture local.
- Si la combinaison des trois paramètres (taille, position au niveau de bord, le nombre et la forme circulaire de défaut) existe dans la couche adhésif, la valeur de la contrainte sera de plus en plus élevée même pour une charge appliquée moins importante.
- L'étude statistique de la distribution des contraintes dans la couche d'adhésive nous a permis d'avoir une idée sur le nombre de fois que la contrainte peut atteindre sa valeur critique.

- Les différentes méthodes probabilistique ont pour rôle de corréler la distribution avec une des lois proposées.
- Sur la base des résultats de test de Kolmogorov-Smirnov, il a été conclu que les distributions Generalized Extreme Value et Burr sont les meilleurs modèles de probabilité pour la contrainte de cisaillement maximum dans la couche d'adhésive avec la présence de un, dix et cinquante défauts, respectivement.
- Il n'y a pas idéal PDF qui donne une qualité apte à 100% par rapport à l'histogramme. Par conséquent, les lois approximatives obtenues sont le Generalized Extreme Value et Burr.
- La seule façon d'obtenir une solution idéale est par les lois d'un mélange conçu par exemple les lois de mélange gaussien ou un mélange généralisé des lois gaussiennes.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1] O.Volkersen: Die nietkraftverteilung in zugbeanspruchten nietverbindungen mit konstanten laschenquerschnitten. *Luftfahrtforschung*, 7:15-47, 1938.
- [2] N.A. deBruyne: The strength of glued joints. *Aircraft Engineering*.
- [3] M.Golandet E.Reissner: The stresses in cemented joints. *Journal of Applied Mechanics*, 1:A17-A27, 1944.
- [4] L.J.Hart-Smith: Adhesive-bonded double-lap joint. Rapport technique Nasa CR 112235, Nasa, January 1973.
- [5] L.J.Hart-Smith: Adhesive-bonded single-lap joints. Rapport technique Nasa CR 112236, Nasa, 1973.
- [6] R.D.Adamset N.A. Peppiatt: Effect of poisson's ratio strains in adherents on stresses of an idealized lap joint. *Journal of strain analysis*, 8:134-139, 1973.
- [7] D.W.Oplinger: Effects of adherend defections in single lap joints. *International Journal of Solids and Structures*, 31:2565-2587, 1994.
- [8] M.Y.Tsai et J.Morton: The effect of a spew fillet on adhesive stress distributions in laminated composite single-lap joints. *Composite Structures*, 32:123-131, 1995.
- [9] C.H.Wanget L.R.F.Rose: Determination of triaxial stresses in bonded joints. *International Journal of adhesion & adhesives*, 17:17-25, 1997.
- [10] L.Tong, A. Sheppardet D. Kelly: The effect of adherend alignment on the behavior of adhesively bonded double lap joints. *International Journal of adhesion & adhesives*, 16:241-247, 1996.
- [11] A.Chukwujekwu Okafor, Navdeep Singhet S.V.Enemuoh, U.E.and Rao : Design, analysis and performance of adhesively bonded composite patch repair of cracked aluminum aircraft panels. *Composite Structures*, 71:258-270, 2005.
- [12] Klug J.A. Sun C.T.: Analysis of cracked aluminum plates repaired with bonded composite patches. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 34:369-374, 1996.
- [13] John Tomblin, Pierre Harter, Waruna Seneviratneet Charles Yang: Characterization of bondline thickness effects in adhesive joints. *Journal of composites technology &research*, 24:332-344, 2002.
- [14] da Silva, L.F. and Adams, R.D: "Techniques to reduce the peel stresses in adhesive joints with composites", *Int. J Adhes. Adhes.*, **27**, 227-235, 2007.
- [15] M.Y. Tsai, D.W. Oplinger et J. Morton: Improved theoretical solutions for adhesive lap joints. *International Journal of Solids and Structures*, 35:1163-1185, 1998.

- [16] Stanley S. Smeltzer III et Eric Lundgren: Analytical and numerical results for an adhesively bonded joint subjected to pure bending. American Institute of Aeronautics and Astronautics, May 2006.
- [17] Stanley S. Smeltzer III et Eric C. Klang: Analysis method for inelastic, adhesively bonded joints with anisotropic adherends. In Proceedings of the American Society for Composites 18th Technical Conference, 2003.
- [18] C.H.Wang et L.R.F.Rose: Compact solutions for the corner singularity in bonded lap joints. International Journal of Adhesion & Adhesives, 20:145-154, 2000.
- [19] L.J.Hart-Smith: Adhesive-bonded scarf and stepped-lap joints. Rapport technique Nasa CR 112237, Nasa, 1973.
- [20] Flemming Mortensen et Ole Thybo Thomsen: Simplified linear and non-linear analysis of stepped and scarfed adhesive-bonded lap joints between composite laminates. Composite Structures, 38:281-294, 1997.
- [21] M.R. Lena, J.C. Klug et C.T. Sun: Composite patches as reinforcements and cracks arrestors in aircraft structures. Journal of Aircraft, 35, March-April 1998.
- [22] Bill Heimerdinger et M.M. Ratwani: Influence of composite repair patch dimensions on crack growth rate of cracked metallic structures. In The Third joint Conference on Aging Aircraft, 1999.
- [23] Ki-Hyun Chunget Won-HoYang: A study on the fatigue crack growth behavior of thick aluminum panels repaired with a composite patch. Composite Structures, 60:1-7, 2003.
- [24] Dae-Cheol Seo et Jung-Ju Lee: Fatigue crack growth behavior of cracked aluminum plate repaired with composite patch. Composite Structures, 57:323-330, 2002.
- [25] K. Madani , S. Touzain , X. Feaugas , M. Benguediab , M. Ratwani : Stress distribution in a 2024-T3 aluminum plate with a circular notch, repaired by a graphite/epoxy composite patch. International Journal of Adhesion & Adhesives, 29: 225– 233, 2009.
- [26] Robert D.Adams et William C.Wake: Structural Adhesive Joints in Engineering. Elsevier Applied Science Publishers, 1984.
- [27] A.J. Kinloch: Adhesion and adhesives: science and technology. Chapman and Hall, 1987.
- [28] A.A.Baker, L.R.F. Rose et R.Jones: Advances in the Bonded Composite Repair of Metallic Aircraft Structures. Elsevier, 2002.
- [29] Veronica Sierra Ruiz: Renforcement d'éléments structuraux en béton armé à l'aide de matériaux composites : Analyse ne de la zone d'ancrage. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont II, 2002.

-
- [30] Jean-Denis Mathias: Etude du comportement mécanique de patches composites utilisés pour le renforcement de structures métalliques aéronautiques. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont II, 2005.
- [31] S.T. Smith et J.G. Teng: Interfacial stresses in plated beams. *Engineering Structures*, 23:857-871, 2001.
- [32] V.Sierra-Ruiz, J.-F. Destrebecq et M. Grédiac: The transfer length in concrete structures repaired with composite materials: a survey of some analytical models and simplified approaches. *Composite Structures*, 55:445-454, 2002.
- [33] J.D.Mathias, M. Grédiac et X.Balandraud: On the bidirectional stress distribution in rectangular bonded composite patches. *International Journal of Solids and Structures*, 43:6921-6947, 2006.
- [34] da Silva, L.F., das Neves, P.J., Adams, R. and Spelt, J. (2009), "Analytical models of adhesively bonded joints-Part I: Literature survey", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **29**, 319-330.
- [35] Thein Wah: Stress distribution in a bonded anisotropic lap joint. *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, 95:174-181, 1973.
- [36] Juris Pirvics: Two dimensional displacement-stress distributions in adhesive bonded composite structures. *The Journal of Adhesion*, 6:207-228, 1974.
- [37] J.W. Renton et J.R. Vinson: On the behavior of bonded joints in composite material structures. *Engineering Fracture Mechanics*, 7:41-52, March 1975.
- [38] J.W.Renton et J.R.Vinson: The efficient design of adhesive bonded joints. *The Journal of Adhesion*, 7:175-193, 1975.
- [39] S.Srinivas: Analysis of bonded joints. Rapport technique A875303, Nasa, April 1975.
- [40] D.J.Allman: A theory for elastic stresses in adhesive bonded lap joints. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 30:415-436, 1977.
- [41] I.U. Ojalvo et H.L. Eidinoff: Bond thickness effects upon stresses in single-lap adhesive joints. *AIAA Journal*, 16:204-211, 1978.
- [42] F.Delale, F. Erdogan et M.N. Aydinoglu: Stresses in adhesively bonded joints: A closed-form solution. *Journal of Composite Materials*, 15:249-271, 1981.
- [43] D.A.Bigwood et A.D.Crocombe: Non-linear adhesive bonded joint design analyses. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 10:31-41, 1990.
- [44] Shun Cheng, Du Chen et Yupu Shi: Analysis of adhesive-bonded joints with non identical adherends. *Journal of Engineering Mechanics*, 117:605-623, 1991.
- [45] R.D.Adams et V.Mallick: A method for the stress analysis of lap joints. *The Journal of Adhesion*, 38:199-217, 1992.
- [46] L.Tong: Bond strength for adhesive-bonded single-lap joints. *Acta Mechanica*, 117:101-113, 1996.
-

-
- [47] Chihdar Yang et Su-Seng Pang: Stress-strain analysis of single-lap composite joints under tension. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 118:247-256, 1996.
- [48] Y.Frostig, T. O. Thomsen et F. Mortensen: Analysis of adhesive-bonded joints, square-end, and spew-fillet-high-order theory approach. *Journal of Engineering Mechanics*, 125:1298-1307, 1999.
- [49] T.Sawa, J. Liu, K. Nakano et J.Tanaka: A two-dimensional stress analysis of single-lap adhesive joints of dissimilar adherends subjected to tensile loads. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 14:43-66, 2000.
- [50] F.Mortensen et O.T.Thomsen: Analysis of adhesive bonded joints: a unified approach. *Composites Science and Technology*, 62:1011-1031, 2002.
- [51] R.D.Adams et B.W.Drinkwater: Nondestructive testing of adhesively-bonded joints. *NDT&E International*, 30:93-98, 1997.
- [52] R.X.Wang, J. Cui, A.N. Sinclair et J.K.Spelt: Strength of adhesive joints with adherend yielding: I. analytical model. *The Journal of Adhesion*, 79:23-48, 2003.
- [53] Tsai, M. & Morton, J: Mechanics of a laminated composite single-lap joint, *Mechanics Composites Rev*, 1993.
- [54] Díaz, J.; Romera, L.; Hernández, S. & Baldomir, A: Benchmarking of three-dimensional finite element models of CFRP single-lap bonded joints, *International Journal of Adhesion and Adhesives* 30: 178-189, 2010.
- [55] Apalak, Z.; Apalak, M. & Genc, M: Progressive Damage Modeling of an Adhesively Bonded Unidirectional Composite Single-lap Joint in Tension at the Mesoscale Level, *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 19 : 671-702, 2006.
- [56] Madani, K., Boukhoulda, B.F., Touzain, S. and Feaugas, X. (2009), "Numerical analysis of the notch effect on tangential stress distribution of the adhesive layer used for bonding two aluminum adherend 2024-T3", *Comptes Rendus des JNC 16-Toulouse*, France.
- [57] M. Mokhtari , K. Madani , M. Belhouari , S. Touzain , X. Feaugas , M. Ratwani , "Effects of composite adherend properties on stresses in double lap bonded joints", *Materials and Design*, *Materials and Design* 44 (2013) 633–639.
- [58] Simon H: *Assemblage par collage. Techniques de l'Ingénieur- traité plastiques et composites*, A3758, 1994.
- [59] Adams RD: *Adhesive Bonding. Science, technology, and applications*. Woodhead Publishing Ltd, Chap. 17, 2005.
- [60] Moulds RJ: *Design and stress considerations for bonded joints. Handbook of adhesives and sealants*. Ph. COGNARD, Vol. 2, 2006.
-

- [61] Cognard, J: Science et Technologies du Collage. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2000.
- [62] Bardis, J: Effects of surface preparation on the long-term durability of adhesively bonded composite joints. PhD thesis, University of California, 2002.
- [63] P. Fraisse, "Caractérisation mécanique et ultrasonore de structures collées : cas des assemblages verre - époxy", Thèse de Doctorat de l'Université de Paris VI, 1991.
- [64] M. Frédéric SIMON," Endommagement et rupture des joints collés sollicités en traction ou cisaillement", thèse de doctorat, L'Université de BORDEAUX I, 2001.
- [65] M. Benzzerrouki, " Effet d'adhésion sur les performances des réparations par patch en composite ", Thèse de Doctorat de l'Université de Sidi Bel-Abbès , 2012.
- [66] G. Sado, M. Sado, Les plans d'expériences, de l'expérimentation à l'assurance qualité, collection AFNR, 1991.
- [67] Schimmerling, P., Sisson, J.C., Zaïdi, A., "Pratique des plans d'expériences", Editions Tec Doc, Paris 526 pages (1998).
- [68] FISHERR.A., The Design of Experiments, Oliver and Boyd, Édimbourg 5^{ème}, 1949.
- [69] W.G. Cochran, G.M. Cox, Experimental design, 2^e edition Wiley, 1957.
- [70] Yates, The design and Analysis of Factorial Experiments, Bulletin 35, Imperial Bureau of Soil Sciences, Harpenden Macmillan, 1937.
- [71] R.L Plackett, J.P Burman, The design of optimum multifactorial experiments, Biometrika n°3, 1946.
- [72] G.E.P. Box, W.G Hunter, J.S . Hunter, Statistics for Experimenters, An introduction to design, Data analysis, and Model Building, Wiley, Ed. New York, 1978.
- [73] G. Taghauchi, Introduction to quality Engineering, Asian Productivity Organization. American Supplier Institute Inc. Unipub-Kraus, 1986.
- [74] G. Taghauchi, S. Konishi, Taghauchi Methods- Orthogonal Arrays and Linear Graphs, American Supplier Institute Inc. Dearbon, U.S.A. 1987.
- [75] Goupy, J., " Introduction aux plans d'expériences ", DUNOD Paris, 290 pages, 2001.
- [76] Box, G. E. P. et Wilson, K. B. J. Roy. Statist. Soc. Ser. B.13, 1-38;discussion: 38-45, 1951.
- [77] MODDE 6.0 (Moeeling and Design) Umetrics AB, Umea, Sweden
- [78] Grant, L.D.R., Adams, R.D. and da Silva, L.F.M: "Experimental and numerical modeling of singlelap joints for the automotive industry", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **29**, 405-413, 2009.
- [79] Higgins, A: "Adhesive bonding of aircraf structures", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **20**, 367-76, 2000.
- [80] Pinto, A.M.G., Campilho, R.D.S.G., Mendes, I.R. and Baptista, A.P.M: "Numerical and experimental analysis of balanced and unbalanced adhesive single-lap joints between aluminium adherends", *J. Adhes.*, **90**(1), 89-103, 2014.

-
- [81] Kumar, S. and Pandey, P.C: "Behaviour of bi-adhesive joints", *J. Adhes. Sci. Technol.*, **24**, 1251-81, 2010.
- [82] da Silva, L.F., das Neves, P.J., Adams, R., Wang, A. and Speltz, J: "Analytical models of adhesively bonded joints-Part II: Comparative study", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **29**, 331-341, 2009.
- [83] Zeng, Q.G. and Sun, C.T: "Novel design of a bonded lap joint", *AIAA J.*, **39**(10), 1991-1996, 2001.
- [84] Akpınar, S: "The strength of the adhesively bonded step-lap joints for different step numbers", *Compos. Part B*, **67**, 170-178, 2014.
- [85] Li, G. and Li, C: "Linking bilinear traction law parameters to cohesive zone length for laminated composites and bonded joints", *Adv. Aircraft Spacecraft Sci.*, **1**(2), 177-196, 2014.
- [86] Benchiha, A. and Madani, K: "Influence of the presence of defects on the stresses shear distribution in the adhesive layer for the single-lap bonded joint", *Struct. Eng. Mech.*, **53**(5), 1017-1030, 2015.
- [87] Madani, K., Mokhtari, M., Belhouari, M. and El hannani, M. "Effect of modifying the edges of the adherents and the adhesive on the stress distribution over the width and length of recovery, case of a single lap joint", *Int. J. Min. Metal. Mech. Eng.*, **4**(1), 262-267, 2013.
- [88] Adams, R.D. and Peppiatt, N.A: "Stress analysis of adhesive-bonded lap joints", *J. Strain Anal.*, **9**(3), 185-196, 1974.
- [89] Hildebrand, M: "Non-linear analysis and optimization of adhesively bonded single lap joints between fibre-reinforced plastics and metals", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **14**(4), 261-267, 1994.
- [90] Tsai, M.Y. and Morton, J: "The effect of a spew fillet on adhesive stress distributions in laminated composite single-lap joints", *Compos. Struct.*, **32**, 123-131, 1995.
- [91] Campilho, R.D.S.G., de Moura, M.F.S.F. and Domingues, J.J.M.S: "Numerical prediction on the tensile residual strength of repaired CFRP under different geometric changes", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **29**, 195-205, 2009.
- [92] Campilho, R.D.S.G., de Moura, M.F.S.F., Domingues, J.J.M.S. and Morais, J.J.L: "Computational modelling of the residual strength of repaired composite laminates using a cohesive damage model", *J. Adhes. Sci. Technol.*, **22**(13), 1565-1591, 2008.
- [93] Adams, R., Atkins, R., Harris, J. and Kinloch, A: "Stress analysis and failure properties of carbonfibre reinforced plastic/steel double lap-joint", *J. Adhes.*, **20**, 29-30, 1986.
- [94] Karachalios, E.F., Adams, R.D. and da Silva, L.F.M: "Single lap joints loaded in tension with high strength steel adherends", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **43**, 81-95, 2013.
- [95] Karachalios, E.F., Adams, R.D. and da Silva, L.F.M: "The behaviour of single lap joints under bending loading", *J. Adhes. Sci. Technol.*, **27**(16), 1811-1827, 2013.
- [96] ABAQUS/CAE Ver 6.9 User's Manual, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc, 2009.
-

- [97] Halioui, M: "Contribution à l'évolution du comportement mécanique non-linéaire d'assemblages collés de tôles minces d'acier sous sollicitations monotones ou cycliques", PhD. Université de Reims, 1990.
- [98] Zhao, X., Adams, R.D. and da Silva, L.F.M: "Single lap joints with rounded adherend corners: experimental results and strength prediction", *J. Adhes. Sci. Technol.*, **25**(8), 837-56, 2011.
- [99] Dorn, L. and Liu, W: "The stress state and failure properties of adhesive-bonded plastic/metal joints", *Int. J. Adhes. Adhes.*, **13**(1), 21-31, 1993.
- [100] Petrie EM. Handbook of adhesives and sealants. New York: McGraw-Hill; 2000.
- [101] Hart-Smith LJ. Analysis and design of advanced composite bonded joints, NASA contract report NASA TR-11234, McDonnell Douglas Corporation. California, August 1974.
- [102] R.L. Vijaya kumar , M.R. Bhat: Probabilistic stress variation studies on composite single lap joint using Monte Carlo simulation. *Composite Structures* 121, 351–361, 2015.
- [103] Pickett AK, Hollaway L. Analysis of elastic adhesive stresses in bonded lap joints in FRP structures. *Compos Struct*; 3(1):55–79, 1985.
- [104] Pickett AK, Hollaway L. The analysis of elastic–plastic adhesive stress in bonded lap joints in FRP structures. *Compos Struct*, 4(2):135–60, 1985.
- [105] Odi RA, Friend CM. An improved 2D model for bonded composite joints. *Int J Adhes Adhes*;24(5):389–405, 2004.
- [106] Li G, Lee Sullivan P, Thring RW. Nonlinear finite element analysis of stress and strain distributions across the adhesive thickness in composite single-lap joints. *Compos Struct*;46(4):395–403, 1999.
- [107] Harris JA, Adams RD. Strength prediction of bonded single lap joints by nonlinear finite element methods. *Int J Adhes Adhes*;4(2):65-78, 1984.
- [108] Adams RD, Harris JA. The influence of local geometry on the strength of adhesive joints. *Int J Adhes Adhes*;7(2):69-80, 1987.
- [109] Bogy DB. Edge bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading. *J Appl Mech*;35:460-6, 1968.
- [110] Towse A, Potter KD, Wisnom MR, Adams RD. The sensitivity of a Weibull failure criterion to singularity strength and local geometry variations. *Int J Adhes Adhes*;19:71-82, 1999.
- [111] Banea MD, da Silva LFM. Adhesively bonded joints in composite materials: an overview. *Proc Inst Mech Eng L J Mater Des Appl*; 223(1):1–18, 2009.
- [112] Mohammad Shishesaz and Navid Bavi. Shear stress distribution in adhesive layers of a double-lap joint with void or bond separation. *Journal of Adhesion Science and Technology*,. Vol. 27, No. 11, 1197–1225, 2013.

- [113] de Moura MFSF, Daniaud R, Magalhães AG. Simulation of mechanical behaviour of composite bonded joints containing strip defects. *Int J. Adhes Adhes*;26: 464-73, 2006.
- [114] Schonhorn H, Ryan FW, Wang TT. Effects of symmetrical bonding defects on tensile shear strength of lap joints having ductile adhesives. *J Appl Polym Sci*;15:1069–78, 1971.
- [115] COMSOL Multiphysics Version 4.3a: www.comsol.fr.
- [116] <http://www.axson-technologies.com/actualites/Nouveaux-produits/Adekit-A140>
- [117] E.F.Karachalios , R.D.Adams , Lucas F. M. da Silva. Strength of single lap joints with artificial defects. *International Journal of Adhesion &Adhesives* ,45, 69–76, 2013.
- [118] N. T. Kottegoda and R. Rosso, *Applied Statistics for Civil and Environmental Engineers*, Blackwell Publishing, Southampton, UK, 2nd edition, 2008.
- [119] Probabilités et Statistique.Y. Velenik . Université de Genève. Version du 24 mai 2012.
- [120] Cruz ME, Patera AT. A parallel Monte Carlo finite element procedure for the analysis of multi component media. *Int J Numer Methods Eng*; 38:1087–121, 1995.
- [121] Hurtado JE, Barbat AH. Monte Carlo techniques in computational stochastic mechanics. *Arch Comput Methods Eng*;5(1):3-30, 1998.
- [122] Jeong HK, Sheno RA. Probabilistic strength analysis of rectangular FRP plates using Monte Carlo simulation. *Comput Struct*;76:219-35, 2000.
- [123] Zureick AH, Bennett RM, Ellingwood BR. Statistical characterization of fiber reinforced polymer composite material properties for structural design. *J Struct Eng*;132(8):1320-7, 2006.
- [124] Onkar AK, Upadhyay CS, Yadav D. Stochastic finite element buckling analysis of laminated plates with circular cutout under uniaxial compression. *Trans ASME*;74:798–809, 2007.
- [125] Frangopol DM, Recek S. Reliability of fiber-reinforced composite laminate plates. *Probab Eng Mech*; 18:119-37, 2003.
- [126] Fecht S, Vallée T, Tannert T, Fricke H. Adhesively bonded hardwood joints under room temperature and elevated temperatures. *J Adhes*; 90(5-6):401-19, 2014.

Annexes

Tableau des valeurs critiques Grubbs

N	0.1	0.075	0.05	0.025	0.01	N	0.1	0.075	0.05	0.025	0.01
3	1.15	1.15	1.15	1.15	1.15	53	0	0	2.981	3.151	999
4	1.42	1.44	1.46	1.48	1.49	54	0	0	2.988	3.158	999
5	1.6	1.64	1.67	1.71	1.75	55	0	0	2.995	3.165	999
6	1.73	1.77	1.82	1.89	1.94	56	0	0	3.002	3.172	999
7	1.83	1.88	1.94	2.02	2.1	57	0	0	3.009	3.179	999
8	1.91	1.96	2.03	2.13	2.22	58	0	0	3.016	3.186	999
9	1.98	2.04	2.11	2.21	2.32	59	0	0	3.023	3.193	999
10	2.03	2.1	2.18	2.29	2.41	60	0	0	3.03	3.2	999
11	2.09	2.14	2.23	2.36	2.48	61	0	0	3.036	3.206	999
12	2.13	2.2	2.29	2.41	2.55	62	0	0	3.042	3.212	999
13	2.17	2.24	2.33	2.46	2.61	63	0	0	3.048	3.218	999
14	2.21	2.28	2.37	2.51	2.66	64	0	0	3.054	3.224	999
15	2.25	2.32	2.41	2.55	2.71	65	0	0	3.06	3.23	999
16	2.28	2.35	2.44	2.59	2.75	66	0	0	3.066	3.236	999
17	2.31	2.38	2.47	2.62	2.79	67	0	0	3.072	3.242	999
18	2.34	2.41	2.5	2.65	2.82	68	0	0	3.078	3.248	999
19	2.36	2.44	2.53	2.68	2.85	69	0	0	3.084	3.254	999
20	2.38	2.46	2.56	2.71	2.88	70	0	0	3.09	3.26	999
21	0	0	2.58	2.73	2.91	71	0	0	3.095	3.265	999
22	0	0	2.6	2.76	2.94	72	0	0	3.1	3.27	999
23	0	0	2.62	2.78	2.96	73	0	0	3.105	3.275	999
24	0	0	2.64	2.8	2.99	74	0	0	3.11	3.28	999
25	0	0	2.66	2.82	3.01	75	0	0	3.115	3.285	999
26	0	0	2.68	2.84	999	76	0	0	3.12	3.29	999
27	0	0	2.7	2.86	999	77	0	0	3.125	3.295	999
28	0	0	2.72	2.88	999	78	0	0	3.13	3.3	999
29	0	0	2.73	2.9	999	79	0	0	3.135	3.305	999
30	0	0	2.75	2.91	999	80	0	0	3.14	3.31	999
31	0	0	2.76	2.93	999	81	0	0	3.144	3.314	999
32	0	0	2.78	2.95	999	82	0	0	3.148	3.318	999
33	0	0	2.79	2.96	999	83	0	0	3.152	3.322	999
34	0	0	2.81	2.97	999	84	0	0	3.156	3.326	999
35	0	0	2.82	2.98	999	85	0	0	3.16	3.33	999
36	0	0	2.83	2.992	999	86	0	0	3.164	3.334	999
37	0	0	2.84	3.004	999	87	0	0	3.168	3.338	999
38	0	0	2.85	3.016	999	88	0	0	3.172	3.342	999
39	0	0	2.86	3.028	999	89	0	0	3.176	3.346	999
40	0	0	2.87	3.04	999	90	0	0	3.18	3.35	999
41	0	0	2.88	3.05	999	91	0	0	3.183	3.353	999
42	0	0	2.89	3.06	999	92	0	0	3.186	3.356	999
43	0	0	2.9	3.07	999	93	0	0	3.189	3.359	999
44	0	0	2.91	3.08	999	94	0	0	3.192	3.362	999
45	0	0	2.92	3.09	999	95	0	0	3.195	3.365	999
46	0	0	2.928	3.098	999	96	0	0	3.198	3.368	999
47	0	0	2.936	3.106	999	97	0	0	3.201	3.371	999
48	0	0	2.944	3.114	999	98	0	0	3.204	3.374	999
49	0	0	2.952	3.122	999	99	0	0	3.207	3.377	999
51	0	0	2.967	3.137	999	100	0	0	3.21	3.38	999
52	0	0	2.974	3.144	999						

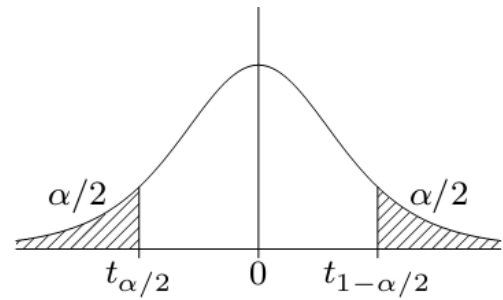
Référence: Grubbs, 1950, 1969; DIN 32645; DIN 38402

Lois de Student

Si T est une variable aléatoire suivant la loi de Student à n degrés de liberté, la table donne, pour α fixé, la valeur $t_{1-\alpha/2}$ telle que

$$\mathbb{P}\{|T| \geq t_{1-\alpha/2}\} = \alpha$$

Ainsi, $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha/2$ de la loi de Student à n degrés de liberté.



$n \backslash \alpha$	0,900	0,500	0,300	0,200	0,100	0,050	0,020	0,010	0,001
1	0,1584	1,0000	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6193
2	0,1421	0,8165	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	0,1366	0,7649	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,9240
4	0,1338	0,7407	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	0,1322	0,7267	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	0,1311	0,7176	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	0,1303	0,7111	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	0,1297	0,7064	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	0,1293	0,7027	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	0,1289	0,6998	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	0,1286	0,6974	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	0,1283	0,6955	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	0,1281	0,6938	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	0,1280	0,6924	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	0,1278	0,6912	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	0,1277	0,6901	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	0,1276	0,6892	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	0,1274	0,6884	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	0,1274	0,6876	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	0,1273	0,6870	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	0,1272	0,6864	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	0,1271	0,6858	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	0,1271	0,6853	1,0603	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	0,1270	0,6848	1,0593	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	0,1269	0,6844	1,0584	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	0,1269	0,6840	1,0575	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	0,1268	0,6837	1,0567	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	0,1268	0,6834	1,0560	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	0,1268	0,6830	1,0553	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	0,1267	0,6828	1,0547	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460
40	0,1265	0,6807	1,0500	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
60	0,1262	0,6786	1,0455	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,4602
80	0,1261	0,6776	1,0432	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,4163
120	0,1259	0,6765	1,0409	1,2886	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,3735
∞	0,1257	0,6745	1,0364	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

Référence: <http://www.agro-montpellier.fr/cnam-lr/statnet/tables.htm>

Lois de Fisher–Snedecor ($\alpha=0,05$)

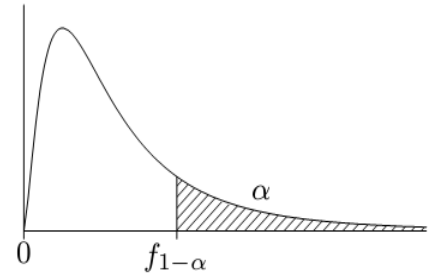
Si F est une variable aléatoire suivant la loi de Fisher–Snedecor

à (n_1, n_2) degrés de liberté, la table donne la valeur $f_{1-\alpha}$ telle que

$$\mathbb{P}\{F \geq f_{1-\alpha}\} = \alpha = 0.05$$

Ainsi, $f_{1-\alpha}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha=0,975$ de la

loi de Fisher–Snedecor à (n_1, n_2) degrés de liberté



$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00

Référence: <http://www.agro-montpellier.fr/cnam-lr/statnet/tables.htm>

Tableau de Kolmogorov-Smirnov

Le tableau donne les valeurs critiques du D_n comme décrit dans le test de Kolmogorov-Smirnov.

$n \backslash \alpha$	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
1	0.995	0.975	0.950	0.925	0.900
2	0.929	0.842	0.776	0.726	0.684
3	0.828	0.708	0.642	0.597	0.565
4	0.733	0.624	0.564	0.525	0.494
5	0.669	0.565	0.510	0.474	0.446
6	0.618	0.521	0.470	0.436	0.410
7	0.577	0.486	0.438	0.405	0.381
8	0.543	0.457	0.411	0.381	0.358
9	0.514	0.432	0.388	0.360	0.339
10	0.490	0.410	0.368	0.342	0.322
11	0.468	0.391	0.352	0.326	0.307
12	0.450	0.375	0.338	0.313	0.295
13	0.433	0.361	0.325	0.302	0.284
14	0.418	0.349	0.314	0.292	0.274
15	0.404	0.338	0.304	0.283	0.266
16	0.392	0.328	0.295	0.274	0.258
17	0.381	0.318	0.286	0.266	0.250
18	0.371	0.309	0.278	0.259	0.244
19	0.363	0.301	0.272	0.252	0.237
20	0.356	0.294	0.264	0.246	0.231
25	0.320	0.270	0.240	0.220	0.210
30	0.290	0.240	0.220	0.200	0.190
35	0.270	0.230	0.210	0.190	0.180
40	0.250	0.210	0.190	0.180	0.170
45	0.240	0.200	0.180	0.170	0.160
50	0.230	0.190	0.170	0.160	0.150
OVER 50	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$

Référence: <http://www.real-statistics.com/statistics-tables/kolmogorov-smirnov-table/>

A new analytical approach for optimization design of adhesively bonded single-lap joint

M. Elhannani^{*1}, K. Madani^{1a}, M. Mokhtari¹, S. Touzain², X. Feaugas²
and S. Cohendoz²

¹LMPM, Department of Mechanical Engineering, University of Sidi Bel-Abbes, Algeria

²LaSIE, Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement, La Rochelle University, France

(Received March 25, 2015, Revised May 20, 2016, Accepted May 24, 2016)

Abstract. In this study the three-dimensional nonlinear finite element method was used to analyze the stresses distribution in the adhesive layer used to joint two Aluminum 2024-T3 adherends. We consider in this study the effect of different parameters which directly affect the values of different stresses. The experimental design method is used to investigate the effects of geometrical parameters of the single lap joint in order to achieve an optimization of the assembly with simple lap joint. As a result, it can be said that both the geometrical modifications of the adhesive and adherends edge have presented a significant effect at the overlap edge thereby causing a decrease in peel and shear stresses. In addition, an analytical model is also given to predict in a simple but effective way the joint strength and its dependence on the geometrical parameters. This approach can help the designers to improve the quality and the durability of the structural adhesive joints.

Keywords: single lap joint; finite element analysis; stresses distribution; experimental design method

1. Introduction

Adhesively bonded joints are preferred due to their advantages such as formation of uniform stress distributions, ability to join different materials, high fatigue resistance and impermeability (Grant *et al.* 2009, Higgins *et al.* 2000). Different bonding configurations can be used, with differences in the stress fields and strength, but the single-lap joint is the most commonly because of the ease of fabrication.

On the other hand, the main handicap of this joining technique is the still significant concentration of stresses at the overlap edges owing to the gradual load transfer between adherends, and also the adherends rotation in the presence of asymmetric loads (Pinto *et al.* 2014). The reduction of stress concentrations along the edges of the adhesive is important to prevent premature failure of the bonded joint. However, the determination of the stress and strain field in the assemblies presents difficulties because of the complex geometry and the various properties of the materials to be assembled. One fundamental factor that affects the mechanical strength of adhesively bonded

*Corresponding author, Ph.D., E-mail: moh.elhannani@yahoo.fr

^aProfessor, E-mail: koumad10@yahoo.fr



Numerical analysis of the effect of the presence, number and shape of bonding defect on the shear stresses distribution in an adhesive layer for the single-lap bonded joint; Part 1



M. Elhannani^a, K. Madani^{a,*}, E. Legrand^b, S. Touzain^b, X. Feugas^b

^a Laboratoire Mécanique Physique des Matériaux, Department of Mechanical Engineering, University of Sidi Bel Abbes, Sidi Bel Abbes 22000, Algeria¹

^b Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement, LaSIE, FRE CNRS3474, Université La Rochelle, Ave Michel Crépeau, 17042 La Rochelle, France²

ARTICLE INFO

Article history:

Received 9 August 2016

Received in revised form 21 November 2016

Accepted 26 November 2016

Available online 2 December 2016

Keywords:

Adhesive

Single lap joints

Defect distribution

Shear stress

Finite element method

ABSTRACT

The objective of this study was to analyze by three-dimensional finite element method, the effect of the position, number and shape of the bonding defect on the shear stress distribution in the adhesive layer used to joint two aluminum 2024-T3 plates. Numerical analysis allowed us to deduce that the bonding defect presence has a negative effect on the value of the shear stresses in the adhesive layer and therefore the durability of the assembly. Whatever the size of the defect, the maximum stresses are always localized at the adhesive edge. If the overlap length is important, the effect of defect on joint strength is lower.

© 2016 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

0. Introduction

Adhesively bonded joints are increasingly being used in the aerospace and automotive industries as the use of adhesive bonding rather than mechanical fasteners offers potential reductions of weight and cost [1,2]. In the design of mechanical structures which contain adhesively bonded joints, the knowledge of the mechanical characteristics of these joints is essential. To determine the physical nature of stress distribution in adhesively bonded joints, many authors have tried to give a better estimate on the amount of stress developed in the adhesive layer, under different loading conditions. For a safe design, a complete knowledge of stress distribution at critical points becomes crucial.

Several analytical works have been carried out to understand the behavior of adhesively bonded joints [3–5]. A detailed literature survey on major analytical models for adhesively bonded single lap joints has been provided by da Silva et al. [6]. They have further done a comparative study on different analytical models to comprehend the accuracy and time requirements for different cases [7]. However, obtaining an exact solution becomes difficult if the joint geometry is complex or if there is a large amount

of factors to be considered. Though stresses can be measured by conducting mechanical tests, they become expensive in terms of cost and time while considering all the involved parameters. These limitations can be overcome using numerical methods like Finite Element Analysis (FEA). It is convenient to study the influence of a change in different parameters on the behavior of a bonded joint using FEA. This reduces the number of tests to be performed during prototyping and also helps in reducing the time and cost involved during the process [8].

Numerous studies on the analysis of bonded joints with different types of adherends have been published [9–14]. Linear and nonlinear finite element analyses have been carried out on different types of adhesive joints, stresses and strains in the bonded region have been evaluated [15–21]. A new insight and a more detailed description of the mechanisms of failure associated with adherend yielding of single lap joints (SLJs) were studied experimentally and numerically in the works of Karachalios et al. [22,23] where a variety of material and geometric parameters have been investigated. It was found that the failure mechanism of the cohesive failure is dictated by adherend yielding for all the tested joints made with mild and medium carbon steels. For the high strength steel adherends, a relatively short overlap in single lap shear joint shows that failure is dominated by the global yielding of the adhesive. In Campilho et al. work [24], a numerical and experimental study was performed to evaluate the feasibility of bending the adherends at the ends of the overlap for the strength improvement of single-lap aluminum joints bonded with a brittle and a ductile

* Corresponding author.

E-mail addresses: koumad1@yahoo.fr, kouider.madani@univ-lr.fr (K. Madani).

¹ Fax: +213 48 54 41 00.

² Fax: +33 5 46 4572 72.



Contents lists available at ScienceDirect

Aerospace Science and Technology

www.elsevier.com/locate/aescte



Influence of the presence of defects on the adhesive layer for the single-lap bonded joint—Part II: Probabilistic assessment of the critical state



M. Elhannani^a, K. Madani^{a,*}, Z. Chama^b, E. Legrand^{c,d}, S. Touzain^c, X. Feaugas^c

^a Laboratoire Mécanique Physique des Matériaux, Department of Mechanical Engineering, University of Sidi Bel Abbes, Sidi Bel Abbes 22000, Algeria¹

^b Laboratoire de Modélisation des Composants et de Conception des Circuits, Département d'électronique, Faculté des Sciences de l'Ingenieur, Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbes, BP 89, 22000 Sidi Bel Abbes, Algeria

^c Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement, LaSIE – FRE CNRS3474, Université La Rochelle, Ave Michel Crépeau, 17042 La Rochelle, France²

^d Department of Mining and Materials Engineering, McGill University, Montreal, Quebec H3A 0C5, Canada

ARTICLE INFO

Article history:

Received 9 August 2016

Received in revised form 28 November 2016

Accepted 27 December 2016

Available online 30 December 2016

Keywords:

Probability

Defect bonding

Single lap joint

Kolmogorov–Smirnov test

ABSTRACT

In this paper, we analyze the variation of shear stresses in the adhesive layer, used in a single lap joint, in the presence of variable numbers and positions of defects. The results of the value of maximal shear stresses were used to develop a shear stress probability distribution models in the adhesive of SLJ with presence of one, ten and fifty defects with random position to improve the damage probability. Based on the result found in part-I [1], a set of theoretical samples was generated and their corresponding histograms using Freedman–Diaconis method. Seven different probability density functions (PDFs) were fitted to these histograms. In each case, a Kolmogorov–Smirnov test was used to evaluate the quality of fit. Finally, after substituting the values of estimated parameters for each distribution, a set of fully defined PDFs have been proposed for the shear stress in the adhesive layer of SLJ in the presence of artificial defects with random positions. This PDF has been used to introduce a new criterion included critical shear stress but also distribution parameters of damage.

© 2016 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

0. Introduction

Adhesive joints encounter in-service defects that may have an impact on the joint strength. Any manufacturing process will inevitably introduce some defects in the end product. It is almost impossible to produce a defect-free joint, even under stringent controls. Entrapped air, foreign bodies, grease or dirt created in bonds in the joint. No load can be transferred through areas that are disbanded. Consequently, load has to be transferred through alternative neighboring paths, increasing the stress in these areas. It is important to know how these defects could affect the strength of the bonded component [2].

Several researchers studied the sticking phenomenon and invest more time analyzing the processes by the determination of influencing factors on its durability during use by experimental, analytical and numerical methods. Karachalios et al. [2] studied the

strength of single lap joints with artificial defects. In their studies two different adhesives, one strong and ductile and the other weak and brittle, and three different types of steel were used. Rectangular and circular artificial defects located in the middle of the overlap, with increasing size, were studied. They showed that when a toughened structural adhesive is used with high strength steel, there is an almost linear decrease in joint strength as the defect area increases. In the case of the brittle adhesive, the reduction in strength, as the defect size increases, is not proportional for small defect sizes, indicating that the end of the joint becomes more important due to local strains exceeding limiting values. When medium carbon or mild steel adherends are used, a non-linear decrease in strength is observed. For small defect sizes, there is no significant effect. But, as the size of the defect gets bigger, then a more rapid decrease in the strength of the joints is apparent. Failure is dominated by end effects for the case of mild and medium carbon steels (when the defect size is small). Analytical and finite element stress distribution in a double-lap joint under tension with void or bond separation was studied by Shishesaz et al. [3]. Their results based on analytical solutions were compared with those of finite element findings. Very good agreement was observed between both approaches. The major difference be-

* Corresponding author.

E-mail addresses: kumad10@yahoo.fr, kouider.madani@univ-lr.fr (K. Madani).

¹ Fax: +213 48 54 41 00.

² Fax: +33 5 46 4572 72.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2016.12.020>

1270-9638/© 2016 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.