

THESE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE DOCTEUR EN SCIENCES

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Mécanique des Matériaux

Présenté par : SALAH Hichem

ETUDE DE COMPORTEMENT EN RUPTURE DES PROTHESES TOTALE DE HANCHE DE TYPE SPACER

Soutenue le devant le jury composé de :

Président : SERIER Boualem

Professeur

Université de SBA

Directeur de thèse : BOUZLANE Mohammed M.

MCA

Université de Mascara

Co-directeur : BACHIR B. Bel Abbès

Professeur

Université de SBA

Examineur : OULD CHIKH El Bahri

Professeur

Professeur

Examineur : MERDJI Ali

Professeur

Professeur

Examineur : FEKERINI Hamida

MCA

Université de SBA

Examineur : TABETI Mohamed E. H.

MCA en orthopédie

Université de SBA

Invité : BENBAREK Smail

Professeur

Université de SBA

ملخص

يعتبر تصميم الأطراف الاصطناعية مشتركة لمفصل الورك عملية معقدة تتطلب تعاونًا وثيقًا بين المهندسين والجراحين لذا يجب على مصممي أنظمة الزرع مواجهة تحديد خصائص المواد الحيوية والمشاكل البيوميكانيكية بما في ذلك القوى المطبقة على الفسائل ، ونقل القوى عبر السطوح البينية ، واستجابة الأنسجة البينية. كما يتم استخدام الفواصل الإسمنتية على نحو متزايد لتتنقيح المفاصل. لقد تم في هذه الدراسة استخدام طريقة العناصر المحددة ثلاثية الأبعاد (MEF) لتحليل السلوك الميكانيكي لسبايسر المعزز من الاسمنت العظمي (PMMA) وذلك عن طريق حساب الحد الأقصى للإجهاد. إن الحد من الضغط على اسمنت العظام وعظم الفخذ أهم عامل في هذا التصميم. تم استخدام تقنية إجهاد العناصر المحددة والتصميم التجريبي في تحسين الميزات الميكانيكية لمكونات الورك الاصطناعي. كما يستخدم MEF في تحليل سلوك كسر الفواصل المعززة بدعامة مسطحة أو بقضيب من التيتانيوم والسيراميك والفولاذ المقاوم للصدأ . إن الإجهاد وعامل شدته على طول طرف الصدع هي القيم التي تطرح الإشكالية. بالإضافة إلى ذلك ، تستخدم طريقة العناصر المحددة لمحاكاة بدء وتمدد الصدع في فاصل الإسمنت غير المدعم. ليسمح لنا هذا التحليل بتحديد تأثير المادة على أداء الأطراف الاصطناعية المعززة. وهذا يساعد المصممين على تحسين جودة وصلاحية الأطراف الاصطناعية.

الكلمات المفتاحية : التحسين، تقويم مفاصل الورك بالكامل، سبايسر ، التعزيز ، العناصر المحددة ثلاثية الأبعاد ، الكسر.

Résumé

La conception des PTH est un processus complexe qui nécessite une coopération entre les ingénieurs et les chirurgiens. Les concepteurs de systèmes implantaires doivent faire face aux problèmes biomatériaux et biomécaniques, y compris les forces in vivo sur les implants et la transmission de la charge à l'interface. Les spacers en ciment sont de plus en plus utilisés. Dans cette étude, la méthode tridimensionnelle des éléments finis (FEM) est utilisée pour analyser le comportement mécanique du spacer renforcé du ciment osseux (PMMA) en calculant la contrainte maximale. L'un des facteurs le plus important dans la conception de renforcement est de réduire les contraintes sur le ciment osseux et le fémur. La conception expérimentale a été utilisée pour optimiser les propriétés mécaniques des composants. Le XFEM est également utilisé pour analyser le comportement à la rupture des prothèses renforcées par des tiges pleines en titane, en céramique et en acier inoxydable. Les matériaux sont considérés élastique, linéaire. La contrainte de von Mises et le facteur d'intensité de contrainte le long du fond de fissure sont les valeurs qui posent problème. De plus, la méthode des éléments finis est utilisée pour simuler l'amorçage et la propagation de la fissure dans le spacer de ciment non renforcé. Cette analyse nous permet de déterminer l'effet du matériau sur les performances des prothèses renforcées. On peut ainsi aider les concepteurs à améliorer la qualité et la durabilité des prothèses.

Mots-clés : optimisation, arthroplastie totale de la hanche, spacer, renforcement, FEM, rupture.

Abstract

The design of hip joint prostheses is a complex process that requires close co-operation between engineers and surgeons. The designers of implant systems must confront biomaterial and biomechanical problems, including in vivo forces on implants, load transmission to the interface, and interfacial tissue response. Cement spacers are being increasingly used for revision arthroplasty. In this study, a three-dimensional finite elements method (FEM) is used to analyse the mechanical behaviour of the reinforced spacer out of the bone cement (PMMA) by computing the maximum stress. One of the most important factors in the reinforce design is to reduce stresses on the bone cement and the femur. The finite element stress technique and experimental design have been used to optimize the mechanical proprieties of the components of artificial hip spacer. The FEM is also used to analyze the fracture behavior of the spacers reinforced with titanium, ceramic and stainless steel full stems. Linear elastic analysis is adapted; von Mises stress and stress intensity factor along the crack tip are the values that are of concern. In addition, the extended finite element Method is used for simulating the crack initiation and propagation in the non-reinforced cement spacer. This analysis permits us to determine the effect of material on the reinforced spacer performances. One can thus help the spacer designers to improve the prostheses quality and durability.

Keywords: Optimization, Total hip arthroplasty, Spacer, Reinforcement, FEM, Fracture.

Introduction générale	1
-----------------------	---

Chapitre I : Généralités sur les prothèses

I.1. Introduction	4
I.2. L'articulation de la hanche	5
I.2.1. Anatomie	5
I.2.2. Mouvements	7
I.2.3. Structure du tissu osseux	8
I.3. Caractéristiques mécanique du tissu osseux	10
I.3.1. Résistance en traction	10
I.3.2. Résistance en compression	11
I.3.3. Résistance en cisaillement	12
I.3.4. Résistance en flexion	12
I.3.5. Résistance en torsion	12
I.3.6. Anisotropie	12
I.3.7. Viscoélasticité	13
I.4. Biomécanique de la prothèse	13
I.4.1. Présentation de la prothèse totale de hanche (cimenté)	14
I.4.2. Mise en œuvre	14
I.4.3. Historique de la prothèse totale de hanche	18
I.5. Composition d'une PTH	22
I.5.1. Les matériaux	23
I.5.2. Les couples de frottement	23
I.5.3. Type de fixation	24

Chapitre II : Ciment Orthopédique

II.1. Introduction	26
II.2. Propriétés chimiques	27
II.2.1. Composition du Matériau et Polymérisation des Radicaux	27
II.2.2. Température de Polymérisation	29
II.2.3. Contraction de Volume	30
II.2.4. Monomère Résiduel	31
II.2. 5. Antibiotiques	32
II.2.6. Radio-opacifiant	34
II.2.7. Température de transition vitreuse	35
II.2.8. Poids Moléculaire et Stérilisation	35
II.2.9. la viscosité	36
II.2.10. Caractéristiques de Manipulation	39
II.3. Propriétés Mécaniques	43
II.4. Conclusion	44

Chapitre III : Méthodologie des plans d'expérience et élément finis

III.I. Plan d'expérience	45
III.I.1. Introduction	45
III.I.2. Plans factoriels	47
III.I.2.1. Concepts fondamentaux : effets, interactions	47
III.I.2.2. Plans factoriels complets	54
III.I.2.3. Plans factoriels fractionnaires	55
III.I.3. Notion de surface de réponse	58
III.I.3.1. Modèle polynomial du second degré	58
III.I.4. Logiciels des plans d'expérience	61
III.II. Élément finis	62
III.II.1. Généralités	62
III.II.2. Démarche éléments finis	63
III.II.2.1. Discrétisation géométrique	64
III.II.2.2. Approximation nodale	64
III.II.2.3. Quantités élémentaires	70
III.II.2.4. Assemblage et conditions aux limites	73
III.II.3. Utilisation d'un logiciel éléments finis	74
III.II.3.1. Déroulement d'une étude	75
III.II.3.2. Techniques de calculs au niveau élémentaire	79
III.II.4. Organigramme d'un logiciel éléments finis	81

Chapitre IV : Analyse des distributions des contraintes dans le spacer

IV.1. Introduction	82
IV.2. Modèles géométrique	83
IV.3. La modélisation par éléments finis	84
IV.4. Conditions aux limites et chargement statique	85
IV.5. Distribution des contraintes de von Mises	86
IV.6. Distribution des contraintes normales et de cisaillement dans la partie extérieure du spacer	87
IV.7. La Distribution des contraintes normales et de cisaillement dans la partie intérieure du spacer	91
IV.8. Conclusion	95

Chapitre V : Optimisation des propriétés mécanique et géométrique du renfort

V.1. Introduction	96
V.2. Résultats	97
V.2.1. Spacer avec renfort rond	98
V.2.2. Spacer avec renfort plat	104
V.3. Discussion	110
V.4. Conclusion	111

Chapitre VI : Etude du comportement en rupture du spacer

VI.1. Introduction	112
VI.3. Analyse par éléments finis	113
VI.4. Chargement et les conditions aux limites	115
VI.5. Méthode XFEM et critères de rupture	116
VI.6. Résultats et discussion	116
VI.6.1. Les contraintes de Von Mises	117
VI.6.2. Résultats XFEM et Fracture	119
VI.7. Conclusion	125
Conclusion générale	126
Références bibliographiques	127

Finite element Analysis of the Mechanical Behaviour of a Reinforced PMMA-based Hip Spacer. M. M. Bouziane, H. Salah, S. Benbarek, B. Bachir Bouiadjra and B. Serier. *Advanced Materials Research Vol 1105 (2015) pp 36-40* © (2015) Trans Tech Publications, Switzerland doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.1105.36

Optimisation of a Reinforced Cement Spacer in Total Hip Arthroplasty. H. Salah, M.M. Bouziane, S.M. Fekih, Bachir Bouiadjra and S. Benbarek. *Journal of Biomimetics, Biomaterials and Biomedical Engineering ISSN: 2296-9845, Vol. 35, pp 35-49* doi:10.4028/www.scientific.net/JBBBE.35.35 © 2018 Trans Tech Publications, Switzerland

Liste des figures

- Figure I.1. Extrémité proximale du fémur
- Figure I.1. Ligaments de l'articulation de la hanche saine
- Figure I.3. Plans anatomiques et degrés de liberté de l'articulation de la hanche
- Figure I.4. Schéma d'un os long (humérus) partiellement sectionné
- Figure I.2. Les trois types de cycles de chargement-déchargement de l'os A : phase élastique ; B : boucle en hystérésis fermée ; C : boucle en hystérésis initialement ouverte et qui se ferme avec le temps à contrainte O
- Figure I.6. Courbes contraintes-déformation du fémur ; A. : Traction. B. : Compression. (Noter l'absence de phase plastique en compression)
- Figure I.3. Anisotropie de l'os. Tests en traction dans quatre directions sur de l'os cortical fémoral : traction longitudinale (L), à 30° de l'axe de l'os, à 60°, et traction transversale (T)
- Figure I.8. Présentation schématique d'une PTH
- Figure I.9. Éléments constituant une prothèse totale de hanche
- Figure I.10. Implantation d'une prothèse totale de hanche cimentée. (Photos prises lors d'une opération chirurgicale)
- Figure I.11. Prothèse Totale de Hanche
- Figure I.12. Prothèse totale de hanche cimentée
- Figure I.13. Prothèse Totale de Hanche
- Figure II.1. Molécule de méthylmétacrylate (MMA) avec son double-lien polymérisable : substance de base pour les ciments acryliques
- Figure II.2. Extrait du courrier rédigé par leDr. Buchholz adressée à Kulzer en 1969 : le début des ciments avec antibiotique
- Figure II.3. Composition de la poudre : Polymère (polyméthylméthacrylate et/ou copolymères de méthylméthacrylate). Initiateur (peroxyde de benzoyle). Radio-opacifiant (dioxyde de Zirconium)
- Figure II.4. Composition du liquide : Monomère (méthylméthacrylate, butyl méthacrylate). Activateur (DmpT : N, N-diméthyl-p-toluïdine)
- Figure II.5. Processus de réaction chimique
- Figure II.6. Température maximum dans le fémur d'après Biehl
- Figure II.7. Contraction du Volume
- Figure II.8. Métabolisation du MMA
- Figure II.8. Résistance en fatigue du PMMA. PMMA stérilisé sous oxyde d'éthylène (EO) : meilleure survie (nombre plus important de cycles avec plus de contraintes) que PMMA stérilisé par irradiation- g
- Figure II.9. Courbes de survie obtenues avec des ciments de viscosités différentes
- Figure II.10. Courbes de phases pour un ciment haute viscosité de type Palacos
- Figure II.11. Courbes de phases pour un ciment haute viscosité de type Palacos
- Figure III.1. Le niveau bas du facteur est noté par - 1 et le niveau haut par +1. Le domaine de variation du facteur est constitué de toutes les valeurs comprises entre le niveau bas et le niveau haut

- Figure III.2. Environnement du système
- Figure III.3. Définition du domaine d'étude
- Figure III.4. Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical passant par x_2
- Figure III.5. Projection des points d'expériences d'un plan fractionnaire sur les faces du cube
- Figure III.6. Les réponses associées aux points du domaine d'étude forment la surface de réponse. Les quelques réponses mesurées aux points du plan d'expériences permettent de calculer l'équation de la surface de réponses
- Figure III.7. Représentation d'un plan composite pour l'établissement d'un modèle du second degré
- Figure III.8. Erreur de discrétisation géométrique
- Figure III.9. Fonctions de forme à une dimension
- Figure III.10. Fonctions d'interpolation linéaires du triangle
- Figure III.11. Fonctions d'interpolation quadratiques du triangle. Les autres sont obtenues par rotation
- Figure III.12. Fonction d'interpolation N1, du quadrangle. Les autres sont obtenues par rotation
- Figure III.13. Transformation géométrique linéaire d'un carré
- Figure III.14. Organigramme d'un logiciel éléments finis
- Figure IV.4 (a) Prothèse en ciment. (B) La radiographie des in-vivo Prothèse avec fracture de la tige. Observations cliniques à l'hôpital de l'Université de La Sarre (Allemagne)
- Figure IV.5 Dimensions spacer et du renfort plat, toutes les dimensions sont en mm [74]
- Figure IV.6 Les différents types prothèse: (a) prothèse non renforcées on PMMA ; (b) Prothèse en PMMA avec renfort rond en Titane ; (c) Prothèse en PMMA avec renfort plat en Titane [Thielen et al. (2009)]
- Figure IV.7 Maillage par éléments finis de prothèse totale de hanche : Prothèse implanté, Implant, renfort rond, renfort plat, fémur (de gauche à droite)
- Figure IV.8 Les forces appliquées sur l'os-ciment-prothèse assemblée générale
- Figure IV.9 Répartition des contraintes de von Mises dans l'os, spacer et le renfort (a) spacer sans renfort; (b) spacer avec renfort rond; (c) spacer avec renfort plat
- Figure IV.10 La variation des contraintes normales σ_{xx} dans la partie extérieur du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.11 La variation des contraintes normales σ_{yy} dans la partie extérieur du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.12 La variation des contraintes normales σ_{zz} dans la partie extérieur du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.13 La variation des contraintes de cisaillement σ_{xy} dans la partie extérieur du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.14 La variation des contraintes de cisaillement σ_{xz} dans la partie extérieur du spacer. I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.15 La variation des contraintes de cisaillement σ_{yz} dans la partie extérieur du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.16 La variation des contraintes normales σ_{xx} dans la partie intérieur du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

- Figure IV.17 La variation des contraintes normales σ_{yy} dans la partie intérieur du spacer
I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.18 La variation des contraintes normales σ_{zz} dans la partie intérieur du spacer
I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.19 La variation des contraintes de cisaillement σ_{xy} dans la partie intérieur du spacer.
I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.20 La variation des contraintes de cisaillement σ_{yz} dans la partie intérieur du spacer.
I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure IV.21 La variation des contraintes de cisaillement σ_{xz} dans la partie intérieur du spacer.
I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale
- Figure V.1. Comparaison entre les valeurs numériques des contraintes maximales de Von Mises et celles obtenues par le modèle mathématique du spacer avec renfort rond
- Figure V.2. Effets des différents paramètres sur la contrainte maximale de Von Mises pour spacer avec renfort rond
- Figure V.3. Tracés du contour pour les contraintes maximales de Von Mises : Interaction entre D et E pour $\mu = 0$
- Figure V.4. Tracés du contour pour les contraintes maximales de Von Mises : Interaction entre D et E pour $\mu = 0,15$
- Figure V.5. Tracés du contour pour les contraintes maximales de Von Mises : Interaction entre D et E pour $\mu = 0,3$
- Figure V.6. Comparaison entre les valeurs numériques des contraintes maximales de Von Mises et celles obtenues par le modèle mathématique du spacer avec renfort plat
- Figure V.7. Effets des différents paramètres sur la contrainte maximale de Von Mises pour spacer avec renfort plat
- Figure V.8. Tracés du contour pour les contraintes maximales de Von Mises : Interaction entre t et E pour $\mu = 0$
- Figure V.9. Tracés du contour pour les contraintes maximales de Von Mises : Interaction entre t et E pour $\mu = 15$
- Figure V.10. Tracés du contour pour les contraintes maximales de Von Mises : Interaction entre t et E pour $\mu = 30$
- Figure VI.1. (a) Prothèse en ciment [66], (b) Fracture de la prothèse en ciment comme retiré de la hanche [64]
- Figure VI.2. Maillage par éléments finis de prothèse de hanche : Prothèse implanté, Spacer, Renfort plat, Le fémur (de gauche à droite la prothèse en ciment)
- Figure VI.3. Maillage par éléments finis autour de la fissure semi-elliptique dans la prothèse en ciment
- Figure VI.4. Les forces appliquées sur l'assemblage os-prothèse [75-77].
- Figure VI.5. La Répartition des contraintes de von Mises dans les différentes composante de la prothèse: (a) Spacer non renforcées; (b) Spacer renforcé avec renfort en titane; (c) Spacer renforcé avec renfort en acier;(d) Spacer renforcé avec renfort en céramique

- Figure VI.6. La variation des contraintes de von Mises le long de la face latérale du spacer non renforcée et renforcée en titane, acier et céramique
- Figure VI.7. Fracture du spacer en ciment (a) radiographie de l'implantation in vivo de la PTH avec fracture [66]. b) étude in vitro de la prothèse fracturée [74]. (C) Propagation de la fissure dans la prothèse en ciment par la méthode XFEM
- Figure VI.8. Les différentes étapes pour la création et la propagation des fissures dans le ciment
- Figure VI.9. Le facteur d'intensité de contrainte (K_I) Mode 1 le long de la fissure dans la prothèse en ciment, FIC critique (K_{IC}) se situe entre 1,02 et 2,03 MPa m^{1/2} [90]
- Figure VI.10. Le facteur d'intensité de contrainte (K_{II}) Mode 2 le long de la fissure dans la prothèse en ciment
- Figure VI.11. Le facteur d'intensité de contrainte (K_{III}) Mode 3 le long de la fissure dans la prothèse en ciment
- Figure VI.12. Facteur d'intensité de contrainte maximale Mode 1 (K_I max) en fonction de la longueur des fissures dans les différents reforts du spacer. FIC critique (K_{IC}) se situe entre 1,02 et 2,03 MPa m^{1/2} [90]
- Figure VI.13. Facteur d'intensité de contrainte maximale Mode 2 (K_{II} max) en fonction de la longueur des fissures dans les différents reforts du spacer.
- Figure VI.14. Facteur d'intensité de contrainte maximale Mode 3 (K_{III} max) en fonction de la longueur des fissures dans les différents renforts du spacer.

Liste des tableaux

Tableau III-1. Matrice d'expériences

Tableau III.2. Matrice de calcul des effets

Tableau III.3. Matrice d'expériences du plan fractionnaire du plan 23

Tableau III.4 Principales sources d'erreurs durant le calcul

Tableau IV.1 Propriétés des matériaux utilisés pour le modèles éléments finis

Tableau IV.2 Configurations de charge maximale de l'principaux muscles

Tableau V.1. Résultats de l'exécution des différents programmes pour le spacer avec renfort rond

Tableau V.2. Liste des coefficients pour le spacer avec renfort rond

Tableau V.3. Renfort optimal (renfort rond)

Tableau V.4. Résultats de l'exécution des différents programmes pour le spacer avec renfort plat

Tableau V.5. Liste des coefficients pour le spacer avec renfort plat

Tableau V.6. Renfort optimal

Tableau VI.1. Les propriétés mécanique des matériaux utilisés pour le modèles éléments finis

Introduction générale

Le terme prothèse désigne le remplacement ou la consolidation d'un membre, d'une partie de membre ou d'un organe par un appareillage approprié mais aussi le dispositif qui est implanté dans l'organisme pour suppléer un organe défaillant ou manquant, permettant de restaurer une fonction compromise. La spécialité chirurgicale qui se consacre à la mise en place des prothèses a pour but de remplacer un organe ou un membre en partie ou en totalité, grâce à un appareil qui reproduit leurs formes et assure les mêmes services dans la mesure du possible (exemple : prothèse de hanche, dentaire, ...).

La prothèse totale de la hanche est l'une des prothèses qui fonctionne le mieux et qui est le plus souvent employée en orthopédie. Son but est de remplacer une articulation défaillante c'est-à-dire, usée par le temps (arthrose de hanche). Elle est constituée d'une pièce métallique destinée à être implantée à l'intérieur du fémur, d'une pièce en matière plastique destinée à être implantée dans le bassin plus précisément dans le cotyle, c'est-à-dire, la cavité qui habituellement reçoit la tête du fémur et qui est située dans l'aile iliaque (sur les côtés du bassin). Il s'agit le plus souvent d'une cupule métallique destinée à recevoir une cupule en matière plastique, elle-même destinée à recevoir la tête du fémur, plus précisément la nouvelle tête synthétique en plastique, en métal ou en céramique implantée dans le fémur.

Les dégradations de cartilages ou les bris osseux peuvent être les conséquences d'accidents, de maladies telle l'ostéoporose, l'arthrite, ou simplement le vieillissement des tissus biologiques avec l'âge. Si ces dégradations ont lieu au niveau d'une articulation, elles peuvent entraîner une perte des fonctions motrices. Par conséquent, l'implantation d'une prothèse orthopédique lors d'une intervention chirurgicale peut se révéler nécessaire. Le marché mondial de l'orthopédie est en constante augmentation, représentant un coût de quelques milliards d'euros. Le marché des prothèses totales de hanche compte pour environ la moitié de ces dépenses.

La prothèse totale de hanche de type Charnley, développée dans les années 1960 et avec une durée d'implantation d'une dizaine d'années, est toujours considérée comme la référence mondiale. Ses deux principaux éléments sont la tête et la cupule, qui assurent la fonctionnalité de l'articulation. Les premiers matériaux utilisés ont été l'acier inoxydable pour la tête et le polyéthylène pour la cupule, ils sont encore largement employés aujourd'hui. D'autres biomatériaux prometteurs ont vu le jour dans les années 1970 et 1980 : les biocéramiques. Ces

dernières présentent des propriétés mécaniques et tribologiques supérieures, ainsi qu'une légèreté et une biocompatibilité jamais atteintes auparavant, leur unique inconvénient réside dans leur relative fragilité, pouvant entraîner des ruptures quasi-imprévisibles et bien entendu catastrophiques pour le patient. En parallèle avec les développements de nouveaux biomatériaux, de nombreuses études ont été menées afin d'étudier la biomécanique de diverses activités constituant le quotidien des patients, ceci afin de quantifier les forces agissant au niveau des articulations. Ainsi, il a été démontré que les articulations subissent des chocs à chaque contact du talon avec le sol, générant des forces qui peuvent aller jusqu'à sept fois le poids du corps lors de la descente rapide d'escaliers. De plus, dans certaines conditions, la tête qui doit être encastrée dans la cupule, peut se séparer de celle-ci. Ce phénomène, appelé dé-coaptation, peut avoir des conséquences importantes sur la dégradation des éléments de la prothèse, et en particulier si elle est en biocéramique et donc sensible à ce type de sollicitations.

La fixation de la prothèse est assurée par un ciment appelé PMMA (Poly-méthyle méthacrylate), un polymère qui se solidifie en quelques minutes. La charge supportée par la prothèse va se transmettre à l'os par l'intermédiaire de ce polymère ; ce dernier est donc sollicité mécaniquement. Par sa nature fragile et ses faibles propriétés, le ciment est le maillon faible de la chaîne de transfert de charge implant-ciment-os. Le ciment est le premier élément susceptible de présenter le plus de risque d'entraîner des microfissures, lesquelles avec le temps deviennent plus grandes par fatigue, et engendrent la rupture du ciment et la mobilité de l'implant à l'intérieur de l'os, ce qui se traduit par la fracture du bassin chez le patient.

Le ciment en chirurgie arthroplastique est un matériau performant mais imparfait. Actuellement des recherches fondamentales sont menées pour l'amélioration de ces propriétés qui tiennent plus à son mode d'utilisation en salle d'opération qu'à des modifications intrinsèques. La répartition du ciment est aussi importante que celle du choix de l'implant. Ce sont les seuls moyens efficaces pour améliorer les résultats à long terme des arthroplasties avant que ne soient commercialisés de nouveaux matériaux moins fragiles, mieux tolérés et sans risques d'effet secondaires.

La modélisation numérique par la méthode des éléments finis nous permet un gain appréciable de temps et d'informations sur les phénomènes mécaniques (contraintes, déformation, transfert de charges, facteurs d'intensité de contraintes, etc.) sur les composantes de la prothèse totale de hanche. Notre travail s'inscrit dans ce contexte et porte sur l'analyse par éléments finis de la

distribution des contraintes dans le «spacer» ainsi que la présentation de la conception expérimentale qui a été réalisée pour optimiser le modèle du «spacer».

Ce travail se compose de six chapitres, le premier recense les définitions de base et les généralités sur les prothèses totales de hanche ainsi que les indications et les contre-indications de l'arthroplastie de la PTH. Le second présente les définitions de base du ciment orthopédique, sa composition et ces propriétés chimique et mécanique. Le troisième chapitre porte sur des rappels sur la méthodologie des plans d'expérience et la méthode des éléments finis.

Le quatrième chapitre porte sur l'analyse tridimensionnelle par éléments finis de différents critères (forme, dimensions, matériaux et coefficient de frottement), ainsi que pour deux types de prothèse non-renforcée et renforcée.

Le cinquième chapitre traite l'optimisation des propriétés mécanique et géométrique du renfort. Cette optimisation nous permet de déterminer les paramètres influençant le plus les performances des prothèses renforcées. On peut ainsi aider les concepteurs de «spacer» à améliorer la qualité des prothèses et leurs durabilités.

Le sixième et dernier chapitre porte une l'analyse du comportement en rupture des prothèses renforcées avec des renforts plats en titane, en céramique et en acier inoxydable. L'analyse a été basée sur les résultats des contraintes de von Mises et le facteur d'intensité de contrainte le long du fond de fissure. Cette analyse nous permet de déterminer l'effet du matériau sur les performances des prothèses renforcées.

Chapitre I

Généralités sur les Prothèses

I.1. Introduction

L'arthroplastie totale de la hanche est une intervention de remplacement d'une articulation biologique (vivante) par une prothèse. Son efficacité dépend de la qualité de la reconstruction, de l'architecture, de la mécanique de la hanche ; de l'intégrité et l'équilibre musculaire. Autrefois "prothèse" désignait un appareillage complexe fait de tige métallique et de lanières de cuir. Le mot "prothèse" désigne un mécanisme ou un objet implanté à l'intérieur du corps humain (une prothèse dentaire, une prothèse vasculaire, une valve cardiaque). Cette prothèse est destinée à remplacer et restaurer une fonction mécanique défectueuse dans l'organisme.

La prothèse en chirurgie arthroplastique vise le plus souvent à remplacer des articulations (hanche, genou, épaule), parfois des tendons ou ligaments.

Une prothèse totale de hanche(PTH) remplace l'articulation du bassin, elle se compose de deux parties :

- Une pièce remplace le "cotyle" situé sur le bassin.
- Une autre pièce remplace la partie de l'articulation constituée par l'extrémité supérieure du fémur.

Les deux pièces sont complémentaires, mais elles ne tiennent, emboîtées l'une à l'autre que grâce au tonus musculaire; l'articulation ne fonctionne que grâce à l'action des différents muscles qui sont autour de la hanche.

L'intervention est destinée à des patients qui souffrent de la hanche. L'atteinte de cette articulation se traduit par des douleurs invalidantes, siégeant au niveau de l'aîne et descendant souvent jusqu'au genou ; ces douleurs s'accompagnent d'une diminution de la mobilité de la hanche. Cette situation résulte d'une "usure" de l'articulation : c'est l'arthrose, celle-ci peut survenir pour de multiples raisons (défaut d'architecture de la hanche, séquelles de traumatismes, ...etc.)

Une prothèse de hanche ne sera proposée qu'à un patient susceptible de pouvoir profiter de cette intervention. Il faut donc être certain que :

- Le patient sera capable de marcher à nouveau après l'intervention.
- Le patient est en état de supporter l'intervention.

La fixation de cette pièce est assurée par un ciment appelé PMMA (polyméthacrylate), un polymère qui se solidifie en quelques minutes. La charge supportée par la prothèse va se transmettre à l'os par l'intermédiaire de ce polymère; ce dernier est donc sollicité mécaniquement par sa nature fragile et par ces faibles propriétés mécaniques, le ciment est le maillon faible de la chaîne de transfert de charge implant-ciment-os.

I.2. L'articulation de la hanche

I.2.1. Anatomie

L'articulation de la hanche ou articulation coxo-fémorale est une articulation de type sphérique (énarthrose) à 3 degrés de liberté. Elle est constituée d'une tête fémorale logée dans une cavité semi-sphérique, l'acétabulum.

On distingue sur la partie proximale du fémur la diaphyse, le col fémoral et la tête (Figure I.1). L'union du col avec le corps du fémur est marquée par la ligne inter trochantérienne sur la face antérieure et par la crête inter trochantérienne sur la face postérieure. L'angle formé par le col fémoral et l'axe de la diaphyse est l'angle cervico-diaphysaire. Sa valeur est de l'ordre de 130° [1]. Deux tubérosités, siège des insertions des muscles du bassin sur le fémur, se distinguent ; une en interne, le petit trochanter et la deuxième en externe, le grand trochanter. Pour le sujet normal, le fémur se positionne dans la cotyle du bassin avec un angle de déclinaison de 10° en avant du plan frontal.

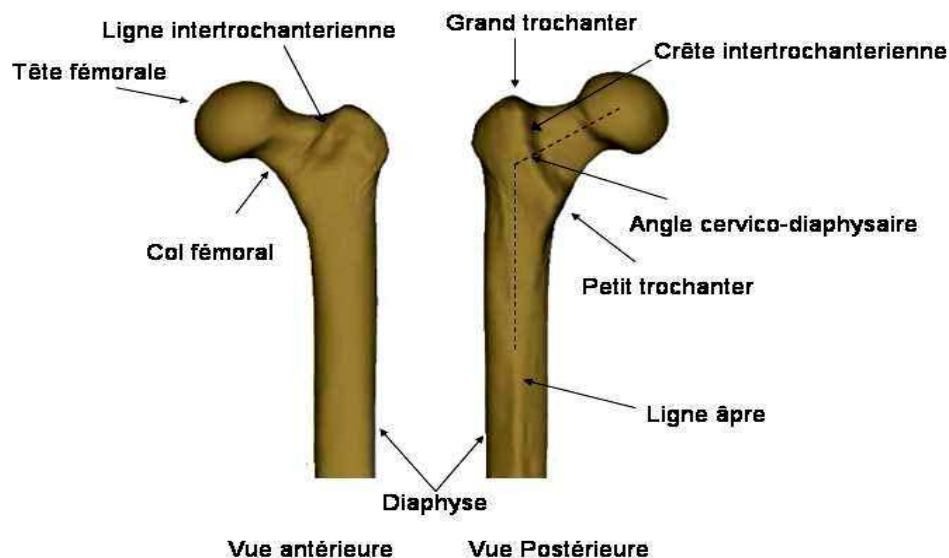


Figure I.1. Extrémité proximale du fémur

La tête fémorale est une portion de sphère (2/3) de 25 mm de rayon et de 240° d'ouverture angulaire. Le maintien de la tête dans l'acétabulum et sa stabilité sont assurés par la profondeur de l'acétabulum, le centrage de la tête, la pression intra-articulaire négative et les ligaments et les muscles péri-articulaires.

Le cartilage amortit les efforts et répartit leur transmission dans l'articulation ; il permet le glissement des os les uns sur les autres. Les muscles apportent la puissance à la hanche et à la jambe pour bouger et les tendons rattachent les muscles aux os.

Cette articulation est stabilisée par des ligaments puissants (Figure I.2) :

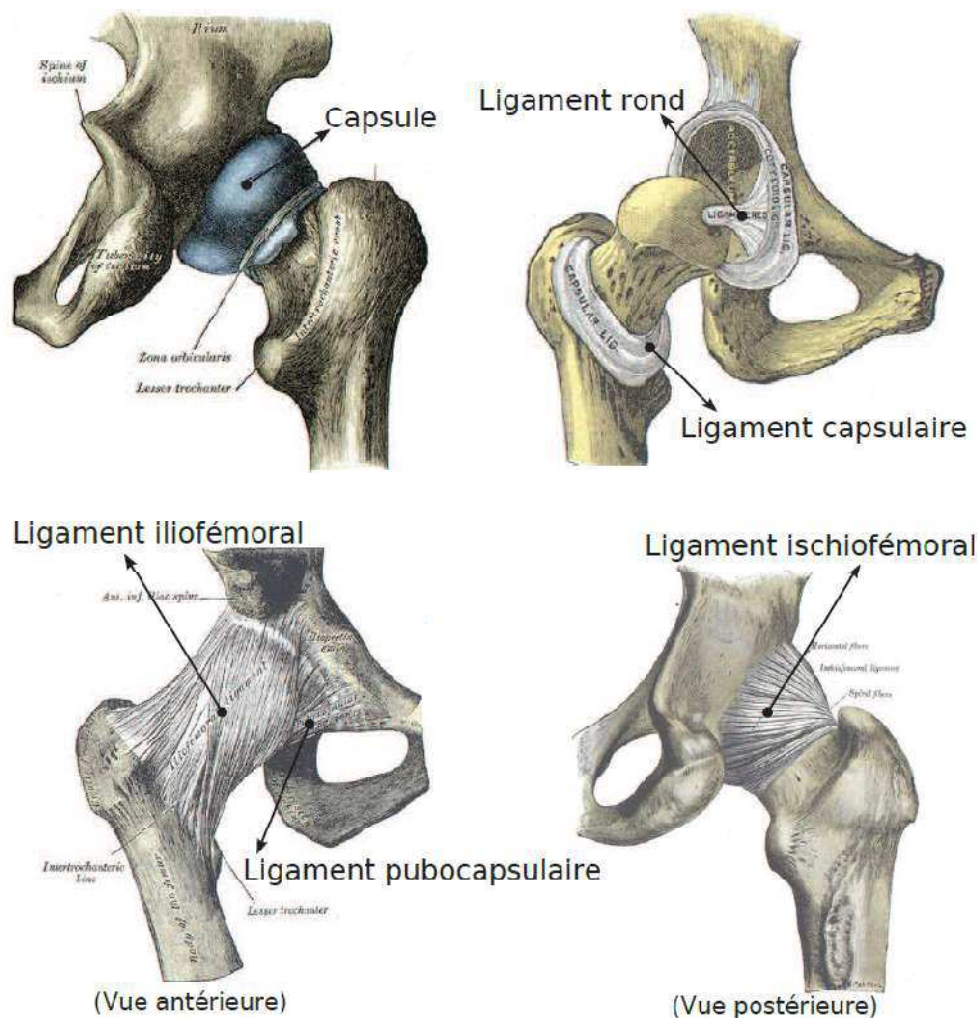


Figure I.1. Ligaments de l'articulation de la hanche saine

– La capsule articulaire ou ligament capsulaire. La capsule articulaire est une enveloppe fibreuse et élastique qui entoure l'articulation. La surface externe est rugueuse à l'échelle microscopique.

A l'intérieur elle est tapissée de façon souple mais continue, par une délicate doublure : la synoviale. La capsule articulaire contribue, avec les ligaments, à assurer la stabilité de l'articulation.

– Le ligament pub capsulaire.

– Le ligament ilio fémoral. C'est le ligament le plus puissant du corps humain. Il est attaché à la capsule articulaire et la renforce.

– Le ligament de la tête fémorale ou ligament rond. Il relie la tête du fémur au fond de la cotyle. Il est couvert par la membrane synoviale. Sa résistance varie énormément d'une personne à l'autre. Ce ligament est en tension quand la cuisse est en flexion et adduction. Il contribue à la vascularisation de la tête.

– Le ligament ischion capsulaire.

– Le ligament glénoïdien: c'est un anneau fibro cartilagineux attaché à l'acetabulum qui forme un cercle complet entourant la tête fémorale en le stabilisant.

I.2.2. Mouvements

Les mouvements de l'articulation de la hanche peuvent se décomposer en mouvements de : flexion/extension, d'abduction/adduction et de rotations interne et externe autour de l'axe horizontal dans le plan frontal (Figure I.3).

– Flexion - extension : axe frontal, horizontal

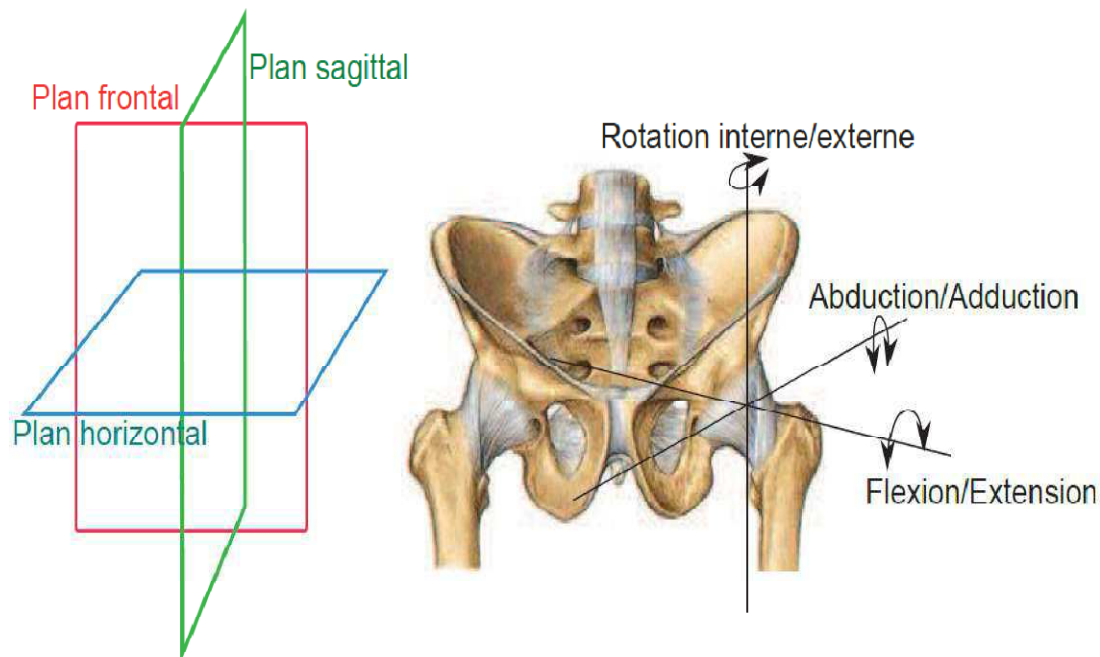
Flexion : 120° genou fléchi, 90° genou étendu (rôle des ischio-jambiers). C'est une position de moindre stabilité.

Extension : limitée à 15° par le ligament ilio fémoral.

– Abduction - adduction : axe horizontal, sagittal

Abduction : 45° limitée par le contact du col sur l'acetabulum, les adducteurs, le ligament pubo-fémoral.

Adduction : 20° à 30° (position instable).



Erreur ! Il

n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document.

Figure I.3. Plans anatomiques et degrés de liberté de l'articulation de la hanche

– Rotation autour de l'axe vertical

Interne : 35° à 40° , limitée par le ligament ischio-fémoral et le muscle obturateur interne.

Externe : 45° à 60° , limitée par le ligament ilio-fémoral.

I.2.3. Structure du tissu osseux

Il peut être divisé en plusieurs parties (Fig. I.4):

- La diaphyse: partie principale de l'os, longue et cylindrique.
- Les épiphyses: extrémités distale et proximale de l'os.
- La métaphyse: segment de l'os adulte où la diaphyse rejoint les épiphyses. Dans le cas d'un os en formation, la métaphyse renferme le cartilage de conjugaison qui est remplacé par de l'os.

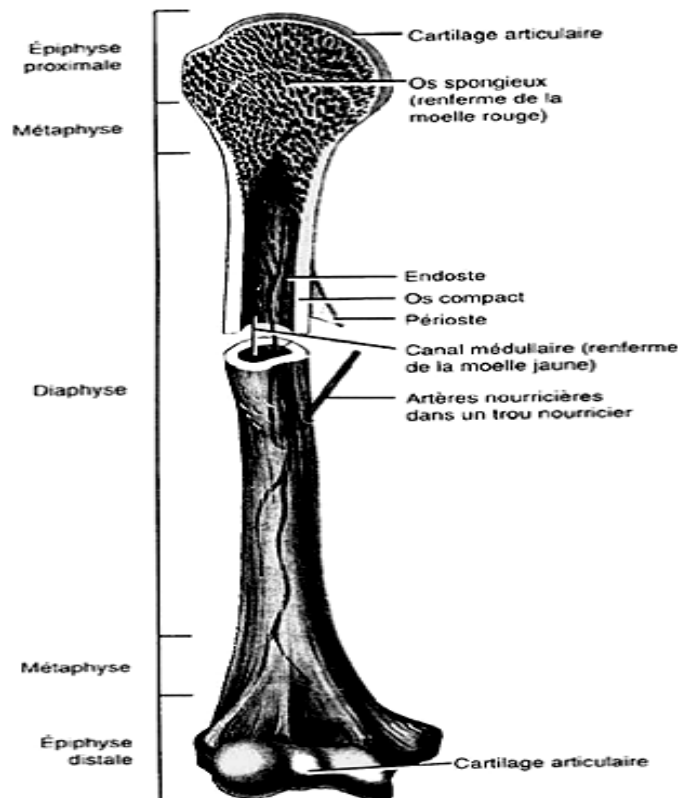


Figure I.4. Schéma d'un os long (humérus) partiellement sectionné

Le cartilage articulaire: mince couche de cartilage qui recouvre l'épiphyse où l'os forme une articulation avec un autre os. Le cartilage réduit la friction et absorbe les chocs.

Le périoste: épaisse membrane qui enveloppe la surface de l'os non recouverte de cartilage.

Le canal médullaire: espace à l'intérieur de la diaphyse qui renferme la moelle jaune adipeuse chez l'adulte.

L'endoste: membrane qui tapisse le canal médullaire et qui contient des cellules ostéogènes [2].

En coupe, l'os présente de la superficie vers la profondeur trois zones distinctes [3] :

Le périoste,

L'os cortical (ou compact), très dense, qui constitue l'enveloppe externe des os et la majeure partie de la diaphyse des os longs, joue le rôle de protection et de soutien,

L'os trabéculaire (ou spongieux), qui compose la majeure partie de l'intérieur des os, est constitué d'une phase solide et d'une phase fluide (liquide interstitiel).

I.3. Caractéristiques mécanique du tissu osseux

L'os est un matériau composite comportant deux phases, la matrice qui est essentiellement collagène et l'os minéral. Il tire sa résistance en traction de son composant collagène et sa résistance en compression de son composant minéral. L'arrangement des cristaux d'apatite en petites unités protège l'os de la propagation des cracks.

I.3.1. Résistance en traction

– pour des contraintes très faibles en dessous de la limite élastique, l'os a un comportement élastique linéaire classique (courbe A) (Figure I.5);

– quand la limite élastique vient d'être dépassée, les courbes de charge et de décharge coïncident seulement aux niveaux de contrainte maximum et minimum. La courbe (B) a un aspect de boucle fermée en hystérésis. Cet aspect avait déjà été signalé par l'un des auteurs en 1976 ; [4]

– pour des contraintes élevées, les courbes de charge et de décharge ne coïncident pas sous forme d'une absence de contrainte lors de la décharge. Elles laissent persister une déformation résiduelle et un aspect de boucle ouverte en hystérésis (courbe C). La déformation non élastique a disparu lentement après la décharge, à condition d'attendre assez longtemps (jusqu'à 40 minutes). La contrainte de rupture de l'os cortical se situe donc classiquement aux environs de 100 MPa.

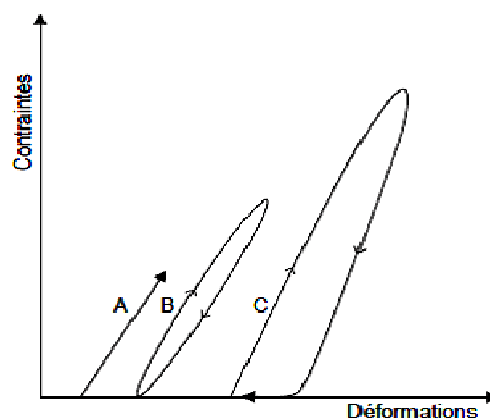


Figure I.2. Les trois types de cycles de chargement-déchargement de l'os

A : phase élastique ; B : boucle en hystérésis fermée ;

C : boucle en hystérésis initialement ouverte et qui se ferme avec le temps à contrainte 0

La résistance en traction (P) d'un os entier est donnée par la formule simple : $P = SK$ (S étant la surface de section de l'os et K la contrainte de rupture de l'os en traction).

Il est ainsi simple de calculer la charge à la rupture des os du squelette, qui est de 1 500 kg pour l'humérus et de 2 300 kg pour le fémur. Mais comme le soulignent Comtet et al, [5] il serait faux de croire que cela représente la véritable résistance en traction de ces os. En effet, la ligne idéale passant par le centre de gravité des sections n'est pas rectiligne et l'os a à supporter non seulement des contraintes de traction mais également des contraintes de flexion. On obtient donc la rupture pour une charge bien inférieure à la valeur calculée ci-dessus.

I.3.2. Résistance en compression

La formule applicable est la même que pour la résistance en traction soit $P = SK$, mais cette fois K est la charge de rupture en compression, différente de celle en traction. La contrainte de résistance en compression de l'os cortical varie suivant les auteurs de 125,6 à 250 MPa. Nous retiendrons une moyenne de 150 MPa. La charge de rupture en compression de l'humérus est ainsi de 2 200 kg, celle du fémur de 3 450 kg avec les mêmes réserves que celles que nous avons énoncées pour la charge à la rupture en traction. L'os résiste donc mieux à la compression qu'à la traction. L'os spongieux a une résistance en compression beaucoup plus faible. Elle est de 10 MPa aux condyles fémoraux et de 20 à 30 MPa dans certaines zones de l'extrémité supérieure du fémur. Dans l'ensemble, l'os spongieux est dix fois moins résistant en compression que l'os cortical [6]. C'est donc en son sein que se produisent les fractures en compression. Cette résistance diminue encore avec l'âge. Le rôle principal de l'os spongieux semble être l'amortissement des contraintes. En compression la courbe reste linéaire, c'est-à-dire que l'os se rompt brutalement sans déformation plastique (Figure I.6).

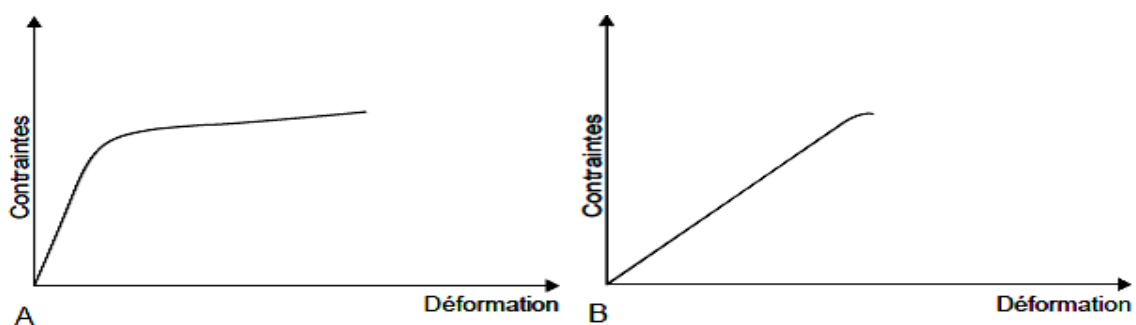


Figure I.6. Courbes contraintes-déformation du fémur ; A. : Traction. B. : Compression.

(Noter l'absence de phase plastique en compression)

I.3.3. Résistance au cisaillement

La résistance au cisaillement varie suivant les auteurs de 70 à 110 MPa pour l'os cortical et de 1 à 5 MPa pour l'os spongieux. En gros, l'os cortical est 20 fois plus résistant au cisaillement que l'os spongieux.

I.3.4. Résistance en flexion

La résistance en flexion de l'os cortical varie de 100 à 200 MPa. Elle augmente avec le moment d'inertie de l'os. Celui-ci augmente avec la distance qui sépare la masse osseuse de l'axe neutre. Cela explique l'élargissement du canal médullaire du sujet âgé qui donne une résistance équivalente avec moins de masse osseuse.

I.3.5. Résistance en torsion

Pour Rauber, [7] la résistance à la torsion de l'os varie entre 4 et 93 MPa, avec une moyenne de 70 MPa sur éprouvettes. Comtet [5] ne trouve que 50 à 60 MPa sur l'os entier. Il attribue cette différence aux micros défauts de surface qui existent sur l'os. En torsion, la rupture se produit suivant une hélice, Cela explique que les fractures spiroïdes surviennent sur les os longs.

I.3.6. Anisotropie

Matériau composite élastique, l'os a de nombreuses autres caractéristiques. En 1958, Evans [8] a montré qu'il est anisotrope, c'est-à-dire qu'il n'a pas les mêmes propriétés dans tous les plans. Les résistances en traction que nous avons indiquées sont celles qui s'appliquent suivant l'axe longitudinal de l'os. Transversalement ou obliquement, cette résistance est plus faible (Figure I.7). En 1975, Reilly et Burstein [9] ont présenté la première étude systématique de l'anisotropie de l'os. Ils ont montré que le module d'élasticité longitudinal était en moyenne 50 % plus élevé que le module transversal. Konirsch [10] a montré, que le module d'élasticité varie suivant la face de l'os et suivant qu'on l'étudie en traction longitudinale, en compression ou en flexion. Il diminue de l'endoste au périoste:

– à proximité de l'endoste : 26 000 MPa;

– sous le périoste : 14 000 MPa.

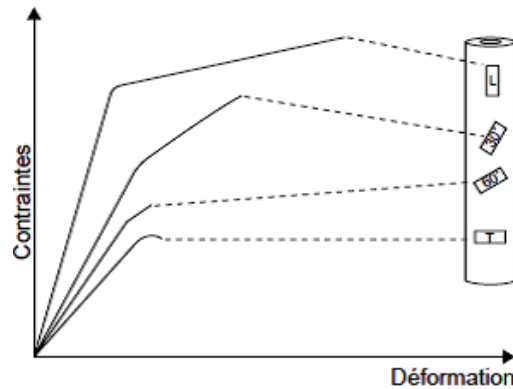


Figure I.3. Anisotropie de l'os. Tests en traction dans quatre directions sur de l'os cortical fémoral : traction longitudinale (L), à 30° de l'axe de l'os, à 60°, et traction transversale (T)

I.3.7. Viscoélasticité

L'os vivant est viscoélastique. Ses propriétés mécaniques varient avec la vitesse d'application de la charge. Il perd en partie cette propriété à l'état sec. Grâce à cette caractéristique, il résiste mieux aux efforts rapides qu'aux efforts lents. La viscoélasticité de l'os lui permet de mieux s'adapter aux contraintes : [11]

- si on applique une charge sur un os, il se déforme instantanément ; si la charge est maintenue, l'os continue à se déformer pendant 55 jours ;

- après 55 jours, la déformation atteint 153 % de celle qui avait été obtenue après les 2 premières minutes.

Le serrage d'une vis illustre bien cette viscoélasticité. Après l'avoir serrée à fond, il est toujours possible de donner un quart ou un demi-tour après quelques minutes.

I.4. Biomécanique de la prothèse

La biomécanique est une discipline de la bio-ingénierie, ayant pour but l'application des principes de l'ingénierie et des procédures de conception à la médecine.

La biomécanique considère le squelette et les muscles du corps humain comme une structure mécanique capable de subir certains déplacements. Elle comporte l'analyse de la démarche humaine et l'étude des contraintes subies par les tissus et les os au cours des accidents.

L'ingénierie biomécanique s'intéresse également à la circulation sanguine, aux mécanismes de la respiration, et aux échanges d'énergie dans l'organisme.

Le domaine d'application s'étend du développement des ceintures de sécurité des automobiles à la conception et à la fabrication des machines cœur-poumon. Un des premiers développements a été le poumon d'acier (un dispositif permettant la respiration artificielle).

L'ingénierie biomécanique a permis aussi de jeter les bases des études sur les implants et les membres artificiels. Les prothèses de bras, par exemple, actionnées par un petit moteur électrique et commandées par les signaux bioélectriques musculaires ont donné aux enfants nés sans bras une apparence proche de la normale et une mobilité suffisante pour assurer leur insertion sociale et professionnelle.

I.4.1. Présentation de la prothèse totale de hanche (cimenté)

Une PTH est un mécanisme implanté à l'intérieur du corps humain pour remplacer l'articulation défectueuse de la hanche. Elle se compose d'une tige métallique (l'implant) scellé à l'intérieur de l'os grâce au ciment orthopédique et du cotyle prothétique (demi sphère creuse) qui se fixe sur le cotyle osseux. Figure. I.8

La tête sphérique qui s'articule avec la cupule est placée sur le col de la tige fémorale. Les composants articulaires sont constitués d'une tête sphérique en céramique ou en métal s'articulant avec une cupule en polyéthylène. Cette cupule peut aussi être fabriquée entièrement en céramique ou en métal.

I.4.2. Mise en œuvre

Le design et les matériaux utilisés ont fortement évolué depuis les années 1950, et c'est notamment grâce aux nombreuses études biomécaniques de la dynamique des articulations en particulier lors de la déambulation. Les études cadavériques ont, quant à elles, amené des informations utiles au design des PTH mais elles ne suffisaient pas à expliquer les problèmes rencontrés. De nos jours, une PTH classique se compose de quatre éléments (Figure I.9)

L'anneau cotyloïdien, en alliage métallique, est fixé dans l'os iliaque du bassin grâce à des vis. Cette fixation peut être assurée par un ajout de ciment chirurgical entre l'os et l'anneau. Il permet l'insertion de la cupule cotyloïdienne qui remplacera l'articulation coxo-fémorale déficiente. Il

peut être lisse lorsqu'il est cimenté ou encore rugueux et même strié lorsqu'il est inséré directement au contact de l'os.

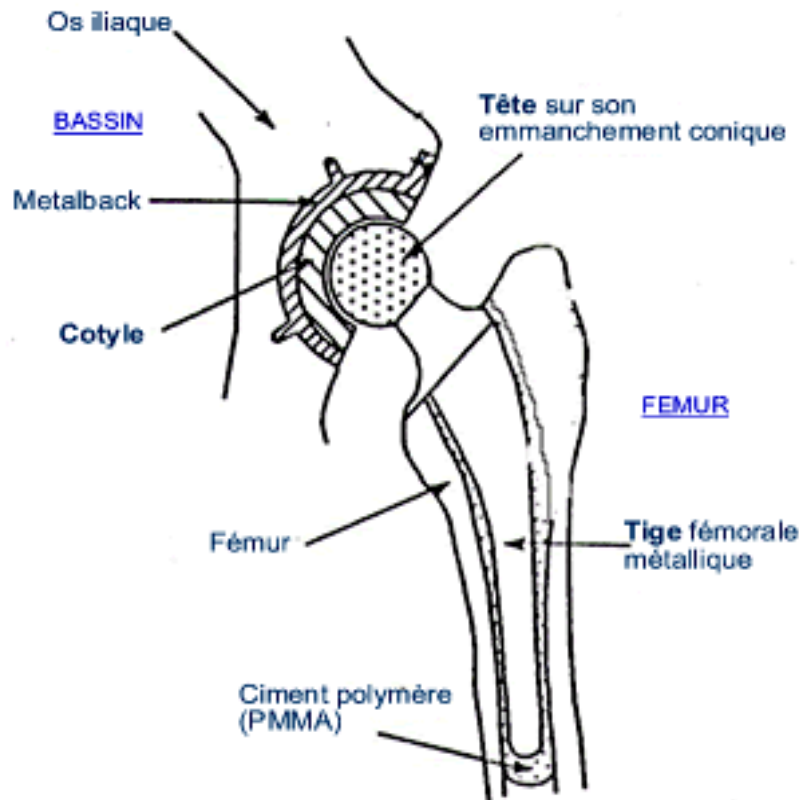


Figure I.8. Présentation schématique d'une PTH

La cupule cotyloïdienne peut être seule insérée dans l'os iliaque si elle est en métal ou en céramique. A l'heure actuelle, elle est principalement réalisée en polyéthylène à très haut poids moléculaire, UHMWPE : Ultra High Molecular Weight Poly Ethylene. Cette pièce est d'une importance capitale car elle est impliquée dans le couple de frottement le plus sollicité.

La tête fémorale prothétique est fixée grâce à un assemblage conique à la tige fémorale. Elle remplace la tête fémorale naturelle et joue le rôle de rotule. Elle est fabriquée en céramique ou en métal. Le principe de modularité permet d'associer une tête sphérique en céramique et une tige fémorale métallique. Etant donné que le frottement le plus important se produit entre la tête fémorale et la cupule, ce principe permet de remplacer uniquement la partie supérieure de la prothèse en cas de dégradation de cette partie. L'explantation de la tige fémorale de l'os est alors évitée. Cette action est, en effet, une opération traumatisante pour le patient.

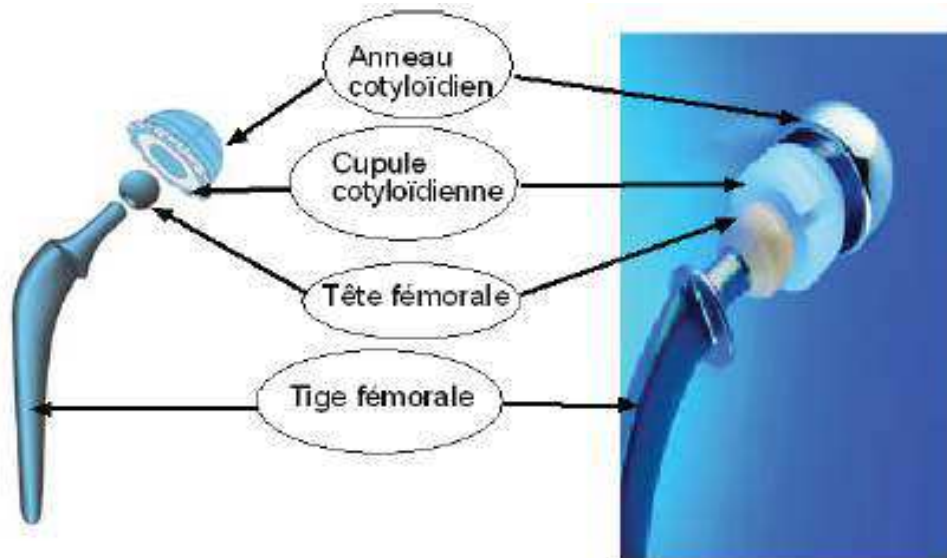


Figure I.9. Eléments constituant une prothèse totale de hanche

La tige fémorale est insérée dans le canal médullaire du fémur. Elle est fabriquée en métal, acier inoxydable, alliage de titane ou de cobalt-chrome. Soit elle est insérée directement dans le fémur, soit elle est insérée avec un ciment chirurgical, à base de PMMA, Figure I.10, [12]. D'après [12], la porosité du ciment permet une bonne ostéo intégration.

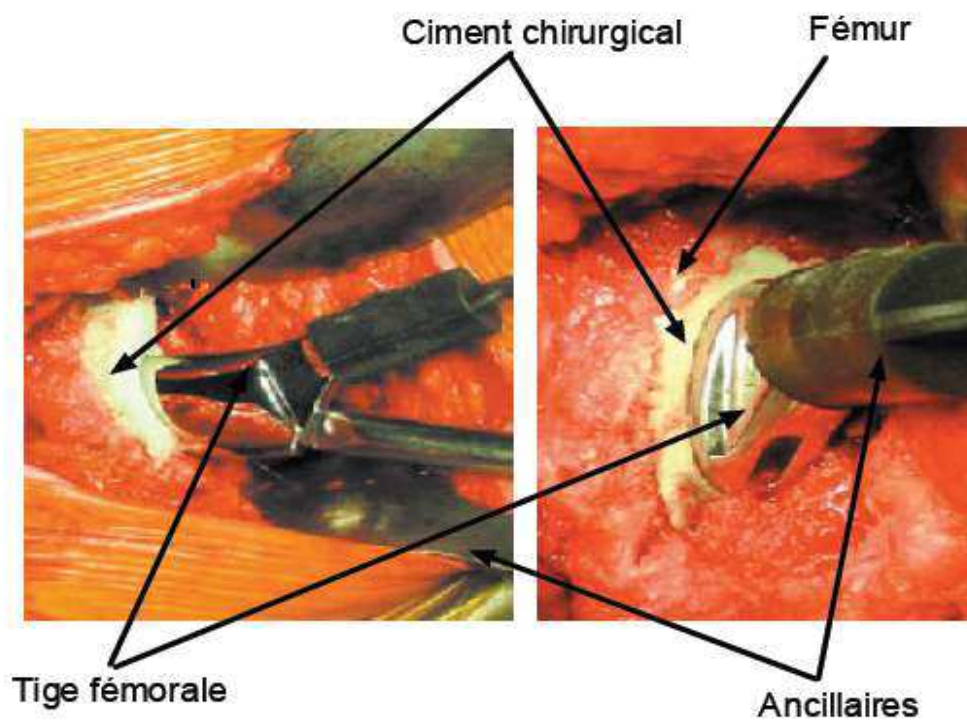


Figure I.10. Implantation d'une prothèse totale de hanche cimentée.
(Photos prises lors d'une opération chirurgicale)

D'une manière générale, une PTH est composée de deux parties principales : Une tige fémorale coiffée d'une boule qui s'articule dans la cupule acétabulaire qui est hémisphérique

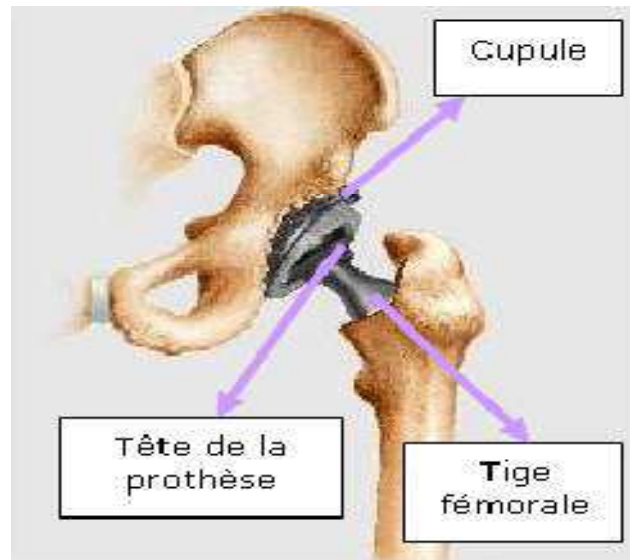


Figure I.11. Prothèse Totale de Hanche

Il existe de nombreux modèles de PTH, ceux-ci diffèrent selon leur mode de fixation, la nature des surfaces de frottement, la taille de la tête fémorale prothétique. Ainsi qu'à leurs mode de fixation (cimenté ou non cimenté). Le ciment servant à fixer la tige de la prothèse dans le fémur

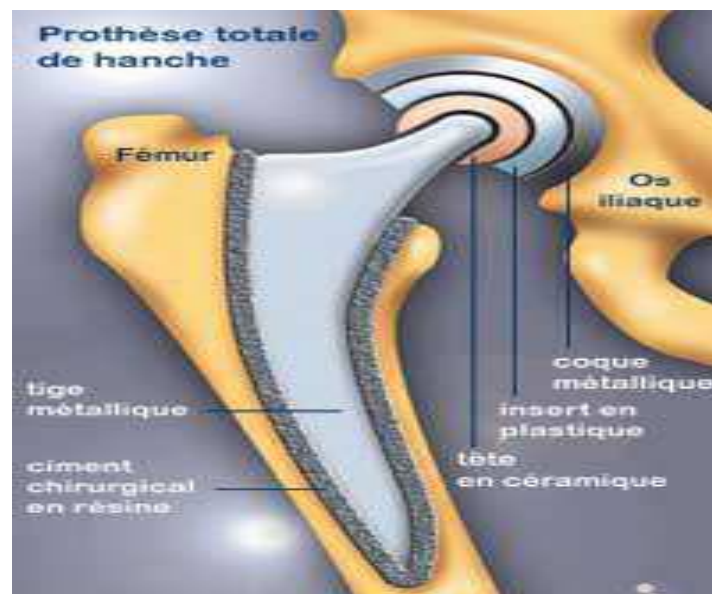


Figure I.12. Prothèse totale de hanche cimentée

Le type de prothèse le plus fréquent est la prothèse cimentée dans sa cavité.

Plus récemment, quelques chirurgiens ont commencé à utiliser des implants non cimentés pour positionner la cupule (le ciment dont il est question ici n'a évidemment rien à voir avec celui employé pour construire les maisons, il s'agit d'une colle particulièrement efficace qui permet de maintenir les éléments constituant la prothèse). [13]

Lorsque la douleur, la boiterie, constituent un handicap qui devient rebelle et invalidant, la mise en place d'une prothèse de hanche permet de corriger pratiquement tous ces symptômes et, le plus souvent, de donner un résultat spectaculaire.

I.4.3. Historique de la prothèse totale de hanche

a- À l'origine

Au début du XXe siècle, les chirurgiens orthopédistes sont confrontés à deux types d'atteinte de la hanche: l'arthrose et la fracture du col du fémur. Les conséquences de l'arthrose sont connues. Avec l'usure, du cartilage disparaît, ce précieux revêtement qui permet le glissement harmonieux de la tête du fémur à l'intérieur de la cavité cotyloïdienne. Pour remplacer le cartilage perdu, de nombreux matériaux sont interposés entre la tête du fémur et le cotyle : plâtre, bois, caoutchouc, plomb, zinc, cuivre, or, argent ou fragment de vessie de porc

Si Thomas Gluck en 1890 a confectionné la première prothèse totale de hanche faite d'une tête fémorale et d'une cupule en ivoire articulées entre elles et fixées à l'os par un ciment de sa composition, fait de colophane, de poudre de pierre ponce et de plâtre, il faut attendre pas moins de 60 ans après de multiples tentatives pour vivre la révolution dans laquelle nous sommes aujourd'hui. C'est le professeur John Charnley [14] qui est à l'origine de cette dernière dans le domaine de la prothèse de la hanche.

Son concept s'appuie sur plusieurs principes complémentaires et totalement innovants

- nouveaux matériaux,
- fixation au ciment,
- nouvelle taille de tête prothétique,
- cotyle en polyéthylène.

La prothèse de Charnley sera donc cimentée avec une petite tête métallique de 22 mm roulant dans une cotyle en polyéthylène.

Un nouveau problème se présenta chez les patients opérés : les petites têtes fémorales se luxaient plus fréquemment. Charnley essaya de changer sa voie d'abord chirurgicale et proposa une solution : la trochantérotomie. Cette voie d'abord a aussi été décrite par Harris [15] Elle nécessitait une incision latérale, ainsi qu'une section du grand trochanter pour dégager l'articulation tout en préservant l'intégralité du muscle le plus important dans l'équilibre sagittal, le moyen fessier. Le grand trochanter devra être cerclé avec des fils métalliques en fin d'intervention ce qui devait retendre les muscles fessiers, éléments stabilisateurs de la hanche.

Cette technique permettait de réduire grandement les risques de luxation avec une reprise de l'appui du côté opéré cinq semaines après l'opération.

Charnley proposa donc au monde orthopédique un triple solution au problème posé

- la première était une baisse de friction et donc un faible taux d'usure par roulement d'une tête métallique de petit diamètre dans une cotyle épaisse en plastique polyéthylène,
- la seconde solution est une fixation des composants par un ciment acrylique,
- la dernière est la voie d'abord : la section du grand trochanter pour retendre les muscles fessiers et diminuer les risques de luxation due au petit diamètre de la tête fémorale prothétique

Ce trépied établissait un juste équilibre entre les trois risques : usure, descellement et luxation.

En France, Merle d'Aubigné participa à la diffusion de ce type de prothèse à l'Hôpital Cochin où elles sont toujours posées aujourd'hui par la même voie d'abord : la trochantérotomie. Ainsi, Charnley, Harris et bien d'autres vont faire évoluer les modèles prothétiques et les techniques opératoires.[16-19]

Cependant certains éléments vont progressivement modifier l'utilisation systématique du ciment. Les patients ont changé. Il devient de moins en moins admissible de souffrir d'une maladie de la hanche et les opérés sont de plus en plus jeunes. Le travail demandé à l'articulation artificielle est de plus en plus proche d'une articulation normale avec reprise d'activité en force, voire sportive. Durant cette période la technique proposée par Charnley est telle que les initiatives pour s'en éloigner sont peu nombreuses.

Deux axes de recherches s'offrent à ces chirurgiens : l'exploration de nouveaux types de fixation plus performants que le ciment et celui d'un nouveau couple de friction : le couple céramique-céramique. Durant cette décennie ce couple prometteur est imaginé et adapté par un seul chirurgien, véritable précurseur, le français Boutin de Pau.

Entre 1970 et 1980 différentes propositions de fixation de la tige fémorale sans ciment voient le jour : par Judet (1971) et Lord (1974) en France; Engh aux États-Unis (1977); Zweimüller en Autriche (1979) A Paris, le Professeur Lord propose, en 1974, sa prothèse madréporique qui ressemble au corail vivant : le madrépore. Sa surface est composée de billes de 1 mm. Malheureusement cette tige présente plusieurs inconvénients : difficultés d'extraction majeures et mauvaise adaptation à long terme os-prothèse. Nous en rencontrerons au cours de ce travail.

En 1979 Zweimüller présente à Vienne une prothèse fémorale dont la particularité est sa forme pyramidale à section rectangulaire. Le principe de fixation est l'auto blocage cortical.

La tige en titane présente une rugosité de 3 à 5 microns ce qui améliore la fixation primaire sur l'os. Après 25 ans de recul cette tige sans ciment donne d'excellents résultats à très long terme et est toujours abondamment posée.

Les techniques de fixation sans ciment se développent. La tige fémorale a une surface traitée qui permet son intégration à l'os. La solution choisie pour la cotyle est celle d'une coquille métallique impactée dans l'os spongieux : le « métal back ». Comme pour le fémur, sa surface extérieure est traitée par des minis reliefs qui permettent son intégration à l'os du bassin. Les surfaces de la tige et de la cotyle prothétique sont volontiers recouvertes d'un composant primaire de l'os : l'Hydroxyapatite. Ce fin revêtement accélère l'intégration des pièces métalliques.

De nouveaux couples de friction apparaissent. Le couple céramique-céramique prend son essor. La tête fémorale est fixée sur un cône morse, la cotyle est enchâssé dans une coque « métal back ». Un autre couple réapparaît depuis quelques années : le métal-métal. En effet grâce aux progrès d'usinage l'usure de ce couple est maintenant très faible. Avec la bonne résolution des problèmes liés à l'implant, certains chirurgiens s'intéressent à l'évolution de la voie d'abord. Les voies mini invasives par mini incision sont été décrites par voie postérieure ou par voie antérieure. Elles ont un avantage esthétique et surtout fonctionnel car elles épargnent les muscles de la hanche.

Une nouvelle dimension est donnée au respect de l'architecture de la hanche naturelle (notion d'offset). Le choix de la prothèse se fait sur des calques (planification préopératoire) à la fois en longueur mais aussi en largeur. Ces implants s'adaptent à l'anatomie du patient afin de conserver les tensions musculaires inchangées.

Aujourd'hui la prothèse totale de hanche (PTH) est une intervention chirurgicale dont l'efficacité et la régularité des résultats sont remarquables en assurant le soulagement des douleurs, l'amélioration de la fonction, l'amélioration de la qualité de vie. La longévité de la prothèse dépend de plusieurs facteurs dont les principaux sont le type d'implant, la méthode de fixation, la technique de pose (et donc le chirurgien et son équipe). L'excellence des résultats de la prothèse de hanche pousse à étendre les indications de cette opération à des sujets aux exigences fonctionnelles lourdes et aux problèmes d'anatomie compliqués.

b- Aujourd'hui

En ce début de 21^{ème} siècle, à plus de 60 ans de la naissance de l'ère moderne prothétique orthopédique, l'offre, le choix et les techniques qui se proposent aux chirurgiens orthopédiques sont très variées. De la voie d'abord au mode de scellement, en passant par le couple de frottement utilisé, l'arsenal thérapeutique est devenu vaste. Aussi chaque année nous observons davantage de pose de prothèse totale de hanche et nous serons obligés d'en assurer le suivi. Connaître les voies d'abord les plus utilisées Moore [20], Hardinge [21], Hueter [22] ou trans-trochantérienne [15] pour les plus fréquentes, les différents modes de scellement cimenté ou non cimenté et les couples de frottements existant (métal-métal, métal polyéthylène, céramique-céramique...) est un travail que se doit d'assumer le chirurgien d'aujourd'hui pour pouvoir le jour venu être en mesure de proposer une chirurgie adaptée à chaque patient. Savoir se poser les bonnes questions, faire la planification ou stratégie opératoire idéale sans en méconnaître les enjeux sont notre devoir. Des études récentes en sont des exemples, comme celle de Zywiell [23] sur le couple de frottement métal-métal, l'étude de Girard [24] sur la stratégie préopératoire adoptée pour la prise en charge d'une profusion intra pelvienne d'une cotyle prothétique.

I.5. Composition d'une PTH

Une PTH se compose de 3 parties : la cupule, la tige fémorale et la tête fémorale intercalée entre la cupule et la tige (Figure I.13).

La cupule : Il s'agit d'une pièce creuse qui est scellée dans le bassin recevant la tête prothétique. Elles peuvent être cimentées ou non cimentées avec différentes techniques des scellements.

La tête fémorale : c'est l'extrémité de la prothèse fémorale qui s'articule avec la cupule pour former l'articulation prothétique. Elle peut être indépendante de la tige ou non. On les différencie par leur diamètre : 22mm, 28mm, 32mm et leurs compositions (couple de frottement).

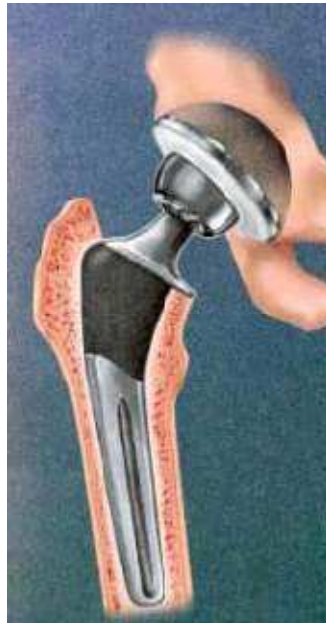


Figure I.13. Prothèse Totale de Hanche

La tige fémorale : partie basse de la P.T.H. c'est elle qui prend en charge les contraintes. Elle est introduite dans le fémur après préparation de celui-ci. Elle peut être scellée dans le fémur à l'aide de ciment acrylique, c'est le cas des tiges dites **droites**, ou bloquée en force dans le canal du fémur, c'est le cas des tiges **anatomiques** qui épousent la morphologie de l'os, et qui peuvent être non cimentées et recouvertes d'Hydroxyapatite ou cimentée.

Il existe différentes familles de P.T.H. de première intention classées selon quatre paramètres : les matériaux de la structure, les formes, les techniques de fixation ainsi que les couples de frottement.

La prothèse peut être modulaire, c'est-à-dire comporter plusieurs segments, chacun de taille variable, qui s'emboîtent les uns sur les autres pour former l'implant définitif. La modularité de la pièce fémorale porte sur la jonction tige-tête.

I.5.1. Les matériaux

Les matériaux utilisés pour l'élaboration d'une prothèse doivent être biocompatibles, résister à la corrosion et aux fractures de fatigue du matériel. Trois familles de matériaux sont utilisées : les métaux, les céramiques et les polymères [25].

Les **métaux** utilisés sont les aciers inoxydables, les alliages chroment cobalt et les alliages de titane. La tige fémorale des prothèses non cimentées est généralement en titane. Cet alliage présente une excellente biocompatibilité. Il présente également une résistance à la corrosion importante ainsi qu'une résistance mécanique élevée. Pour la tige cimentée, l'alliage chrome cobalt est le plus répandu. Il semble être le mieux adapté. L'utilisation de métaux engendre chez le patient un « effet pile ». En effet, les métaux entre eux forment des couples d'oxydoréduction et donc provoquent un effet bipolaire. Afin d'éviter ce problème, on applique un revêtement de surface aux pièces métalliques.

Les **céramiques** sont généralement l'alumine et la zircone.

Enfin, le principal **polymère** utilisé pour des applications orthopédiques est le polyéthylène (PE) haute densité.

I.5.2. Les couples de frottement

Les familles de prothèses sont définies par le couple de frottement entre la bille de la tige fémorale et la cupule dans la cotyle. On distingue actuellement 5 types de couples de frottement [25]:

Métal/PE

Alumine/Alumine

Alumine/PE

Zircone/PE

Métal/Métal

Dans un premier temps, on peut remarquer que plus la tête est grande, plus elle est stable, mais plus la surface de frottement est grande, plus il y a d'usure. L'usure entraîne la libération de particules de polyéthylène. Ces particules sont responsables de réactions inflammatoires locales. L'usure provoque une migration de la tête et donc une inégalité de longueur entre les membres

inférieurs du patient, ce qui favorise le descellement. Chez les porteurs d'une prothèse totale de hanche, l'usure du polyéthylène est un problème sérieux [26]. L'objectif de faire reculer la production des débris et l'ostéolyse qui découle de l'usure du polyéthylène repose essentiellement sur la mise au point d'un PE de qualité supérieure [27].

I.5.3. Type de fixation

Concernant le mode de fixation des PTH à l'os, l'analyse permet de dégager trois groupes :

- Les prothèses cimentées, avec une surface de l'implant lisse ou rugueuse.
- Les prothèses non cimentées avec ou sans Hydroxyapatite et avec une surface de l'implant lisse ou rugueuse
- Les prothèses hybrides qui comportent en général une cupule non cimentée (ou press-fit) et une tige fémorale cimentée.

La majorité des prothèses posées dans le monde sont cimentées, c'est à dire que la fixation de la prothèse fémorale et cotyloïdienne est assurée par du ciment chirurgical à base de résine acrylique. Cette technique a l'avantage d'assurer une stabilité immédiate et parfaite de l'implant, donc de reprendre l'appui et la marche immédiatement et sans douleur. Cependant, à long terme, le ciment perd ses qualités mécaniques, et les descellements peuvent apparaître imposant une reprise chirurgicale. La reprise comporte l'ablation de la prothèse, du ciment et la mise en place d'une nouvelle prothèse. Ce genre de reprise chirurgicale ne pose pas de problème particulier contrairement aux implants non cimentés. En effet, il est facile de soustraire la prothèse en cassant le ciment. Les prothèses cimentées sont actuellement celles pour lesquelles nous avons le plus de recul et les meilleurs résultats [28].

Dans le but d'éliminer l'interface ciment, les prothèses standard anatomiques sont apparues. Ces prothèses sont fixées sans ciment : la fixation de la prothèse est assurée par le remplissage optimum de la cavité osseuse par l'implant tant au niveau de la cotyle que du fémur. La cupule est alors soit enclavée dans l'os, c'est la méthode « press-fit », soit fixée par vissage [25]. Pour obtenir une bonne repousse osseuse à la surface des pièces prothétiques, une adjonction d'hydroxyapatite est réalisée favorisant l'ostéogénèse endostale. Celle-ci assure une véritable fixation biologique de l'implant, assurant une liaison « intime » avec l'os receveur. Le revêtement

Hydroxyapatite sur la totalité de la prothèse permet d'améliorer la fixation distale de la tige en zone saine sans compromettre la fixation proximale secondaire, autorisant des reconstructions osseuses métaphysaires spontanées [29]. Lorsque cette ostéogenèse est imparfaite, la fixation des implants est mauvaise, les implants présentent une micro mobilité qui entraîne des douleurs à l'appui et à la mobilisation, imposant une reprise chirurgicale. Toutefois, fréquemment la prothèse se recale et finit par se fixer. La qualité de cette fixation est telle qu'elle peut rendre l'ablation des pièces prothétiques difficile voire périlleuse lorsqu'une reprise chirurgicale est envisagée en particulier en cas d'instabilité pour malposition.

D'une façon générale, les fixations cimentées requièrent des révisions chirurgicales dans près de 30% des cas pour une durée de 10 ans. Pour les tiges non cimentées, les résultats initiaux sont satisfaisants les 5 premières années. Après 6-8 ans, des révisions au niveau de la cavité cotyloïdienne sont nécessaires dans certains cas, révélant des ostéolyses avec des pertes de polyéthylène [30].

Chapitre II

Ciment Orthopédique

II.1. Introduction

Dès 1890 le chirurgien allemand Themistokles Gluck expérimenta un mélange de colophane, de pierre ponce et de plâtre de Paris pour la fixation de prothèses en ivoire, mais sans grand succès de réussite.

Il y a plus de 70 ans Otto Röhm publia une thèse sur le sujet de la polymérisation des méthacrylates qui constituent le matériau de base pour les ciments osseux (Figure. II.1).

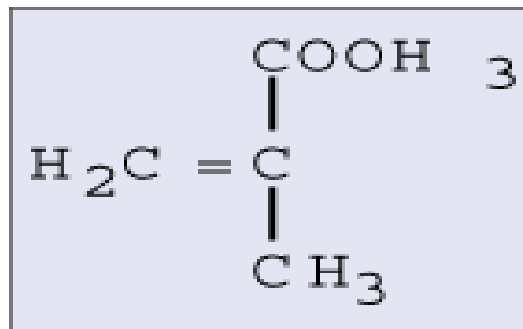


Figure II.1. Molécule de méthyl-méthacrylate (MMA) avec son double-lien polymérisable :
substance de base pour les ciments acryliques

A partir de cette date, les fabricants accélérèrent le développement de nouveaux polymères commercialisables.

En 1936 la société Kulzer breveta une pâte thermodurcissable à partir d'un mélange de poudre de poly-méthyl-méthacrylate (PMMA, également connu sous la marque brevetée Plexiglas), de liquide de méthyl-méthacrylate (MMA) et d'un initiateur thermosensible.

En 1943 les sociétés Degussa et Kulzer développèrent le premier ciment thermo-durcissable à froid. Ce matériau fut utilisé pour combler les défets du squelette et pour fabriquer des plaques

En 1958 Sir John Charnley fut le premier à réaliser la fixation d'une prothèse céphalique sur le fémur avec du ciment auto-durcissable. Sir Charnley nomma ce matériau "ciment osseux à base acrylique", il décrivit ensuite une nouvelle technique opératoire, qui reste encore aujourd'hui une des procédures orthopédiques les plus fréquemment utilisées dans le monde.

En 1969 le Professeur Buchholz fit une première tentative pour ajouter des antibiotiques au ciment. Cette date marque le début des ciments avec antibiotiques. Quelques années plus tard ces

essais amenèrent au développement du RefobacinPalacos R par les sociétés Kulzer et Merck (Figure II.2).

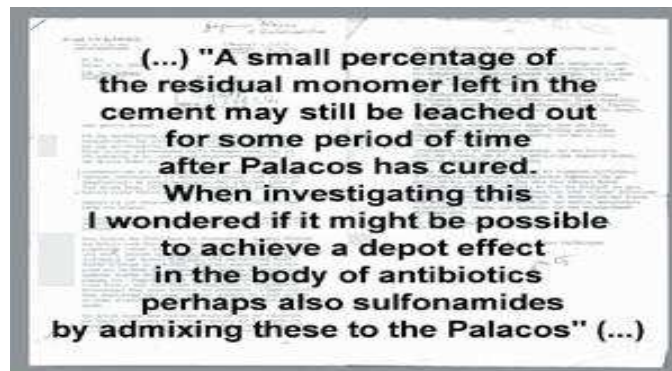


Figure II.2. Extrait du courrier rédigé par le Dr. Buchholz adressée à Kulzer en 1969 :
le début des ciments avec antibiotique

II.2. Propriétés chimiques

II.2.1. Composition du Matériau et Polymérisation des Radicaux

Les ciments osseux en PMMA sont composés par le mélange d'une poudre et d'un liquide. La poudre est composée de billes de polymère de Poly-méthyle-méthacrylate (PMMA) ou de copolymères de Méthyle-méthacrylate (MMA). La poudre contient également un initiateur nécessaire pour débiter la phase de polymérisation : le di-benzoyle peroxyde (BPO), un radio-opacifiant permettant de visualiser le ciment sur les radiographies, et de façon optionnelle un antibiotique ou un colorant. Le radio-opacifiant, les antibiotiques et le colorant ne participent pas au processus de polymérisation (Figure II.3).

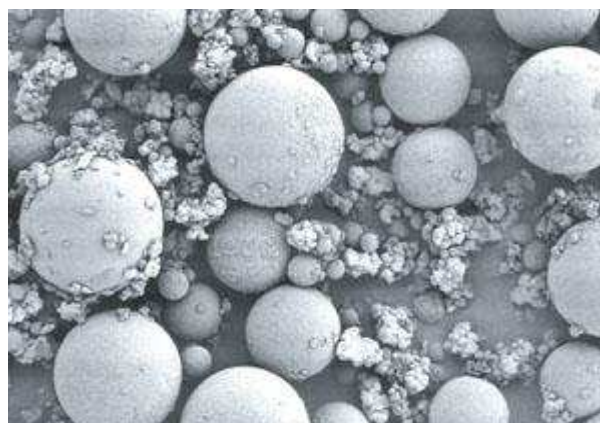


Figure II.3. Composition de la poudre : Polymère (poly-méthyle méthacrylate et/ou copolymères de méthyle méthacrylate). Initiateur (peroxyde de benzoyle). Radio-opacifiant (dioxyde de Zirconium)

L'ingrédient principal du liquide est le monomère (MMA). Le monomère est nécessaire à la phase de polymérisation en raison d'un terrain réactif : appelé un double-lien polymérisable. Certains composants liquides des ciments commercialement disponibles contiennent en plus du butyl-méthacrylate. Un activateur nécessaire à la polymérisation, le di-méthyl-para-toluidine (DmpT), est ajouté au liquide. Le liquide est stabilisé par une petite quantité d'hydroquinone dans le but de garantir un produit stable tout au long de sa période de stockage. Certains composants liquides sont teintés à la chlorophylle pour obtenir une couleur verte (Figure II.4).



Figure II.4. Composition du liquide : Monomère (méthyl méthacrylate, butyl méthacrylate).
Activateur (DmpT : N, N-dimethyl-p-toluïdine)

Au cours du mélange entre la poudre et le liquide, une réaction chimique entre l'initiateur BPO et l'activateur DmpT produit des radicaux. Ces radicaux permettent d'initier la polymérisation du monomère (MMA) et de compléter le double-lien polymérisable.

Le début de cette phase de polymérisation est aussi le début de la phase de durcissement. En raison du nombre important de radicaux générés, il se forme de nombreuses chaînes, rapidement croissantes, de polymères et il se produit une transformation rapide du MMA en PMMA. Quand deux chaînes de polymères se rencontrent, elles se combinent et il en résulte une seule chaîne de polymères.

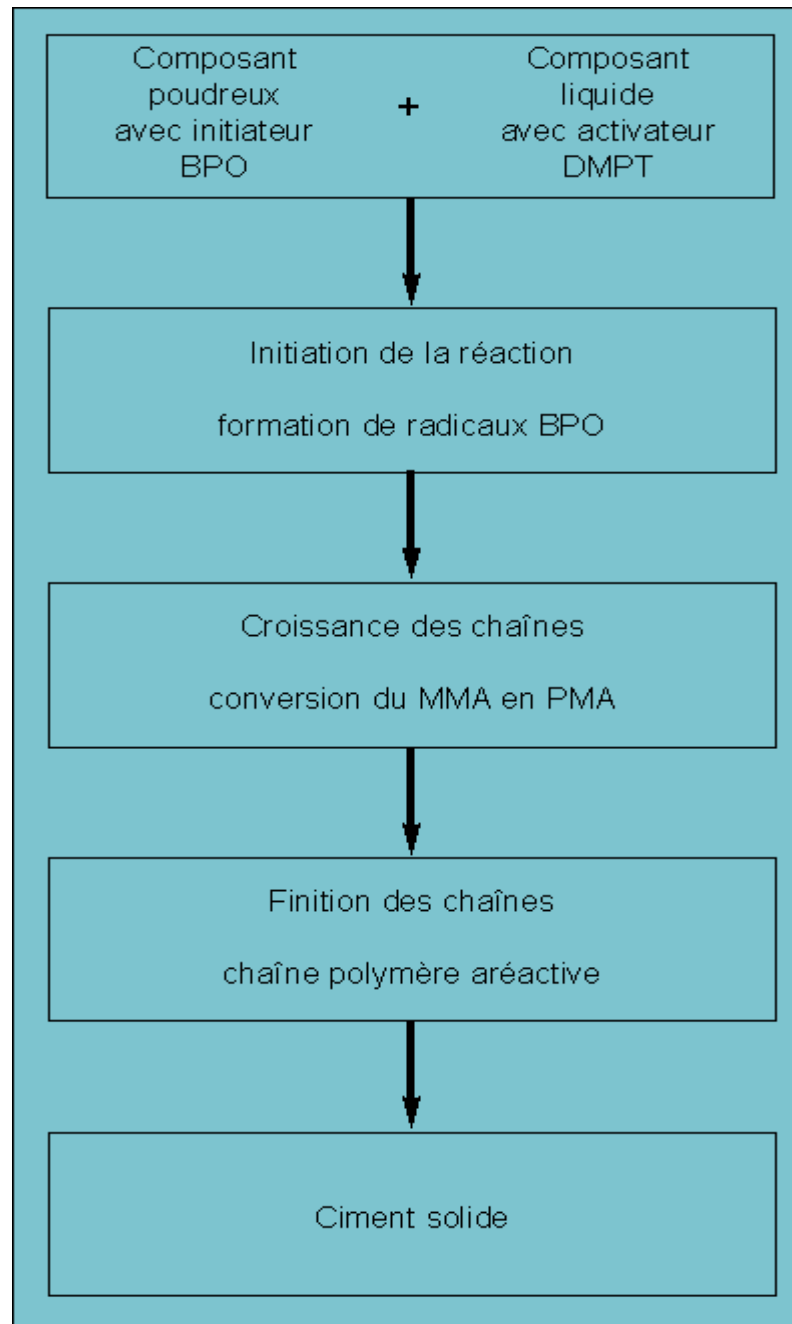


Figure II.5. Processus de réaction chimique

II.2.2. Température de Polymérisation

La polymérisation du MMA est une réaction exothermique. Ce qui signifie qu'il se dégage une chaleur équivalente à 57 kJ par mole de MMA (une mole de MMA correspondant à approximativement 100 g) et qu'il en résulte un accroissement de température dans le ciment pendant sa phase de durcissement. Cette exothermie varie en fonction de la composition chimique du ciment, du ratio poudre/liquide, et du radio-opacifiant.

La température maximum in vitro, selon la norme *ISO 5833* dont dépendent les ciments osseux acryliques, oscille entre 60 et 80°C. Ce pic maximum, bien que de courte durée, a longtemps été considéré comme la cause principale de descellements d'implants en causant une nécrose osseuse. Mais la température réelle in vivo est très inférieure à ces valeurs. Des évaluations cliniques ont permis de mesurer des températures maximum comprises entre 40 et 46°C à l'interface ciment-os (Figure II.8). Les températures supérieures ne sont mesurables que quand l'épaisseur du manteau de ciment excède 3mm. Les mesures in vivo restent inférieures en raison des épaisseurs réduites du ciment, de la vascularisation périphérique, et des échanges thermiques avec l'implant et les tissus vitaux [31, 32, 33, 34]. Afin que la température de réaction exothermique ne dépasse la température de coagulation protéinique, il est conseillé de mettre en application une technique chirurgicale adéquate, et notamment en préservant de l'os spongieux, permettant ainsi l'échange thermique avec les fluides circulatoires et le large surface de contact de l'implant (Figure II.6).

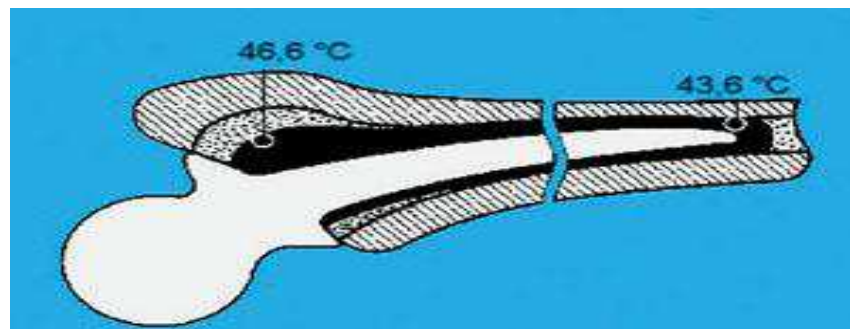


Figure II.6. Température maximum dans le fémur d'après Biehl

II.2.3. Contraction de Volume

La phase de polymérisation supposant la conversion d'un nombre important de molécules de monomère en un nombre plus réduit de molécules de polymère, il apparaît un phénomène de contraction du volume de ciment pendant le durcissement. L'explication de ce phénomène provient de la distance moléculaire qui tend à se réduire entre les molécules de monomère libres avant polymérisation, et la distance moléculaire des molécules reliées aux chaînes de polymères. Le méthyl méthacrylate (MMA) pur présente un rapport de contraction d'à peu près 21%. Ce qui signifie que la polymérisation de 100 ml de MMA se transforme en 79 ml de poly-méthyl méthacrylate (PMMA) solide. En utilisant une poudre pré-polymérisée, le MMA contenu dans les ciments normalement disponibles se réduit d'environ un tiers de sa masse totale. De sorte que

la contraction théorique de volume des ciments osseux varie entre 6 et 7%. Mais en pratique la contraction réelle est inférieure en raison des inclusions d'air dans la pâte en préparation [35, 36, 37]. Ceci est très compréhensible puisque les bulles d'air ne se contracteront pas sous l'effet de la polymérisation. En conséquence le rapport de contraction d'un ciment préparé manuellement sera inférieur au rapport de compression d'un ciment préparé sous vide, puisque ce dernier ne devrait pas contenir de bulles d'air (Figure II.7).

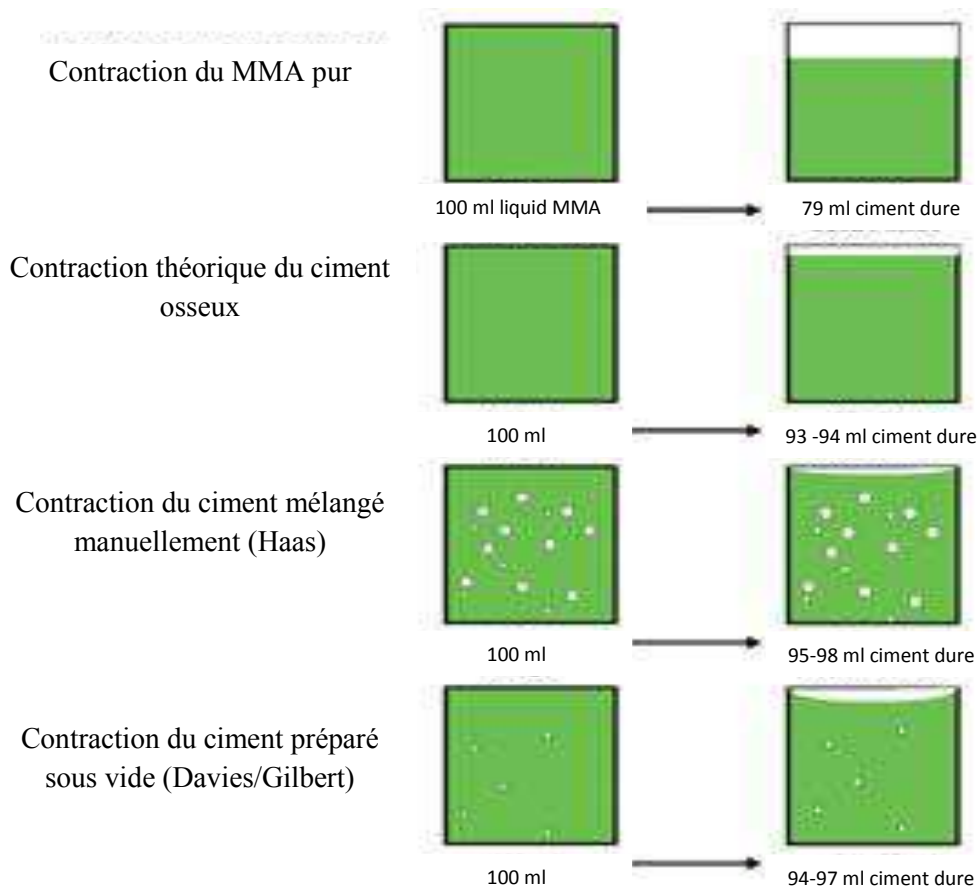


Figure II.7. Contraction du Volume

En raison de la caractéristique légèrement hydrophile du ciment, la contraction sera compensée in vivo par la dilatation due à l'absorption de liquide. Et de plus, la contraction du matériau à l'interface ciment-os favorisera le comblement par de l'os néo-formé.

II.2.4. Monomère Résiduel

Généralement, la polymérisation fondamentale du MMA n'est jamais complète puisque la mobilité des molécules de monomère résiduelles est entravée par le rythme élevé de

transformation des molécules. Il subsiste donc du monomère résiduel. La proportion de monomère résiduel après durcissement varie entre 2 et 6%. Dans un délai de 3 semaines ce taux tombe à 0,5%. La plus grande partie (à peu près 80%) du monomère résiduel se post-polymérise progressivement [38]. Une part plus réduite du monomère résiduel est relarguée puis métabolisée sous forme de dioxyde de carbone et d'eau dans le cycle d'acide citrique (Figure II.8) [39]. Pendant un temps le MMA relargué était considéré comme responsable de complications respiratoires et circulatoires en per-opératoire. Mais l'on sait désormais que ces complications sont plutôt causées par l'accroissement de la pression intra-médullaire et par des embolies graisseuses [40].

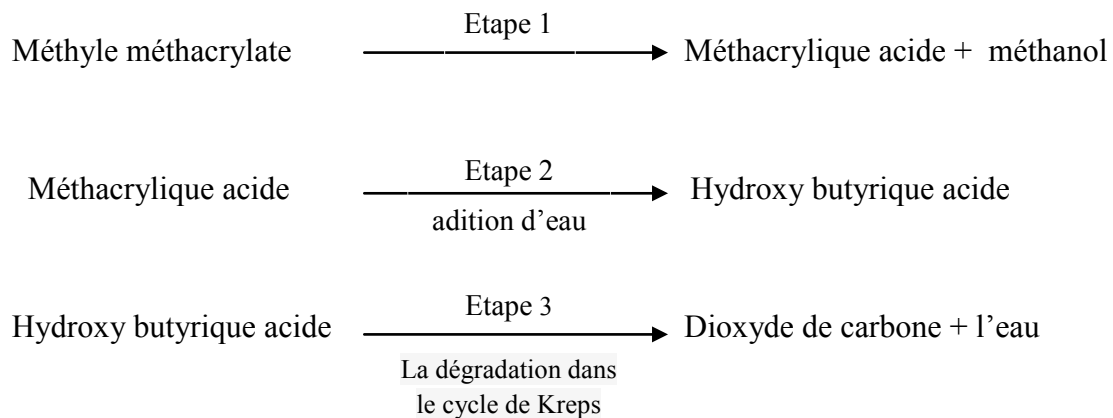


Figure II.8. Métabolisation du MMA

II.2. 5. Antibiotiques

Toute opération endo-chirurgicale comporte un risque d'infection. Le ciment osseux peut être utilisé comme matrice d'antibiothérapie locale. En raison de la possibilité de concentrer de façon importante une antibiothérapie à la périphérie immédiate de l'implant, le ciment présente des avantages par rapport aux thérapies antibiotiques systémiques. Ainsi la probabilité de révision est significativement réduite, avec des taux mesurés de TEP inférieurs à 1%. Il a été démontré à partir du Registre Norvégien d'Arthroplastie qu'une administration antibiotique par voie systémique combinée avec l'utilisation de ciments chargés aux antibiotiques conduit à une probabilité réduite de révision [41].

L'implant est particulièrement sensible à la contamination bactérienne en raison de la réponse immunitaire du patient qui repousse les germes sur sa surface. La bactérie génère rapidement une

muqueuse protectrice et mute dans un mode inactif, devenant ainsi peu sensible aux antibiothérapies systémiques : le traitement local devient alors très important [42].

La pharmacocinétique de relargage antibiotique à partir de la matrice est d'importance clinique. Les taux atteints de concentration locale doivent clairement être au dessus de la concentration inhibitrice minimale pour le germe concerné.

Tous les antibiotiques ne sont pas adaptés à une thérapie locale dans un ciment osseux. L'efficacité du traitement antibiotique doit inclure un niveau initial élevé, avec un relargage progressif et contrôlé sur les jours, voire les semaines suivantes.

Les facteurs bactériologiques et physico-chimiques suivants doivent être pris en considération [43] :

- Spectre antibactérien large, y compris pour germes gram(+) et gram(-)
- Effet bactéricide même dans les basses concentrations
- Taux réduit de germes résistants primaires
- Développement réduit de résistances
- Liaison protéinique réduite
- Potentiel allergénique faible
- Incidence réduite sur les caractéristiques mécaniques du ciment
- Stabilité chimique et thermique
- Solubilité dans l'eau
- Potentiel de relargage à partir de la matrice ciment

A partir de ces contraintes, la Gentamicine est devenu l'antibiotique de référence pour les ciments osseux depuis le début des années soixante-dix [44].

Le relargage répond aux lois de diffusion. Il est à la fois proportionnel au potentiel hydrophile du ciment, et à sa surface. Les différents ciments disponibles commercialement démontrent des taux de relargage différents, principalement en raison des propriétés hydrophiles des composants polymères. Il est important de noter que le relargage antibiotique ne se fait qu'à partir d'une épaisseur superficielle du ciment. La plus grande partie des antibiotiques restera confinée dans le ciment pour toute la durée de vie de l'arthroplastie. Il est également important d'obtenir un

mélange homogène des antibiotiques dans le ciment, ce qui est le cas avec les ciments aux antibiotiques habituellement disponibles.

Les études portant sur la cinétique de relargage démontrent un taux initial relativement élevé, puis une réduction marquée pendant les jours suivants. Cette cinétique est typique à tous les ciments PMMA [45]. Cependant, même après 5 ans un relargage minime reste mesurable, ce qui laisse penser qu'un relargage aussi prolongé dans le temps pourrait favoriser le développement de résistances. A ce jour, après plusieurs décennies d'utilisation, aucune étude n'a pu valider ce postulat en pratique.

Une thérapie antibiotique induit toujours un risque de développer des résistances, ou une sélection de bactéries déjà résistantes. Concernant la gentamicine, et même après plusieurs années d'utilisation, cet antibiotique continue à être efficace, avec une sensibilité des germes qui reste supérieure à 90%. Aujourd'hui nous en savons un peu plus sur les germes multi-résistants. Le problème clinique n'est pas tant les staphylocoques dorés, mais plutôt les formes résistantes des staphylocoques épidermis à coagulase, bien que ce problème reste rare dans les établissements à forte activité prothétique. C'est pourquoi les ciments osseux additives d'une combinaison d'antibiotiques à l'instant du mélange en salle d'opération représentent une alternative intéressante de plus en plus utilisée. D'un point de vue légal le chirurgien n'est plus seulement l'utilisateur du produit, mais devient le fabricant d'un dispositif médical.

II.2.6. Radio-opacifiant

Le radio-opacifiant utilisé dans les ciments acryliques est soit le dioxyde de Zirconium, soit le sulfate de Baryum. Le radio-opacifiant ne participe pas aux chaînes de polymères, il est dispersé uniformément dans la poudre et donc dans le ciment osseux une fois durci. Des expérimentations animales et des études in vivo avec différentes cultures cellulaires ont démontré significativement plus de changements ostéolytiques avec le sulfate de Baryum qu'avec le dioxyde de Zirconium [46]. Malgré la mauvaise solubilité du sulfate de Baryum, il peut se produire une libération d'ions de Baryum toxiques. Inversement les caractéristiques abrasives du Zirconium peuvent être un désavantage. Mais chacun de ces désavantages ne peut survenir qu'en cas de descellement de l'implant ou si des particules de ciment restent libres dans l'espace articulaire.

II.2.7. Température de transition vitreuse

Comme tout polymère amorphe, les ciments osseux présentent une transition vitreuse. Il s'agit d'une phase de transition du polymère entre un état vitreux et un état caoutchouteux pendant la phase de montée en température, en d'autres termes il s'agit d'un processus de ramollissement [47]. Le paramètre critique de température pour ce processus est la température de transition vitreuse. Comme il s'agit uniquement d'un paramètre de température, les polymères peuvent commencer à se ramollir en dessous de cette température. De sorte que la différence entre la température de transition vitreuse et la température d'application celle du corps humain- ne doit pas être trop basse car les polymères mous ont tendance à se craqueler.

La température de transition vitreuse est dépendante de la composition chimique du polymère. La capacité hydrophile influence aussi la transition vitreuse. Les ciments osseux acryliques présentent une température de transition vitreuse avoisinant 90 à 100 °C à l'état sec. Immédiatement après l'introduction du ciment, celui-ci absorbe de l'eau et atteint un état de saturation dans les six à huit semaines. Cette absorption induit un effet ramollissant et réduit la température de transition vitreuse d'à peu près 20 °C [45]. Si l'on considère la différence importante entre la température de transition vitreuse et celle du corps humain, on peut admettre que le risque de migration de l'implant pour cause de craquement du ciment est très faible.

II.2.8. Poids Moléculaire et Stérilisation

Le poids moléculaire est un paramètre critique pour la longueur des chaînes moléculaires du polymère. Ce paramètre dépend de la poudre de polymère et de la polymérisation du méthyle méthacrylate (MMA) en tant que processus réel de durcissement. Bien entendu le poids moléculaire de la matrice polymère dépend du poids moléculaire des particules de polymère utilisées dans la poudre. Mais ce poids moléculaire est affecté de façon importante par le procédé de stérilisation utilisé. La stérilisation par rayons- g réduit de façon significative le poids moléculaire. Alors que la stérilisation sous oxyde d'éthylène n'a aucune influence sur le poids moléculaire du polymère. Le poids moléculaire influence les caractéristiques mécaniques du ciment osseux de sorte que les ciments à bas poids moléculaire présentent quelques désavantages. (Figure II.8) [48,49].

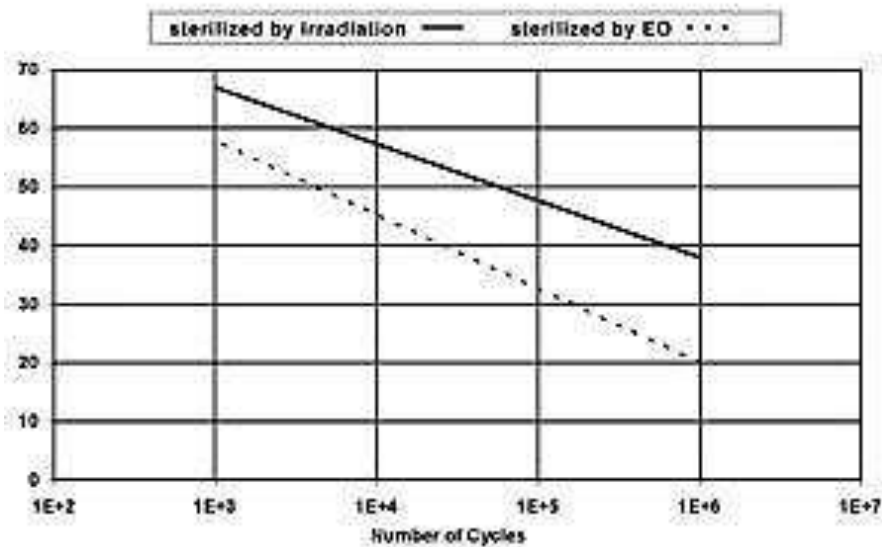


Figure II.8. Résistance en fatigue du PMMA. PMMA stérilisé sous oxyde d'éthylène (EO) : meilleure survie (nombre plus important de cycles avec plus de contraintes) que PMMA stérilisé par irradiation- g

II.2.9. la viscosité

La viscosité est un paramètre physique caractérisant la résistance d'un fluide à la déformation. Un matériau présentant une viscosité basse est considéré comme fluide (p. e. de l'eau), alors qu'une viscosité élevée traduit une consistance plus pâteuse (p. e. le goudron). Sur un point de vue strictement scientifique, tout solide présente une caractéristique de viscosité : le verre par exemple, a un comportement visqueux, mais à un très haut niveau de viscosité.

La viscosité des ciments osseux est déterminée essentiellement par la composition chimique et par le ratio poudre/liquide. Ces aspects ne doivent jamais être changés en per-opératoire dans le but de modifier la viscosité. En cas de variation des paramètres originaux, ce n'est pas seulement la viscosité qui serait modifiée, mais également d'autres caractéristiques comme la résistance mécanique, les caractéristiques de polymérisation, le taux résiduel de monomères, etc. Il existe cependant une manière de modifier la viscosité sans influencer sur les autres paramètres : la réfrigération préalable du ciment. La rapidité de la réaction chimique, et en même temps la viscosité sont dépendantes de la température. Une température réduite implique un ralentissement de la réaction chimique et une réduction de la viscosité du ciment. La réfrigération préalable, surtout pour les ciments à haute viscosité a été rendue nécessaire par l'utilisation de systèmes de mélange pour ciment. Il s'agissait de rendre ces ciments plus faciles à

manipuler avec ces systèmes, et aussi d'en améliorer la qualité en réduisant leur porosité. Il faut cependant garder en mémoire que la réfrigération préalable retarde la phase de manipulation et de durcissement du ciment.

Les ciments osseux sont généralement divisés en deux catégories : les ciments à haute viscosité, et ceux à basse viscosité. Les ciments représentatifs de la première catégorie sont Palacos, Palamed, CMW1, et Simplex P. La seconde catégorie est représentée par Osteopal, Palacos BV, CMW 3, et Sulfix. Il n'existe cependant pas de définition précise de la « haute » ou de la « basse » viscosité, aussi certains ciments sont parfois présentés comme étant de viscosité « moyenne » [50].

Quand les ciments ont été introduits en chirurgie orthopédique par Sir John Charnley, le ciment était appliqué manuellement ("finger packing"). Cette méthode requérait des ciments à haute viscosité. Les ciments à basse viscosité, qui ont été développés plus tard, présentent le principal avantage de pouvoir être injectés avec une seringue. Il faut cependant mentionner que les résultats cliniques démontrent de meilleurs taux de survie pour les implants fixés avec des ciments à haute viscosité par rapport à ceux fixés avec des ciments à basse viscosité (Figure II.9). Ces résultats sont issus des Registres Nationaux Suédois et Norvégien d'Arthroplastie de Hanche [51, 52]. Sur la base de ces résultats probants, les ciments à basse viscosité ne sont plus utilisés en Suède dans la chirurgie de hanche standard. La différence de résultat entre ces ciments n'est pas encore bien comprise. Une des raisons pourrait être le non respect des consignes de manipulation, particulièrement le respect du timing de la phase de travail. Alors que les ciments à basse viscosité réclament d'être utilisés dans un timing précis, les ciments à haute viscosité sont beaucoup plus "tolérants".

La viscosité des ciments comporte quelques conséquences pratiques. En ce qui concerne la phase de mélange, un ciment à basse viscosité semble avoir quelques avantages car le mélange est plus facile et plus pratique. Au premier abord la mise en place du ciment à basse viscosité semble plus facile. Le ciment osseux est souvent considéré comme une colle assurant un lien entre l'os et l'implant. Pourtant le ciment osseux doit plutôt être considéré comme un mastic. Il n'y a aucun lien chimique ou biologique avec l'os. La fixation du ciment à l'os spongieux est basée sur une interpénétration mécanique. Certaines études ont établi qu'une forme de viscosité est nécessaire pour que le ciment puisse résister à la pression vasculaire dans le lit osseux. Sans quoi du sang

pourrait se mélanger au ciment, entraînant des laminassions ou des inclusions de poches sanguines dans le ciment avec un effet forcément péjoratif sur sa stabilité mécanique [53].

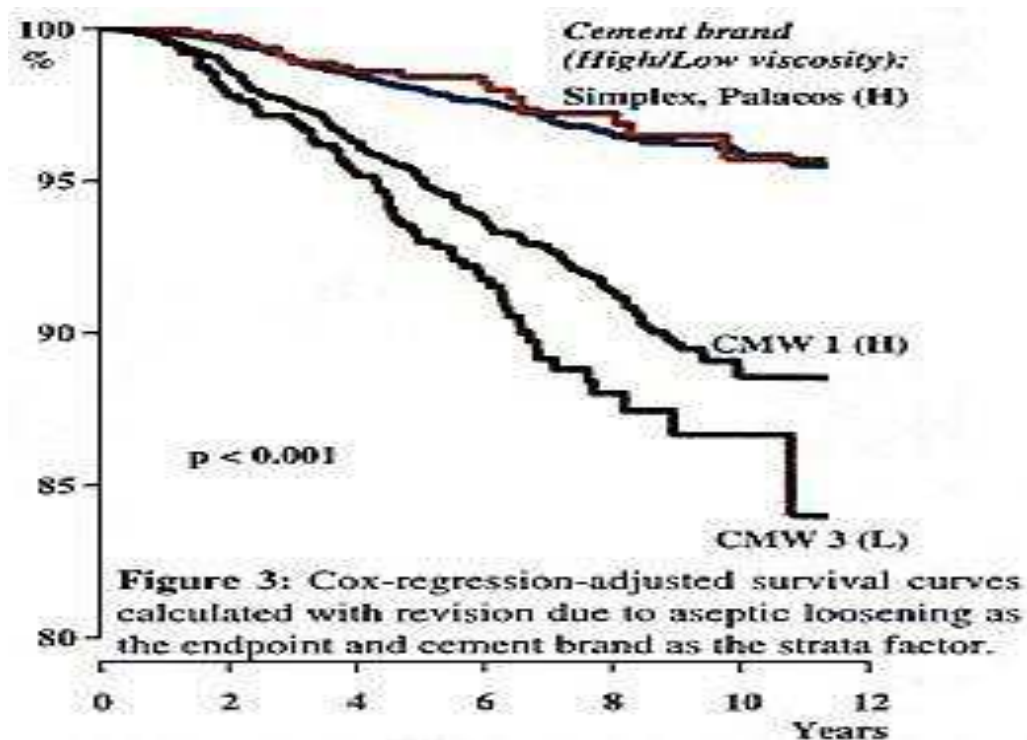


Figure II.9. Courbes de survie obtenues avec des ciments de viscosités différentes [52]

Certaines indications particulières, comme les vertébroplasties, ont besoin de ciments à basse viscosité. Dans ces indications le ciment est introduit au travers d'une aiguille très fine, ce qui ne serait pas possible avec des ciments à haute viscosité.

D'un point de vue scientifique il n'est pas correct de décrire le comportement d'un ciment en fonction de sa viscosité. Les ciments osseux doivent être présentés comme des substances viscoélastiques. Car au delà du comportement visqueux comme un liquide- les ciments osseux présentent des propriétés élastiques comme un matériau solide et élastique, même à l'état pâteux. Durant le processus de polymérisation la portion visqueuse diminue tandis que la portion élastique augmente. Ce processus a quelques conséquences pratiques : le ciment osseux est lent à « couler ». Afin d'obtenir une bonne pénétration du ciment dans l'os spongieux, condition nécessaire à la fixation durable de l'implant, il faut appliquer une pression constante (phase de pressurisation selon les techniques modernes de cimentation). Un impact de courte durée sur le ciment n'est pas suffisant en raison de la « re-déformation » élastique obtenue plutôt que le coulage progressif recherché.

La mesure de la viscosité réelle est plutôt complexe. La norme *ISO 5833* établit un critère de mesure assez imprécis : la pénétration du ciment dans des pores standardisés.

II.2.10. Caractéristiques de Manipulation

Le mélange définitif et l'injection du ciment sont réalisés pendant l'intervention chirurgicale par le chirurgien et son équipe. Pour cette raison les caractéristiques de manipulation revêtent une importance toute pratique [54].

D'une façon générale les caractéristiques de manipulation des ciments sont principalement déterminées par la composition de la poudre et du liquide. Mais il reste possible pour l'équipe de bloc d'agir partiellement sur ces caractéristiques en modifiant dans une certaine mesure la procédure de préparation, comme cela va être démontré ci-dessous.

Les caractéristiques de manipulation sont généralement divisées en 4 temps (Figure II.10):

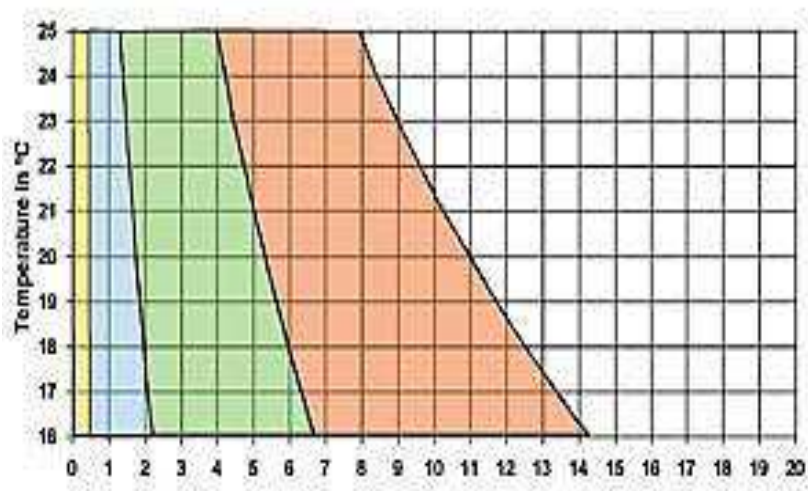


Figure II.10. Courbes de phases pour un ciment haute viscosité de type Palacos

- La phase de mélange
- La phase de repos
- La phase d'injection (phase de travail)
- La phase de durcissement

a. La Phase de Mélange

La phase de mélange doit permettre d'obtenir une pâte homogène à partir des 2 composants : poudre et liquide. Il faut noter que les phases de mélange peuvent être différentes selon le type de ciment choisi. Certaines notices de préparation du ciment indiquent qu'il faut ajouter le liquide à la poudre, alors que d'autres indiquent une procédure inverse. La raison pour cette opposition est à rechercher dans la composition chimique des différents ciments et dans leurs aspects physiques. Les instructions fournies par le fabricant doivent être strictement respectées si l'on souhaite optimiser les qualités du matériau.

Les différences de composition de chaque ciment expliquent aussi les différences de comportement lors de la phase de mélange. Certains ciments sont immédiatement lisses et liquides alors que d'autres se comportent d'abord comme du sable mouillé, puis prennent une texture lisse et liquide après un certain temps. Pour éviter tout problème pendant la manipulation, le chirurgien doit être familiarisé avec le comportement du ciment utilisé.

Au début de l'utilisation des ciments osseux, la procédure standard de mélange était la préparation manuelle dans un bol. Il a été démontré que cette manière de faire résultait en une variation importante de la qualité du ciment obtenu, en fonction de la personne qui exécute la phase de mélange. L'homogénéité du mélange par rapport à sa porosité, en particulier, variait de façon importante. Il n'est donc pas possible de considérer ce type de préparation manuelle comme une procédure de référence. De plus, comme le ciment était préparé à l'air libre, le personnel de bloc était exposé de manière relativement importante aux vapeurs de monomère. Il a été démontré que l'exposition réduite aux vapeurs de monomère ne présentait pas de toxicité réelle pour le personnel de bloc, mais on ne peut néanmoins recommander une exposition prolongée à ces vapeurs qui serait due à une utilisation intensive de ciments osseux. .

Plusieurs études ont été réalisées afin de déterminer une procédure optimale de mélange : mélange mécanique, vibration, centrifugation... Mais c'est finalement la mise au point de système de préparation sous vide qui a permis d'obtenir une qualité constante et reproductible, en même temps qu'une réduction significative de l'exposition au monomère. Mais le point le plus critique reste la porosité du matériau. Un nombre important d'études in vitro ont mis en évidence une corrélation directe entre une porosité réduite et l'accroissement de la stabilité mécanique.

Dans le Registre Suédois d'Arthroplastie de Hanche, le registre qui répertorie le plus grand nombre de cas au monde, il a été démontré que la préparation sous vide du ciment permettait

d'obtenir de meilleurs résultats cliniques à long terme par rapport à une préparation manuelle simple. Ces résultats nous obligent à considérer la préparation sous vide du ciment comme un point important des techniques modernes de cimentation. Pour les mêmes raisons, et en plus de la réduction des vapeurs de monomère, les systèmes de préparation sous vide du ciment définissent désormais la procédure standard type de préparation du ciment dans des pays comme la Suède et la Norvège.

b. La Phase de Repos

Après avoir mis en contact la poudre de polymère et le liquide de monomère, il se produit habituellement une dissolution partielle de la poudre acrylique dans le liquide et un gonflement de ces particules. A cet instant le ciment colle encore au gant du manipulateur, et le ciment ne peut pas encore être manipulé par l'opérateur si la préparation et l'injection sont faites manuellement.

Pour cette raison une méthode de détermination de la phase collante a été fixée par la norme *ISO 5833* : cette phase est considérée comme terminée quand le ciment n'adhère plus à un gant latex non poudré. Cette méthode reste cependant peu précise et sujette à variations.

Dans les techniques de cimentation modernes, le ciment n'est plus mis en place manuellement, mais avec un matériel d'injection ou une seringue. Il n'y a plus de contact direct entre les gants du chirurgien et le ciment, de sorte que l'adhérence au gant n'est plus une mesure significative. Mais un autre aspect doit être pris en considération : celui de la viscosité du ciment. La plupart des ciments disponibles réclament un temps de repos avant d'atteindre le niveau de viscosité requis pour la mise en place. Pour cette raison le temps de repos doit être également respecté avec les systèmes de préparation et d'injection modernes.

c. La Phase d'Injection

La phase d'injection est le temps opératoire pendant lequel le ciment et l'implant peuvent être mis en place sur le patient. Pendant cette phase la viscosité du ciment doit être suffisamment haute pour résister à la pression vasculaire du patient, mais en même temps doit être suffisamment basse pour que le ciment inter-pénètre efficacement les alvéoles spongieuses, condition essentielle à la stabilité du ciment dans l'os.

La méthode initiale de mise en place consistait à pousser le ciment avec le pouce. Le canal médullaire distal n'était pas obturé, et le lit osseux était rarement nettoyé avant la mise en place des composants. L'expérience maintenant longue de l'utilisation des ciments osseux, complétée par les enseignements des Registres Scandinaves, nous ont permis d'objectiver d'autres facteurs essentiels à l'amélioration à long terme de la stabilité des implants de hanche. Ces facteurs sont résumés dans le terme Technique Moderne de Cimentation

- L'Injection Rétrograde du ciment à l'aide d'une canule longue a démontré nettement ses avantages,
- Il est recommandé d'utiliser des obturateurs diaphysaires et des dispositifs de pressurisation,
- Il est recommandé de nettoyer méticuleusement le lit osseux à l'aide de dispositifs de lavage pulsé, afin d'améliorer l'interpénétration du ciment dans l'os, et de réduire les risques d'embolie graisseuse.

d. La Phase de Durcissement

Pendant la phase de durcissement se produit la polymérisation finale de ce qui était du monomère. Le ciment se durcit. A la fin de la phase de travail la viscosité du ciment devient trop élevée pour permettre l'introduction de l'implant. Mais il faut rappeler que même à cet instant le ciment continue à avoir un certain comportement visqueux. Ce qui veut dire que le ciment peut encore se déformer sous la charge et modifier sa congruence à l'implant. Il est donc recommandé d'attendre la fin du processus jusqu'au durcissement final du ciment. L'état de durcissement doit être vérifié sur le patient ; le durcissement de l'échantillon habituellement conservé ne doit être qu'indicatif, et en aucun cas une preuve du durcissement final du ciment dans le patient.

e. La "température-dépendance"

Comme il l'a été décrit précédemment, la réaction de polymérisation du monomère liquide dans une phase solide de polymère dépend fortement de la température. Ce qui veut dire que la réaction est fortement accélérée quand la température s'élève, alors qu'à l'inverse les températures basses vont ralentir la réaction. Cette « température-dépendance » influence fortement sur la manipulation du ciment. Une variation de quelques degrés peut induire des écarts dans la manipulation de plusieurs minutes. Le personnel de salle doit tenir compte de la

situation opératoire afin de prévenir les problèmes que pourraient occasionner une mise en place trop précoce ou au contraire trop tardive du ciment et de l'implant.

Bien que la plupart des recommandations soient écrites par le fabricant sur la notice d'utilisation, il faut rappeler que des écarts peuvent être induits par la situation opératoire : température du corps, taille de l'implant, épaisseur du manteau de ciment, instant d'injection du ciment... Le chirurgien doit garder en mémoire cette possibilité de variation induite de la manipulation (figure II.11)

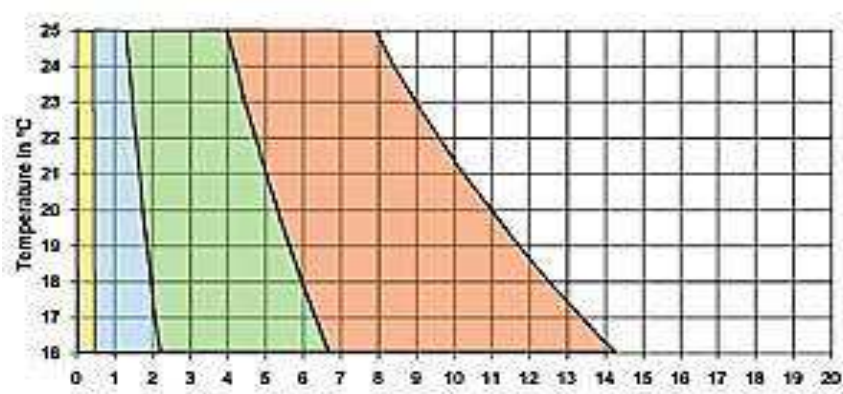


Figure II.11. Courbes de phases pour un ciment haute viscosité de type Palacos

II.3. Propriétés Mécaniques

La fonction primaire des ciments osseux est de réaliser la fixation stable des endoprothèses dans l'os, essentiellement des prothèses de hanche et de genou. Pendant toute la durée de vie de l'implant, le ciment doit répartir la charge depuis l'implant sur l'os et inversement. Des études biomécaniques ont démontré que les contraintes sur une hanche peuvent atteindre 9 fois le poids du corps [55]. Dans la hanche en particulier le mécanisme de contrainte est très complexe : c'est un mélange de charge compressive, de ploiement, de cisaillement, de torsion et de tension. Il est donc extrêmement difficile de reproduire la biomécanique de la hanche en laboratoire. En conséquence, seules quelques méthodes d'évaluation ont été déterminées dans la norme *ISO 5833* afin de tester la résistance mécanique des ciments osseux : résistance en compression, résistance élastique, et module d'élasticité. Dans la norme *ISO 5833* les valeurs limites sur ces critères sont les suivantes :

- > 70 MPa pour la résistance en compression
- > 50 MPa pour la résistance élastique

II.4. Conclusion

Les ciments osseux sont utilisés en orthopédie depuis plus de 40 ans. Son utilisation pour la fixation des endoprothèses est devenu routinier dans nombre d'hôpitaux de par le monde, et un nombre non mesuré, mais conséquent de patients ont retrouvé une mobilité et une qualité de vie au quotidien grâce à l'utilisation de ciments osseux. Les ciments disponibles commercialement sont généralement de bonne qualité, mais il appartient au chirurgien et à son équipe chirurgicale de le manipuler efficacement de façon à en obtenir le résultat optimum pour son patient.

Chapitre III

*Méthodologie des plants
d'expérience et élément finis*

III.I. Plan d'expérience

III.I.1. Introduction

Les plans d'expériences permettent d'organiser au mieux les essais qui accompagnent une recherche scientifique ou des études industrielles [56]. Ils sont applicables à de nombreuses disciplines et à toutes les industries à partir du moment où l'on recherche le lien qui existe entre une grandeur d'intérêt, y , et des variables, x_i .

Avec les plans d'expériences on obtient le maximum de renseignements pour un minimum d'expériences. A cet effet, il faut suivre des règles mathématiques et adopter une démarche rigoureuse [57]. Il existe de nombreux plans d'expériences adaptés à tous les cas rencontrés par un expérimentateur. Les principes fondamentaux de cette science seront indiqués et les principaux plans seront passés en revue. La compréhension de la méthode des plans d'expériences s'appuie sur deux notions essentielles, celle d'espace expérimental et celle de modélisation mathématique des grandeurs étudiées. 1.1 Notion d'espace expérimental : un expérimentateur qui lance une étude s'intéresse à une grandeur qu'il mesure à chaque essai. Cette grandeur s'appelle la réponse, c'est la grandeur d'intérêt. La valeur de cette grandeur dépend de plusieurs variables. Au lieu du terme «variable» on utilisera le mot facteur. La réponse dépend donc de un ou de plusieurs facteurs. Le premier facteur peut être représenté par un axe gradué et orienté (figure III.1). La valeur donnée à un facteur pour réaliser un essai est appelée niveau. Lorsqu'on étudie l'influence d'un facteur, en général, on limite ses variations entre deux bornes. La borne inférieure est le niveau bas. La borne supérieure est le niveau haut.

Un expérimentateur qui lance une étude s'intéresse à la réponse qui dépend de facteurs. Le premier facteur peut être présenté sur une figure par son niveau qui peut être haut ou bas.

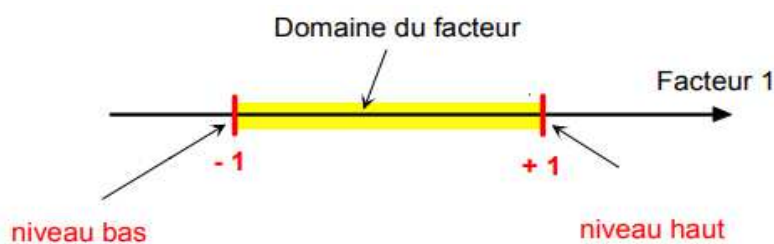


Figure III.1. Le niveau bas du facteur est noté par - 1 et le niveau haut par +1.

Le domaine de variation du facteur est constitué de toutes les valeurs comprises entre le niveau bas et le niveau haut

Dans toutes les entreprises, et quel que soit le secteur d'activité, le technicien ou l'ingénieur est amené à comprendre comment réagit un système en fonction des différents facteurs qui sont susceptibles de le modifier. Pour vérifier l'évolution du processus [58], il mesure une réponse, et à partir de différents essais, il va tenter d'établir des relations de cause à effet entre la (ou les) réponse(s) et les différents facteurs (figure III.2).

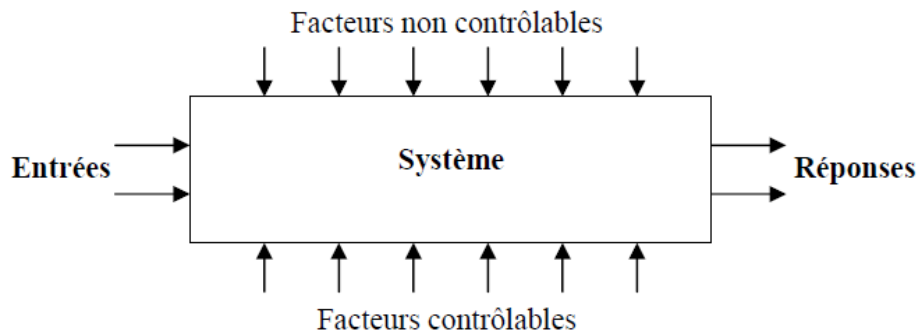


Figure III.2. Environnement du système

Parmi les facteurs, on distinguera :

- Les facteurs contrôlables qui dépendent directement du choix ;
- Les facteurs non contrôlables qui varient indépendamment des choix (conditions climatiques, environnement d'utilisation...) ;
- Les facteurs d'entrées tels que la matière première dans un processus de fabrication.

Il n'est pas simple de réaliser de telles relations entre réponse et facteurs, surtout s'il existe des interactions entre les facteurs ; les plans d'expériences permettent de réaliser ce type de relation, en minimisant le nombre d'expériences tout en maximisant la précision du résultat.

La méthode des plans d'expériences n'est pas une technique nouvelle. Elle date en fait du début du siècle avec les travaux de Fisher (1925). D'abord utilisé dans un cadre agricole, maintenant très répandus dans les domaines de l'industrie électronique, de la métallurgie, des processus chimiques, etc. ; ils sont devenus en quelque sorte la vedette des méthodes de contrôle du processus, notamment depuis l'apparition des travaux de docteur Taguchi

III.I.2. Plans factoriels

L'étude d'un phénomène peut, le plus souvent, être schématisée de la manière suivante : On s'intéresse à une grandeur Y que nous appellerons par la suite Réponse qui dépend d'un grand nombre de variables, $x_1, x_2, \dots, x_n$, que nous appellerons facteurs.

La modélisation mathématique consiste à trouver une fonction f telle que $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Une méthode classique d'étude consiste en la mesure de la réponse Y pour plusieurs valeurs de la variable x_i tout en laissant fixe la valeur $(n - 1)$ des autres variables [59]. On itère alors cette méthode pour chacune des variables. Ainsi, par exemple, si nous avons 4 variables et si l'on décide de donner 5 valeurs expérimentales à chacune d'elles, nous sommes conduits à effectuer $5^4 = 625$ expériences. Ce nombre élevé dépasse les limites de faisabilité tant en temps qu'en coût. Il faut donc réduire le nombre d'expériences à effectuer sans pour autant perdre la qualité des résultats recherchés. Le traitement de ces résultats se fait à l'aide du calcul statistique et de l'analyse de la variance.

III.I.2.1. Concepts fondamentaux : effets, interactions

Les plans d'expériences factoriels à deux niveaux sont les plus simples, ils sont aussi les plus utiles car ils forment la base de tous les débuts d'étude. Les premiers résultats obtenus grâce à ces plans peuvent toujours être complétés par de nouvelles expériences permettant d'atteindre le degré de précision et d'information recherché.

Nous allons d'abord décrire le cas simple du plan 2^2 , commençons par expliquer cette notation :

- le 2 en exposant signifie qu'il y a deux facteurs étudiés ;
- l'autre 2, signifie que chaque facteur prend deux niveaux.

Cette notation se généralise immédiatement pour un plan comportant l'étude de k facteurs prenant chacun deux niveaux, donc il s'agit d'un plan 2^k .

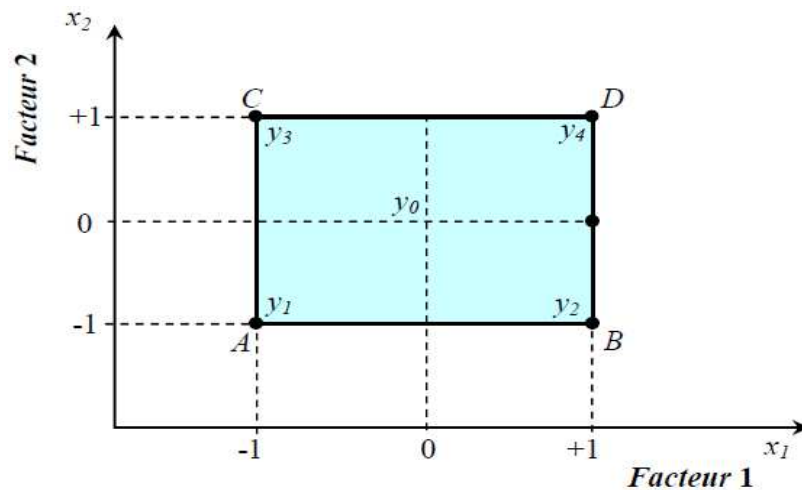


Figure III.3. Définition du domaine d'étude

On peut donner une représentation géométrique du domaine d'étude (figure III.3). Chaque point de ce domaine représente des conditions opératoires possibles donc une expérience que l'opérateur pourrait réaliser [60].

Le choix des meilleures expériences est le problème fondamental de l'expérimentateur. En l'absence de toute information sur la fonction f , on se donne, a priori, une loi d'évolution de la réponse en fonction des variables. Comme on ne désire effectuer, dans un premier temps, que deux essais par facteur, soit deux niveaux par facteur, on adopte une loi du premier degré par rapport à chaque variable. Cette loi est la suivante pour les plans factoriels complets comportant deux facteurs :

$$Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 \quad (\text{III-1})$$

Avec ces hypothèses, on démontre que le meilleur emplacement des points expérimentaux se situe aux sommets du carré représentant le domaine d'étude : points A, B, C et D. La figure I-2 illustre les expériences à réaliser et le domaine d'étude [61]. Mais cette représentation géométrique est commode pour comprendre le mécanisme des plans d'expériences, elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.

Pour les espaces multidimensionnels, nous adopterons une représentation matricielle. Pour montrer la correspondance entre les deux représentations, géométrique et matricielle, nous allons expliquer la construction de la matrice d'expériences du plan 2^2 associée à la figure III-3.

La matrice d'expériences est constituée de deux sous-tableaux : le premier définit les essais à réaliser et le second le domaine d'étude (Tableau III-1). Le premier sous-tableau comprend trois colonnes ; la première identifie les essais : ici par exemple : 1, 2, 3 et 4 ; la seconde et la troisième indiquent les coordonnées des points représentatifs des expériences prévues. Le deuxième sous-tableau indique, en unités courantes, les valeurs des niveaux haut et bas de chacun des facteurs. À titre d'exemple, nous avons indiqué des tensions et des vitesses. Les deux représentations, géométrique et matricielle, sont équivalentes. Il faut savoir passer de l'une à l'autre pour bien interpréter les résultats des plans d'expériences [62].

Essais à réaliser		
N° Essai	Facteur 1	Facteur 2
1(A)	-1	-1
2(B)	+1	-1
3(C)	-1	+1
4(D)	+1	+1
Domaine d'étude		
Niveau-	60 tr/min	30kV
Niveau+	90 tr/min	34kV

Tableau III.1. Matrice d'expériences

A. Effet d'un facteur

L'expérimentateur ayant réalisé les essais est en possession de quatre valeurs de la réponse : y_1 , y_2 , y_3 et y_4 ; Il a donc un système de quatre équations à quatre inconnues [63]. Les inconnues étant les coefficients du modèle : a_0 , a_1 , a_2 et a_{12} . ; En remplaçant dans la relation (III-1) les x_i par leur valeur du tableau III-1, on obtient :

$$y_1 = a_0 - a_1 - a_2 + a_{12} \quad (\text{III-2})$$

$$y_2 = a_0 + a_1 - a_2 - a_{12} \quad (\text{III-3})$$

$$y_3 = a_0 - a_1 + a_2 - a_{12} \quad (\text{III-4})$$

$$y_4 = a_0 + a_1 + a_2 + a_{12} \quad (\text{III-5})$$

La résolution de ce système donne :

$$a_0 = \frac{1}{4}(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \quad (\text{III-6})$$

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{III-7})$$

$$a_2 = \frac{1}{4}(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \quad (\text{III-8})$$

$$a_{12} = \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{III-9})$$

- Signification de a_0

Si nous donnons à x_1 et à x_2 la valeur zéro, nous définissons le centre du domaine d'étude. La relation (III-1) devient alors :

$$y_0 = a_0 \quad (\text{III-10})$$

Le coefficient, a_0 , est la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. La formule (III-6) montre également que, a_0 , peut être considéré comme la moyenne des quatre réponses.

- Signification de a_1

Donnons la valeur zéro à x_2 , la relation (III-1) devient :

$$y = a_0 + a_1 x_1 \quad (\text{III-11})$$

Puis, donnons maintenant successivement à x_1 les valeurs -1 et $+1$, on obtient les deux réponses y_- et y_+ :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{III-12})$$

$$y_+ = +a_0 + a_1 \quad (\text{III-13})$$

D'où :

$$a_1 = \frac{1}{2}(+y_+ - y_-) \quad (\text{III-14})$$

y_- est la valeur de la réponse pour le point de coordonnées $x_1 = -1$ et $x_2 = 0$, c'est-à-dire celle qui correspond au point milieu du segment AC. Aucune expérience n'a été réalisée en ce point mais, si l'on utilise les relations (I-6) et (I-7), on vérifie que y_- est la moyenne des réponses au niveau bas du facteur 1, en effet :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (\text{III-15})$$

Ce qui donne :

$$y_- = \frac{1}{2}(+y_1 + y_3) \quad (\text{III-16})$$

On montrerait de même que y_+ est la moyenne des réponses au niveau haut du facteur 1 :

$$y_+ = \frac{1}{2}(+y_2 + y_4) \quad (\text{III-17})$$

a_1 Est donc la demi-différence entre ces deux moyennes. On peut dire aussi que a_1 représente la moitié de la variation de la réponse quand on passe du niveau bas au niveau haut du facteur 1.

Ce résultat est important car il donne la signification du coefficient, a_1 . C'est la variation de la réponse due au facteur 1 seul, quand on passe du centre du domaine d'étude au niveau haut de ce facteur ; a_1 s'appelle l'effet du facteur 1.

On démontrerait de même que a_2 est l'effet du facteur 2. Il est commode de représenter l'effet d'un facteur comme l'indique la figure III.4 où l'on fait appel au plan de coupe y_0x_1 passant par $x_2 = 0$ pour le facteur 1 [64] .

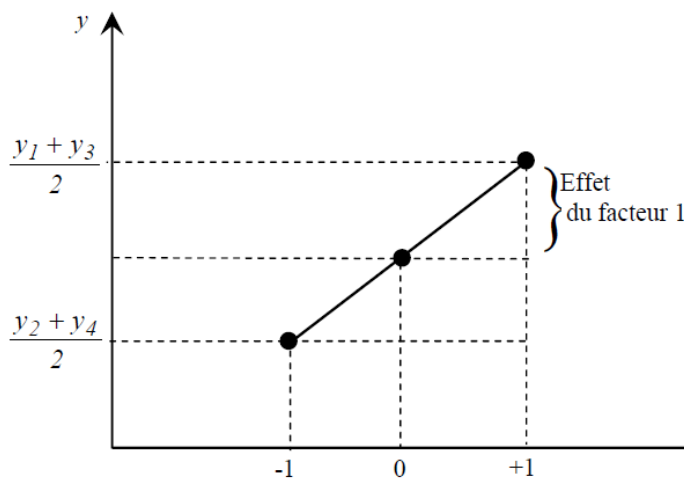


Figure III.4. Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical passant par x_2

B. Interaction entre deux facteurs

L'effet d'un facteur a été défini au niveau zéro de l'autre facteur. Mais on peut aussi définir l'effet d'un facteur pour un autre niveau de l'autre facteur. En particulier, on peut introduire l'effet d'un facteur soit au niveau -1 , soit au niveau $+1$ de l'autre facteur [65-66]. L'effet du facteur 1 au niveau -1 du facteur 2 est la demi-différence entre y_2 et y_1 , et l'effet du facteur 1 au niveau $+1$ du facteur 2 est la demi-différence entre y_4 et y_3 . Si ces deux effets sont égaux, on dit

qu'il n'y a pas d'interaction entre les facteurs. Si ces deux effets sont différents, on dit qu'il y a interaction entre les deux facteurs.

Il y a donc interaction lorsque l'effet d'un facteur dépend du niveau de l'autre facteur.

Par définition, la valeur de l'interaction, notée E , est la demi-différence entre l'effet du facteur 1, e_+ au niveau haut du facteur 2 et l'effet du facteur 1, e_- , au niveau bas du facteur 2.

On a :

$$E_{12} = \frac{1}{2}(e_+ - e_-) \quad (\text{II-18})$$

En développant :

$$E_{12} = \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II-19})$$

Si l'on compare la valeur de E_{12} à celle de a_{12} , relation (III-9), on constate qu'elle lui est égale.

Si l'on faisait le même calcul pour le facteur 2, en prenant les niveaux haut et bas du facteur 1, on trouverait que l'interaction est la même et qu'elle est égale, elle aussi, à a_{12} [67].

C. Calcul de l'effet d'un facteur

Reprenons la formule (III-7) qui donne l'effet du facteur 1 :

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{III-20})$$

On constate :

- que toutes les réponses participent au calcul de l'effet ;
- que chaque réponse est précédée d'un signe et que la suite de ces signes est la même que celle de la colonne du facteur 1 dans la matrice d'expériences, soit $- + - +$;
- qu'il y a un coefficient, (ici $\frac{1}{4}$), dont le dénominateur est égal au nombre d'expériences effectuées.

On remarque qu'il en est de même pour le facteur 2, la suite des signes étant cette fois $- - + +$

+, c'est-à-dire celle de la colonne du facteur 2 dans la matrice d'expériences.

Le calcul pratique d'un effet est le suivant : on multiplie chaque réponse par le signe correspondant de la colonne du facteur; on additionne les produits et l'on divise la somme par le nombre d'expériences.

D. Matrice de calcul des effets

Nous venons de voir que les signes de la matrice d'expériences permettent de calculer les effets. Mais il faudrait pouvoir calculer aussi la moyenne et l'interaction.

▪ Calcul de la moyenne

Le processus de calcul adopté pour les effets peut s'appliquer en utilisant une colonne de signes + puisqu'il n'y a que ce signe dans la formule (III-6).

▪ Calcul de l'interaction

La suite des signes de la relation (III-9) est + - - +. Chacun de ces signes provient du produit

x_1x_2 , figurant dans la relation (III-1). On peut retrouver cette suite de signes de la manière suivante: on écrit, en colonne, les signes correspondant à x_1 et à x_2 , puis on applique la règle des signes [68] :

X_1	X_2	X_1X_2
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

Cette colonne de signes permet de calculer l'interaction par le même mécanisme que celui déjà décrit pour les effets ou la moyenne.

Ayant la matrice d'expériences, il est facile de construire la matrice de calcul des effets (Tableau III-2) en ajoutant une colonne de signes + pour la moyenne et en calculant celle de l'interaction par la règle des signes.

N° Essai	Moyenne	Facteur 1	Facteur 2	Interaction 12
1	+1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1
3	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1	+1

Tableau III.2. Matrice de calcul des effets

III.1.2.2. Plans factoriels complets

Il s'agit de plans pour lesquels on étudie k facteurs prenant chacun deux niveaux. Le modèle mathématique adopté à priori est un polynôme prenant en compte la moyenne [69], les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux, trois à trois, quatre à quatre,..., k à k.

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k \quad (\text{III-21})$$

Un plan 2^k comporte 2^k points expérimentaux qui se situent aux 2^k sommets d'un hyper cube de k dimensions. Le modèle mathématique contient 2^k coefficients qui sont les inconnues [69-70].

L'ensemble des résultats d'un plan 2^k conduit donc à un système de 2^k équations à 2^k inconnues, si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales. Ce système peut se mettre sous la forme matricielle :

$$Y = X_a \quad (\text{III-22})$$

Avec : Y : vecteur ayant pour composantes les réponses de chaque essai, et représenté par une matrice colonne ($2^k, 1$), a : vecteur ayant pour composantes la moyenne, les effets des facteurs et toutes les interactions, et représenté par une matrice colonne ($2^k, 1$) ; ces composantes sont les inconnues que l'on cherche à déterminer,

X : matrice carrée ($2^k, 2^k$) composée de - 1 et + 1 suivant les valeurs des niveaux x_i .

Si nous reprenons le système du plan 22 du paragraphe I-5-1-1, la relation (III-22) prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III-23})$$

La matrice X comporte une colonne de + 1 et trois colonnes ayant chacune autant de signes positifs que de signes négatifs. Si l'on multiplie signe à signe deux quelconques de ces quatre colonnes et que l'on additionne les produits, on trouve zéro. On dit que la matrice est orthogonale. Cette propriété est très importante car, dans ce cas, l'inverse de X est égale à la transposée de X divisée par le nombre de lignes n. En effet [70], d'après Hadamard, on a, pour ce type de matrice, la relation suivante:

$$X^t X = nI \quad (\text{III-24})$$

Avec n multiple de 4 et I représentant la matrice unité. L'opération compliquée de l'inversion d'une matrice se réduit alors à la transposition de X, soit un simple échange de lignes et de colonnes. Le calcul de l'inconnue a s'effectue à partir de la relation (III-22), en tenant compte de la relation :

$$\left. \begin{aligned} X^t Y &= X^t X a \\ X^t Y &= nI a \\ a &= \frac{1}{n} X^t Y \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-25})$$

Cette relation est valable pour tous les plans factoriels complets. Chaque élément de **a** est donc de la forme :

$$a_1 = \frac{1}{n} [\pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \pm y_n] \quad (\text{III-26})$$

III.1.2.3. Plans factoriels fractionnaires

Les plans factoriels fractionnaires sont très utiles car ils permettent de diminuer considérablement le nombre d'essais. Mais, pour que les résultats de tels plans soient correctement interprétés, il faut avoir la condition d'orthogonalité [71]. Deux actions disjointes, i.e. ne comportant pas de facteur en commun, sont orthogonales si, à chaque niveau de l'une, tous les niveaux sont associés le même nombre de fois dans le plan d'expériences (figure II-4).

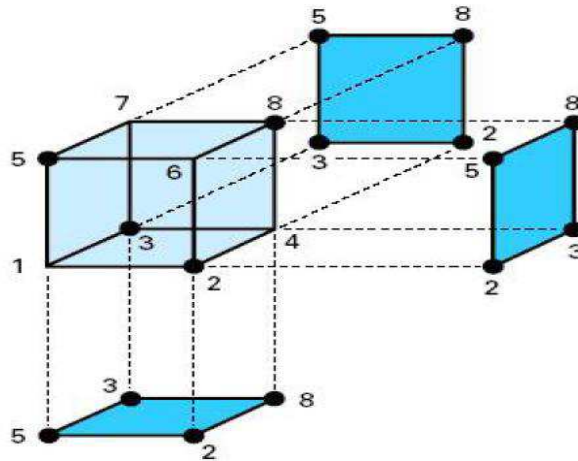


Figure III.5. Projection des points d'expériences d'un plan fractionnaire sur les faces du cube

Un plan d'expériences est orthogonal vis-à-vis du modèle si toutes les actions disjointes du modèle sont orthogonales dans le plan d'expériences [72].

Pour trois facteurs prenant deux niveaux, le plan complet est noté : 2^3 . Il comporte huit essais.

Le plan fractionnaire, moitié du plan complet, n'a que quatre essais soit $1/2 \cdot 2^3$ ou $2^3 - 1$ essais.

Chaque chiffre de cette notation a une signification :

- le 3 signifie qu'il y a trois facteurs étudiés ;
- le 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux ;
- le 1 signifie qu'il y a un facteur supplémentaire par rapport au plan complet sur lequel est construit le plan de base.

Le plan de base 2^3 peut avoir un facteur supplémentaire, on le notera 2^{4-1} : quatre facteurs étudiés, deux niveaux par facteur et un facteur supplémentaire.

Le plan de base 2^3 peut avoir deux facteurs supplémentaires, on le notera 2^{5-2} : cinq facteurs étudiés, deux niveaux par facteur et deux facteurs supplémentaires.

Un plan fractionnaire à deux niveaux avec lequel on étudie k facteurs dont p supplémentaires se note 2^{k-p} [73].

On prend l'exemple d'un plan complet 2^3 et écrivons la matrice d'expériences pour quatre essais : 2, 3, 5 et 8. Leurs coordonnées conduisent à une matrice orthogonale.

La matrice d'expériences du plan fractionnaire est donnée par le tableau III-3 où les essais ont été volontairement mis dans un certain ordre [74].

N° essai	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3	Réponse
5	-1	-1	+1	y_5
2	+1	-1	-1	y_2
3	-1	+1	-1	y_3
8	+1	+1	+1	y_8
Niveau-	Faible	faible	A	
Niveau+	Forte	forte	B	

Tableau III.3. Matrice d'expériences du plan fractionnaire du plan 23

Pour calculer les effets, on applique la même méthode que pour les plans complets : on multiplie les réponses par les signes correspondants des colonnes, on additionne ces produits et on divise leur somme par le nombre d'essais [75].

Comme conclusion de ce sous-chapitre que le modèle du premier degré permet de calculer la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. Il est facile de comparer cette valeur calculée à la mesure réelle effectuée en ce point. Si ces deux valeurs diffèrent peu, on peut considérer le modèle du premier degré comme valide ; si elles diffèrent trop, il faut adopter un modèle polynomial du second degré [76]. On réalise alors des expériences supplémentaires pour déterminer tous les coefficients de ce nouveau modèle.

Au lieu d'effectuer une seule mesure au centre du domaine, on peut en faire plusieurs. Cela permet d'obtenir une estimation de l'erreur expérimentale.

On remarquera que des mesures au point central introduisent un niveau supplémentaire d'étude des facteurs. Il y a maintenant trois niveaux par facteur : -1 , 0 et $+1$.

III.1.3. Notion de surface de réponse

Les niveaux x_i représentent les coordonnées d'un point expérimental et y est la valeur de la réponse en ce point. On définit un axe orthogonal à l'espace expérimental et on l'attribue à la réponse [77]. La représentation géométrique du plan d'expériences et de la réponse nécessite un espace ayant une dimension de plus que l'espace expérimental. Un plan à deux facteurs utilise un espace à trois dimensions pour être représenté : une dimension pour la réponse, deux dimensions pour les facteurs. A chaque point du domaine d'étude correspond une réponse. A l'ensemble de tous les points du domaine d'étude correspond un ensemble de réponses qui se localisent sur une surface appelée la surface de réponse (Figure III.6) [78]. Le nombre et l'emplacement des points d'expériences sont le problème fondamental des plans d'expériences. On cherche à obtenir la meilleure précision possible sur la surface de réponse tout en limitant le nombre d'expériences.

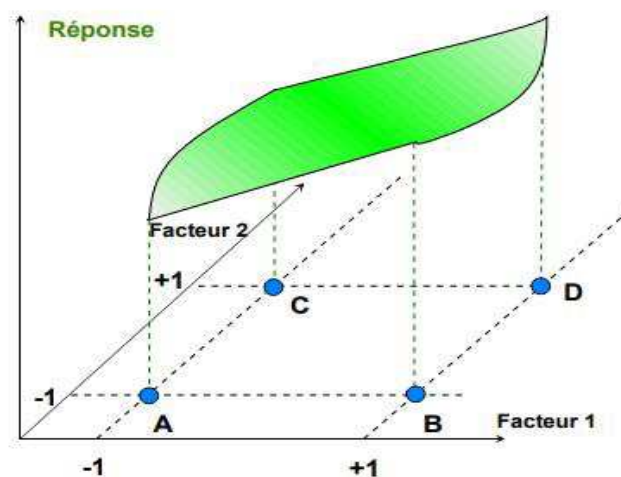


Figure III.6. Les réponses associées aux points du domaine d'étude forment la surface de réponse. Les quelques réponses mesurées aux points du plan d'expériences permettent de calculer l'équation de la surface de réponses

III.1.3.1. Modèle polynomial du second degré

Le modèle mathématique est analogue à la relation (III-21) à laquelle on ajoute un terme carré [79] :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{i\dots k} x_i x_k + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{III-27})$$

Dans le cas d'un plan à deux facteurs, la formule est la suivante :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 \quad (\text{III-28})$$

Il y a donc six inconnues à déterminer.

Le plan d'expériences fournit un certain nombre de valeurs de la réponse y . L'interprétation du plan consiste donc à trouver les coefficients et, par la suite, résoudre un système de n équations (s'il y a n réponses) et p inconnues (s'il y a p coefficients) [80]. Il est commode d'écrire ce système sous forme matricielle sans tenir compte des erreurs expérimentales :

$$y = X \cdot a \quad (\text{III.29})$$

$$(n, 1) \quad (n, p) \quad (p, 1)$$

La résolution de ce système est généralement conduite selon la méthode des moindres carrés, et la solution est notée $\hat{a}$.

Cette solution est donnée par la formule suivante:

$$\hat{a} = (X^t X)^{-1} X^t y \quad (\text{III-30})$$

Le calcul de l'inconnue $\hat{a}$ est beaucoup moins facile que pour les plans 2^k . L'emploi d'un logiciel se révèle absolument nécessaire.

Il existe plusieurs types de plans du second degré. Nous allons décrire celui qui présente plusieurs avantages : c'est le plan composite [81].

A. Plan composite centré

Le plan composite centré (Central Composite Design) fait partie des plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses. Dans ce contexte, il s'agit sûrement des dispositifs expérimentaux les plus répandus dans la littérature anglo-saxonne. Leur usage est particulièrement destiné aux problèmes d'optimisation, quand la stratégie expérimentale conduit à construire et interpréter un modèle empirique, pour la recherche d'une solution dans le domaine expérimental [75].

La construction d'un plan composite centré proposée par George E. Box et K.B. Wilson peut se décomposer en trois parties [62-63] :

- les 2^k sommets du domaine sont définis à partir d'un plan factoriel à deux niveaux par facteur analogue à ceux que nous avons précédemment décrits;
- les points en étoile positionnés à une distance $\pm \alpha$ du centre du domaine suivant les axes des facteurs sont destinés à l'estimation des termes carrés présents dans le modèle mathématique (I-28). L'ensemble des points en étoile constitue un dispositif au sein duquel on ne fait varier qu'un seul facteur à la fois. Il y a donc $2k$ points en étoile.
- On effectue enfin n_0 répétitions au centre du domaine. Le nombre de répétitions au point central dans les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse est généralement trois points.

Un plan composite est constitué de trois parties :

1. Un plan factoriel dont les facteurs prennent deux niveaux.
2. Au moins un point expérimental situé au centre du domaine d'étude.
3. Des points axiaux. Ces points expérimentaux sont situés sur les axes de chacun des facteurs.

La Figure III.7 présente un plan composite pour deux facteurs. Les points A, B, C et D sont les points expérimentaux d'un plan. Le point E est le point central. Ce point peut avoir été répliqué une ou plusieurs fois. Les points F, G, H et I sont les points axiaux. Ces quatre derniers points forment ce que l'on appelle le plan en étoile. On réalise 9 essais et 6 coefficients doivent être déterminés. Il faut donc résoudre un système de 9 équations à 6 inconnues [78].

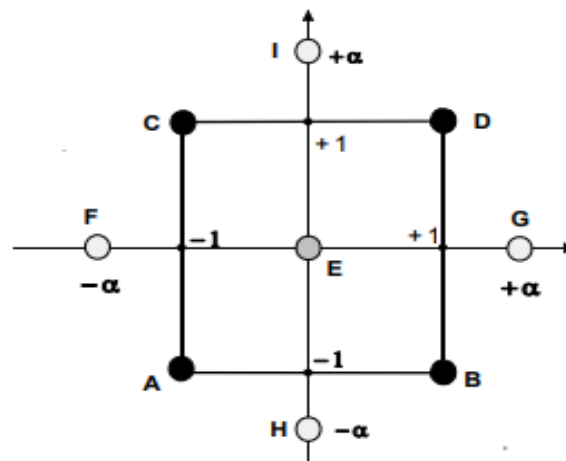


Figure III.7. Représentation d'un plan composite pour l'établissement d'un modèle du second degré

III.I.4. Logiciels des plans d'expérience

La plupart des logiciels qui traitent des plans d'expériences sont inclus dans des logiciels de statistiques. Les premiers logiciels de plans d'expériences étaient très pauvres et mal adaptés aux besoins des expérimentateurs. Depuis peu, un effort considérable a été entrepris par les informaticiens et les statisticiens pour que ces logiciels répondent mieux à l'esprit et aux besoins des expérimentateurs. Cette introduction s'est faite petit à petit sous la pression de la demande.

Ces logiciels sont encore très marqués par leur origine statistique et peuvent rebuter certains utilisateurs. Mais l'on constate un progrès constant vers l'amélioration, c'est-à-dire vers une meilleure prise en compte des exigences des expérimentateurs. Néanmoins, ces logiciels nécessitent tous une bonne connaissance de la méthode des plans d'expériences et ne peuvent pas être utilisés sans une formation solide aux plans d'expériences.

Ces logiciels comportent, en général, les chapitres suivants :

- ✓ Construction des plans d'expériences : Plans factoriels complets, plans factoriels fractionnaires, plans à plus de deux niveaux (surfaces de réponse), plans de mélanges, plans D-optimaux ;
- ✓ Interprétation et analyse : Calcul des effets, des interactions, des coefficients du modèle mathématique, modélisation, calcul des réponses prédites, analyse des résidus ;
- ✓ Représentations graphiques : Diagramme des effets, diagramme des interactions, diagramme des résidus, diagramme de Daniel, courbes iso réponses en 2-D ou 3-D ;
- ✓ Aide : Tutorial, aide en ligne, possibilité d'importer et d'exporter des fichiers de données dans différents formats, parfois hotline.

Parmi ces logiciels on cite le logiciel MODDE de la société Umetrics, qui est un logiciel spécialisé pour la construction et l'analyse de plans d'expériences. Il permet de bâtir et d'analyser des plans de criblage, en surface de réponse, Taguchi, de mélanges, D-optimaux, des plans multi variés «Onion Designs» ainsi que des plans comportant à la fois des composants et des facteurs de procédés. Pour estimer les modèles, il utilise soit la méthode des moindres carrés usuelle (MLR) soit la méthode des moindres carrés partiels (PLS). Cela permet notamment d'ajuster un modèle reliant les variations de toutes les réponses aux facteurs en prenant en compte la structure de covariances.

La méthodologie de conduite des recherches et d'organisation des essais que nous avons décrite tout le long de ce chapitre apporte souplesse, précision, sûreté, gain de temps, économie d'argent dans toute expérimentation.

La démarche utilisée pour mener à bien, et dans les meilleures conditions, toute expérimentation peut être résumée dans trois grandes parties :

1- Le choix d'une méthode d'expérimentation.

2- L'analyse des résultats d'essais.

Dans le dernier point l'analyse fait appel à la méthode des moindres carrés dont les mises-en-œuvre sont présentées dans presque tous les chapitres et ils sont illustrés dans les chapitres présentant l'optimisation du patch.

III.II. Élément finis

III.II.1. Généralités

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés lors de la conception et de l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise-en-œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

- formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème ;
- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits ;
- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du

processus de calcul. Ces connaissances vous seront utiles pour maîtriser les deux principales difficultés de mise-au-point d'un modèle numérique :

- Problèmes préliminaires à la phase de calcul ;
- Problèmes liés à l'exploitation des résultats et le retour à la conception.

Il ne faut pas perdre de vue que l'analyse des résultats nécessite une bonne compréhension des différentes étapes mathématiques utilisées lors de l'approximation, pour pouvoir estimer l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique.

Sans oublier que le modèle numérique ne peut fournir que des résultats relatifs aux informations contenues dans le modèle mathématique qui découle des hypothèses de modélisation.

Nous nous limiterons à la présentation de modèles élémentaires utilisés dans le cadre des théories linéaires. Bien que simples, ces modèles permettent déjà de traiter un grand nombre d'applications liées aux problèmes de l'ingénieur. Du point de vue pédagogique, ils sont suffisamment complexes pour mettre en avant les difficultés de mise-en-œuvre de la méthode.

L'idée fondamentale de cette méthode est de discrétiser le problème en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments de forme géométrique simple. Sur chacun de ces éléments il sera plus simple de définir une approximation nous permettant d'appliquer les méthodes présentées dans la première partie de ce cours. Il ne reste alors qu'à assembler les formes matricielles élémentaires pour obtenir les équations relatives à la structure à étudier. C'est sous cette forme pragmatique qu'elle est utilisée par les ingénieurs, et que nous allons maintenant l'aborder.

III.II.2. Démarche éléments finis

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, qui sont détaillées par la suite, sont les suivantes :

- Discrétisation du milieu continu en sous-domaines ;
- Construction de l'approximation nodale par sous-domaine ;
- Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème ;

- Assemblage des matrices élémentaires ;
- prise en compte des conditions aux limites ;
- Résolution du système d'équations.

III.II.2.1. Discrétisation géométrique

Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous-domaines :

$$D = \sum_{e=1}^{n_e} D_e \text{ tel que } \lim_{e \rightarrow 0} U_e D_e = D \quad (\text{III.31})$$

Il faut donc pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. Il ne doit y avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune.

Lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés comme proposé sur la figure III.8. Sur chaque élément nous allons chercher à définir une approximation de la fonction solution.

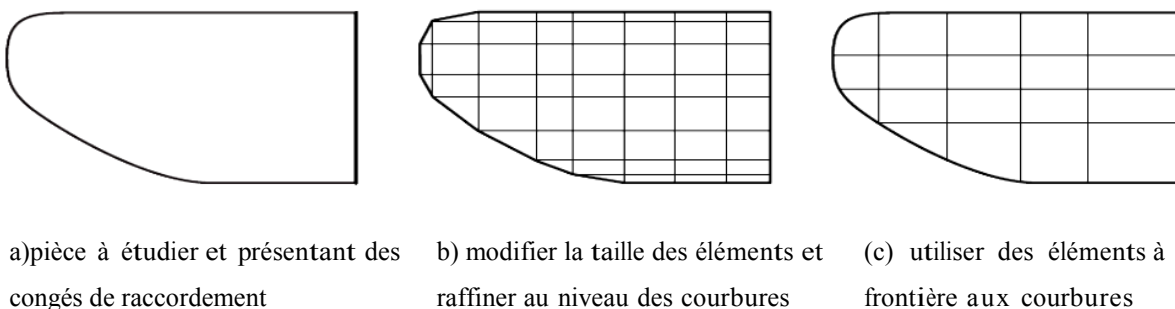


Figure III.8. Erreur de discrétisation géométrique

III.II.2.2. Approximation nodale

La méthode des éléments finis est basée sur la construction systématique d'une approximation u^* du champ des variables u par sous-domaine [82]. Cette approximation est construite sur les valeurs approchées du champ aux nœuds de l'élément considéré, on parle de représentation nodale de l'approximation ou plus simplement d'approximation nodale.

A. Définition de l'approximation nodale

L'approximation par éléments finis est une approximation nodale par sous-domaines ne faisant intervenir que les variables nodales du domaine élémentaire D_e [83] :

$$\forall M \in D_e, u^*(M) = N(M)u_n \quad (\text{III.32})$$

Où $u^*(M)$ représente la valeur de la fonction approchée en tout point M de l'élément et N , la matrice ligne des fonctions d'interpolation de l'élément u_n pour les variables nodales relatives aux nœuds d'interpolation de l'élément.

Dans le cas général, le champ à approcher est un champ vectoriel. Nous utilisons alors la notation matricielle suivante $u^*(M) = N(M) u_n$. Les nœuds M_i sont des points de l'élément pour lesquels on choisit d'identifier l'approximation u^* à la valeur du champ de variables u . Nous en déduisons que :

$$\forall M_i, u^*(M_i) = u_i \quad (\text{III.33})$$

Soit pour l'approximation nodale :

$$\forall M_i, N_j(M_i) = \delta_{ij} \quad (\text{III.34})$$

B. Construction d'une approximation nodale linéaire

L'interpolation nodale est construite à partir d'une approximation générale [83] :

$$\forall M, u^*(M) = \Phi(M)a \quad (\text{III.35})$$

Φ : est une base de fonctions connues indépendantes, en général une base polynomiale et a , le vecteur des paramètres de l'approximation aussi dits paramètres généralisés, qui n'ont pas de signification physique.

Bases polynomiales complètes

- une dimension
 - Linéaire (I, x) : deux variables
 - Quadratique (I, x, x^2) : trois variables

- deux dimensions :
 - Linéaire (I, x, y) : trois variables
 - Quadratique (I, x, y, x^2, xy, y^2) : six variables
- trois dimensions :
 - Linéaire (I, x, y, z) : quatre variables
 - Quadratique ($I, x, y, z, x^2, xy, y^2, xz, z^2, yz$) : dix variables

Pour utiliser une base polynomiale complète, le nombre de termes doit être égal au nombre de variables nodales à identifier. Si l'on ne peut pas utiliser un polynôme complet, le meilleur choix consiste à respecter la symétrie des monômes conservés.

Bases polynomiales incomplètes

- deux dimensions : « bi - linéaire » ($1, x, y, xy$) : quatre variables ;
- trois dimensions : « tri - linéaire » ($1, x, y, z, xy, xz, yz, xyz$) : huit variables ;

En identifiant aux nœuds l'approximation u^* ; à la valeur du champ de variables u , nous pouvons exprimer les paramètres généralisés $\mathbf{a}$ en fonction des variables nodales $\mathbf{u}_n$:

$$u_n = u^*(M_n) = \Phi(M_n)\mathbf{a} \quad (\text{III.36})$$

Soit, par inversion du système total :

$$\mathbf{a} = \mathbf{T}\mathbf{u}_n \quad (\text{III.37})$$

Pour éviter des erreurs de modèle trop importantes, la matrice à inverser doit être bien conditionnée. Ce conditionnement est lié au choix de la base polynomiale et à la géométrie des éléments. En reportant ce résultat dans l'approximation nous obtenons la matrice des fonctions d'interpolation :

$$\mathbf{N}(\mathbf{M}) = \Phi(\mathbf{M})\mathbf{T} \quad (\text{III.38})$$

C. Construction des fonctions d'interpolation d'un élément triangulaire

Approximation nodale de quelques éléments de référence

Un élément de référence est un élément de forme géométrique simple, à frontière rectiligne par exemple, pour lequel l'approximation nodale est construite en suivant la démarche analytique précédente. Le passage de l'élément de référence à l'élément réel sera réalisé par une transformation géométrique. Nous entendons par élément réel un élément quelconque du domaine discrétisé [83].

Deux grandes familles d'éléments sont souvent présentées :

- Les éléments de type Lagrange ;
- Les éléments de type Hermite.

Pour les éléments de type Lagrange, on augmente le nombre de nœuds en conservant une seule variable nodale. Pour les éléments de type Hermite on augmente le nombre de variables nodales, en retenant par exemple les valeurs des dérivées du champ aux nœuds. L'élément poutre présenté dans le chapitre suivant fait parti de la famille de l'Hermite.

Éléments à une dimension

La base de fonction linéaire illustrée sur la figure III.9 (a) s'écrit avec $s \in [0, 1]$:

$$N_1(s) = L_1 = 1 - s, \quad N_2(s) = L_2 = s \quad (\text{III.39})$$

Cette base est utilisée pour les éléments barres et génère une discontinuité au niveau des champs de déformations et de contraintes au passage d'un élément à son voisin. Une base un peu plus riche, constituée de polynômes d'ordre 2 peut aussi être utilisée [83] :

$$N_1(s) = L_1(2L_1 - 1), \quad N_2(s) = 4L_1L_2, \quad N_3(s) = L_2(2L_2 - 1) \quad (\text{III.40})$$

Ces fonctions de forme sont schématisées sur la figure III.9 (b). Le passage à l'ordre supérieur donne la base de la figure III.9 (c) où seules N_1 et N_2 sont illustrées : les deux autres fonctions N_3 et N_4 sont respectivement les symétriques de N_1 et N_2 par rapport à $s = 1/2$.

$$N_1(s) = \frac{L_1}{2} (3L_1 - 1)(3L_1 - 2) \quad N_2(s) = \frac{9}{2} L_1 L_2 (3L_1 - 1)$$

$$N_3(s) = \frac{9}{2} L_1 L_2 (3L_2 - 1) \quad N_4(s) = \frac{L_2}{2} (3L_2 - 1)(3L_2 - 2)$$

L'élément associé est construit avec d'autres nœuds et une variable par nœud. Il est possible, avec la même base polynomiale, de construire un élément à deux nœuds ayant deux variables par nœud, c'est un élément de type *l'Hermite* illustré sur la figure III.9 (d) pour N_1 et N_2 : de la même manière que précédemment, les fonctions N_3 et N_4 se trouvent par symétrie. Si nous utilisons comme variables nodales le champ et sa dérivée première, nous obtenons les fonctions d'interpolation de l'élément poutre :

$$N_1(s) = 1 - 3s^2 + 2s^3 \quad N_2(s) = s - 2s^2 + s^3$$

$$N_3(s) = 3s^2 - 2s^3 \quad N_4(s) = -s^2 + s^3$$

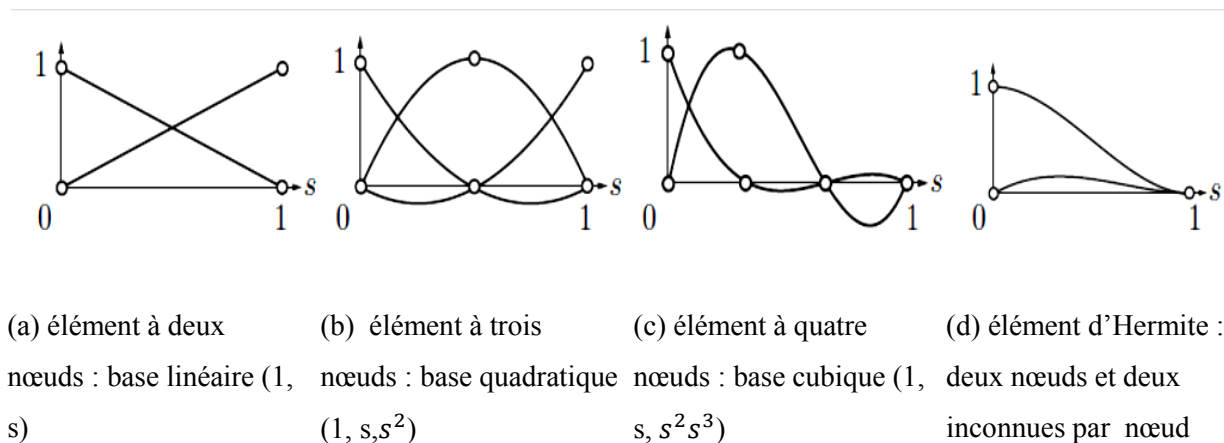


Figure III.9. Fonctions de forme à une dimension

Élément triangulaire

Pour ce type d'élément, l'approximation utilise la base polynomiale linéaire (1, s, t). L'élément de référence, aussi dit *parent*, est un triangle rectangle à trois nœuds de type «T 3 ». L'approximation

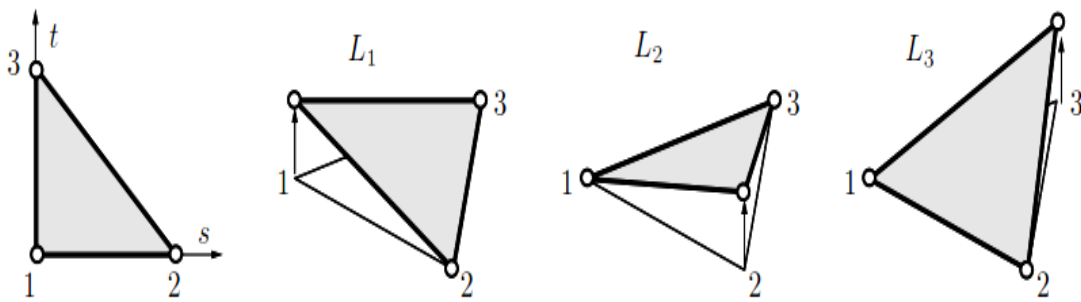


Figure III.10. Fonctions d'interpolation linéaires du triangle

Quadratique quand elle utilise la base (1, s, t, s₂, st, t₂). L'élément de référence est un triangle rectangle à six nœuds de type « T6 ». Posons $L_1 = 1 - s - t$, $L_2 = s$ et $L_3 = t$. Pour:

– les trois nœuds sommet $i = 1, 2, 3$, les fonctions de forme s'écrivent [83-84] :

$$N_i = L_i(2L_i - 1) \quad (\text{III.41})$$

– les trois nœuds d'interface $i = 1, 2, 3$:

$$N_{i+3} = 4L_jL_k \quad \text{Pour } j \neq i \quad k \neq i, j \quad (\text{III.42})$$

La figure 2.4 donne une représentation de deux des fonctions d'interpolation. Les autres s'obtiennent par permutation des indices

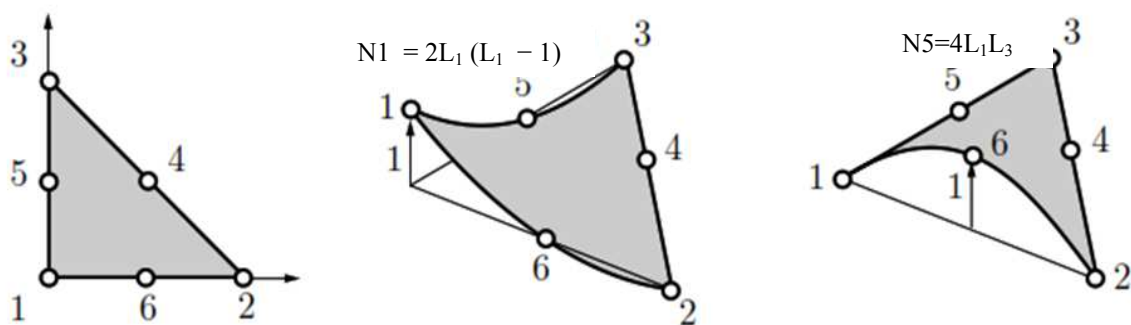


Figure III.11. Fonctions d'interpolation quadratiques du triangle. Les autres sont obtenues par rotation

Élément à deux dimensions rectangulaire

L'approximation bilinéaire est déduite de la base polynomiale $(1, s, t, st)$ sur $(s, t) \in [-1, 1]$. L'élément de référence est un carré à quatre nœuds de type « Q4 ». Les fonctions d'interpolation sont [83-84] :

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-s)(1-t) \quad N_2 = \frac{1}{4}(1+s)(1-t)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+s)(1+t) \quad N_4 = \frac{1}{4}(1-s)(1+t)$$

Sur la figure III.12 seule la fonction N_1 est représentée, les autres s'obtenant par permutation.

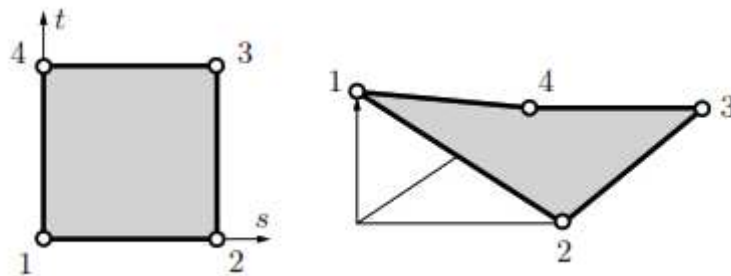


Figure III.12. Fonction d'interpolation N_1 , du quadrangle. Les autres sont obtenues par rotation

De la même façon, on peut construire, à partir d'une base polynomiale complète, les fonctions d'interpolation des éléments rectangulaires à neuf nœuds, pour une approximation quadratique, et à seize nœuds pour une approximation polynomiale cubique. Ces éléments ont respectivement un et quatre nœuds internes.

Du point de vue pratique, on construit des éléments ayant un minimum de nœuds internes, car ces nœuds ne sont pas connectés aux nœuds des autres éléments. On utilise donc des bases polynomiales incomplètes mais symétriques.

Le Q_8 est construit à partir de la base $(1, s, t, s^2, st, t^2, s_2 t, st_2)$ et le Q_{12} est construit à partir de la base $(1, s, t, s_2, st, t_2, s_3, s_2 t, t_2 s, t_3, s_3 t, st_3)$ [2].

III.II.2.3. Quantités élémentaires

Afin de présenter la démarche générale utilisée pour construire les formes matricielles et vectorielles sur chaque élément, nous utiliserons comme point de départ la forme intégrale du « Principe des Travaux Virtuels », associée à un problème de mécanique des structures. Cette

forme intégrale est de même type que celles pouvant être déduites des méthodes variationnelles et la généralisation à des problèmes de physique est donc simple.

A. Matrices masse et raideur

Soit la forme intégrale du PTV :

$$\forall \delta \vec{u}, \int_D \rho \ddot{\vec{u}} \cdot \delta \vec{u} dV = - \int_D \vec{\sigma} : \vec{\varepsilon} dV + \int_D \vec{f} \cdot \delta \vec{u} dV + \int_{\partial D} \vec{T} \cdot \delta \vec{u} dS$$

Sur chaque élément nous utilisons l'approximation nodale pour exprimer le champ des déplacements $\vec{u}$ et le champ des déplacements virtuels $\delta \vec{u}$ [84]. Ainsi le produit scalaire s'écrit maintenant :

$$\ddot{\vec{u}}(M) \cdot \delta \vec{u}(M) = \delta u_n^T N(M)^T N(M) \ddot{u}_n \quad (\text{III.43})$$

D'où le premier terme :

$$\int_D \rho \ddot{\vec{u}} \cdot \delta \vec{u} dV = \delta u_n^T M_e \ddot{u}_n$$

Avec $M_e = \int_D N(M)^T \rho N(M) dV$, matrice masse élémentaire. Pour exprimer le second terme

Les deux tenseurs sont représentés par des vecteurs nous permettant de remplacer le produit doublement contracté par un simple produit scalaire. Ces notations ont été introduites dans la sous-section 1.3.3. Pour un milieu 3D :

$$\vec{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = [\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} 2\varepsilon_{xy} 2\varepsilon_{xz} 2\varepsilon_{yz}]^T$$

$$\vec{\sigma} \rightarrow \sigma = [\sigma_{xx} \sigma_{yy} \sigma_{zz} \sigma_{xy} \sigma_{xz} \sigma_{yz}]^T$$

De plus, le vecteur des déformations s'exprime en fonction du champ des déplacements. Ces relations géométriques font apparaître des opérateurs différentiels appliqués à $\vec{u}$, que nous notons sous forme matricielle :

$$\varepsilon(M) = LN(M)u_n = B(M)u_n \quad (\text{III.44})$$

Où **B** : est la matrice d'opérateurs différentiels appliqués aux fonctions d'interpolation. Les lois de comportement permettent d'exprimer le vecteur des contraintes en fonction du vecteur des déformations, soit :

$$\sigma(M) = D(M)\varepsilon(M) = D(M)B(M)u_n \quad (\text{III.45})$$

D'où le second terme, écrit dans la base de discrétisation :

$$\int_{D_e} \bar{\sigma} : \bar{\delta \varepsilon} dV = \delta u_n^T K_e u_n \quad (\text{III.46})$$

Avec $K_e = \int_{D_e} B(M)^T D(M) B(M) dV$ matrice raideur élémentaire. Il nous reste à exprimer le travail virtuel des efforts. En pratique, on considère d'une part les efforts donnés et d'autre part les efforts inconnus qui sont les efforts nécessaires pour assurer les liaisons cinématiques. Sur chaque élément, nous utilisons l'approximation du champ de déplacement pour exprimer le travail virtuel de ces efforts.

Efforts imposés

Leur travail virtuel élémentaire est de la forme [83-84]:

$$\delta T_{d_e} = \int_{D_e} \vec{f}_d \cdot \delta \vec{u} dV + \int \partial D_e \vec{T}_d \cdot \delta \vec{u} dS \quad (\text{III.47})$$

Leur travail virtuel élémentaire s'écrit

$$\delta T_{i_e} = \int \partial D_e \vec{T}_i \cdot \delta \vec{u} dS \quad \text{D'où le travail virtuel discrétisé :}$$

$$\delta T_{d_e} = \delta u_n^T F_{d_e} \quad (\text{III.48})$$

Avec $F_{d_e} = \int_{D_e} N(M)^T f_d dV + \int \partial D_e N(M)^T T_d dS$ équation dans laquelle f_d et T_d sont écrit dans une base cohérente avec le choix de la discrétisation de δu et deviennent alors respectivement **fd** et **Td**.

Efforts inconnus

D'une manière similaire, leur travail virtuel élémentaire s'écrit :

$$\delta T_{i_e} = \int \partial D_e \vec{T}_i \cdot \delta \vec{u} dS \quad (\text{III.49})$$

D'où le travail virtuel discrétisé :

$$\delta T_{i_e} = \delta u_n^T F_{i_e} \quad (\text{III.50})$$

En pratique les efforts inconnus représentent les actions mécaniques extérieures à l'élément considéré. On y trouve les efforts de liaison entre les éléments, et éventuellement pour les éléments de frontière les efforts associés aux liaisons cinématiques de la structure.

Comme nous le verrons lors de l'assemblage des équations, les nœuds internes non chargés sont des systèmes mécaniques en équilibre, ce qui entraîne que le torseur des actions mécaniques de tous les efforts élémentaires des éléments connectés à un même nœud est nul. Reportons dans la forme intégrale les résultats obtenus pour chaque élément, nous obtenons une équation matricielle de la forme :

$$\forall D_e, M_e \ddot{u}_n + K_e u_n = F_{d_e} F_{i_e} \quad (\text{III.51})$$

Les expressions des matrices élémentaires que nous venons de voir font apparaître des opérateurs différentiels et des intégrales sur le domaine élémentaire. Or, le calcul analytique des dérivations et de l'intégration n'est possible que pour des éléments très simples tels que la barre et la poutre. Dans un code éléments finis, ces calculs utilisent les notions d'intégration numérique sur des éléments de référence et de transformation géométrique entre éléments réels et éléments de référence.

III.II.2.4. Assemblage et conditions aux limites

Les règles d'assemblage sont définies par la relation :

$$D \simeq \sum_{e=1}^{n_e} D_e \quad (\text{III.52})$$

Attention à ne pas oublier l'erreur de discrétisation géométrique

L'assemblage des matrices élémentaires masse **Me** et raideur **Ke** s'effectue selon les mêmes règles. Ces règles sont définies par sommation des termes correspondant au travail virtuel calculé pour chaque élément [83].

$$\sum_{e=1}^{n_e} \delta u_n^T M_e \ddot{u}_n = \delta U^T M \ddot{U} \quad \text{Et} \quad \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_n^T K_e u_n = \delta U^T K U \quad (\text{III.53})$$

Cette opération traduit simplement que la forme quadratique associée à l'ensemble du domaine est la somme des formes quadratiques des sous-domaines. Elle consiste à «ranger» 1, dans une matrice globale, les termes des matrices élémentaires. La forme de cette matrice dépend bien évidemment de l'ordre dans lequel sont définies les variables globales de $\mathbf{U}$.

Efforts imposés

L'assemblage ne pose pas de problème, il est défini par sommation des termes correspondant au travail virtuel calculé pour chaque élément 2 :

$$\sum_{e=1}^{n_e} \delta u_n^T F_{d_e} = \delta U^T F_d \quad (\text{III.54})$$

Efforts inconnus

L'assemblage peut être mené de façon identique. Cependant, si les liaisons entre les éléments sont parfaites la somme des efforts inconnus aux nœuds internes de la structure est nulle. Nous pouvons en tenir compte pour simplifier l'expression du travail virtuel des efforts inconnus, en ne calculant que le travail virtuel des efforts correspondants aux liaisons cinématiques imposées à la structure, et à celui des liaisons non parfaites. Après assemblage, nous obtenons la forme matricielle du principe des travaux virtuels :

$$M\ddot{U} + KU = F_d + F_i \quad (\text{III.55})$$

Sous cette forme, nous avons N équations pour $N + P$ inconnues. Pour résoudre, il faut tenir compte des P conditions aux limites cinématiques associées aux P composantes inconnues du vecteur $\mathbf{F}_i$ 3.

III.II.3. Utilisation d'un logiciel éléments finis

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels :

NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, etc. Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- analyse linéaire ou non d'un système physique continu ;
- analyse statique ou dynamique ;
- prise en compte de lois de comportement complexes ;
- prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement. . .) pouvant être couplés ;
- Problèmes d'optimisation, etc.

L'utilisation de tels programmes nécessite une formation de base minimale.

III.II.3.1. Déroulement d'une étude

Pour réaliser une étude par éléments finis, il faut que les objectifs de l'étude soient bien définis

4. Le cadre de l'étude, c'est-à-dire le temps et les moyens disponibles, doit être compatible avec les objectifs et la précision recherchée. Supposons toutes ces conditions remplies, l'étude proprement dite est organisée de façon logique selon les étapes suivantes :

A. Analyse du problème : Cette analyse doit fixer les paramètres de calcul et conduire à la réalisation d'un maillage. Cette phase, basée sur l'expérience personnelle acquise, dépend de nombreuses considérations. La difficulté essentielle est de trouver un bon compromis entre les paramètres propres au problème et ceux relatifs à l'environnement de travail. L'analyse du problème nous conduit à préciser un certain nombre d'hypothèses, et à effectuer des choix qui conditionnent les résultats.

1. Les algorithmes de rangement dépendent de la taille du système, du type d'équations à résoudre et d'autres paramètres tels que le type de machine utilisée, de l'algorithme de résolution, etc. Le choix de ces algorithmes est un problème essentiellement numérique.

2. Si l'effort est appliqué à un nœud de la structure, il vient naturellement se placer sur la ligne correspondant au degré de liberté concerné du vecteur force généralisée.

3. Ici, les liaisons sont supposées parfaites pour éviter d'autres inconnues supplémentaires.

B. Choix du modèle : En calcul des structures, les plus classiques sont de type : poutre, élasticité plane, axisymétrique, coques mince ou épaisse, tridimensionnel. À ces modèles mathématiques correspondent des familles d'éléments finis.

C. Choix du type d'éléments : Il est fonction de la précision voulue, de la nature du problème, mais aussi du temps disponible. On choisira les éléments les mieux adaptés dans les familles disponibles.

D. Choix du maillage : Il dépend essentiellement de la géométrie, des sollicitations extérieures, des conditions aux limites à imposer, mais aussi des informations recherchées : locales ou globales.

E. Hypothèses de comportement : Quel modèle retenir pour représenter le comportement du matériau ? Le calcul est-il linéaire ? Doit-on modéliser l'amortissement ? Si le matériau est hétérogène ou composite, peut-on utiliser une méthode d'homogénéisation ? Peut-on traduire l'incompressibilité du milieu ?

Lors d'une étude, on peut être amené à utiliser des éléments finis nouveaux. Il est indispensable de vérifier leur comportement sur des problèmes élémentaires si possible proches de l'étude menée. L'ouvrage «Guide de validation des progiciels de calculs des structures, AFNOR technique 1990» contient des cas tests pouvant servir pour de nombreux problèmes. Ces cas-tests permettent de comparer la solution obtenue avec d'autres solutions numériques ou analytiques. Ce travail préliminaire est utile pour former sa propre expérience et permet de valider l'utilisation du modèle testé.

F. Création et vérification des données : Cette étape dépend du logiciel utilisé. La syntaxe utilisée pour définir le jeu de données est définie dans le mode d'emploi du bloc fonctionnel correspondant. En sortie, un fichier est créé, qui contient toutes les informations nécessaires à l'exécution des calculs. Les vérifications relatives au jeu de données se font généralement graphiquement, grâce à un module informatique appelé préprocesseur.

Différents contrôles peuvent être utilisés pour valider le jeu de données :

- Vérification de la géométrie de la pièce et du maillage 5 ;
- Vérification de la prise en compte des sollicitations et des conditions cinématiques (liaisons) imposées à la structure ;
- Vérification des propriétés mécaniques utilisées.

Pour des problèmes spécifiques, d'autres contrôles seront envisagés. L'objectif étant d'éviter de faire tourner un calcul inutilement. Ceci d'autant plus que la recherche d'une solution acceptable pour un problème donné est rarement le résultat d'un seul calcul.

I. Exécutions du calcul

Ce bloc, le plus coûteux en temps machine est souvent exécuté en tâche de fond. Un fichier de résultats permet de vérifier que les différentes phases de calculs se sont correctement déroulées :

- Interprétation des données, vérification des paramètres manquants ;
- Construction des matrices, espace utile pour les gros problèmes ;
- Singularité de la matrice raideur, problème de conditions aux limites ou de définition des éléments ;
- Convergence, nombre d'itérations, etc.

Ce fichier peut contenir aussi les résultats du calcul (déplacements, résidus, contraintes. . .) ce qui lui confère dans ce cas un volume généralement très important. Il peut arriver que le calcul échoue [85].

Les principales sources d'erreurs généralement observées à ce niveau sont listées dans le tableau III.4

Erreurs	Causes	Remèdes
singularité de K	éléments mal définis, existence de modes rigides, intégration numérique 6	modifier la topologie du maillage, modifier les liaisons, modifier le nombre de points d'intégration
résolution des équations	arrondi numérique, non convergence	travailler en double précision, changer d'algorithme, augmenter le nombre d'itérations

Tableau III.4 Principales sources d'erreurs durant le calcul

J. Exploitation des résultats : Les calculs demandés dans le cahier des charges ont le plus souvent pour objectif de valider ou de vérifier le dimensionnement d'une structure. Les résultats obtenus et les conclusions relatives aux phénomènes à étudier devront être présentés de façon synthétique : tableaux, courbes,

visualisation. Cela justifie largement l'utilisation d'un post-processeur, qui propose des outils pour sélectionner les informations que l'on veut étudier.

Attention ! Lors de l'utilisation de ces outils, il faut savoir ce que cache l'information qui vous est proposée graphiquement, sachant que celle-ci est construite à partir de résultats discrets :

- Valeur moyenne sur un élément : comment est-elle définie ?
- Valeur maximale sur l'élément : comment est-elle calculée ?
- Valeurs aux nœuds (écarts entre les éléments) : à quoi correspondent-elles ?
- Les courbes d'iso-contraintes ont-elles une signification ? Etc.

Différentes vérifications doivent être effectuées pour valider les résultats. Elles poussent, dans la plupart des cas, à remettre en cause le modèle pour en créer un nouveau, dont on espère qu'il améliorera la solution précédente. Pour valider une solution, il faut procéder dans l'ordre, en estimant dans un premier temps la précision du modèle. Puis lorsque celle-ci est jugée suffisante, nous procédons à sa validation. Les indicateurs sur la précision du modèle sont généralement locaux. Ils concernent des informations élémentaires calculées aux nœuds ou aux points

d'intégration 7, ces informations sont très souvent fournies en valeur moyenne sur l'élément. Les indicateurs locaux sur la précision d'un modèle mécanique peuvent être :

- Discontinuité des contraintes entre des éléments adjacents. Le plus simple, pour un matériau isotrope, est de visualiser la contrainte équivalente de von Mises, cela permet d'avoir une idée des zones fortement chargées ayant un fort gradient de contrainte. Ces zones seront l'objet de toute notre attention ;
- Valeur du tenseur des contraintes sur les bords libres (certaines valeurs doivent être nulles).

En pratique, il faudra estimer ces valeurs à partir des valeurs obtenues aux points d'intégration

- Densité d'énergie interne de déformation sur chaque élément, l'idéal étant d'avoir un écart le plus faible possible.

Ayant les informations sur la qualité de la solution, différents contrôles peuvent être envisagés pour valider votre modèle :

- Ordre de grandeur des résultats obtenus ;
- Vérification des hypothèses du modèle 8 ;
- Justification des choix de départ.

La comparaison des résultats des différents modèles permet d'améliorer puis de valider un modèle *final*. Une fois la fiabilité du modèle assurée, on peut conclure sur l'adéquation entre la structure et le cahier des charges. La synthèse de ces calculs préliminaires est indispensable car elle vous permet de justifier et de définir les limites du (des) modèle(s) retenu(s).

III.II.3.2. Techniques de calculs au niveau élémentaire

Ce paragraphe plus technique présente quelques aspects du calcul numérique des formes intégrales présentées précédemment. Ces calculs sont basés sur l'intégration numérique sur des éléments de référence et l'utilisation de la transformation géométrique pour définir les éléments réels à partir d'éléments de référence [85].

A. Transformation géométrique : Tout élément réel peut être défini comme image par une transformation géométrique d'un élément parent dit de référence pour lequel les fonctions d'interpolation sont connues. À l'image de la figure III.13, la transformation géométrique définit les coordonnées (x, y, z) de tout point de l'élément réel à partir des coordonnées (s, t, u) du point correspondant de l'élément de référence soit :

$$D_{\text{référence}} \begin{matrix} (s, t, u) \end{matrix} \xrightarrow{-T_e} D_{\text{réel}} \begin{matrix} (x, y, z) \end{matrix} \quad (\text{III.56})$$

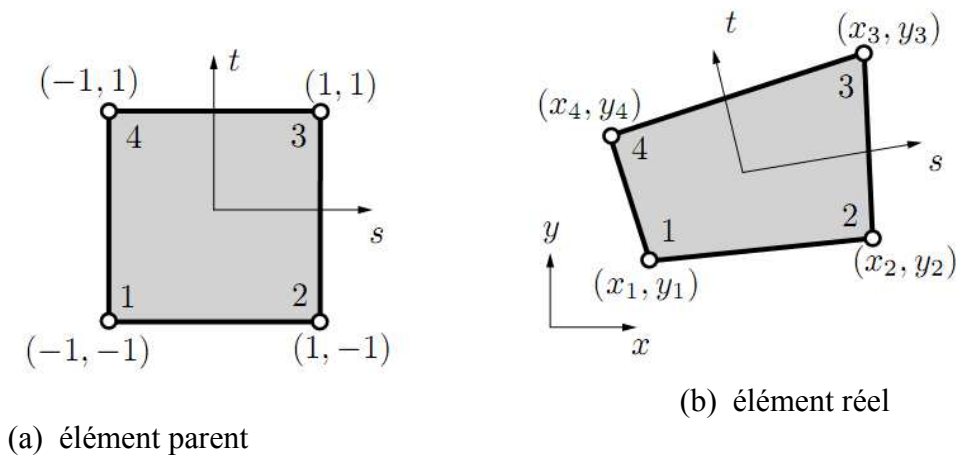


Figure III.13. Transformation géométrique linéaire d'un carré

Un même élément de référence permettra de générer une classe d'éléments réels. À chaque élément réel correspond une transformation géométrique différente, cette transformation devant être une bijection. Chaque transformation géométrique dépend des coordonnées des nœuds géométriques de l'élément réel. Pour les éléments les plus simples, la transformation est identique pour chaque coordonnée, et utilise une base de fonctions polynomiales.

Si les nœuds d'interpolation et les nœuds géométriques sont confondus, les fonctions de transformation géométrique $\mathbf{N}_g$ seront identiques aux fonctions d'interpolation $\mathbf{N}$. Ces éléments sont dits iso paramétriques [83-84]. En résumé, la transformation géométrique est définie par :

$$x = N_g^T(s, t, u)X_n \quad y = N_g^T(s, t, u)Y_n \quad z = N_g^T(s, t, u)Z_n \quad (\text{III.57})$$

Avec X_n, Y_n, Z_n coordonnées des nœuds de l'élément réel et $\mathbf{N}_g(s, t, u)$ rassemblant les fonctions de la transformation géométrique.

III.II.4. Organigramme d'un logiciel éléments finis

Tout logiciel de calcul par la méthode des éléments finis contient les étapes caractéristiques

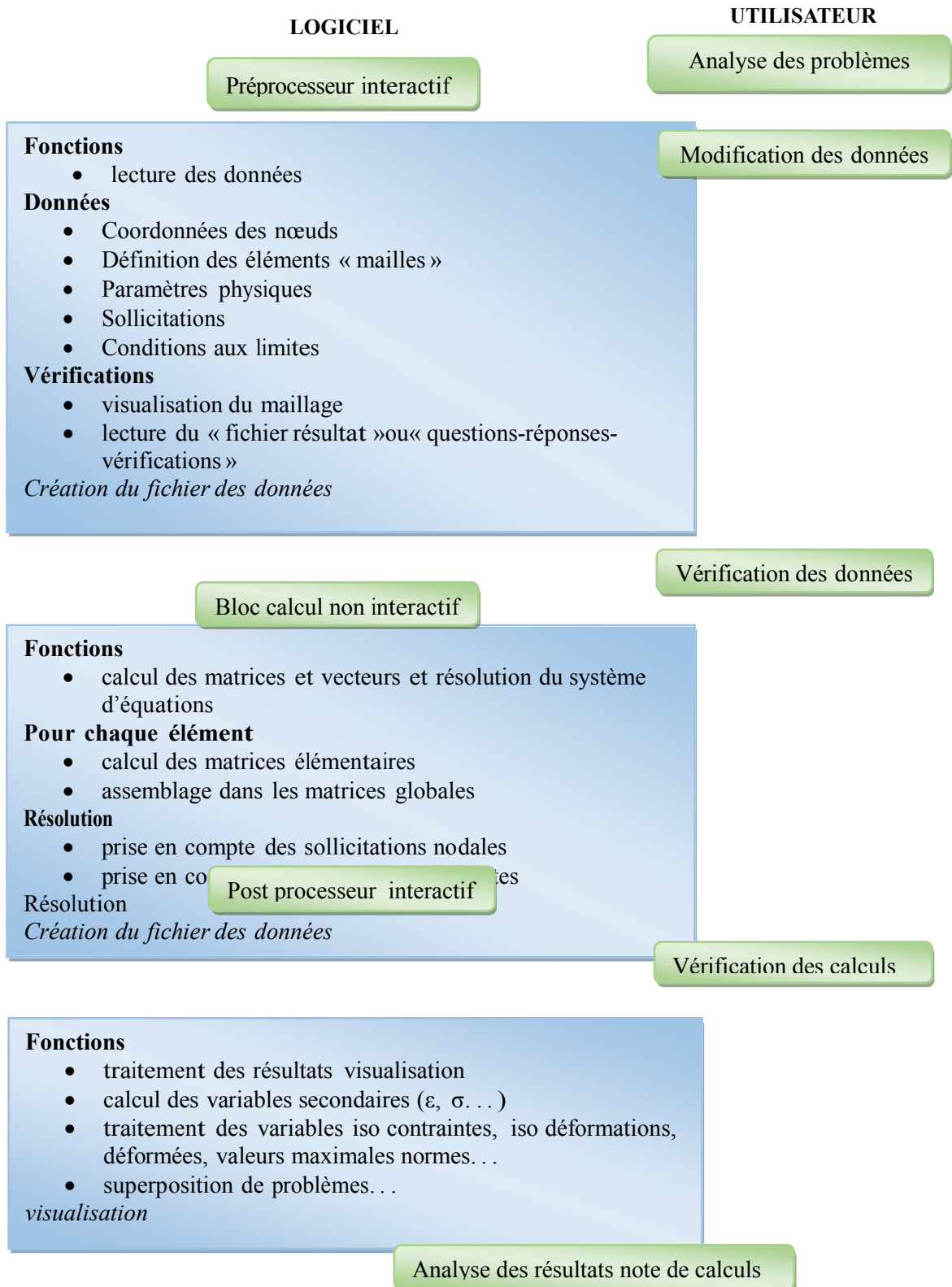


Figure III.14. Organigramme d'un logiciel

Chapitre IV

Analyse des distributions des contraintes dans le spacer

IV.1. Introduction

La durée de vie des implants orthopédiques est un problème de santé pour les personnes âgées. 800 000 prothèses de hanche sont implantées en Europe et dans le même ordre aux USA. Deux façons d'implanter des tiges fémorales sont disponibles. Premièrement, la tige fémorale peut être insérée dans l'os du fémur. Deuxièmement, elle peut être insérée avec du ciment osseux entre la matière constituant la tige fémorale et l'os. Sir John Charnley a été le premier chirurgien à fixer une tige fémorale synthétique inerte avec l'os vivant en utilisant le ciment poly-méthacrylate. La réussite à long terme de l'arthroplastie totale de la hanche (PTH) dépend d'un certain nombre de facteurs tels que la technique chirurgicale, les matériaux et la conception de l'endo-prothèse [86].

Les prothèses cimentées sont de plus en plus utilisées en chirurgie arthroplastique, figure V.1. La rupture de la prothèse est susceptible de se produire en raison de la fatigue, à moins qu'une coquille dure composée d'un matériau inerte soutienne structurellement la prothèse. Par conséquent le ciment orthopédique moulé devrait être traité en visant à maintenir le tissu mou. Les modèles commerciaux de la prothèse totale de hanche en ciment peuvent être améliorés par l'ajout d'une coquille dure composée d'une matière inerte (non réactive) ayant une résistance très élevée à la traction lui permettant de résister aux forces de poids imposé par le corps humain [88] comme la résistance du matériau en ciment est limitée, Thielen et al, ont testé la résistance mécanique du ciment pour deux générations de prothèse, figure VI.2. La prothèse de première génération est la prothèse non renforcée au PMMA et la deuxième se présente en deux types : prothèse en PMMA renforcée avec une tige ronde en titane et prothèse en PMMA renforcé avec une tige plate [87]. Une des applications importantes de la modélisation informatique de l'organisme humain est la zone de remplacement de l'articulation où un modèle validé peut être planifié pour être utilisable en chirurgie arthroplastique. Pour l'évolution de la prothèse totale de hanche, les paramètres ont été obtenus à partir de l'analyse de la marche [89]. La méthode des éléments finis est la technique la plus avancée des techniques de simulation. C'est un outil important utilisé dans la conception et l'analyse des prothèses totales ainsi d'autres composants orthopédiques [88].

Dans cette étude, une analyse tridimensionnelle par éléments finis a été utilisée pour analyser les effets des prothèses pour différents critères (forme, dimensions, matériaux et coefficient de frottement), ainsi que pour deux types de prothèses non renforcée et renforcée.

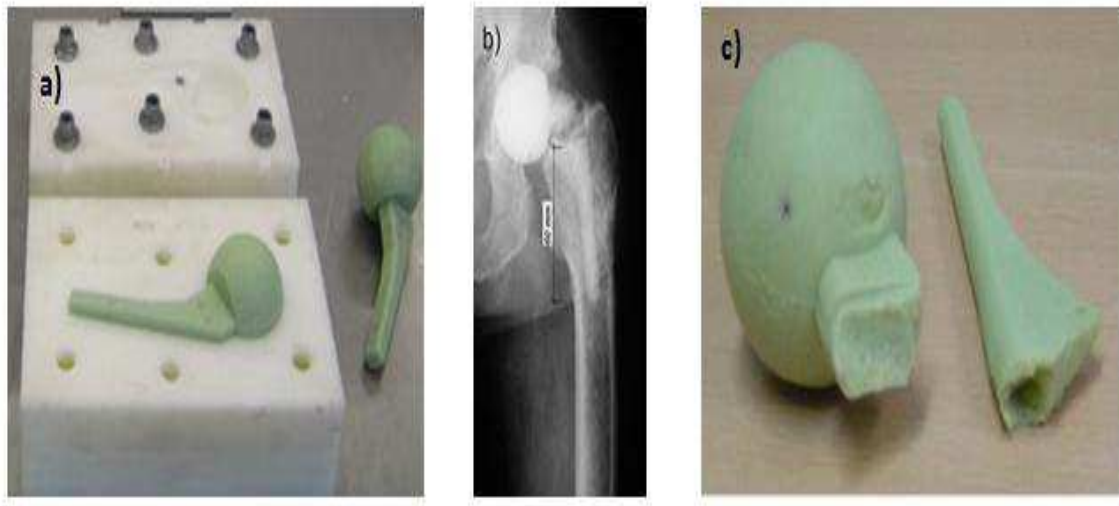


Figure IV.1. (a) Prothèse en ciment. (B) Radiographie in-vivo de prothèse avec rupture de la tige. Observations cliniques à l'hôpital de l'université de La Sarre (Allemagne) ont révélé que la rupture se produit en général à environ 60 mm de l'extrémité de la tige (Rajesh et al. 2009). (C) La rupture de la prothèse en ciment moulé comme retiré de la hanche [(Thielen et al. (2009)]

Les modèles sont tridimensionnels, (solide) : il y a quatre composants majeurs à modéliser : os cortical, os spongieux, prothèse en ciment et renforts. Les modèles complètement constitués ont été assemblés à l'aide de SolidWorks, puis exportés vers le programme Abaqus. L'épaisseur du renfort est de 8 mm, les dimensions de la prothèse sont montrées sur la figure IV.2 [102].

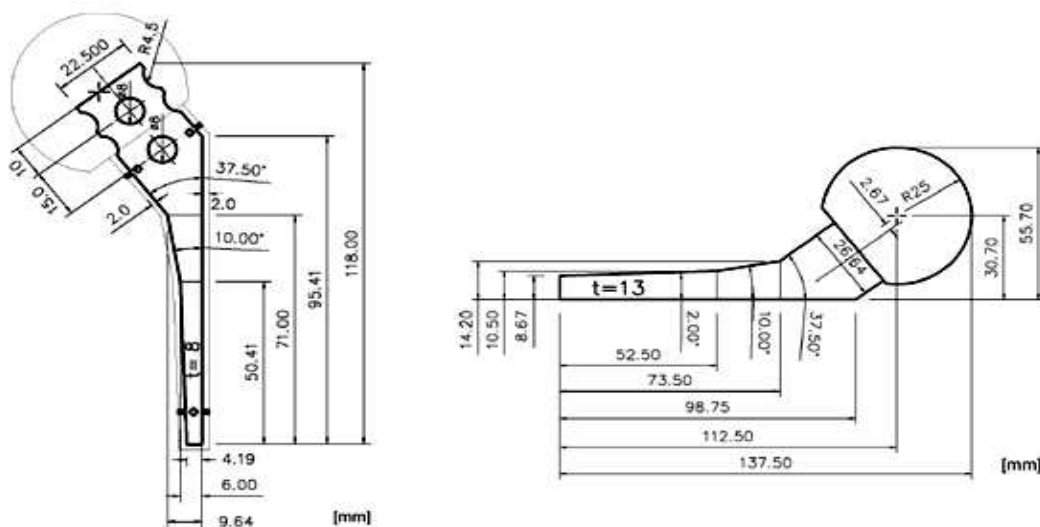


Figure IV.2. Dimensions du «spacer» et du renfort plat, toutes les dimensions sont en mm [102]

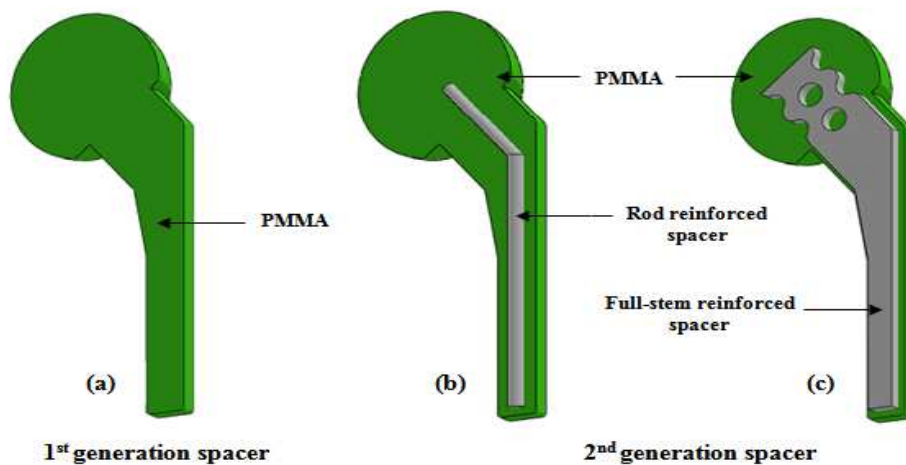


Figure IV.3. Différents types de spacer : (a) Spacer non renforcé en PMMA ; (b) Spacer en PMMA avec renfort rond en Titane ; (c) Spacer en PMMA avec renfort plat en Titane [Thielen et al. (2009)]

IV.3. Modélisation par éléments finis

Le modèle de la prothèse totale de hanche (PTH) utilisé pour l'analyse se compose de l'assemblage de quatre parties : os cortical, os spongieux, ciment et renforcement (renfort rond et renfort plat). Le modèle a été réalisé à l'aide du logiciel SolidWorks, puis exporté dans le code éléments finis ABAQUS. La modélisation des deux types de prothèse a nécessité le modèle des éléments finis développé pour cette étude. Le maillage des éléments est tétraèdre avec dix nœuds. Un raffinement du maillage a été généré autour de la prothèse, figure VI.4.

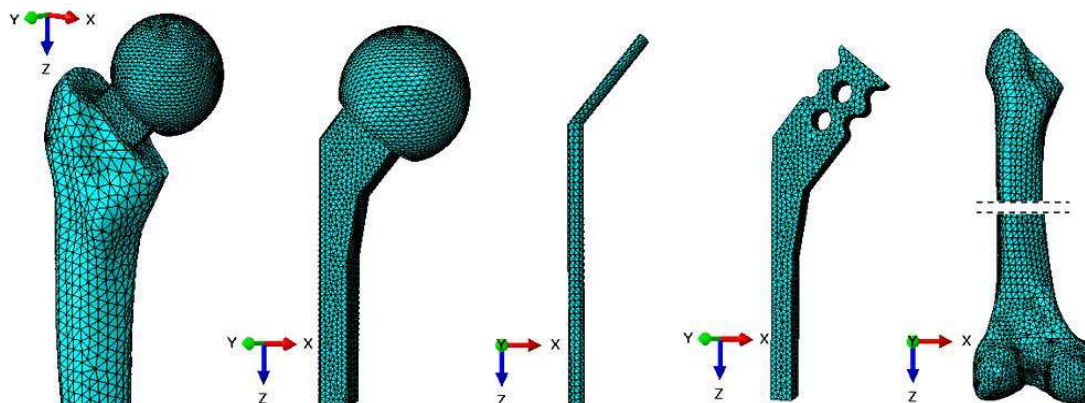


Figure IV.4. Maillage par éléments finis de prothèse totale de hanche : Prothèse implantée, implant, renfort rond, renfort plat, fémur (de gauche à droite)

Les propriétés mécaniques des matériaux ont été définies en fonction du module de Young et du coefficient de Poisson pour le ciment, l'os et tous les composants associés. Tous les matériaux ont été pris, linéaires et homogènes avec un comportement élastique.

Propriétés	Module de Young E , MPa	Coefficient de Poisson ν
Os cortical	15500	0,28
Os Spongieux	389	0.3
Renfort	/	0.3
Ciment PMMA	2700	0.35

Tableau IV.1. Propriétés des matériaux utilisés pour les modèles en éléments finis

IV.4. Conditions aux limites et chargement statique

Dans cette étude, l'ampleur et les directions des forces musculaires données par Bregmann sont utilisées. Ils sont indiqués au tableau IV.2 ; la charge statique correspond à une personne de 70 kg. Un muscle abducteur ($F_{\text{abductor muscle}}$) est appliqué à la zone proximale.

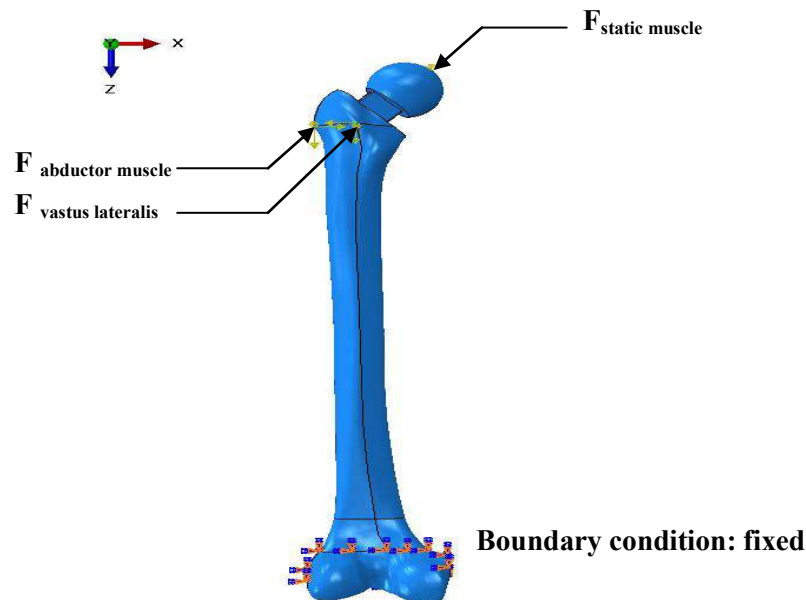


Figure IV.5. Forces appliquées sur l'os-ciment-prothèse : assemblage général.

La charge du muscle tibial (Filio-tibial tract) est appliquée à la partie inférieure du fémur dans le sens longitudinal du fémur [103]. La condition aux limites a été appliquée par la fixation de

l'épiphyse distale, qui est l'extrémité distale du fémur, connectée à l'articulation du genou [104].

Figure IV.3 Système de coordonnées représentant la direction des forces composantes [105].

Charge (N)	X	Y	Z
Force de contact commun (Fstatic)	-433.8	-263.8	-1841.3
Abducteur muscle	465,9	34.5	695,0
Le vastus lateralis	-7.2	-148.6	-746.3

Tableau IV.2. Configurations de charge maximale des principaux muscles

IV.5. Distribution des contraintes de von Mises

La figure IV.6, présente la distribution des contraintes de von Mises pour les trois composants de la prothèse : os, spacer, implant et cela pour les deux types de spacer : non renforcée et renforcée (spacer avec renfort rond et spacer avec renfort plat)

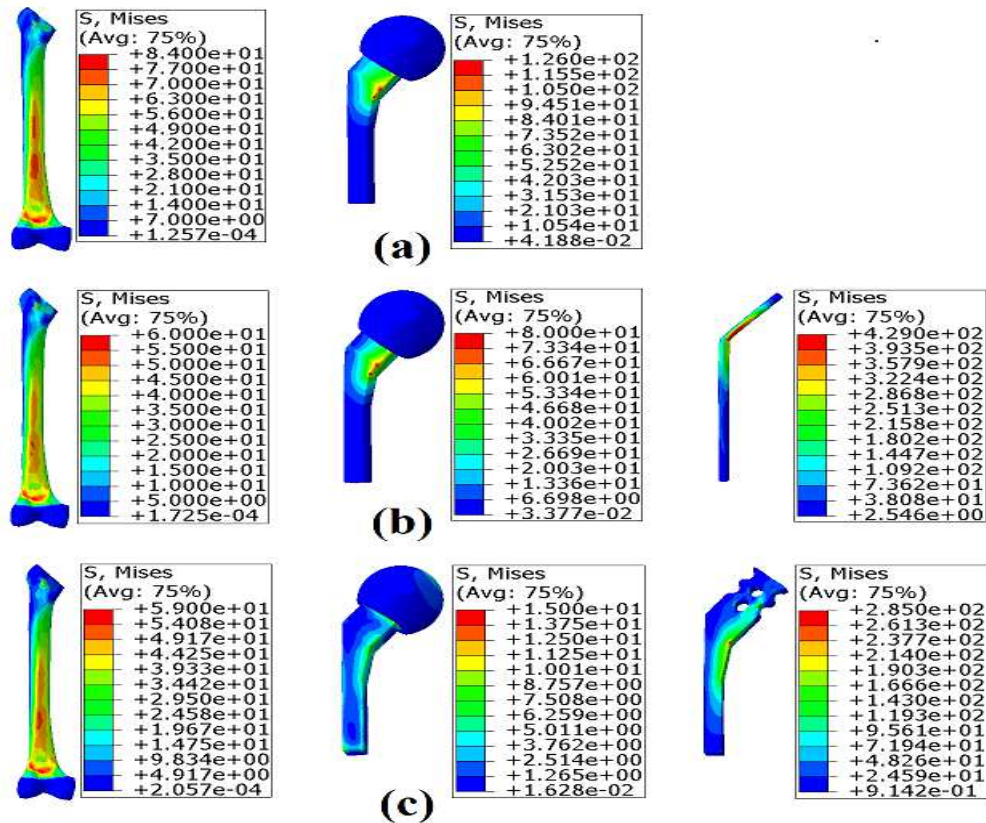


Figure IV.6. Répartition des contraintes de von Mises dans l'os, le spacer et le renfort
(a) spacer sans renfort; (b) spacer avec renfort rond; (c) spacer avec renfort plat

IV.6. Distribution des contraintes normales et de cisaillement : partie extérieure

La figure VI.7, présente la distribution des contraintes normales σ_{xx} pour les trois différents spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale) suivant la direction xx. Dans leurs faces externes le spacer est soumis à une contrainte presque exclusivement de traction, et cela tout le long de la zone proximale ; cette contrainte subit plusieurs variations brutales de son intensité, avec un pic observé dans le col fémoral.

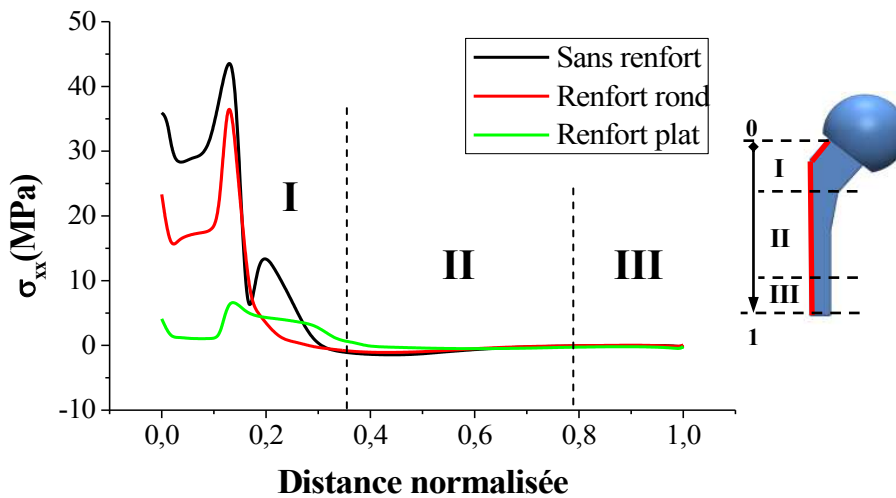


Figure IV.7. Variation des contraintes normales σ_{xx} dans la partie extérieure du spacer

I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

Ce maximum de contrainte atteint 44 MPa dans l'implant sans renfort, diminue à 36 MPa dans le cas de renfort rond et jusqu'à 06 MPa dans le spacer avec renfort plat. Ainsi, le renfort rond diminue la concentration de contrainte de plus de 19%, cette diminution atteint 87% dans le spacer avec renfort plat ; sachant que le ciment a une faible résistance aux efforts de traction, l'intérêt du renfort plat devient évident. Les contraintes s'annulent ensuite progressivement dans la zone médiane.

La figure IV.8, présente la distribution des contraintes normales σ_{yy} pour les trois types de spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale) suivant la direction yy.

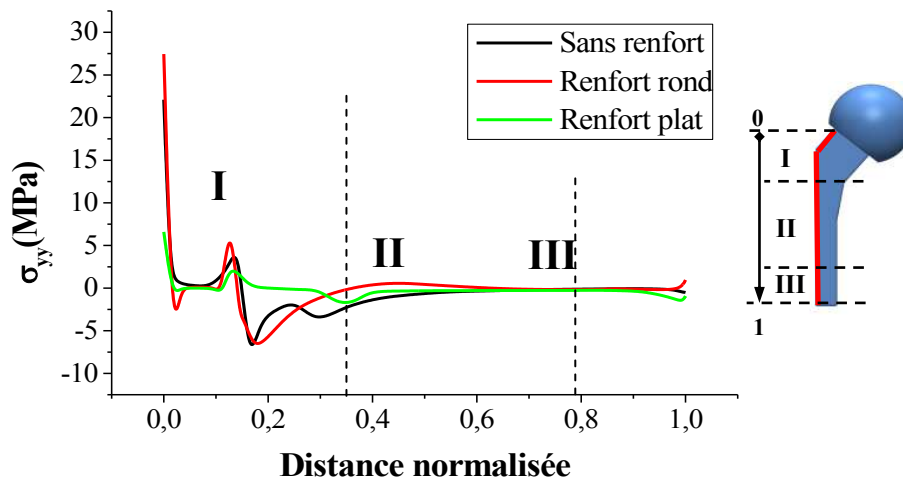


Figure IV.8. Variation des contraintes normales σ_{yy} dans la partie extérieure du spacer

I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

La figure IV.9, présente la distribution des contraintes normales σ_{zz} pour les trois types de spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale) suivant la direction zz .

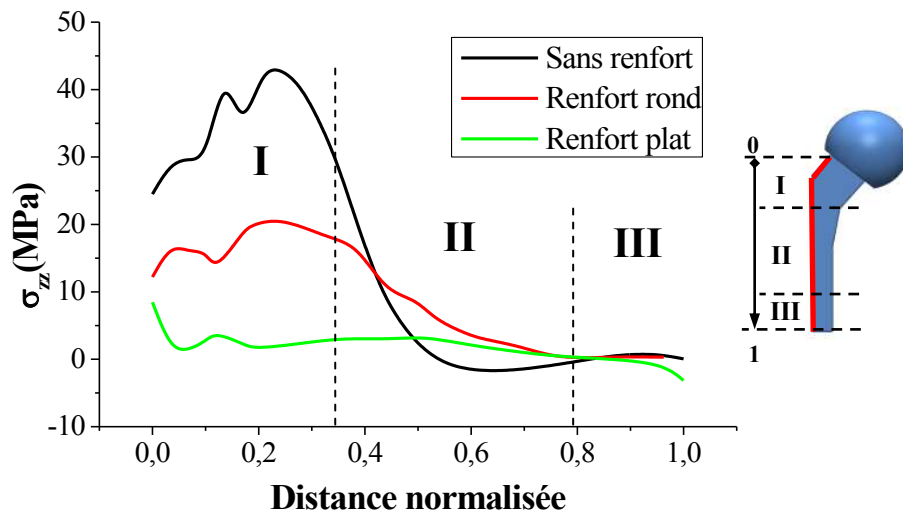


Figure IV.9. Variation des contraintes normales σ_{zz} dans la partie extérieure du spacer

I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

Les contraintes normales observées dans les différents types de spacer selon l'axe zz se superposent sur la zone proximale et médiane de la face externe, elles présentent un pic dans le col fémoral de 9 ; 22 et 43 MPa (en fonction du type de spacer). La zone distale présente des contraintes presque négligeables.

La figure IV.10, présente la distribution des contraintes de cisaillement τ_{xy} pour les trois types de spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale). Les spacers sont soumis à des contraintes de cisaillement, et cela tout le long de la zone proximale ; ces contraintes subissent plusieurs variations brutales de leur intensité, avec un pic observé dans le col fémoral. Ce maximum de contrainte atteint -9 MPa dans l'implant sans renfort, diminue à -7.5 MPa dans le cas de renfort rond et jusqu'à 2 MPa dans le spacer avec renfort plat. Les contraintes s'annulent ensuite progressivement dans la zone médiane et distale

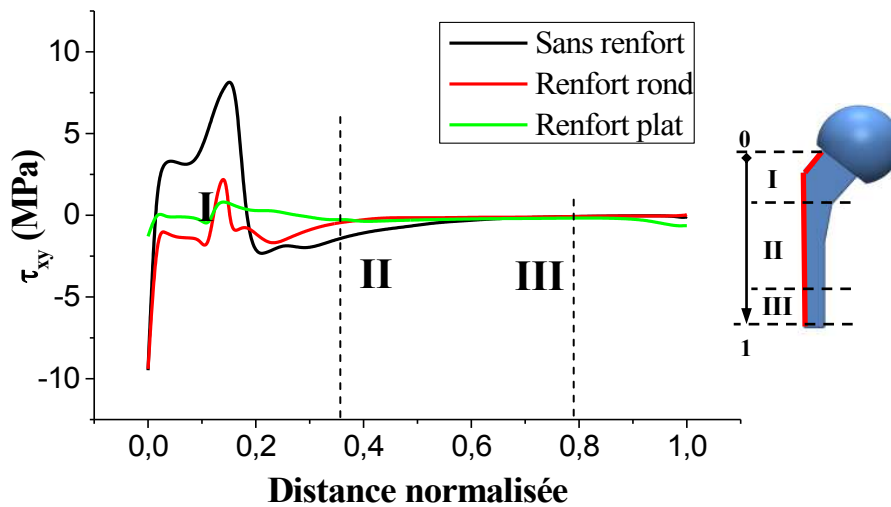


Figure IV.10. Variation des contraintes de cisaillement σ_{xy} dans la partie extérieure du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

La figure IV.11, présente la distribution des contraintes de cisaillement τ_{xz} pour les trois types de spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale).

Les contraintes de cisaillement observées dans des types de spacer se superposent dans la zone proximale de la face externe du spacer, elles présentent un pic dans le col prophétique de -35 ; -24 et -3 MPa (en fonction du type de spacer). Ainsi, le renfort rond diminue la concentration de contrainte de plus de 11 MPa ; cette diminution atteint un écart de 32 MPa dans le spacer avec renfort plat par rapport au spacer sans renfort. Les contraintes s'annulent ensuite progressivement dans les zones médiane et distale.

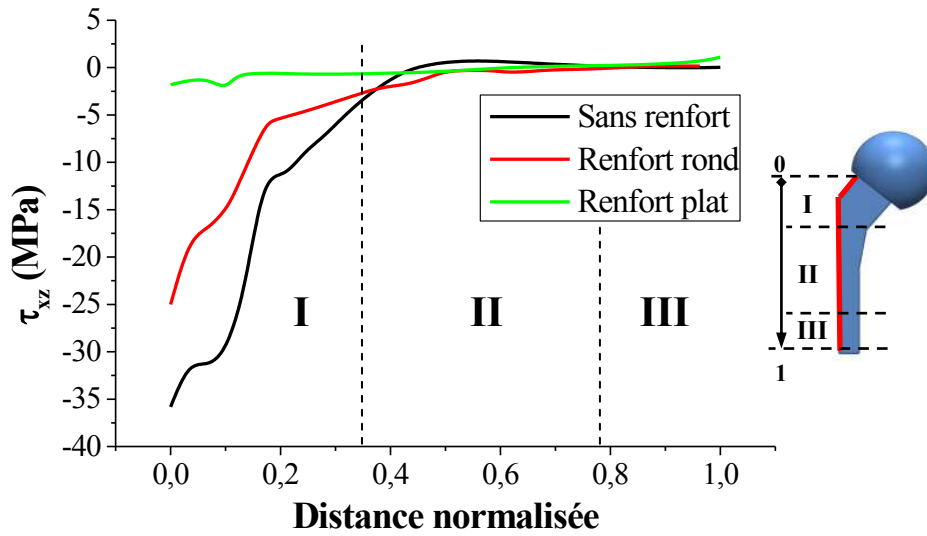


Figure IV.11. Variation des contraintes de cisaillement σ_{xz} dans la partie extérieure du spacer. I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

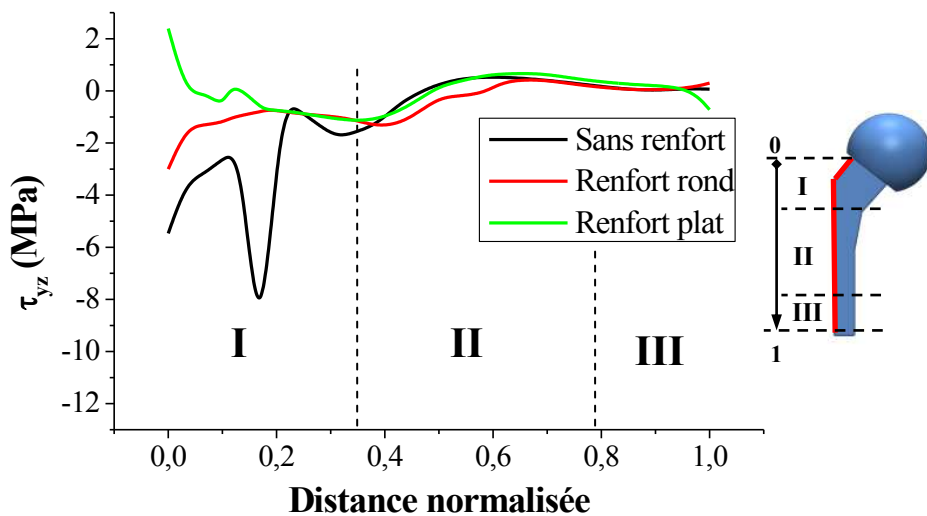


Figure IV.12. Variation des contraintes de cisaillement σ_{yz} dans la partie extérieure du spacer I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

La figure IV.12, présente la distribution des contraintes de cisaillement τ_{yz} pour les trois types de spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale) suivant la direction zz . Les contraintes de cisaillement observées dans les types de spacer se superposent sur la zone proximale de la face externe, elles présentent des contraintes en traction qui atteignent un maximum de 2 MPa sur le col fémoral du spacer avec renfort plat, et des contraintes de compression pour un maximum de -8 MPa pour le spacer non renforcé. Les zones médiane et distale présentent des contraintes presque négligeables.

IV.7. Distribution des contraintes normales et de cisaillement : partie intérieure

La figure IV.13, présente la distribution des contraintes normales σ_{xx} dans la partie intérieure pour les trois types de spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale) suivant la direction xx.

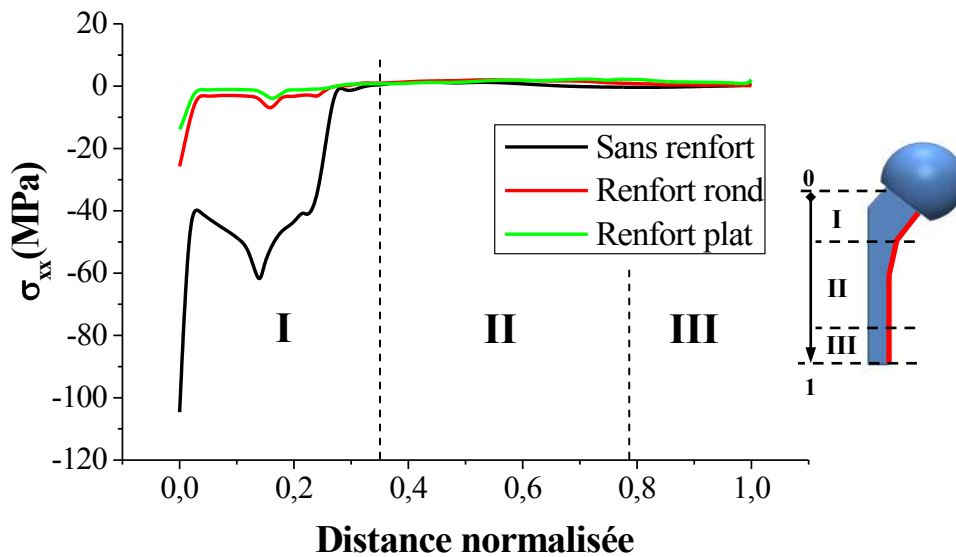


Figure IV.13. Variation des contraintes normales σ_{xx} dans la partie intérieure du spacer
I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

Les spacer sont soumis à des contraintes exclusivement de compression, et cela tout le long de la zone proximale ; cette contrainte subit plusieurs variations brutales de son intensité, avec un pic observé au niveau du col fémoral. Ce maximum de contrainte atteint -107 MPa dans l'implant sans renfort, diminue à 36 MPa dans le cas de renfort rond et jusqu'à 7 MPa dans le spacer avec renfort plat. Ainsi, le renfort rond diminue la concentration de contrainte, cette diminution est plus importante pour le spacer avec renfort plat. Les contraintes s'annulent ensuite dans les zones médiane et distale.

La figure IV.14, présente la distribution des contraintes normales σ_{yy} à la partie intérieure pour les trois spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale) suivant la direction yy. Les contraintes normales observées dans les types de spacer selon l'axe YY se superposent sur presque tout le long de la face externe, elles présentent un pic dans le col prophétique de -44 ; -12 et -6 MPa (en fonction du type de spacer). La seule remarque est que dans le spacer sans renfort, le pic de contrainte de compression est suivi brutalement par

un pic de contraintes de traction a plusieurs reprises dans la zone proximale, pour ensuite s'annuler en passant aux zones médiane et distale.

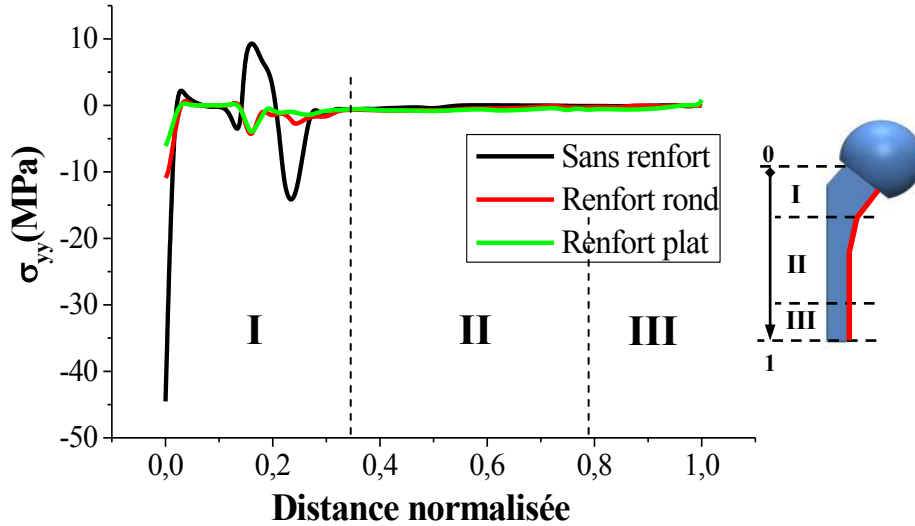


Figure IV.14. Variation des contraintes normales σ_{yy} dans la partie intérieure du spacer

I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

La figure IV.15, présente la distribution des contraintes normales σ_{zz} à la partie intérieure pour les trois spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale).

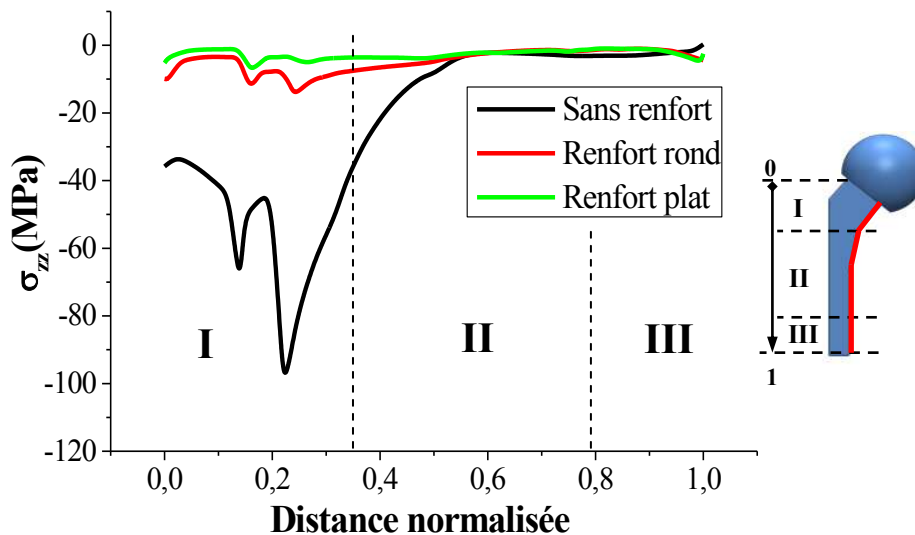


Figure IV.15. Variation des contraintes normales σ_{zz} dans la partie intérieure du spacer

I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

Les contraintes normales observées dans les types de spacer se superposent principalement dans la zone proximale de la partie intérieure du spacer, elles présentent un pic de -97 pour le spacer sans renfort et -17 ; -6 pour les spacers avec renfort rond et plat. Ainsi, la diminution de contrainte pour le spacer avec renfort plat est plus importante que celle du renfort rond, cette diminution fait un écart entre les deux renforts de 11 MPa. Les contraintes s'annulent ensuite progressivement dans les zones médiane et distale.

La figure IV.16, présente la distribution des contraintes de cisaillement σ_{xy} à la partie intérieure dans le ciment à l'interface Ciment/Os pour les trois types de spacers dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale). Nos résultats montrent que le ciment est soumis à des efforts de cisaillement principalement au niveau de la zone proximale. Le chargement appliqué sur la prothèse totale de hanche engendre des contraintes de cisaillement pour les trois types de prothèse, le pic de ces contraintes est marqué au niveau du col fémoral, pour le spacer sans renfort la contrainte la plus élevée est de -20 MPa, cette contrainte diminue jusqu'à -4 ; -2 pour les spacer avec renfort rond et avec renfort plat. Les zones médiane et distale présentent des contraintes très faibles.

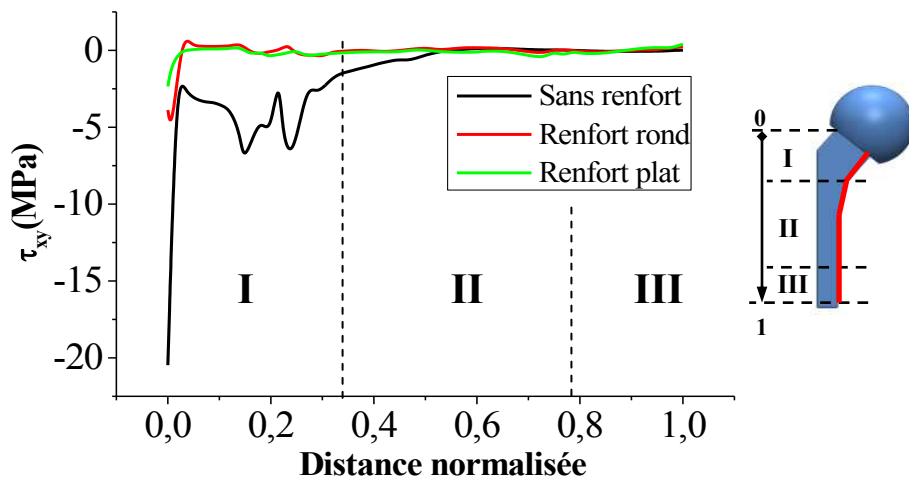


Figure IV.16. Variation des contraintes de cisaillement σ_{xy} dans la partie intérieure du spacer. I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

La figure IV.17, présente la distribution des contraintes de cisaillement τ_{yz} à la partie intérieure pour les trois spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale).

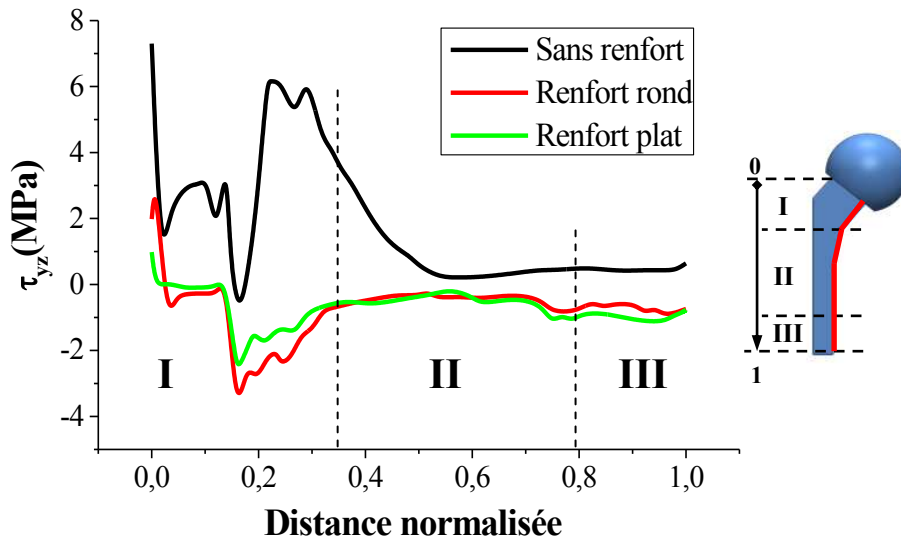


Figure IV.17. Variation des contraintes de cisaillement σ_{yz} dans la partie intérieure du spacer. I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

Les spacers sont soumis à des contraintes de cisaillement et cela tout le long de la zone proximale ; ces contraintes subissent plusieurs variations brutales de leur intensité, avec un pic observé dans le col fémoral. Ce maximum de contrainte atteint 7.5 MPa dans l'implant sans renfort, diminue à -2.5 MPa dans le cas du renfort rond et jusqu'à 1 MPa dans le spacer avec renfort plat. Les contraintes s'annulent ensuite progressivement dans les zones médiane et distale

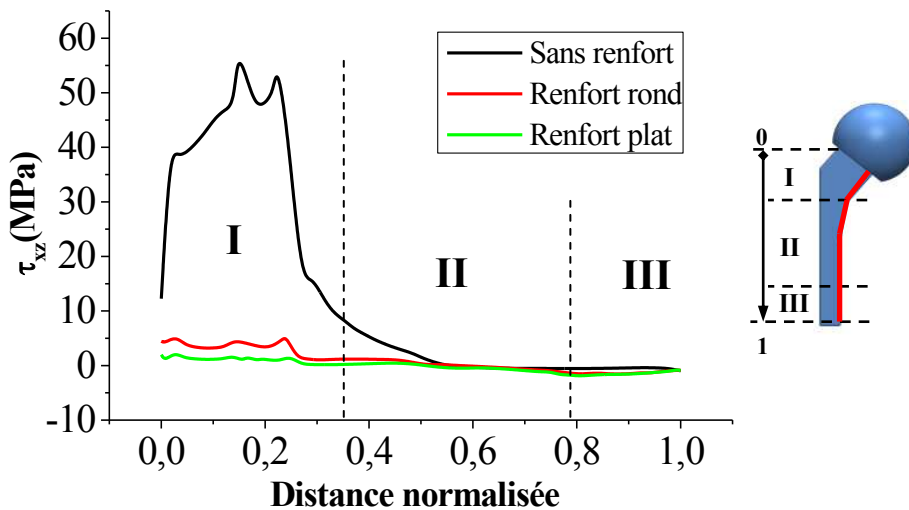


Figure IV.18. Variation des contraintes de cisaillement σ_{xz} dans la partie intérieure du spacer. I: zone proximale; II: zone médiane, III: zone distale

La figure IV.18, présente la distribution des contraintes de cisaillement τ_{xz} partie intérieure pour les trois types de spacers à l'interface Implant/Os dans les trois zones de la prothèse (proximale, médiane et distale). Les contraintes de cisaillement observées dans les types de spacer se superposent dans la zone proximale du spacer, elles présentent un pic de 52 ; 5 et 2 MPa (en fonction du type de spacer). Ainsi, le renfort rond diminue la concentration de contrainte de plus de 47 MPa cette diminution est de 50 MPa dans le spacer avec renfort plat. Les contraintes s'annulent ensuite progressivement dans les zones médiane et distale.

IV.8. Conclusion

Dans le spacer sans renfort les contraintes de von Mises se concentrent au niveau du col, ce sont des contraintes de traction ; ceci est la conséquence du décalage entre l'axe de l'implant et de la force appliquée sur la tête.

La variation rapide de la contrainte de cisaillement et le pic de contrainte normale est responsable de la rupture au niveau du col, rupture qui s'amorce au niveau de la face externe du col (étude expérimentale de Thielen et al, [94]) à cause de la faible résistance du ciment à l'effort de traction. Le renfort plat va absorber une partie importante des contraintes et les transmet de façon plus homogène sur le reste de l'implant puis à l'os permettant ainsi une diminution de la contrainte maximale dans le fémur.

L'objectif de cette étude est l'analyse du comportement mécanique de deux générations de prothèses de hanche (prothèse non renforcée, prothèse renforcée par un renfort rond et prothèse renforcée par un renfort plat) par le calcul de la distribution des contraintes dans ses composants. Cette distribution peut donner une idée précise du relâchement de la prothèse et, par conséquent, la durée de vie en fatigue de la prothèse peut être prédite.

Les résultats obtenus conduisent aux conclusions suivantes:

- Le spacer sans renfort présente un risque important de rupture au niveau du col à cause d'une très grande concentration de contraintes ;
- L'ajout d'un renfort rond au spacer cimenté augmente la résistance de la prothèse de la hanche ;
- la prothèse renforcée avec renfort plat est plus résistante que la prothèse renforcée avec renfort rond.

Chapitre V

Optimisation des propriétés mécanique et géométrique du renfort

V.1. Introduction

En chirurgie orthopédique et en particulier dans l'arthroplastie totale de la hanche, la fixation de l'implant s'effectue en général à l'aide d'un ciment chirurgical qui comprend essentiellement du polymère poly-méthacrylate de méthyle (PMMA). Les prothèses cimentées sont de plus en plus utilisées pour la chirurgie arthroplastique parce qu'ils sont capables d'éliminer les infections. Le modèle géométrique de la prothèse totale de hanche est analysé par la méthode des éléments finis en utilisant le code de calcul commercial ABAQUS version 6.9. Compte tenu de la nature du chargement et de la géométrie, une modélisation tridimensionnelle est utilisée pour analyser le comportement mécanique de la prothèse cimentée (PMMA) pour le calcul de la contrainte maximale. L'un des facteurs le plus important dans la conception des prothèses renforcées est de réduire les contraintes sur l'os du fémur et le ciment. L'analyse par éléments finis et la conception expérimentale ont été réalisées pour optimiser le modèle «spacer». Les propriétés des matériaux et le coefficient de frottement pour les composants sont également optimisés. Cette optimisation nous permet de déterminer les paramètres qui influencent le plus les performances des prothèses renforcées. On peut ainsi aider les concepteurs de spacer à améliorer la qualité des prothèses et leurs durabilités.

Le modèle expérimental [Eriksson, Johansson, Kettaneh-Wold, Wikström et Wold (2000); Frigon et Mathews (1996)], a été utilisé pour la détermination de l'optimum des prothèses renforcées. Le processus du spacer renforcé est décrit par un modèle quadratique :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{12}x_1x_2 \quad (V.1)$$

Où y est la réponse du processus (σ : la contrainte maximale de von Mises pour le spacer cimenté) et x_i est la valeur normalisée moyenne pour chaque facteur u_i :

$$\chi_i = (u_i - u_{ic}) / \Delta u_i = u_i^*$$

$$u_{ic} = (u_{i\max} + u_{i\min}) / 2, \Delta u_i = (u_{i\max} - u_{i\min}) / 2$$

Dans la présente étude, la méthode expérimentale de conception a été appliquée pour optimiser deux types de spacer renforcé : spacer avec renfort rond et spacer avec renfort plat.

Pour les facteurs considérés pour le spacer avec renfort rond, c.-à-d., le diamètre du renfort (D), le module de Young du renfort rond (E) et le coefficient de frottement à l'interface renfort-ciment (μ), le modèle quadratique (σ) prendra la forme suivante :

$$\sigma = a_0 + a_1 D^* + a_2 E^* + a_3 \mu^* + a_{12} D^* E^* + a_{13} D^* \mu^* + a_{23} E^* \mu^* + a_{11} D^{*2} + a_{22} E^{*2} + a_{33} \mu^{*2} \quad (V.2)$$

Pour les facteurs considérés dans l'ensemble de la prothèse avec renfort plat, c.-à-d., l'épaisseur (t), le module de Young (E) et le coefficient de frottement à l'interface renfort-ciment (μ), le modèle quadratique (σ) va prendre la forme suivante :

$$\sigma = a_0 + a_1 t^* + a_2 E^* + a_3 \mu^* + a_{12} t^* E^* + a_{13} t^* \mu^* + a_{23} E^* \mu^* + a_{11} t^{*2} + a_{22} E^{*2} + a_{33} \mu^{*2} \quad (V.3)$$

L'objectif principal de cette étude est de réduire la contrainte maximale de von Mises (σ) dans le ciment du spacer. La méthode de conception expérimentale est appropriée pour atteindre cet objectif. Dans ce cas particulier, la réduction des contraintes sera réalisée en optimisant les trois paramètres des prothèses renforcées : la dimension du renfort (diamètre et l'épaisseur des renforts), le module de Young du renfort et le coefficient de frottement à l'interface renfort-ciment. On obtiendra pour une conception d'expérience complète qui prend toutes les combinaisons possibles des valeurs de ces facteurs. Trois valeurs sont affectées à chacun des paramètres de renfort : diamètre du renfort rond (3, 5 et 7 mm), épaisseur du renfort plat (6, 8 et 10 mm), module de Young (110000, 245000 et 380000 MPa) et coefficient de frottement à l'interface renfort-ciment (0, 0.15 et 0.3). Par conséquent, on a 33 exécutions du programme d'optimisation.

V.2. Résultats

Le logiciel MODDE 5.0 (Modélisation et conception) est utilisé pour l'élaboration de modèles et l'analyse statistique de la conception expérimentale, une réponse basée sur les propriétés de renfort peuvent être prédites. Le protocole expérimental utilisé dans cette étude est un système complet de plan quadratique, qui traite les modèles mathématiques de deuxième ordre. Dans

cette étude, la méthode expérimentale de conception a été appliquée pour optimiser les deux types de prothèse renforcée (Spacer avec renfort rond et Spacer avec renfort plat) et déterminer les propriétés mécaniques qui influent le plus ces prothèses.

V.2.1. Spacer avec renfort rond

Le tableau V.1, présente la matrice avec toutes les combinaisons possibles comme obtenu pour les trois paramètres du spacer avec renfort rond : le module de Young du renfort rond, le diamètre et le coefficient de frottement à l'interface renfort-ciment. Chaque paramètre est caractérisé par trois niveaux.

Le tableau V.2, présente les coefficients des différents paramètres et de leurs interactions.

Le modèle mathématique proposé par MODDE 5.0 est :

$$\begin{aligned} \sigma = & 78.073(MPa) - 4.27778(MPa)E^* - 11.667(MPa)D^* + 1.6111(MPa)\mu^* - \\ & 3.16667(MPa) D^* E^* + 0.833328(MPa) D^* \mu^* + 0.0833338(MPa) E^* \mu^* - \\ & 2.11111(MPa)D^{*2} + 1.05555(MPa) E^{*2} - 3.27777(MPa) \mu^{*2} \end{aligned} \quad (V.4)$$

Où : E^* , D^* , μ^* , sont des valeurs codées du module de Young du renfort, diamètre du renfort et le coefficient de friction à l'interface renfort-ciment.

Respectivement, ces valeurs codées pour ces paramètres varient entre +1 et -1. Les formules utilisées pour le codage sont comme suit :

$$E^* = \frac{E - (E_{\max} + E_{\min})/2}{(E_{\max} - E_{\min})/2} = \frac{E - 245000(MPa)}{135000(MPa)}$$

$$D^* = \frac{D - (D_{\max} + D_{\min})/2}{(D_{\max} - D_{\min})/2} = \frac{D - 5(mm)}{2(mm)}$$

$$\mu^* = \frac{\mu - (\mu_{\max} + \mu_{\min})/2}{(\mu_{\max} - \mu_{\min})/2} = \frac{\mu - 0.15}{0.15}$$

coefficients de Friction μ	Module de Young E [MPa]	Diamètre D [mm]	Von Mises σ [MPa]
0	110000	3	86
		5	80
		7	66
	245000	3	85
		5	73
		7	57
	380000	3	84
		5	68
		7	53
0.15	110000	3	88
		5	83
		7	74
	245000	3	87
		5	78
		7	65
	380000	3	86
		5	75
		7	60
0.30	110000	3	87
		5	82
		7	72
	245000	3	86
		5	77
		7	62
	380000	3	86
		5	73
		7	56

Tableau V.1. Résultats de l'exécution des différents programmes pour le spacer avec renfort rond

Stress max	Coeff. SC	Std. Err.	P	Conf. int(±)
Constant	78,037	0,68377	5,74047e-026	1,44264
E	-4,27778	0,316524	1,59977e-010	0,667813
D	-11,6667	0,316524	1,16006e-017	0,667813
Nu	1,61111	0,316524	9,08085e-005	0,667813
E*E	1,05555	0,548236	0,0710809	1,15669
D*D	-2,11111	0,548236	0,00128161	1,15669
Nu*Nu	-3,27777	0,548236	1,49528e-005	1,15669
E*D	-3,16667	0,387661	2,74423e-007	0,817901
E*Nu	0,0833338	0,387661	0,832352	0,817901
D*Nu	0,833328	0,387661	0,0462737	0,817901
N = 27	Q2 =	0,974	Cond. no. =	5,2299
DF = 17	R2 =	0,990	Y-miss =	0
	R2 Adj. =	0,985	RSD =	1,3429
			Conf. lev. =	0,95

Tableau V.2. Liste des coefficients pour le spacer avec renfort rond

Après le calcul on obtient les équations suivantes:

$$\begin{aligned}
 \sigma = & 78.073(MPa) - 4.27778(MPa) \left(\frac{E-245000(MPa)}{135000(MPa)} \right) - 11.667(MPa) \left(\frac{D-5(mm)}{2(mm)} \right) + \\
 & 1.6111(MPa) \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right) - 3.16667(MPa) \left(\frac{D-5(mm)}{2(mm)} \right) \left(\frac{E-245000(MPa)}{135000(MPa)} \right) + \\
 & 0.833328(MPa) \left(\frac{D-5(mm)}{2(mm)} \right) \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right) + 0.0833338(MPa) \left(\frac{E-245000(MPa)}{135000(MPa)} \right) \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right) - \\
 & 2.11111(MPa) \left(\frac{D-5(mm)}{2(mm)} \right)^2 + 1.05555(MPa) \left(\frac{E-245000(MPa)}{135000(MPa)} \right)^2 - 3.27777(MPa) \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right)^2
 \end{aligned} \quad (V.5)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma = & 88.26433(MPa) - 2.02 \times 10^{-6} E + 1.90105(MPa/mm) D + 39.54723(MPa) \mu - \\
 & 11.71 \times 10^{-6} (1/mm) D E + 2.77773(MPa/mm) D \mu + 4.06 \times 10^{-6} E \mu - \\
 & 0.52777(MPa/mm^2) D^2 + 50 \times 10^{-12} (1/MPa) E^2 - 145.67835(MPa) \mu^2
 \end{aligned} \quad (V.6)$$

La figure V.1, présente la comparaison des valeurs des contraintes maximales de von Mises dans le ciment du spacer avec renfort rond, obtenues par la méthode des éléments finis avec celles calculées à partir du modèle proposé (équation 6). Globalement, on constate une bonne corrélation entre la courbe du modèle et les valeurs numériques. Ce modèle nous permet d'obtenir une prévision précise de la contrainte.

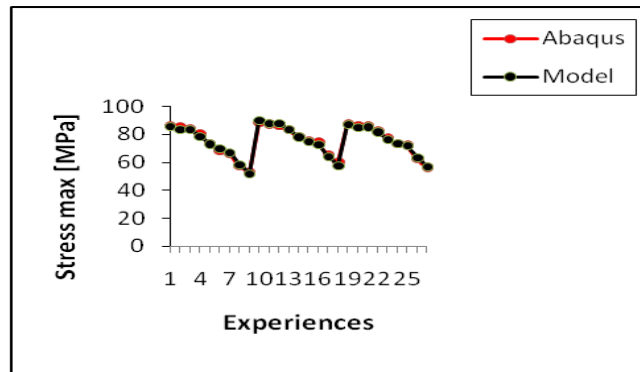


Figure V.1. Comparaison entre les valeurs numériques des contraintes maximales de von Mises et celles obtenues par le modèle mathématique du spacer avec renfort rond

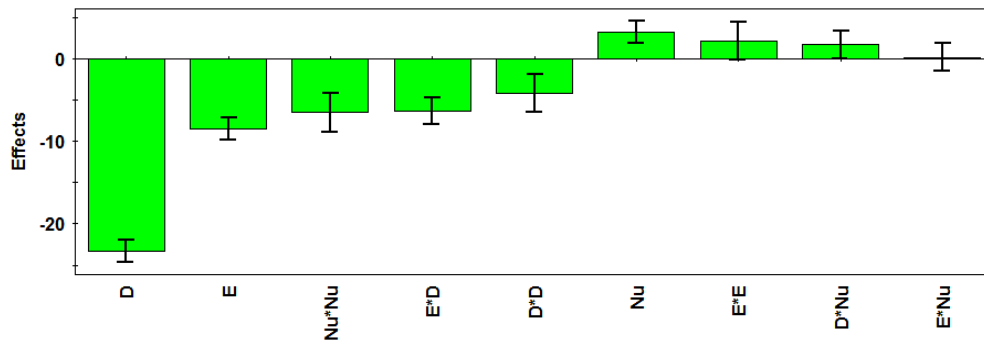


Figure V.2. Effets des différents paramètres sur la contrainte maximale de von Mises pour spacer avec renfort rond

Nous déterminons l'effet de chaque paramètre dans chaque simulation en traçant les différents résultats des paramètres sélectionnés. Selon les résultats de la figure V.1, les facteurs ayant une influence sur la contrainte sont respectivement le diamètre et le module de Young du renfort. L'agrandissement du diamètre de renfort conduit à une réduction de contraintes dans le ciment du spacer, alors que l'augmentation du module de Young conduit aussi à une réduction des contraintes dans le ciment du spacer. Le cas inverse est observé pour le coefficient de friction à l'interface de ciment-renfort. Les contours dans les figures : V.3-V.6, montrent les effets des différents paramètres sur la variation des contraintes, le coefficient de frottement est maintenu constant ($\mu = 0, 0.15$ et 0.3).

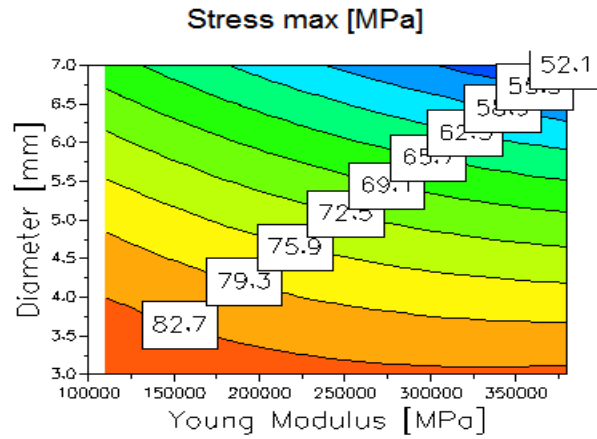


Figure V.3. Tracés du contour pour les contraintes maximales de von Mises :

Interaction entre **D** et **E** pour $\mu = 0$

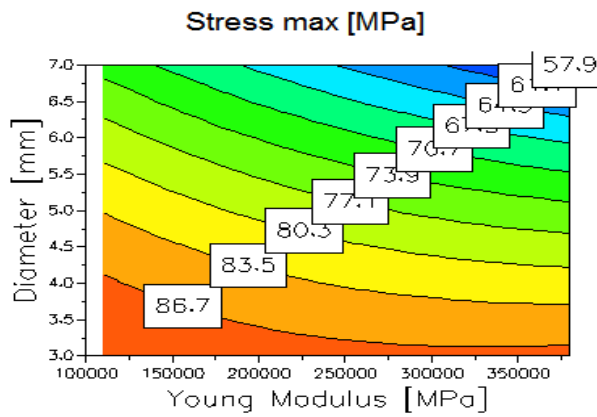


Figure V.4. Tracés du contour pour les contraintes maximales de von Mises Interaction entre

D et **E** pour $\mu = 0,15$

L'analyse a été élargie tout en tenant compte de l'interaction entre le diamètre et le module de Young du renfort, la variation des contraintes est représentée sur des graphes projetés dans le plan à trois dimensions. D'après ces valeurs, on peut constater que les valeurs minimales des contraintes correspondent à la valeur minimale du coefficient de frottement : $\mu = 0$, le modèle mathématique aura la forme suivante :

$$\sigma = 88.26433(\text{MPa}) - 2.02 \times 10^{-6} E + 1.90105(\text{MPa/mm}) D - 11.71 \times 10^{-6} (1/\text{mm}) DE - 0.52777(\text{MPa/mm}^2) D^2 + 50 \times 10^{-12} (1/\text{MPa}) E^2 \quad (\text{V.7})$$

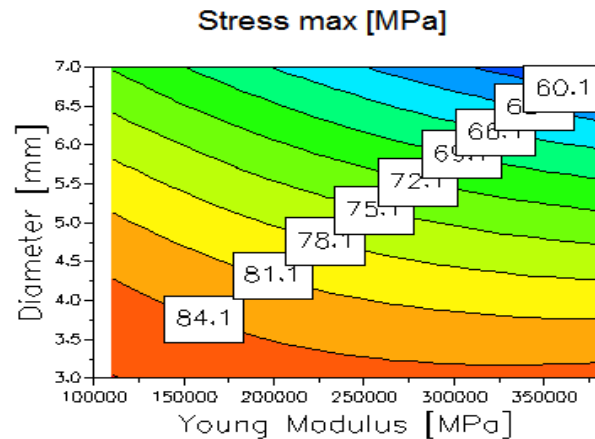


Figure V.5. Tracés du contour pour les contraintes maximales de von Mises

Interaction entre **D** et **E** pour $\mu = 0,3$

Si le diamètre de renfort est maintenu constant à la valeur moyenne de $D = 7\text{mm}$. Tableau 2, on peut obtenir la formule suivante du modèle :

$$\sigma = 75.71095(\text{MPa}) - 83.99 \times 10^{-6} E + 58.99134(\text{MPa}) \mu + 4.06 \times 10^{-6} E\mu + 50 \times 10^{-12}(1/\text{MPa}) E^2 - 145.67835(\text{MPa}) \mu^2 \quad (\text{V.8})$$

Young Modulus	Diameter	friction Coef	Stress max
380000	7	0,3	57,1203
376188	6,9987	0,0001	52,2352
380000	7	0,3	57,1203
379998	6,9967	0	52,099
380000	7	0	52,0648
379999	6,9993	0	52,0735

Tableau V.3. Renfort optimal (renfort rond)

Pour le module de Young de renfort $E = 380000 \text{ MPa}$; tableau 3, le modèle va prendre la forme suivante :

$$\sigma = 88.26433(\text{MPa}) - 2.02 \times 10^{-6} E + 1.90105(\text{MPa}/\text{mm})D + 39.54723(\text{MPa})\mu - 11.71 \times 10^{-6}(1/\text{mm})DE + 2.77773(\text{MPa}/\text{mm})D\mu + 4.06 \times 10^{-6} E\mu - 0.52777(\text{MPa}/\text{mm}^2)D^2 + 50 \times 10^{-12}(1/\text{MPa})E^2 - 145.67835(\text{MPa}) \mu^2 \quad (\text{V.9})$$

La valeur optimale de contrainte peut être directement lue sur le graphique. Par substitution, la contrainte aura une valeur considérée comme point optimal. Les résultats obtenus pour la valeur

minimale de contraintes sont résumés dans le tableau 3. On peut déduire de l'analyse ci-dessus que la valeur minimale de contrainte est 52,0648 MPa. Cette valeur conduit à un meilleur renforcement. Cette valeur peut être obtenue par un spacer avec renfort rond ayant les paramètres optimaux : diamètre=7mm, module de Young = 380000mm et un coefficient de frottement = 0. Selon ces résultats, le meilleur renfort (pour spacer avec renfort rond) doit être en biocéramique avec une surface très lisse et 7mm de diamètre.

V.2.2 Spacer avec renfort plat

Le tableau V.4, présente la matrice avec toutes les combinaisons possibles comme obtenu pour les trois paramètres du spacer avec renfort plat : le module de Young du renfort plat, le diamètre et le coefficient de frottement à l'interface renfort-ciment. Chaque paramètre est caractérisé par trois niveaux.

Le modèle mathématique proposé par MODDE 5.0 est :

$$\begin{aligned} \sigma = & 18.7407(MPa) - 3.94444(MPa)E^* - 1.22222(MPa)t^* + \\ & 2.11111(MPa)\mu^* + 2.16667(MPa)t^*E^* + 1.75(MPa)t^*\mu^* - 0.416666(MPa)E^*\mu^* \\ & + 6.44444(MPa)t^{*2} + 1.94444(MPa)E^{*2} - 4.22222(MPa)\mu^{*2} \end{aligned} \quad (V.10)$$

Où : E^* , D^* , μ^* , sont des valeurs codées du module de Young du renfort, diamètre du renfort et le coefficient de friction à l'interface renfort-ciment, respectivement. Ces valeurs codées pour ces paramètres varient entre +1 et -1. Les formules utilisées pour le codage sont comme suit :

$$E^* = \frac{E - (E_{\max} + E_{\min})/2}{(E_{\max} - E_{\min})/2} = \frac{E - 245(MPa)}{135(MPa)}$$

$$t^* = \frac{t - (t_{\max} + t_{\min})/2}{(t_{\max} - t_{\min})/2} = \frac{t - 8(mm)}{2(mm)}$$

$$\mu^* = \frac{\mu - (\mu_{\max} + \mu_{\min})/2}{(\mu_{\max} - \mu_{\min})/2} = \frac{\mu - 0.15}{0.15}$$

Coefficients de friction μ	Module de Young E [MPa]	Diamètre D [mm]	Von-Mises σ [MPa]
0	110000	6	31
		8	20
		10	15
	245000	6	22
		8	14
		10	15
	380000	6	18
		8	11
		10	16
0.15	110000	6	33
		8	22
		10	32
	245000	6	24
		8	18
		10	27
	380000	6	20
		8	18
		10	25
0.30	110000	6	33
		8	21
		10	28
	245000	6	23
		8	16
		10	23
	380000	6	20
		8	15
		10	21

Tableau V.4. Résultats de l'exécution des différents programmes pour le spacer avec renfort plat

Stress max	Coeff. SC	Std. Err.	P	Conf. int(±)
Constant	18,7407	1,21986	2,11721e-011	2,5737
E	-3,94444	0,564685	2,19717e-006	1,19139
t	-1,22222	0,564685	0,0449548	1,19139
Nu	2,11111	0,564685	0,00163504	1,19139
E*E	1,94444	0,978064	0,0631554	2,06355
t*t	6,44444	0,978064	4,59854e-006	2,06355
Nu*Nu	-4,22222	0,978064	0,000467638	2,06355
E*t	2,16667	0,691596	0,00606211	1,45915
E*Nu	-0,416666	0,691596	0,554813	1,45915
t*Nu	1,75	0,691596	0,0215622	1,45915
N = 27	Q2 =	0,714	Cond. no. =	5,2299
DF = 17	R2 =	0,898	Y-miss =	0
	R2 Adj. =	0,844	RSD =	2,3958
			Conf. lev. =	0,95

Tableau V.5. Liste des coefficients pour le spacer avec renfort plat

Après calcul, on obtient les équations suivantes:

$$\begin{aligned}
 \sigma = & 18.7407(MPa) - 3.94444(MPa) \left(\frac{E - 245000(MPa)}{135000(MPa)} \right) - 1.22222(MPa) \left(\frac{t - 8(mm)}{2(mm)} \right) + \\
 & 2.11111(MPa) \left(\frac{\mu - 0.15}{0.15} \right) + 2.16667(MPa) \left(\frac{t - 8(mm)}{2(mm)} \right) \left(\frac{E - 245000(MPa)}{135000(MPa)} \right) + \\
 & 1.75(MPa) \left(\frac{t - 8(mm)}{2(mm)} \right) \left(\frac{\mu - 0.15}{0.15} \right) - 0.416666(MPa) \left(\frac{E - 245000(MPa)}{135000(MPa)} \right) \left(\frac{\mu - 0.15}{0.15} \right) + \\
 & 6.44444(MPa) \left(\frac{t - 8(mm)}{2(mm)} \right)^2 + 1.94444(MPa) \left(\frac{E - 245000(MPa)}{135000(MPa)} \right)^2 - 4.22222(MPa) \left(\frac{\mu - 0.15}{0.15} \right)^2
 \end{aligned} \quad (V.11)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma = & 155.94197(MPa) - 142.43 \times 10^{-6} E - 29.22989(MPa/mm) t + 28.7447(MPa) \mu + \\
 & 8.01 \times 10^{-6} (1/mm) t E + 5.83332(MPa/mm) t \mu - 20.53 \times 10^{-6} E \mu + 1.61111(MPa/mm^2) t^2 + \\
 & 90 \times 10^{-12} (1/MPa) E^2 - 187.65382(MPa) \mu^2
 \end{aligned} \quad (V.12)$$

La figure V.6, présente une comparaison des valeurs des contraintes maximales de von Mises dans le ciment du spacer avec renfort plat, obtenues par la méthode des éléments finis avec celles calculées à partir du modèle proposé (équation 6). Globalement, on constate une bonne corrélation entre la courbe du modèle et les valeurs numériques. Ce modèle nous permet d'obtenir une prévision précise de la contrainte.

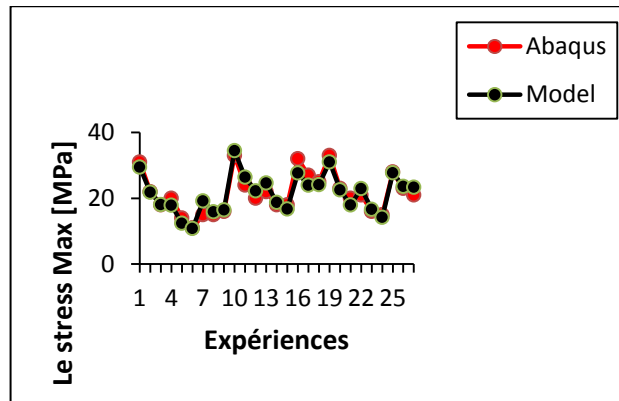


Figure V.6. Comparaison entre les valeurs numériques des contraintes maximales de von Mises et celles obtenues par le modèle mathématique du spacer avec renfort plat

Nous déterminons l'influence de chaque facteur sur les résultats obtenus dans chaque simulation en utilisant les différents paramètres sélectionnés. Selon les résultats de la figure.6, les facteurs ayant une influence sur les contraintes sont respectivement l'épaisseur du renfort et son module de Young. L'augmentation de l'épaisseur du renfort du spacer conduit à une réduction de contraintes dans le ciment du spacer alors que l'augmentation du module de Young pour le renfort conduit aussi à une réduction de contraintes dans le ciment du spacer. Le cas inverse est observé pour le coefficient de frottement à l'interface ciment/renfort.

Les charges statiques appliquées à l'implant créent des contraintes élevées dans la zone du col du ciment de la prothèse. Ces contraintes provoquent l'endommagement du ciment du spacer et par conséquent la défaillance de la prothèse.

En ajoutant un renfort dur au ciment du spacer, la résistance de la prothèse de la hanche augmente et on observe une réduction de contraintes. Ce renfort doit être optimisé. Les contours des figures, V.8-V.10, montrent les effets des différents paramètres sur la variation des contraintes ; le coefficient de frottement est maintenu constant pour les valeurs suivantes ($\mu = 0, 0.15$ et 0.3). L'analyse est approfondie par la prise en compte de l'interaction entre l'épaisseur et le module de Young du spacer. Ces résultats montrent que les valeurs minimales des contraintes correspondent aux valeurs minimales du coefficient de frottement (Tableau V.5). Pour $\mu = 0$, le modèle mathématique aura la forme suivante :

$$\sigma = 155.94197(\text{MPa}) - 142.43 \times 10^{-6} E - 29.22989(\text{MPa/mm}) t + 8.01 \times 10^{-6} (1/\text{mm}) t E + 1.61111(\text{MPa/mm}^2) t^2 + 90 \times 10^{-12} (1/\text{MPa}) E^2 \quad (\text{V.13})$$

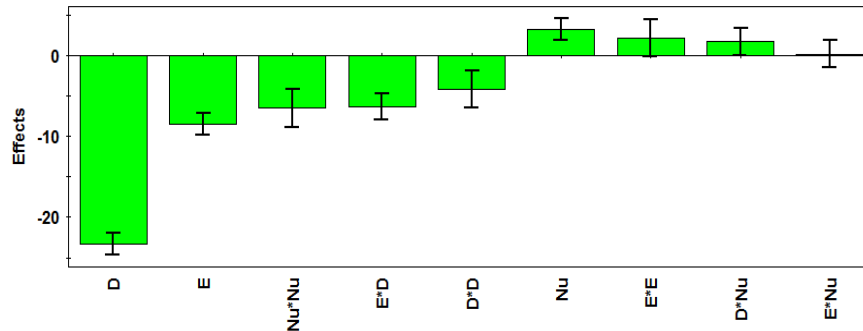


Figure V.7. Effets des différents paramètres sur la contrainte maximale de von Mises pour spacer avec renfort plat

Si l'épaisseur de renfort est maintenue constante à la valeur moyenne de $t = 8,2$ mm (Tableau 6), on peut obtenir la formule suivante du modèle :

$$\sigma = 24.58791(\text{MPa}) - 76.748 \times 10^{-6} E + 76.57792(\text{MPa}) \mu - 20.53 \times 10^{-6} E \mu + 90 \times 10^{-12} (1/\text{MPa}) E^2 - 187.65382(\text{MPa}) \mu^2 \quad (\text{V.14})$$

Young Modulus	thickness	friction Coef	Stress max
366559	8,1077	0,001	10,8416
358742	8,142	0,0004	10,7945
380000	7,1464	0,3	14,2369
380000	7,5863	0,3	13,9313
353591	8,4011	0	10,8407
357648	8,381	0,0019	10,9619
359750	8,2	0	10,765

Tableau V.6. Renfort optimal

Pour le module de Young du renfort $E = 359750$ MPa (tableau 6), le modèle va prendre la forme suivante :

$$\sigma = 116.35058(\text{MPa}) - 26.3483(\text{MPa/mm}) t + 21.35904(\text{MPa}) \mu + 5.83332(\text{MPa/mm}) t \mu + 1.61111(\text{MPa/mm}^2) t^2 - 187.65382(\text{MPa}) \mu^2 \quad (\text{V.15})$$

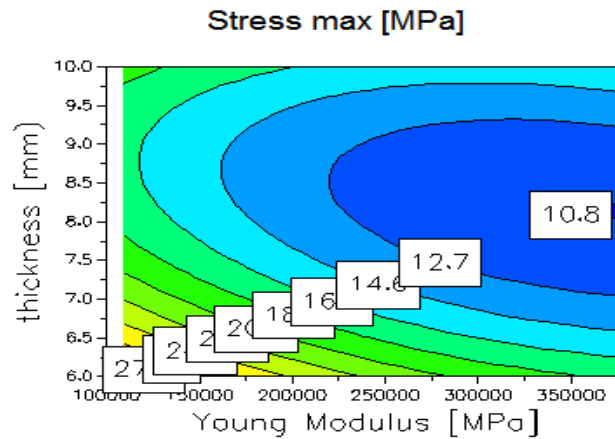


Figure V.8. Tracés du contour pour les contraintes maximales de von Mises

Interaction entre t et E pour $\mu = 0$

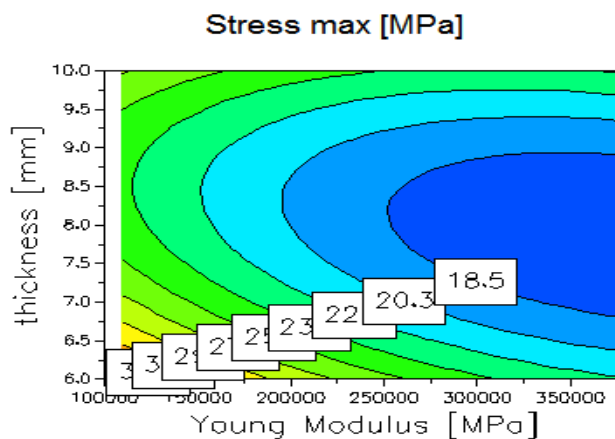


Figure V.9. Tracés du contour pour les contraintes maximales de von Mises

Interaction entre t et E pour $\mu = 0.15$

La valeur optimale de contraintes peut être directement obtenue sur la figure 8. Par substitution, la contrainte aura une valeur considérée comme point optimal. Les résultats obtenus pour la valeur minimale de contraintes sont résumés dans le tableau 6.

La valeur minimale de contraintes est de 10,765 MPa. Cette valeur conduit à un meilleur renforcement. Elle peut être obtenue dans une prothèse renforcée avec un renfort plat ayant les paramètres optimaux : épaisseur = 8,2mm, module de Young = 359750 MPa et coefficient de frottement = 0. Selon ces résultats, le meilleur renfort doit être en biocéramique avec une surface très lisse et 8,2 mm d'épaisseur.

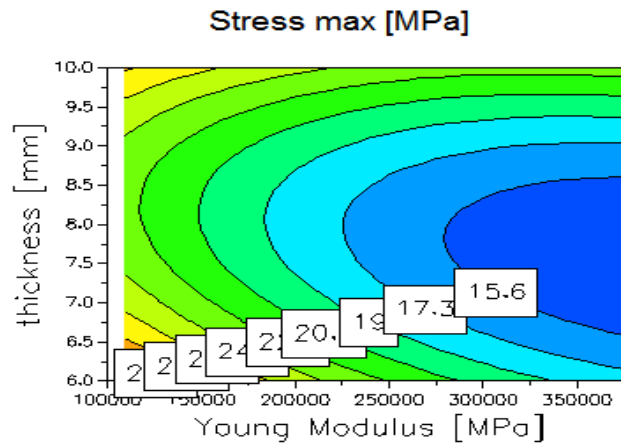


Figure V.10. Tracés du contour pour les contraintes maximales de von Mises
Interaction entre t et E pour $\mu = 0.3$

V.3. Discussion

L'application d'un spacer en ciment osseux imprégné d'antibiotiques (PMMA) est une méthode de traitement recommandée dans la procédure de réimplantation en deux étapes pour les infections tardives de la hanche [122-123].

Un spacer en ciment imprégné d'antibiotique fournit une concentration élevée d'antibiotiques locaux à la zone infectée, prévient le raccourcissement des tissus mous et offre une meilleure fonction qu'une arthroplastie de résection. Bien que peu de spacer de la hanche préformés de fabrication commerciale soient disponibles, ils manquent d'adaptabilité [124-125]. Tous les spacers sont capables d'éradiquer des infections, ces complications résultent de la fracture des spacers [126].

Quelques auteurs ont étudié la résistance mécanique du spacer en PMMA [121]. Deux auteurs [119-120], l'un a examiné la résistance intérieure de spacer renforcé, tandis que le second utilisait un spacer préfabriqué. Les spacers non renforcés sont significativement plus faibles que les spacers en titane, y compris les spacers de la hanche [94, 118].

Les propriétés mécaniques du ciment osseux et du renfort sont des éléments importants pour une chirurgie réussie et une utilisation ultérieure de l'articulation ainsi que son comportement lors de la charge complexe qui apparaît pendant l'activité du patient. De plus, les propriétés mécaniques des interfaces ciment-os et ciment-renfort sont affectées par la surface et la rugosité de surface.

V.4. Conclusion

Dans cette étude, la méthode de conception des expériences nous a permis de quantifier les effets des propriétés de spacer renforcés (forme, dimensions, matériau et coefficient de frottement) sur le pic de contrainte de von Mises. Cette méthode prend en compte tous les paramètres et leurs interactions. En résumé, d'après les études présentées dans ce travail, on obtient une bonne conception initiale de prothèse renforcée qui prend en compte les caractéristiques suivantes:

- Les propriétés de spacer renforcées (forme, dimensions, matériau et coefficient de frottement) ont une influence sur la résistance mécanique de la prothèse.
- La prothèse renforcée par une tige plate aura une résistance plus importante qu'une prothèse renforcée par une tige ronde.
- Pour la prothèse renforcée par tige plate, le meilleur renfort doit être en biocéramique avec une surface très lisse et 8,2 mm d'épaisseur.
- Pour la prothèse renforcée avec renfort rond, le meilleur renfort doit être en biocéramique avec une surface très lisse et 7mm de diamètre.
- Les effets des autres paramètres de conception sur la variation de contrainte feront l'objet d'études dans un proche avenir.

Chapitre VI

Etude du comportement en rupture du spacer

VI.1. Introduction

L'articulation de la hanche est la dernière de ce que l'on appelle le complexe de la hanche pelvienne, et est formée par la cavité acétabulaire, situé sur la partie inférieure du bassin, où la partie supérieure de la tête du fémur [88]. La réussite à long terme de l'arthroplastie totale de la hanche (PTH) dépend d'un certain nombre de facteurs tels que la technique chirurgicale [89], les matériaux [90] ainsi que la conception de la prothèse [91]. Les prothèses cimentées sont de plus en plus utilisées pour la chirurgie arthroplastie, (Figure VI.1.a). Un descellement de la prothèse est susceptible de se produire en raison de la fatigue, à moins qu'une coquille dure composée d'un matériau inerte soutienne structurellement la prothèse (Figure VI.1.b). Les prothèses moulées en ciment devraient, par conséquent, être traitées comme des prothèses ordinaires visant à maintenir les tissus mous. La conception des prothèses cimentées peut être améliorée par l'ajout d'une coquille dure composée d'un matériau inerte (non réactif) avec une résistance élevée à la traction pouvant résister à des forces d'appui [92]. Les composants prothétiques des implants sont en titane, acier inoxydable et céramique à base d'oxyde d'aluminium [93].

Comme la résistance du ciment est limitée, Thielen et al, ont testé la résistance mécanique du ciment pour deux générations de renfort (Figure VI.2). La première génération, c'est la prothèse non renforcée en PMMA et le deuxième se présente sous deux types : prothèse en PMMA renforcée avec un renfort rond en titane grade 2 et prothèse en PMMA renforcée avec un renfort plat en titane grade 2 [94]. Thielen et al, ont constaté que le meilleur renfort est le renfort plat en titane avec 8 mm d'épaisseur.

Dans cette étude, nous avons analysé ce modèle et l'avons comparé à la prothèse renforcée avec une tige en acier inoxydable ainsi qu'en céramique avec 8 mm d'épaisseur. L'une des applications importantes de la modélisation informatique du corps humain est la zone de remplacement articulaire où un modèle validé peut être utilisé pour la planification de la chirurgie. On sait que l'évolution de l'arthroplastie totale de la hanche a été influencée dans une large mesure par les connaissances acquises lors des études d'analyse de la dynamique de la marche [95]. La méthode des éléments finis (MEF) comme l'une des techniques de simulation les plus avancées, a été utilisée en biomécanique orthopédique pendant plusieurs décennies. C'est un outil important utilisé dans la conception et l'analyse des arthroplasties totales et d'autres dispositifs orthopédiques [96]. De plus, la méthode des éléments finis étendue (XFEM) s'est avérée très efficace pour prédire l'emplacement de l'amorçage et la direction subséquente de la

fissuration [97]. La propagation des fissures entraîne une rupture soudaine et, par la suite, le relâchement de la prothèse [98]. Une simulation numérique de l'initiation et de la propagation des fissures a été utilisée par un certain nombre de chercheurs. Inghaffea [99], Kemeny et Cook [100] et Dyskin et al. [101] ont utilisé la mécanique de la rupture élastique linéaire pour modéliser les trajectoires de stabilité et de propagation des fissures en incorporant un facteur d'intensité de contrainte dans la formulation numérique pour dicter si la propagation de la fissure se produirait ou non.

Dans cette étude, l'analyse par éléments finis en trois dimensions a été choisie pour examiner les effets du matériau sur la résistance de la prothèse en ciment chirurgical. Tout d'abord, la distribution des contraintes de von Mises est analysée dans les composants des prothèses renforcées avec des tiges pleines en titane, céramique et acier inoxydable de 8 mm d'épaisseur. Deuxièmement, le comportement des fissures dans le ciment des entretoises renforcées par différentes tiges pleines en calculant le facteur d'intensité de contrainte le long du front de la fissure. La méthode des éléments finis étendue (XFEM) est utilisée pour simuler l'initiation et la propagation de la fissure dans la prothèse non renforcée en ciment.

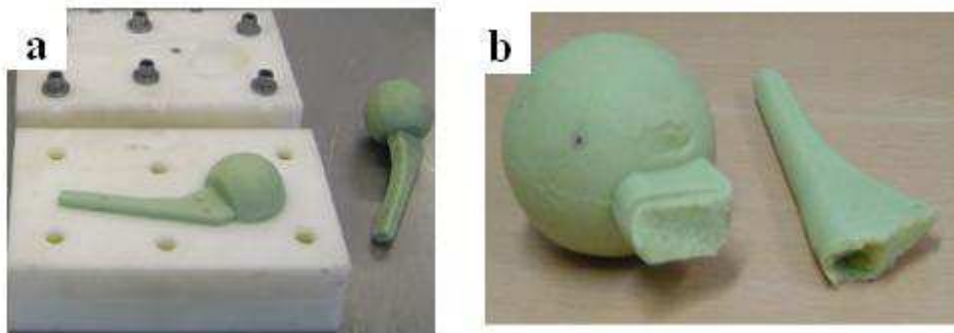


Figure VI.1. (a) Prothèse en ciment [94], (b) Rupture de la prothèse en ciment comme retiré de la hanche [92]

VI.3. Analyse par éléments finis

Des modèles tridimensionnels à éléments finis de prothèses non-renforcées et des prothèses renforcées avec des tiges pleines en titane, céramique et acier inoxydable ont été développés. L'analyse par éléments finis a été réalisée en utilisant Abaqus 6.11. Le maillage d'éléments finis a été généré en utilisant des éléments tétraèdre avec quatre nœuds. Un maillage de raffinement a été généré autour de la prothèse cimentée renforcée et de la fissure semi-elliptique (Figure VI.2 et VI.3). Les propriétés du matériau adoptées ont été spécifiées en termes de module de Young et

de coefficient de Poisson pour tous les composants associés à la prothèse (Tableau VI.1). Tous les matériaux ont été supposés présenter un comportement linéaire, homogène et élastique.

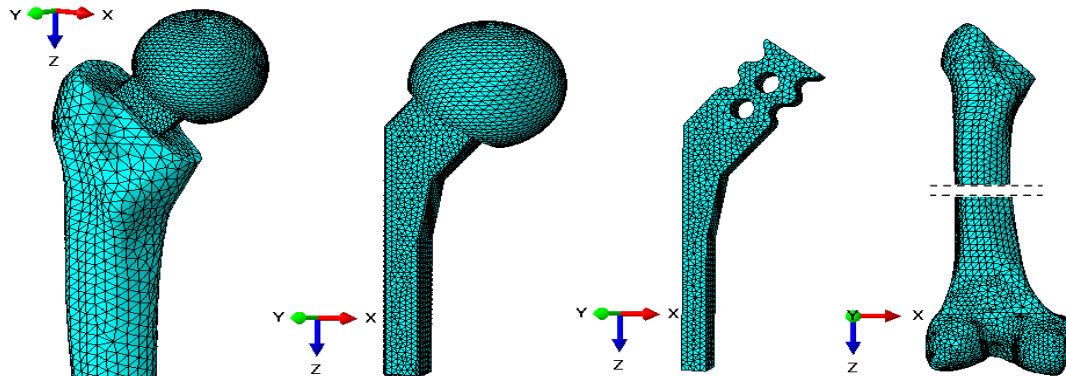


Figure VI.2. Maillage par éléments finis de prothèse de hanche : Prothèse implantée, Spacer, Renfort plat, fémur (de gauche à droite)

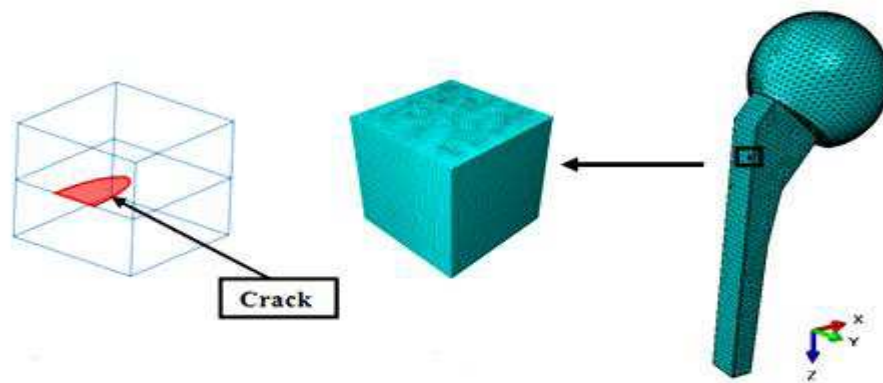


Figure VI.3. Maillage par éléments finis autour de la fissure semi-elliptique dans la prothèse en ciment

	Module de Young E , MPa	Coefficient de Poisson ν
Os cortical	15500	0,28
Os Spongieux	389	0.3
Ciment osseux (PMMA)	2700	0.35
Titane (Ti6Al4V)	110 000	0.3
Acier inoxydable (316L)	210 000	0.3
Céramique (Al ₂ O ₃)	380 000	0.3

Tableau VI.1. Propriétés mécaniques des matériaux utilisés pour le modèles éléments finis

VI.4. Chargement et conditions aux limites

Dans cette étude, les grandeurs et les directions des forces musculaires données par Bregmann sont utilisées. Elles sont indiquées dans le (Tableau VI.2). La charge statique correspond à une personne de 70 kg. Une charge de muscle abducteur ($F_{\text{muscleabductor}}$) est appliquée à la zone proximale du grand trochanter. Une charge de voie ilio-tibiale ($F_{\text{filio-tibiale}}$) est appliquée au fond du fémur dans la direction longitudinale du fémur [103]. La condition à la limite a été appliquée en fixant l'épiphyse distale, qui est l'extrémité distale du fémur qui est relié au genou [104]. La figure VI.4, montre le système de coordonnées utilisé pour représenter la direction des composants de forces. Le fémur est principalement chargé en flexion [105].

L'ampleur et les directions des forces musculaires données par Bregmann sont utilisées. Elles sont présentées dans le tableau (2). Charge statique correspondant à une personne de 70 kg. Un muscle abducteur charge ($F_{\text{abductor muscle}}$) est appliqué à la zone proximale du grand trochanter.

Charge tibiale ($F_{\text{ilio-tibial}}$) est appliquée à la partie inférieure du fémur dans le sens longitudinal du fémur [16]. La condition aux limites a été appliquée par la fixation de l'épiphyse distale, qui est l'extrémité distale du fémur connecté à l'articulation du genou [104]. La figure VI.4 montre le système de coordonnées utilisé pour représenter la direction des forces composantes. Le fémur est principalement chargé en fibres [105].

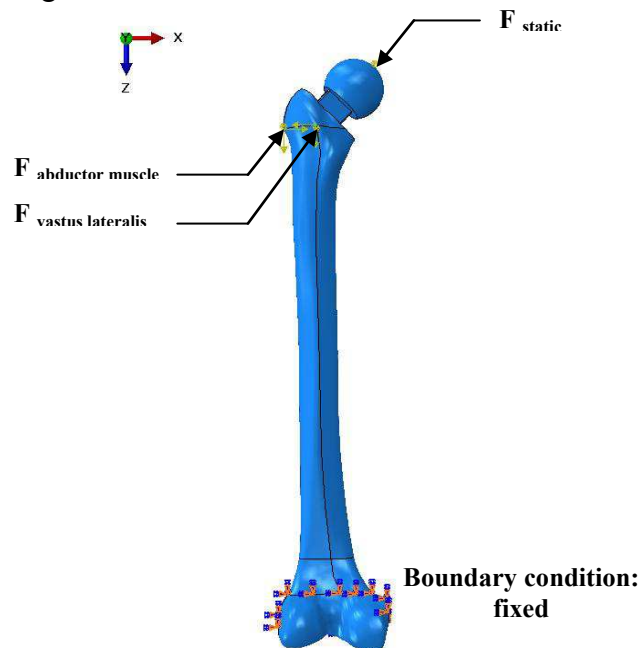


Figure VI.4. Forces appliquées sur l'assemblage os-prothèse

VI.5. Méthode XFEM et critères de rupture

Le XFEM a été appliqué pour simuler l'initiation et la propagation de la fissure dans la prothèse non renforcée. La base de l'initiation des dommages était le critère de la contrainte principale maximale (σ_1) comme indiqué dans l'équation (1) [106]. La fissuration se produit lorsque la contrainte principale maximale dépasse la résistance à la traction du matériau de ciment osseux ($\sigma_{\max} = 25 \text{ MPa}$) [107], le facteur f^e se réfère au rapport de contrainte dans un élément (e):

$$f^e = \frac{\sigma_1^e}{\langle \sigma_{\max}^* \rangle} \quad (\text{VI.1})$$

L'extension des fissures dépend des contraintes calculées et doit être perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale.

Des modèles d'éléments finis tridimensionnels ont été développés pour déterminer la distribution des contraintes et les facteurs d'intensité de contrainte de la fissure semi-elliptique dans le ciment osseux. Des analyses par éléments finis de la reconstruction fissurée ont été effectuées et le facteur d'intensité de contrainte K_β a été calculé pour chaque fissure comme indiqué dans l'équation. (2):

$$K_\beta = \frac{\sigma_{ij} \sqrt{\pi a}}{f_{ij}^\beta(\beta)} ; \beta = 1, 2 \quad (\text{VI.2})$$

Pour $\beta = 1$, le mode I facteur d'intensité de contrainte (mode d'ouverture), pour $\beta = 2$, le facteur d'intensité de contrainte mode II (mode glissant), pour $\beta = 3$, le facteur d'intensité de contrainte mode III (mode déchirure); a est la longueur de la fissure; σ_{ij} sont la distribution des contraintes près du fond de fissure et f_{ij} est une grandeur sans dimension qui dépend de la charge et de la géométrie [108].

VI.6. Résultats et discussion

Dans cette étude, les contraintes de von Mises sont calculées dans les composants de la prothèse non renforcée et des prothèses en ciment renforcées de tiges pleines en titane, en céramique et en acier inoxydable. La répartition des contraintes dans ces cas avec des conditions de charge statique est illustrée aux figures VI.5 et VI.6. Pour la simulation XFEM, l'initiation des fissures dans la prothèse non renforcée ainsi que sa propagation sont montrées dans les figures VI.7 et

VI.8. Les différents modes de facteurs d'intensité de contrainte le long du front de fissure dans le ciment de tous les cas des prothèses sont présentés sur les figures VI.9-VI.14.

VI.6.1. Contraintes de von Mises

La répartition des contraintes a été identifiée pour chaque composant de la prothèse non renforcée et des prothèses renforcées avec des tiges pleines en titane, céramique et en acier inoxydable. Ces contraintes peuvent se produire sous forme de traction, compression et cisaillement ou d'une combinaison des contraintes connue sous le nom des contraintes équivalentes de von Mises. Ce dernier dépend de l'ensemble du champ de contraintes, il est largement utilisé comme indicateur de la possibilité d'occurrence de dommages [109]. La caractérisation mécanique du ciment osseux sous contrainte simple et complexe repose sur une méthode unique pour une technique d'analyse numérique performante. Cette analyse est réalisée par Abaqus avec des résultats qui permettent de tracer le champ de contraintes sous la forme de bandes codées par couleur. Chaque bande de couleur représente une gamme particulière de valeur de contrainte, qui est donnée en méga-pascals. Les valeurs obtenues par les contraintes de von Mises autour des composants des prothèses sont montrées sur la figure VI.5. En comparant la répartition des contraintes sur les prothèses de hanche, on peut observer que la concentration des contraintes sera toujours au niveau du col du spacer. Le risque de formation de fissures et par conséquent le risque de descellement sont très élevés dans ces régions. La fracture se produisait parfois sur des entretoises non renforcées, même si la partie proximale du fémur était en bon état [110].

Pour le ciment, la contrainte maximale atteint 88 MPa dans la prothèse non renforcée, cette contrainte est réduite à 17 MPa, 12 MPa et 9 MPa respectivement dans les prothèses renforcées en titane, en acier inoxydable et en céramique. Il est important que la contrainte maximale équivalente dans le ciment osseux soit inférieure à la limite d'endurance pour la sécurité [111]. Sachant que le ciment, en général, ne résiste pas bien à la charge de traction (résistance à la traction = 25 MPa, résistance à la compression = 80 MPa et résistance au cisaillement = 40 MPa) [107,112]. Ce qui signifie que la durée de vie en fatigue de l'entretoise peut être considérablement augmentée par le renforcement. Pour les fémurs, la contrainte maximale atteint 84 MPa dans la prothèse non renforcée, cette contrainte est réduite à 59 MPa dans les prothèses renforcées à tige pleine. Ces résultats confirment que tous les composants du tenseur des

contraintes sont réduits par le renforcement, ce qui permet de conclure que le renforcement améliore la résistance de la prothèse.

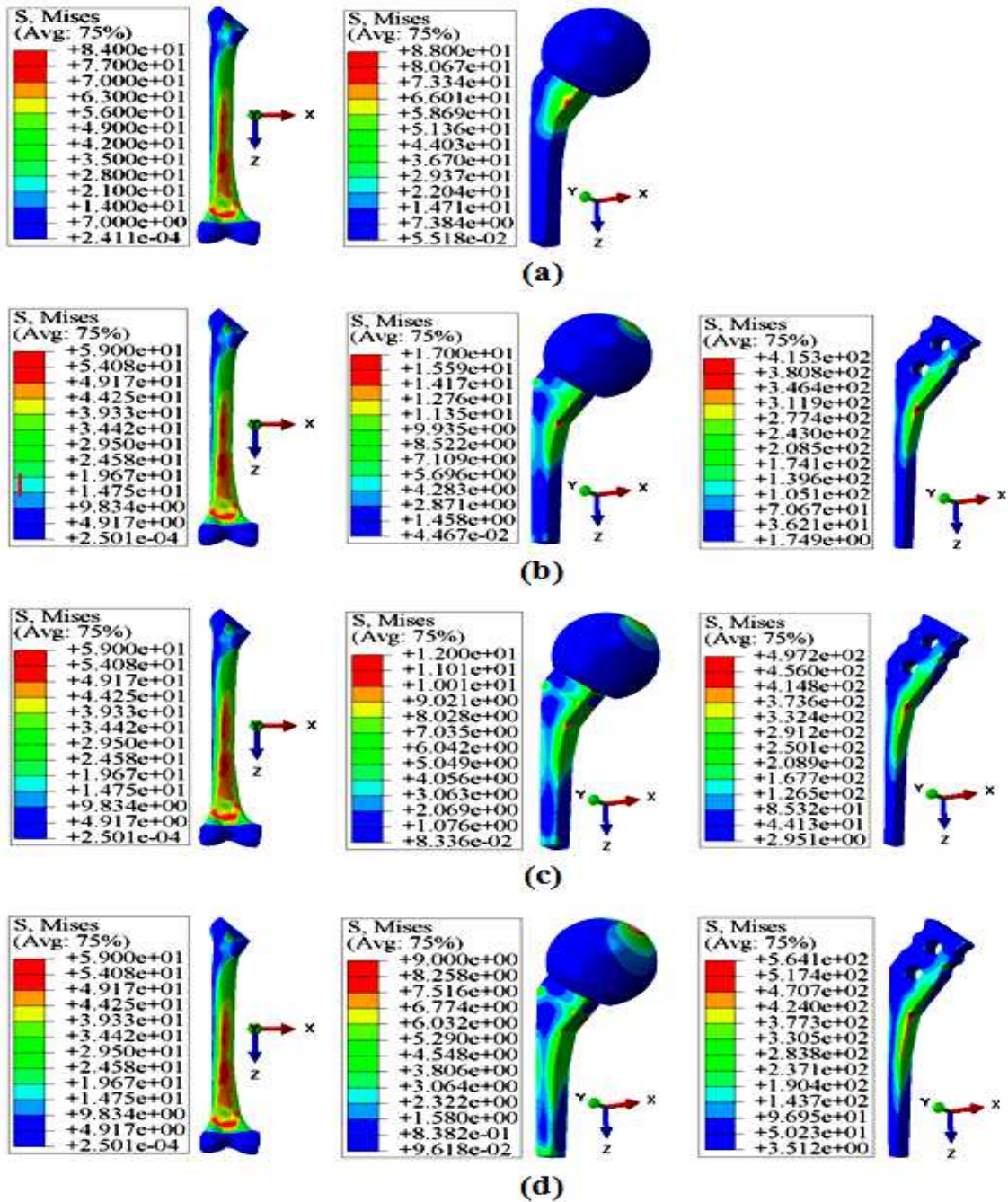


Figure VI.5. Répartition des contraintes de von Mises dans les différentes composantes de la prothèse: (a) Spacer non renforcé ; (b) Spacer renforcé avec renfort en titane; (c) Spacer renforcé avec renfort en acier; (d) Spacer renforcé avec renfort en céramique

VI.6.2. Résultats XFEM

Le XFEM est proposé par Belytschko et al. [113]. Il est issu de l'idée de la méthode (Partition of Unity) que toute fonction pourrait être représentée par la sommation d'un ensemble de fonctions locales. Tant que les fonctions locales sont précises par rapport à la fonction réelle, la combinaison de celles-ci doit être proche de la fonction cible [114]. L'approche XFEM montre un net avantage à simuler l'initiation et la propagation d'une fissure le long d'une ligne arbitraire [115]. Une technique de modélisation relativement nouvelle, à savoir la méthode des éléments finis, étendue (XFEM), a été utilisée plus récemment pour simuler l'initiation et la propagation des fissures dans le domaine de la biomécanique [116]. Sur les figures VI.7 et VI.8, les prédictions XFEM d'origine de rupture et de propagation de fissure ont été indiquées dans des spacer en ciment non renforcé. L'analyse XFEM montre clairement que les conditions de chargement et la géométrie du spacer affectent largement les origines et les chemins de rupture résultants. A partir de ces figures, on a clairement vu que l'initiation et la propagation des fissures simulées se sont produites au niveau de la jonction du col et de la tige de la prothèse. Pour la comparaison des contraintes de von Mises dans le côté latéral du spacer cimenté, dans tous les modèles, les contraintes les plus élevées se sont produites à une hauteur d'environ 73 mm de l'extrémité de l'implant (Figures VI.6 et VI.7.c).

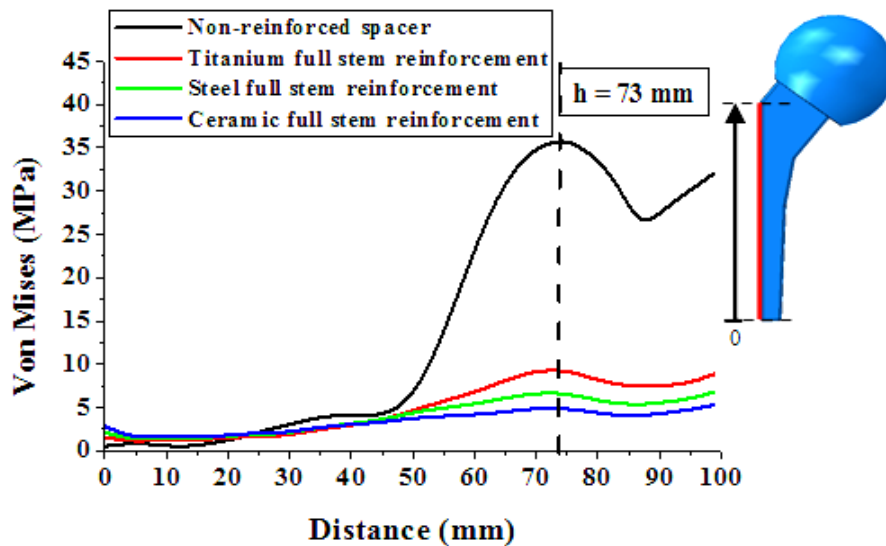


Figure VI.6. Variation des contraintes de von Mises le long de la face latérale du spacer non renforcé et renforcé en titane, acier et céramique

Dans le rapport de deux cas des spacer rompus, Rajesh B et al, ont vu que les ruptures ont été retrouvées dans le col de l'entretoise et au niveau de la jonction du col et de la tige de l'entretoise dans le premier et le deuxième cas, respectivement [92]. Des observations cliniques ont révélé une rupture fréquente des spacers à une hauteur de 40 à 80 mm, mesurée à partir de l'extrémité de la tige (figure VI.7.a) [117]. Thielen et ses collaborateurs ont constaté que la rupture de spacer s'était produite entre 65 et 75 mm en amont de l'extrémité (figure VI.7.b) [102].

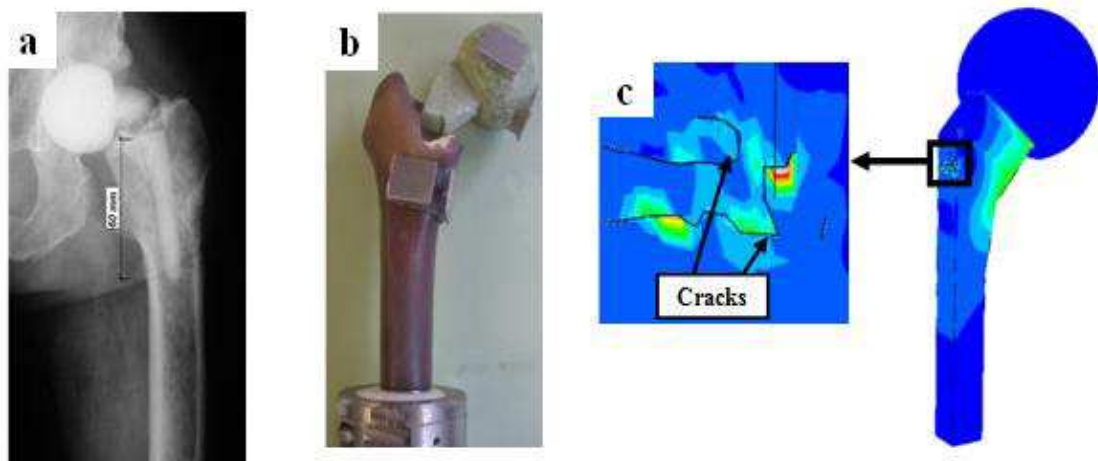


Figure VI.7. Rupture du spacer en ciment (a) radiographie de l'implantation in vivo de la PTH avec rupture [94]. b) étude in vitro de la prothèse rompu [102]. (C) Propagation de la fissure dans la prothèse en ciment par la méthode XFEM

Les figures. VI.9, VI.10 et VI.11., révèlent l'évolution des facteurs d'intensité de contrainte de modes I, II et III (K_I , K_{II} et K_{III}) respectivement, au niveau du front de fissure semi-elliptique dans le spacer non renforcé. A partir de ces figures, on peut noter que le facteur d'intensité de contrainte devient indépendant de la longueur de la fissure. Selon la figure VI.9, on voit que le facteur d'intensité de contrainte de mode I augmente avec l'augmentation de la longueur de la fissure dans le spacer en ciment.

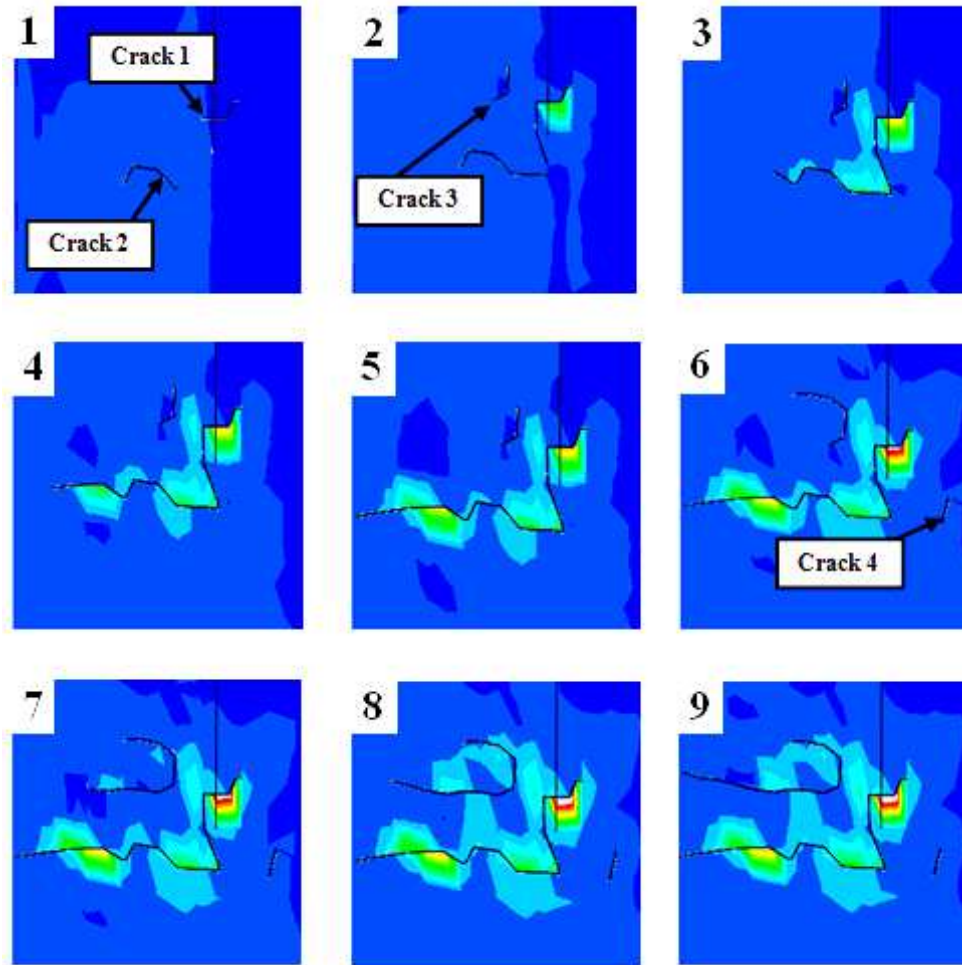


Figure VI.8. Différentes étapes pour la création et la propagation des fissures dans le ciment.

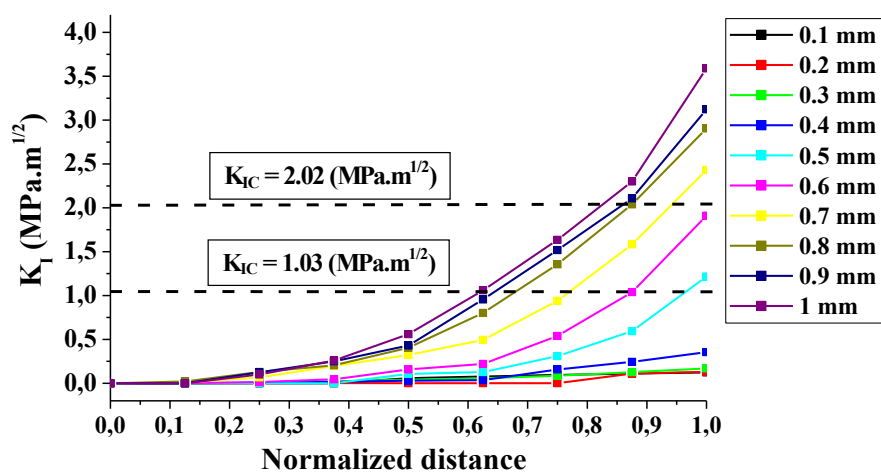


Figure VI.9. Facteur d'intensité de contrainte (K_I) Mode 1 le long de la fissure dans la prothèse en ciment, FIC critique (K_{IC}) se situe entre 1,02 et 2,03 $\text{MPa m}^{1/2}$ [118]

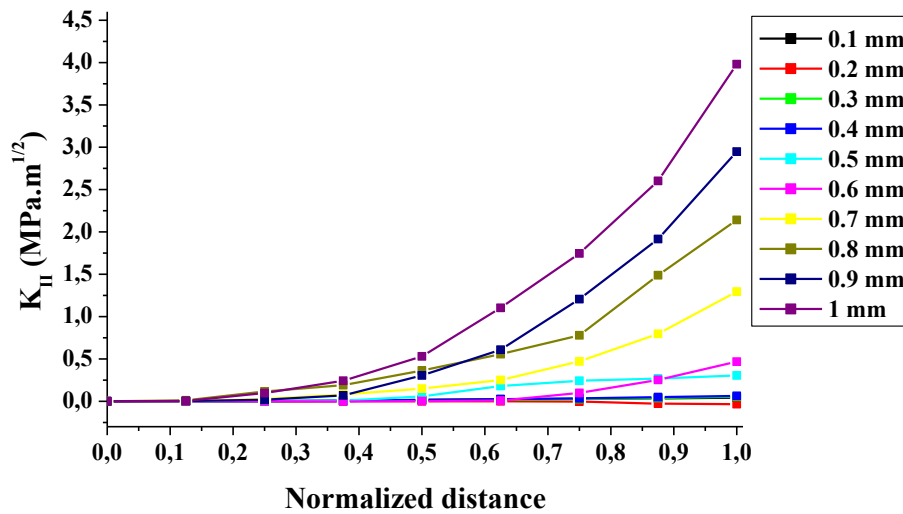


Figure VI.10. Facteur d'intensité de contrainte (K_{II}) Mode 2 le long de la fissure dans la prothèse en ciment

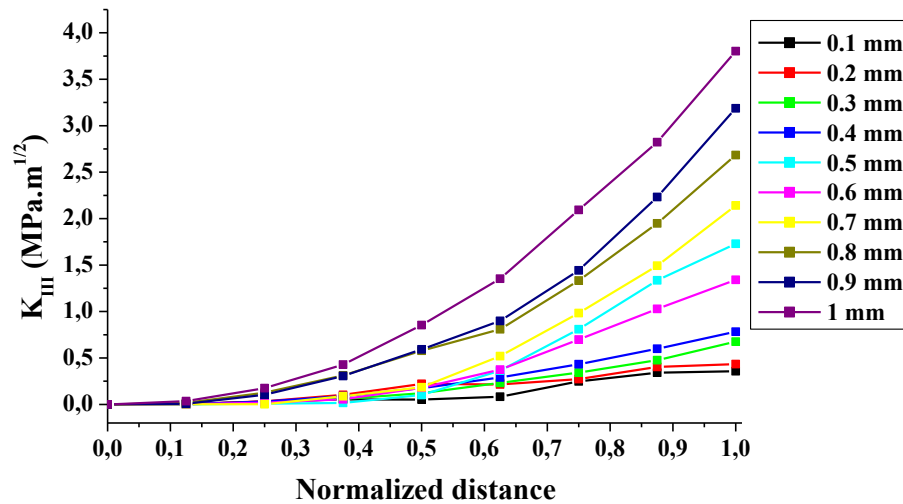


Figure VI.11. Facteur d'intensité de contrainte (K_{III}) Mode 3 le long de la fissure dans la prothèse en ciment

Le facteur d'intensité de contraintes critique (résistance à la fracture) du ciment osseux ($2,03 \text{ MPa m}^{1/2}$) est atteint à une longueur de fissure de 0,7 mm. Par conséquent, la fissure dans le ciment peut se propager et provoquer la rupture du spacer lorsque la longueur de la fissure dépasse cette longueur. Les valeurs de ténacité à la rupture pour le ciment osseux ont été tirées d'essais utilisant différentes configurations d'échantillons et différentes méthodes de mélange se situent entre $1,02$ et $2,03 \text{ MPa m}^{1/2}$ [118]. Michael D. Ries, a trouvé que le facteur d'intensité de

contrainte critique K_{IC} se situe entre $0,96 \text{ MPa m}^{1/2}$ à $1,76 \text{ MPa m}^{1/2}$ [119]. Selon les figures VI.10 et VI.11, les facteurs d'intensité de contrainte de modes II et III (K_{II} et K_{III}) augmentent avec l'augmentation de la longueur de la fissure. Cela suggère que la propension à la propagation des fissures augmentera à mesure que la fissure se développe dans le ciment.

Les figures VI.12, VI.13 et VI.14, montrent la variation des facteurs d'intensité de contrainte de modes I, II et III (K_I , K_{II} et K_{III}) en fonction de la longueur de la fissure respectivement dans les prothèses renforcées de tiges pleines en titane, céramique et acier inoxydable. Selon la figure VI.12, pour tous les cas, le facteur d'intensité de contrainte de mode I augmente avec l'augmentation de la longueur de fissure dans le spacer en ciment. A partir de ces résultats, il a été constaté que le renfort céramique est le plus résistant et que la prothèse renforcée avec un renfort plat en acier est plus résistante que le renfort en titane. Les premiers métaux utilisés pour l'orthopédie étaient les aciers inoxydables [120], en raison de leurs excellentes propriétés mécaniques telles que la ténacité à la rupture, la résistance à la fatigue et la rentabilité. Le coût des aciers inoxydables est nettement inférieur à celui des autres biomatériaux utilisés, voire inférieur au dixième du prix des autres [121].

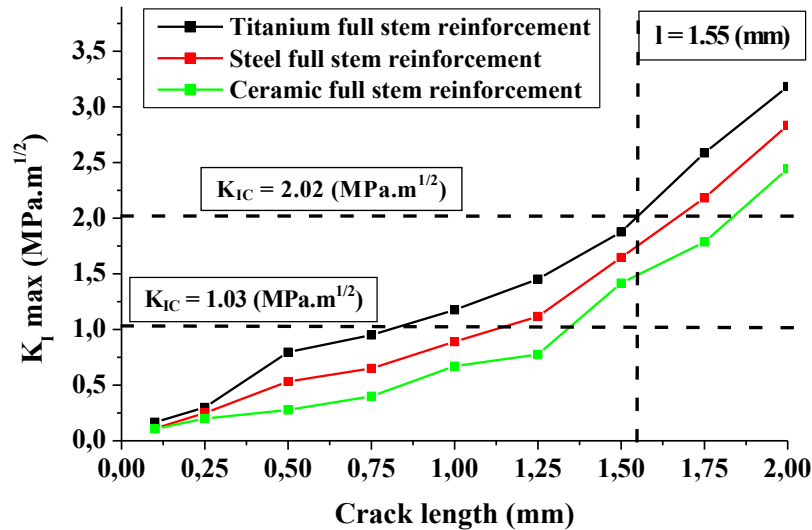


Figure VI.12. Facteur d'intensité de contrainte maximale Mode I ($K_I \text{ max}$) en fonction de la longueur des fissures dans les différents renforts du spacer. FIC critique (K_{IC}) se situe entre 1,02 et 2,03 $\text{MPa m}^{1/2}$ [118]

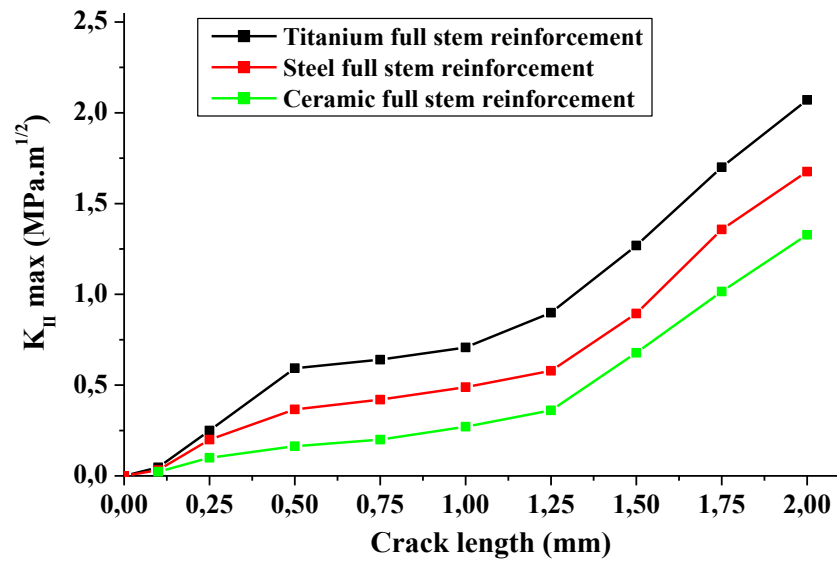


Figure VI.13. Facteur d'intensité de contrainte maximale Mode 2 (K_{II} max) en fonction de la longueur des fissures dans les différents renforts du spacer.

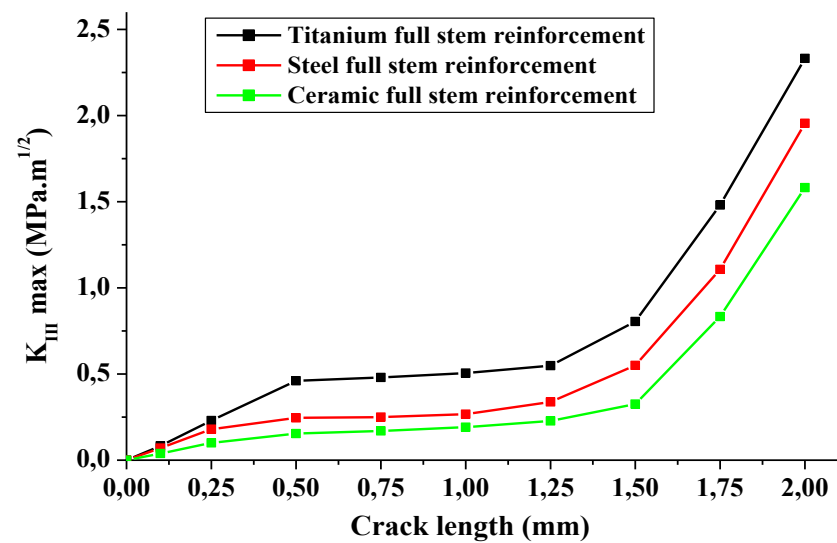


Figure VI.14. Facteur d'intensité de contrainte maximale Mode 3 (K_{III} max) en fonction de la longueur des fissures dans les différents renforts du spacer.

Dans la prothèse renforcée avec une tige en titane, la fissure dans le ciment peut se propager et provoquer la rupture de la prothèse lorsque la longueur de la fissure dépasse 1,55 mm. Pour la longueur de cette fissure et par rapport au renfort en titane, 11% du mode I est réduit dans le spacer renforcé par une tige en acier inoxydable et 23% est réduit dans la prothèse renforcée en

céramique à renfort plat. Sur les figures VI.13 et VI.14, on a vu que dans les conditions de chargement des fissures en modes II et III, le spacer renforcé avec un renfort plat en céramique est plus résistant que ceux en acier et en titane.

VI.7. Conclusion

Les propriétés mécaniques du ciment osseux et du renfort sont des éléments importants pour une chirurgie réussie et une utilisation ultérieure de l'articulation, ainsi que son comportement lors de la charge complexe qui apparaît pendant l'activité du patient. Cette étude a été réalisée dans le but d'analyser le comportement à la rupture d'une prothèse renforcée avec différents matériaux pour le calcul de la contrainte de von Mises et les facteurs d'intensité de contrainte le long du front de fissure dans le ciment osseux. Les résultats obtenus nous permettent de déduire les conclusions suivantes:

La résistance de la prothèse non renforcée est très limitée et le niveau de la jonction du col et de la tige représente la zone la plus faible de l'implant ;

L'ajout d'une tige complète composée dans la prothèse augmente sa résistance par une réduction significative des contraintes de traction et de cisaillement ;

La prothèse renforcée par un renfort plat en céramique est plus résistante que les prothèses renforcées par des renforts en acier et en titane, sans oublier que le coût des aciers inoxydables est nettement inférieur à celui des autres biomatériaux utilisés.

Conclusion générale

La science de l'arthroplastie totale de hanche s'appuie essentiellement sur la création de surfaces portantes stables, avec un coefficient de frottement entre deux composants solidement fixés dans l'os. L'amélioration de la conception des implants, des matériaux et des techniques ne cesse de se développer, mais les concepts fondamentaux établis par Charnely demeurent valables.

L'amélioration des matériaux (biomatériaux) a connu un essor important les vingt dernières années du vingtième siècle à nos jours. Cet essor concerne principalement la réduction de l'usure des prothèses.

Cette étude porte sur l'analyse du comportement mécanique de la prothèse renforcée en ciment osseux (PMMA) pour le calcul des contraintes maximales. C'est là le facteur le plus important dans la conception d'une prothèse renforcée. Cette analyse est suivie ensuite, par une optimisation des propriétés géométriques et mécaniques. L'optimisation nous permet de déterminer les paramètres qui influent le plus sur les performances des prothèses renforcées. Enfin, l'étude est complétée par une analyse du comportement en rupture des prothèses renforcées avec des renforts plats en titane, en céramique et en acier inoxydable.

A l'issue de ce travail, il est possible de tirer les conclusions suivantes :

- Le «spacer» sans renfort présente un risque important de rupture au niveau du col du fémur à cause de la trop grande concentration de contraintes;
- L'ajout d'une coquille dure à la prothèse cimentée augmente sa résistance;
- La prothèse renforcée avec renfort plat est plus résistante que la prothèse renforcée avec renfort rond;
- Les propriétés du «spacer» renforcé (forme, dimensions, matériau et coefficient de frottement) ont une influence sur la résistance mécanique de la prothèse;
- Pour la prothèse renforcée par un renfort plat, le meilleur renfort est celui en matériau biocéramique avec une surface très lisse et 8,2 mm d'épaisseur;
- Pour la prothèse renforcée avec renfort rond, le meilleur renfort doit être en matériau biocéramique avec une surface très lisse et 7 mm de diamètre;

- La prothèse renforcée par un renfort plat en céramique est plus résistante que les prothèses renforcées par des renforts en acier et en titane, en plus du coût des aciers inoxydables qui est nettement inférieur à celui des autres biomatériaux utilisés;
- Les effets des autres paramètres de conception sur la variation de contrainte feront l'objet d'études dans un proche avenir.

Références bibliographiques

- [1] Lebras A, Laporte S, Bousson V, Mitton D, Guise JA, Laredo JD, Skalli W. 3D Reconstruction of the Proximal Femur with Low-Dose Digital Stereoradiography. Computer Aided Surgery 2004. 9: 51-57.
- [2] Tortora GJ and Grabowski SR. Principes d'anatomie et de physiologie. 3ème édition ed. De Boeck Université 2001.
- [3] Kamina P, Anatomie, Maloine EE. Introduction à la clinique 1986. 61-64.
- [4] Zimmermann R. Ostéosynthèse par plaque. Étude expérimentale des contraintes. [Thèse de médecin en°307], Bordeaux 1976.
- [5] Comtet JJ, Rozier T, Vassal R, Arène JM, Fischer L. Recherches expérimentales sur la résistance de la diaphyse des os longs chez l'homme. Rev Chir Orthop 1967. 53: 3-21.
- [6] Weaver JK, Chalmers J. Cancellous bone: its strength and changes with aging and an evaluation of some methods for measuring its mineral content. Bone J Joint Surg Am 1966. 48: 289-298.
- [7] Rauber A. Elasticität et Festigkeit des Knochen. Leipzig: W. Engelmann 1876.
- [8] Evans GF. Stress and strain in bones. Springfield: CC Thomas 1957.
- [9] Reilly DT, Burstein AH. The elastic and ultimate properties of compact bone tissue. J Biomech 1975. 8: 393-405.
- [10] Konirsch G. Étude du comportement biomécanique du tissu osseux compact des os longs chez l'homme [thèse médecine] Montpellier 1964.
- [11] Sedel L. Propriétés mécaniques de l'os. Rev Chir Orthop 1974. 60: 643-656.
- [12] Breusch S. Les conditions de la cimentation pour les PTH, Maîtrise orthopédique 2003. 126.
- [13] Ameziane L, Ouazzani N, Berrada MS, Yaacoubi M, Wahbi S, El Bardouni MM, Hermas M, El Manouar M. La prothèse totale de hanche dans les nécroses aseptiques de la tête fémorale.
- [14] Charnley J. Arthroplasty of the hip. A new operation, Lancet 1961. 1-7187:1129-32.
- [15] Harris WH. A new lateral approach to the hip joint. J Bone Joint Surg Am 1967. 49- 5: 891-8.
- [16] Charnley J. Total prosthetic replacement of the hip. Triangle 1968. 8, 6: 211-6.
- [17] Charnley J. Total prosthetic replacement of the hip. ReconstrSurg Traumatol 1969. 11: 9-19.

- [18] Harris WH. Surgical approach and technique of cup arthroplasty. Surg Cl in North Am, 1969. 49- 4: 763-74.
- [19] Harris, WH. A New Total Hip Implant. Clin Ortho p Relat Res 1971. 81: 105-13.
- [20] Moore AT. The self-locking metal hip prosthesis. J Bone Joint Surg Am 1957. 39-4: 811-27.
- [21] Hardinge K. The direct lateral approach to the hip. J Bone Joint Surg Br 1982. 64: 17-9.
- [22] Judet J. and Judet H. Anterior approach in total hip arthroplasty. Presse Med 1985. 1418: 1031-3.
- [23] Zywił M et al. Survival of Hard-on-Hard Bearings in Total Hip Arthroplasty: A Systematic Review. Clin Ortho p Relat Res 2011. 469-6: 1536-46.
- [24] Girard J et al. Total hip arthroplasty revision in case of intra-pelvic cup migration: Designing a surgical strategy. Ortho p Traumatol Surg Res 2011.
- [25] Prothèses totales de la hanche : évaluation du choix de la prothèse et des techniques opératoires, ANAES, octobre 2001.
- [26] Ilchmann T, Markovic L, Joshi A, Hardinge K, Murphy J, Wingstrand H. Migration and wear of long-term successful Charnley total hip replacements, The journal of bone and joint surgery 80B N°3, May 1998.
- [27] Davidson DC. The Predictable performance of thin polyethylene inserts in PCA acetabular cups, the journal of bone and joint surgery 79B supp 4, 1997.
- [28] Yves Volette, Anatomie de la hanche, la prothèse de hanche, www.planete-ortho.com
- [29] http://www.soo.com.fr/soo_site/p_protec/aoo35/A35_-_J.SYN/A35_-_J.SYN.htm
- [30] Synave J, Rosset P. Tige fémorale de reprise avec revêtement complet d'hydroxylapatite, service orthopédie, C.H.U. Tours.
- [31] Biehl G, Harms J, Hanser U. Experimentelle Untersuchungen über die Wärmeentwicklung im Knochen bei der Polymerisation von Knochenzement. Arch Ortho p Unfall-Chir 1974. 78: 62-69.
- [32] Labitzke R, Paulus H. Intraoperative Temperaturmessungen in der Hüftchirurgie während der Polymerisation des Knochenzementes Palacos. Arch Ortho p Unfallchir 1974. 79: 341-346.
- [33] Reckling FW, Dillon WL. The bone-cement interface temperature during total joint replacement. J Bone Joint Surg 1977. 59-A: 80-82.
- [34] Toksvig-Larsen S, Franzen H, Ryd L. Cement interface temperature in hip arthroplasty. Acta Orthop Scand 1991. 62: 102-105.

- [35] Haas SS, Brauer GM, Dickson GA. Characterization of polymethyl-methacrylate bone cement. J Bone Joint Surg 1975. 57-A: 380-391.
- [36] Davies JP, Harris WH. Optimization and comparison of three vacuum mixing systems for porosity reduction of Simplex P Cement. Clin.Orthop 1990. 254: 261-269.
- [37] Gilbert JL, Hasenwinkel JM, Wixson RL, Lautenschlager EP. A theoretical and experimental analysis of polymerization shrinkage of bone cement: A potential major source of porosity. J Biomed Mater Res 2000. 52 : 210.
- [38] Rudigier J, Scheuermann H, Kotterbach B, Ritter G. Restmonomerabnahme und -freisetzung aus Knochenzementen. Unfallchirurgie 198. 7: 132-137.
- [39] Wenzl H, Garbe A, Nowak H. Experimentelle Untersuchungen zur Pharmakokinetik von Mono-methylmethacrylat. In: Erlacher PH, Zemmann L, Spitzky K H (Hrsg) 1973. 1-16.
- [40] Rudigier J, Grünert A. Tier experimentelle Untersuchungen zur Pathogenese intraoperativer Kreislauf- und Atmungsreaktionen bei der Implantation sogenannter Knochenzemente in die Markhöhle eines Röhrenknochens. Arch Orthop Traumat Surg 1978. 91: 85-95.
- [41] Espehaug B, Engesaeter LB, Vollset SE, Havelin LI, Langeland N. Antibiotic prophylaxis in total hip arthroplasty. J Bone Joint Surg 1997. 79-B: 590-595.
- [42] Gristina AG. Biomaterial-centered infection: microbial adhesion versus tissue integration. Science 1987. 237: 1588-1595.
- [43] Breusch SJ, Kühn KD. Knochenzemente auf Basis von Polymethylmethacrylat. Orthopäde 2003. 32: 41-50.
- [44] Wahlig H. Über die Freisetzungskinetik von Antibiotika aus Knochenzementen – Ergebnisse vergleichender Untersuchungen in vitro und in vivo. In: Willert HG, Buchhorn G. (Hrsg.) Technical Principles, Design and Safety of Joint Implants. Hogrefe & Huber Verlag, Göttingen 1987. 221-226.
- [45] Kühn KD. Bone cements. Up-to-date comparison of physical and chemical properties of commercial materials. Springer, Berlin Heidelberg New York 2000.
- [46] Sabokbar A, Athanasou NA, Murray DW. Osteolysis induced by radio-opaque agents. In: Walenkamp GHM, Murray DW (Hrsg) Bone Cement and Cementing Technique. Springer, Berlin Heidelberg New York 2001.

- [47] Kühn KD, Ege W, Maurer H, Tuchscherer C, Gopp U. Die Glasübergangs temperatur Kenngröße zur Charakterisierung von Knochenzementen ? *Biomaterialien* 2001. 2: 87-92.
- [48] Tepic S, Soltész U. Influence of gamma sterilization on the fatigue strength of bone cement, *Proc. 42nd ORS, Atlanta, GA* 1996. 445.
- [49] Lewis G, Mladsi S. Effect of sterilization method on properties of Palacos® R acrylic bone cement. *Biomaterials* 1998. 19: 117-124.
- [50] Kühn KD, Gopp U, Weder JA. Verarbeitungsverhalten von PMMA-Knochenzementen. *Kunststoffe* 2002. 92: 102-104
- [51] Malchau H, Herberts P. Prognosis of Total Hip Replacement. Surgical and Cementing Technique in THR: A revision-Risk study of 134,056 primary operations. Scientific Exhibition presented at the 63rd Annual Meeting of the American Academy of Orthopaedic Surgeons, February 22-26, 1996, Atlanta, USA 1996.
- [52] Havelin LI, Espehaug B, Lie SA, Engesæter LB, Furnes O, Vollset SE. Prospective Studies of Hip Prostheses and Cements. A presentation of the Norwegian Arthroplasty Register 1987-1999. Scientific Exhibition presented at the 67th Annual Meeting of the American Academy of Orthopaedic Surgeons, March 15-19, Orlando, Florida, USA 2000.
- [53] Benjamin JB, Gie GA, Lee AJC, Ling RSM, Volz RG. Cementing technique and the effects of bleeding. *J Bone Joint Surg Br* 1987. 69-B: 620-624.
- [54] Kühn KD. Handling properties of PMMA bone cements. In: Walenkamp GHIM, Murray DW (Hrsg) *Bone Cement and Cementing Technique*. Springer, Berlin Heidelberg New York 2001.
- [55] Bergmann G, Graichen G, Rohlmann A, Hip joint loading during walking and running, measured in two patients. *J Biomech* 1993. 26-8: 969-90.
- [56] Baker A. Repair of cracked or defective metallic aircraft components with advanced fibre composites - an overview of Australian work. *Composite Structures* 1984. 2:153–181.
- [57] Baker, A. Bonded composite repair of fatigue-cracked primary aircraft structure. *Composite Structures* 1999. 47: 431–443.
- [58] SM Fekih, A Albedah, F Benyahia, M Belhouari, B Bachir Bouiadjra, A Miloudi. Optimisation of the sizes of bonded composite repair in aircraft structures. Volume 41, October 2012, Pages 171-176. *Materials & Design*

- [59] Bendell T. Taguchi methods. Proceedings of the 1988 European Conference. ELSEVIER applied sciences.
- [60] Benoist D, Tourbier Y, and Germain-Tourbier S. 1994. Plan d'expériences: construction et analyse, France: Lavoisier TEC & DOC.
- [61] Booth Kathleen H. V. and Cox D. R. 1962. Some systematic supersaturated designs. *Technometrics*, 4: 489–496.
- [62] Box G. and Behnken, D. W. 1960. Some new three level designs for the study of quantitative variables. *Technometrics*, 2: 455–475. [Taylor & Francis Online].
- [63] Box G. E.P, Hunter W. G. and Hunter J. S. 1978. Statistics for experimenters: an introduction to Design, Data Analysis and Model Building, USA: John Wiley and Sons.
- [64] Casari A, Fleury R, Marchio E, Millet D, Morisot JR., ConsoClim O, CONSOCLIM. 2000. Cahiers du CSTB, n°406, janv/fev 2000 Bolher,: ensemble coordonné d'algorithmes pour le calcul des consommations d'énergie des bâtiments climatisés.
- [65] Cornell J. A. 1981. Experiment with mixtures, New York: John Wiley and Sons.
- [66] Doehlert D. H. 1970. Uniform shell design. *Applied Statistics*, 19: 231
- Filfli, S. 2006. Optimisation bâtiment/système pour minimiser les consommations dues à la climatisation Thèse (PhD), Ecole des Mines de Paris.
- [67] Filfli S and Marchio D. 2007. OPTISOL, Rapport d'avancement OPTISOL. PLANS D'EXPERIENCES. Contrat ADEME/ARMINES n: 06 04 C0119.
- [68] Goupy J. 1995. Plans d'expériences non conventionnels. Théorie et applications (ou comment sauver un plan raté). *Analysis*, 23: 152–158.
- [69] Goupy J. 1999. Plan d'expériences pour surfaces de réponses, Dunod. Les Ulis, France: EDP Sciences. [Google Scholar].
- [70] Koshal R. S. 1933. Application of the method of maximum likelihood to the improvement of curves fitted by the method of moments. *Journal of Royal Statistical Society Series A*, 96: 303–313.
- [71] Marchio D and Filfli S. Study of air-conditioned office buildings consuming less than 100 kWh/m²/year in France. Proceedings of the 8th REHVA World Congress. Lausanne.
- [72] Pedregal D. 1992. Modélisation des espaces-serres destinés à l'habitat, thèse en physique des systèmes énergétiques, université Paris VII.
- [73] Pillet M. 1998. Construire facilement des plans de résolution IV à partir des tables de Taguchi. *Revue de statistique appliquée*, tome, 46(4): 85–100.

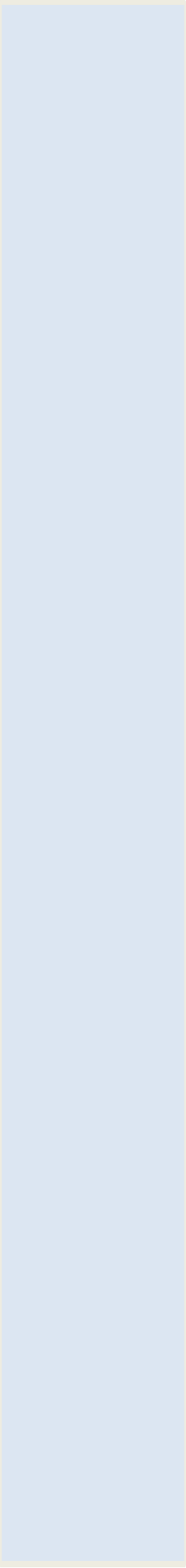
- [74] Pillet M. 1999. Les plans d'expériences par la méthode Taguchi, France: Les Editions d'Organisation. [Google Scholar]
- [75] Plackett R. L. and Burman J. P. 1946. The design of optimum multifactorial experiments. *Biometrika*, 33(4): 305–325.
- [76] Rechtschaffner R. L. 1967. Saturated Fractions of 2^n and 3^n Factorial Designs. *Technometrics*, 9: 569–575. [Taylor & Francis Online].
- [77] Roquemore K. G. 1976. Hybrid designs for quadratic response surfaces. *Technometrics*, 18(4): 419–423. [Taylor & Francis Online].
- [78] Roujol S. 2003. Etude de sensibilité et validation in situ d'une méthode de calcul de consommation de climatisation Thèse (PhD), Ecole des Mines de Paris.
- [79] Souvay P. 1995. Les plans d'expériences, Méthode Taguchi. A Afnor collection – A savoir. Afnor collection, Paris-la Défense, 39.
- [80] Taguchi G. and Konishi S. 1987. American Supplier Institute. Taguchi methods, orthogonal arrays and linear graphs. Tools for quality engineering. Center for Taguchi Methods.
- [81] Vigier M. 1988. Pratique des plans d'expériences : méthodologie Taguchi, Paris: Les éditions d'organisation, 191. [Google Scholar]
- [82] G Dhatt. and Touzot G. Une présentation de la méthode des éléments finis. Les presses de l'Université Laval, Québec, 1981. 18, 27
- [83] Batoz J.L. and Dhatt G. Modélisation des structures par éléments finis. Hermès, 1990. Volume 1 : Solides élastiques, Volume 2 : Poutres et plaques, Volume 3 : Coques. 43, 44, 45, 57
- [84] Bathe K.J. Finite Element Procedures. Prentice Hall, 1996.
- [85] Zienkiewicz O.C. The finite element method. Mc Graw Hill, 1989. 4th edition, 2 volumes.
- [86] Kubo T, Inoue S, Maeda T, Arai Y, Hirakawa K, Wu Y, Suehara H, Ogura T and Hirasawa Y. Cementless Lord total hip arthroplasty: cup loosening common after minimum 10-year follow-up of 103 hips. *Acta Ortho* p 2001. 72: 585-590.
- [87] Thomas T, Stefan M, Arno Z, Danièle W and Jens K. Mechanical Material Properties of Polymethyl methacrylate (PMMA) for Medical Applications. *Materials Testing*: 2009. 51- 4: 203-209.

- [88] Oliveira AL. Influence of the manufacturing process in performance concerning wear of total hip prostheses. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 2014. 36: 787–795.
- [89] Cameron B, Galatz L, Williams JR, G.R. Factors affecting the outcome of total shoulder arthroplasty. *The American Journal of Orthopedic* 2001. 30: 613–623.
- [90] Young TH, Cheng CK, Lee YM, Chen LY, Huang CH. Analysis of ultrahigh molecular weight polyethylene failure in artificial knee joints: thermal effect on longterm performance. *Journal of Biomedical Materials Research* 1999. 48: 159–164.
- [91] Kubo T, Inoue S, Maeda T, Arai Y, Hirakawa K, Wu Y, Suehara H, Ogura T, Hirasawa Y. Cementless lord total hip arthroplasty: cup loosening common after minimum 10-year follow-up of 103 hips. *Acta orthopaedics Scandinowa* 2001. 72: 585–590.
- [92] Rajesh BR, Anwar KJ, Ravikumar. Fractured cement spacers—a report of two cases. *The Iowa Orthopaedic Journal* 2009. 29: 17-18.
- [93] Saini M, Singh Y, Arora P, Arora V, Jain k. Implant biomaterials: A comprehensive review, *World J Clin Cases* 2015. 3-1: 52–57.
- [94] Thielen T, Maas S, Zuerbes A, Waldmann D, Anagnostakos K, Kelm J. Development of a reinforced PMMA-based hip spacer adapted to patients' needs. *Medical Engineering & Physics* 2009. 31: 930–936.
- [95] Andriacchi T, Hurwitz D. Gait biomechanics and the evolution of total joint replacement, *Gait & Posture* 1997. 5 -3: 256-264.
- [96] Kayabasi O, Ekici B (2008) Probabilistic design of a newly designed cemented hip prosthesis using finite element method", *Materials & Design* 2007. 29-5: 963-971
- [97] Ichim I, Li Q, Li W, Swain MV, Kieser J. Modelling of fracture behaviour in biomaterials. *Biomaterials* 2007. 28: 1317–1326.
- [98] Bachir BB, Belarbi A, Benbarek S, Achour T, Serier B. FE analysis of the behaviour of microcracks in the cement mantle of reconstructed acetabulum in the total hip prosthesis. *Comput Mater Sci* 2007. 40-4: 485–491.
- [99] Ingraffea AR. The strength ratio effect in the fracture of rock structure. In: *Proceedings 20th U.S. symposium on rock Mechanics*, University of Texas at Austin 1979. 153–162
- [100] Kemeny JA, Cook NGW. Micromechanics of deformation in rocks. In: Shah SP (ed) *Toughening mechanics in quasi-brittle materials*. Kluwer Academic, the Netherlands 1991. 155–188.

- [101] Dyskin AV, Germanovich LN, Lee K, Ring LM, Ingreafeff AR. Modeling crack propagation in compression. In: Nelson PP, Laubach, SE (eds.) Rock Mechanics: Models and measurements. Challengers from Industry. Proc. Ist North American Rock 1994.
- [102] Thielen T, Maas S, Zuerbes A, Waldmann D, Anagnostakos K, Kelm J. Mechanical behaviour of standardized, endoskeleton-including hip spacers implanted into composite femurs. International Journal of Medical Sciences 2009. 6 -5: 280-286
- [103] Bergmann G. "HIP98", Free University, Berlin, ISBN 3-9807848-0-0, 2001.
- [104] Duda GN and al Influence of Muscle Forces on Femoral Strain Distribution. Journal of Biomechanics 1998. 31: 841-846.
- [105] Rohlmann A and al. Finite element analysis and experimental investigation in a femur with hip endoprosthesis. Journal of Biomechanics 1983. 16: 727–742.
- [106] Zhang Z, Thompson M, Field C, Lia W, Li Q, Michael V. Swain. Fracture behavior of inlay and onlay fixed partial dentures – An in-vitro experimental and XFEM modeling study. Journal of the mechanical behavior of biomedical materials 2016. 59: 279 – 290.
- [107] Merckx D. Les ciments orthopédiques dans la conception des prothèses articulaires. Biomécanique et biomatériaux, Cahiers d’enseignement de la SOFCOT. Expansion Scientifique Française 1993. 44:67–76.
- [108] Irwing GR. Analysis of stress and strain near the end of a crack traversing a plate. J Appl Mech ASME 1957. 24: 361–364.
- [109] Ramos A, Simoes JA. The influence of cement mantle thickness and stem geometry on fatigue damage in two different cemented hip femoral prostheses, Journal of Biomechanics 2009. 42: 2602-2610.
- [110] Kelm J. Die PMMA Hüftin terimsprothese - mechanische Eigenschaften, mikro biologische Wirksamkeit und klinischer Einsatz. Habilitations schrift an der Medizinischen Fakultät der Universität des Saarlandes. Homburg/Saar 2008.
- [111] Bouziane MM, Bachir BB, Benbarek S, Albedah A, Mankour A, Achour T. Analysis of the behaviour of cracks emanating from bone inclusion and ordinary cracks in the cement mantle of total hip prosthesis. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering 2015. 37: 11-19.
- [112] Hernigou P. Le polyméthacrylate de méthyle: support de principe actifs en cancérologie. Dialogue en orthopedic 1994. 3: 1–3.

- [113] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, Int. J. Numer, Meth. Eng 1999. 45: 601–620.
- [114] Benjin W, Hans DB, Airong C. An XFEM based uncertainty study on crack growth in welded joints with defects. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 2016. 86: 125–142.
- [115] Libin Z, Yana W, Jianyu Z, Yu G, Ning H, Ning L. XFEM-based model for simulating zigzag delamination growth in laminated composites under mode I loading. Composite Structures 2017. 160: 1155–1162.
- [116] Rajesh B, Anwar R and Ravikumar KJ. Fractured cement spacers—a report of two cases J 2009. 29: 17–18.
- [117] Andriacchi TP, Hurwitz DE. Gait biomechanics and the evolution of total joint replacement. Gait and posture 1997. 5: 256-264.
- [118] Bouziane MM, Salah H, Benbarek S, Bachir BB and Serier B. Finite element Analysis of the Mechanical Behaviour of a Reinforced PMMA-based Hip Spacer Advanced Materials Research 2015.1105: 36-40.
- [119] Baleani M, Traina F, Toni A. The mechanical behaviour of a pre-formed hip spacer. Hip Int 2003.13:159–62.
- [120] Schoellner C, Fuerderer S, Rompe JD, Eckardt A. Individual bone cement spacers (IBCS) for septic hip revision—preliminary report. Arch Orthop Trauma Surg 2003. 123:254–9.
- [121] Carrero V, Honl M. Mechanischer Test eines Knochenzementspacers für die Revision shüft endo prothetik. DePuy Prüftestbericht 2000.
- [122] Leunig M , Chosa E , Speck M, Ganz R. A cement spacer for two-stage revision of infected implants of the hip joint - International orthopaedics, Springer 1998.
- [123] Bruno M,Dario R,Roberto B and Pietro B. Preformed acrylic bone cement spacer loaded with antibiotics: Use of two-stage procedure in 10 patients because of infected hips after total replacement. Acta Orthopaedica Scandinavica . 2001. 72-6.
- [124] Kummer FJ, Strauss E, Wright K, Kubiak EN, Di Cesare PE. Mechanical evaluation of unipolar hip spacer constructs. Am J Orthop (Belle Mead NJ) 2008. Oct 37-10:517-8.

- [125] Schöllner C, Fürderer S, Rompe JD and Eckardt A. Individual bone cement specers (IBCS) for septic hip revision-preliminary 2003.
- [126] Durbhakula SM, Czajka J, Fuchs MD, Uhl RL. Spacer endoprosthesis for the treatment of infected total hip arthroplasty. J Arthroplasty 2004. 19:760-7.



Publication

Finite element Analysis of the Mechanical Behaviour of a Reinforced PMMA-based Hip Spacer

M. M. Bouziane^{1,2, a}, H. Salah^{2, b}, S. Benbarek^{2, c}, B. Bachir Bouiadjra^{2, d}
and B. Serier^{2, e}

¹Department of Mechanical Engineering, Faculty of Science and Technology, BP 305 Route de Mamounia, University of Mascara – Mascara 29000 Algeria

²LMPM, Department of Mechanical Engineering, University of Sidi Bel Abbes, BP 89, Cité Ben M'hidi, Sidi Bel Abbes 22000, Algeria

^aagk_bouziane@yahoo.fr, ^bsalah.03@live.fr, ^csma_benbarek@yahoo.fr, ^dbachirbou@yahoo.fr, ^eboualems@yahoo.fr,

Keywords: Biomaterial, Hip prosthesis, Spacer, Reinforcement, Finite element method

Abstract. The designs of hip joint prostheses have an influence on both the quality of the metal–bone cement contact and the failure rate of the cement mantle. The designers of implant systems must confront biomaterial and biomechanical problems, including in vivo forces on implants, load transmission to the interface, and interfacial tissue response. Cement spacers are being increasingly used for revision arthroplasties. In this study, a three-dimensional finite elements method is used to analyse the mechanical behaviour of the reinforced spacer out of the bone cement (PMMA) by computing the maximum stress. One of the most important factors in the reinforce design is to reduce the stress on the bone cement and the femur. The static load analysis is based, by selecting the peak load during the normal walking activity. Results show that, Von Mises stress is significantly reduced in the cement bone of full-stem and rod reinforced spacers.

Introduction

Cement spacers are being increasingly used for revision arthroplasties [1]. A fracture of the spacer is likely to occur due to fatigue failure unless a hard shell composed of an inert material structurally supports the spacer (Fig. 1). Commercial designs of the cement spacers may be improved by the addition of a hard shell composed of an inert (non reactive) material with high tensile strength that can withstand weight bearing forces [2]. As the material strength of bone cement is limited, Thielen et al tested the mechanical strength of two cement spacer generations (Fig. 2). The first generation is the non-reinforced spacer out of PMMA (Fig. 2. a) and the second have two types: rod reinforced spacer out of PMMA with a central rod pin out of titanium grade two (Fig. 2. b) and full-stem reinforced spacer out of PMMA with a titanium grade two endoskeleton (Fig. 2. c) [3]. The finite element method (FEM) is an advanced simulation technique that has been used in orthopedic biomechanics since 1972 [4]. It is an important tool used in the design and analysis of total joint replacements and other orthopedic devices [5]. In the literature, only the global mechanical behaviour of reinforced cement spacer was studied but the local behaviour is not known very well. This study is a contribution for the understanding of the local mechanical behaviour of the reinforced orthopedic cement in hip spacer. For achieving this objective, the three-dimensional (3D) finite element analysis was used to analyse the stress distribution on cement spacer generations: non-reinforced spacer, rod reinforced spacer and full-stem reinforced spacer.

Model designs.

For three-dimensional solid models of spacer hip replacement modelling, there are four major components have to be modelled; cortical bone, cancellous bone, cement spacer and reinforced spacer. The complete models that consist were assembled using SolidWorks, and then exported to Abaqus program. There are two types of reinforced spacer being modeled: rod reinforced spacer out

of PMMA with a central rod pin (5 mm diameter) out of titanium grade two and full-stem reinforced spacer out of PMMA with a titanium grade two endoskeleton (10 mm thickness).

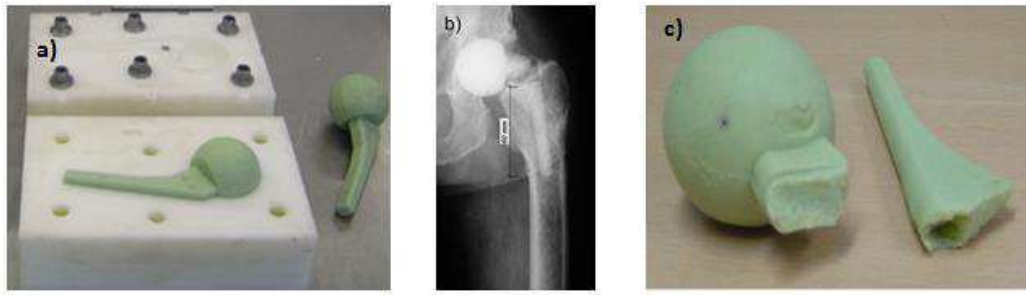


Fig. 1 (a) Cement spacer. (b) Radiography of in vivo implanted spacer with stem fracture [3]. (c) The fractured cement spacer mould as removed from the hip [2].

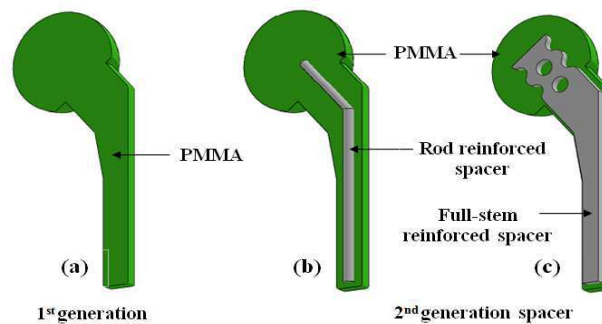


Fig. 2 Different spacers: (a) non-reinforced spacer, (b) rod reinforced spacer ($d = 5\text{mm}$), (c) full-stem reinforced spacer (10 mm thickness).

Finite element analysis. Three-dimensional finite element models were developed for this study. Finite element mesh was generated by using tetrahedron elements with four nodes for the analysis. A refinement mesh was generated around the implant and cement bone (Fig. 3). The material properties adopted were specified in terms of Young's modulus and Poisson's ratio for the implants and all associated components (Table 1). All materials were assumed to exhibit linear, homogeneous and elastic behaviour.

Loading and Boundary conditions. In this study, the magnitudes and the directions of muscle forces data by Bregmann [6] are used. They are shown in (Table 2). The boundary condition was applied by fixing the distal epiphysis, which is the distal end of the femur that is connected to the knee [7]. Fig. 4 shows the coordinate system used to represent the direction of the forces components. The femur is primarily loaded in bending [8]. The cement spacer–bone and cement–reinforcement interfaces were assumed rigidly fixed.

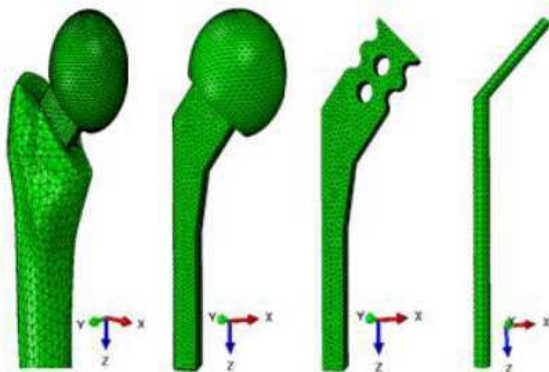


Fig. 3 Finite element meshes of hip spacer components: femur bone, cement spacer and reinforcement (full-stem and rod)

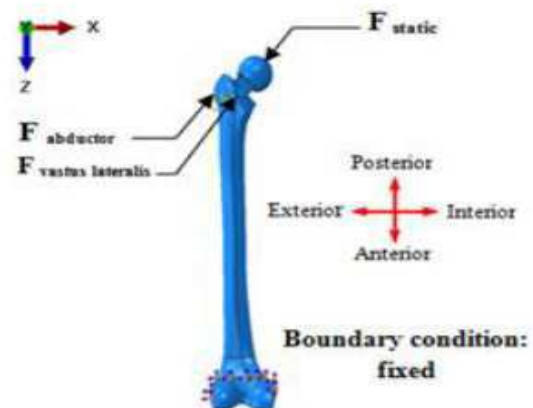


Fig. 4 Applied forces on the bone-prosthesis assemblies.

Table 1: Material properties used for the finite elements models.

Materials	Young's modulus E (MPa)	Poisson ratio ν
reinforcement Ti-6Al4V	110000	0.30
Cortical bone	16200	0.36
Cement (PMMA)	2700	0.35

Table 2: Maximum Loading Configurations of the Major Muscles [6].

Load (N)	X	Y	Z
Joint contact force (F_{static})	-433.8	-263.8	-1841.3
Abductor muscle	465.9	34.5	695.0
Vastus Lateralis	-7.2	-148.6	-746.3

Results and discussions.

Finite element method (FEM) as one of the most advanced simulation technique has been used in orthopedic biomechanics for many decades. It is an important tool used in the design and analysis of total joint replacements and other orthopedic devices. Finite element modeling and analysis present a non-destructive design approach for bone-implant hip prosthesis. It allows many complex what-if scenarios to be studied in computer environment before the prosthesis is actually applied on the patient. This will save time for the design and prevent any permanent damage caused by implementation of hip prosthesis. Prosthesis durability is closely related to the stresses distribution along the structure elements of the hip spacer, particularly in cement which represents the weakest comparing to other elements. Moreover, the strong stresses are intolerable by the patient and can lead to the loosening of the prosthesis. So even though a preformed spacer is readily available, it lacks adaptability and hence the intra operative bone cement spacer production must be further improved to satisfy all requirements [3].

The stress distribution was identified for each component of the non-reinforced spacer, rod reinforced spacer and full-stem reinforced spacer models. The values obtained of these stresses around the components of the prostheses are shown in Fig. 5. Comparing the stresses distribution on the hip spacers, it can be observed the stress concentration will be always at the neck area of the cement spacer. The risk of crack initiation and consequently the risk of loosening are very high in these regions. For the cement, the maximum stress reaches 126 MPa in the non-reinforced spacer, this stress is reduced to 80 MPa in the rod reinforced spacer and 15 MPa in the full-stem reinforced spacer. What means that the fatigue life of the spacer can be significantly increased by the reinforcement. For the femurs, the maximum stress reaches 80 MPa in the non-reinforced spacer, this stress is reduced to 60 MPa in the rod reinforced spacer and 59 MPa in the full-stem reinforced spacer.

For the comparison of stresses (σ_x , σ_y , τ_{xy}) distribution in the lateral side of the cement spacer, in all models, the highest stresses occurred in the spacer neck. Relative to the non-reinforced spacer for the peak of normal stress according to x -direction (σ_x), 20 % is reduced in the rod reinforced spacer and 85 % is reduced in the full-stem reinforced spacer. For the peak of normal stress according to y -direction (σ_y), 20 % is reduced in the rod reinforced spacer and 75% is reduced in the full-stem reinforced spacer. For the peak of shear stress (τ_{xy}), 62 % is reduced in the rod reinforced spacer and 87 % is reduced in the full-stem reinforced spacer (Fig. 6). These results confirm that all components of the stresses tensor are reduced by the reinforcement which allow us to conclude that the reinforcement improve the spacer strength in all directions.

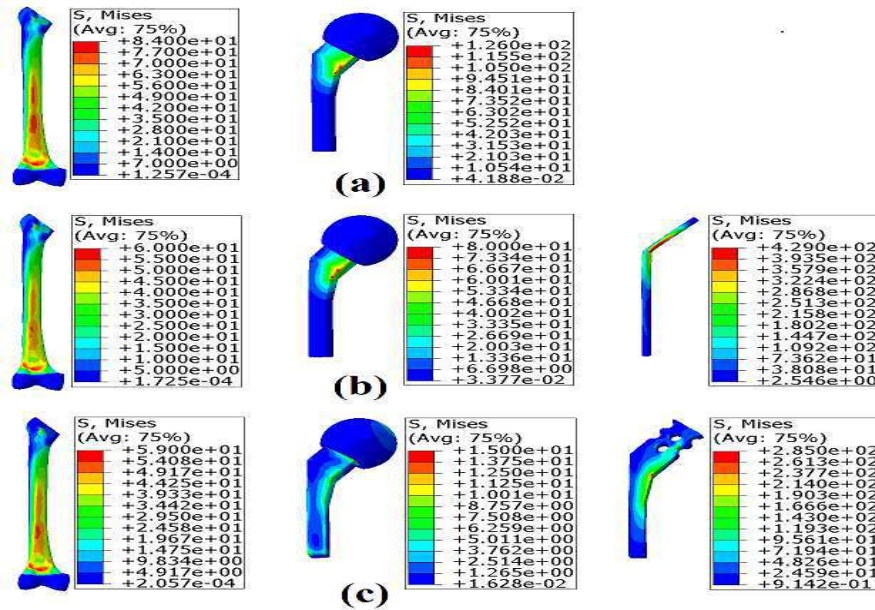


Fig. 5 Von Mises stresses in the hip spacer components: femur bone, cement and reinforcement (a): non-reinforced spacer; (b): rod reinforced spacer; (c): full-stem reinforced spacer.

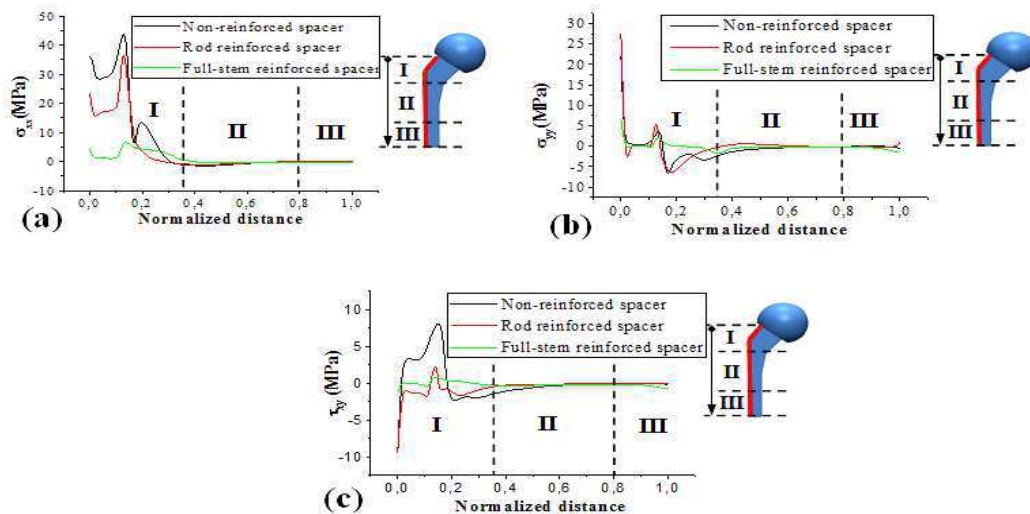


Fig. 6 Axial stresses disturbed along the lateral side of the cement spacer for three models (a): Normal stress " σ_x "; (b): Normal stress " σ_y "; (c): Shear stress " τ_{xy} ".

The PMMA is the unique material used currently for fabricate the implant spacer. Mechanical properties of bone cement are of importance keys for a successful surgery and further use of the joint as well as its behaviour during complex load which appears during patient's activity. In addition, the mechanical properties of cement-bone and cement-metal interfaces are affected by the non-homogeneous distributions. There are many reports in the literature about spacers [9–11], but until now only a few authors have investigated the mechanical strength of PMMA spacer [12]. Two authors [13,14] examined the strength of interior reinforced spacer, whereas the latter used a prefabricated spacer. Complications with spacers include fracture or luxation [11]. Furthermore, commercially available, prefabricated spacers lack patients' specific needs [14].

Conclusion

The objective of this study is the analysis of the mechanical behaviour of two generations of hip spacer (non-reinforced spacer, rod reinforced spacer and full-stem reinforced spacer) by the computation of the stress distribution in its components. This distribution can give a precise idea on the loosening of the prosthesis and consequently the fatigue life of the prosthesis can be predicted..

The obtained results lead to the following conclusions:

- The addition of a hard shell composed to the cement spacer increase the resistance of the hip prosthesis by a significant reduction of the tensile and shear stresses.
- The full-stem reinforced spacer is more resistance than the rod reinforced spacer.

References

- [1]. Deshmukh RJ, Thevarajan K, Kok CS, Sivapathasundaram N, George SV. An intramedullary: cement spacer in total hip arthroplasty. *Journal of Arthroplasty* (1998) Feb;13(2) 197-9
- [2]. Rajesh Botchu, R. Anwar, KJ Ravikumar. Fractured cement spacers—a report of two cases. *The Iowa Orthopaedic Journal* (2009) Volume 29 17-18
- [3]. T. Thielen, S. Maas, A. Zuerbes, D.Waldmann, K. Anagnostakos, J. Kelm. Development of a reinforced PMMA-based hip spacer adapted to patients' needs. *Medical Engineering & Physics* 31 (2009) 930–936
- [4]. Brekelmans W, Poort H, Sloof T A new method to analyse the mechanical behavior of skeletal parts. *Acta Orthop Scand* 43: (1972) 301–17.
- [5]. Oguz K, Bulent E The effects of static, dynamic and fatigue behavior on three-dimensional shape optimization of hip prosthesis by finite element method (2007) 2269-2277.
- [6]. Bergmann, G., 2001, “HIP98”, Free University, Berlin, ISBN 3-9807848-0-0.
- [7]. G.N. Duda et al: Influence of Muscle Forces on Femoral Strain Distribution. *Journal of Biomechanics* (1998), Vol. 31, pp. 841-846.
- [8]. A. Rohlmann et al: Finite element analysis and experimental investigation in a femur with hip endoprosthesis. *Journal of Biomechanics* (1983) Vol 16, 727–742.
- [9]. Hsieh P-H, Chen L-H, Chen C-H, Lee MS, Yang W-E, Shih C-H. Two-stage revision hip arthroplasty for infection with a custom-made, antibiotic-loaded, cement prosthesis as an interim spacer. *J Trauma Injury Infect Crit Care* (2004); 56: 1247–52.
- [10]. Leunig M, Chosa E, Speck M, Ganz R. A cement spacer for two-stage revision of infected implants of the hip. *Int Orthop* (1998); 22: 209–14.
- [11]. Meani E, Romanò C, Crosby L, Hofmann G. Infection and local treatment in orthopedic surgery. Berlin: Springer Verlag; (2007).
- [12]. Carrero V, Honl M. Mechanischer Test eines Knochenzementspacers für die Revisionshüftendoprothetik. DePuy Prüftestbericht (2000).
- [13]. Baleani M, Traina F, Toni A. The mechanical behaviour of a pre-formed hip spacer. *Hip Int* (2003); 13:159–62.
- [14]. Schoellner C, Fuerderer S, Rompe JD, Eckardt A. Individual bone cement spacers (IBCS) for septic hip revision—preliminary report. *Arch Orthop Trauma Surg* (2003); 123:254–9.

Advanced Materials Research V

10.4028/www.scientific.net/AMR.1105

Finite Element Analysis of the Mechanical Behaviour of a Reinforced PMMA-Based Hip Spacer

10.4028/www.scientific.net/AMR.1105.36

Optimisation of a Reinforced Cement Spacer in Total Hip Arthroplasty

H. SALAH^{1,a}, M.M. BOUZIANE^{1,2,b}, S.M. FEKIH^{1,c},
B. BACHIR BOUIADJRA^{1,3,d*} and S. BENBAREK^{1,e}

¹LMPM, Department of Mechanical Engineering, University of Sidi Bel Abbes,
BP 89, Cité Ben M'hidi, Sidi Bel Abbes 22000, Algeria

²Department of Mechanical Engineering, University Mustapha Stambouli of Masacra,
Masacra, Algeria

³Department of Mechanical engineering, College of Engineering, King Saud University,
Riyadh Saudi Arabia

^asalah.hichem46@gmail.com, ^bagk_bouziiane@yahoo.fr, ^cfekih_moh@yahoo.fr,
^dbachirbou@yahoo.fr, ^esma_benbarek@yahoo.fr

Keywords: Spacer; PMMA; Arthroplasty; Optimisation; FE method

Abstract. Infections total hip arthroplasty (THA) are common and can lead to serious complications for patients. Newly developed antibiotic spacers successfully eradicated infection in more than 90 percent of patients. However, the low mechanical strength of the orthopedic cement can be a serious handicap for the success of the surgical operation. The reinforcement of cement spacers with high strength materials can improve the efficiency of this type of surgery. In this study, the three-dimensional finite element method (FEM) is coupled with the experimental design method (EDM) to optimize the geometrical and mechanical properties of the reinforcement that can be applied to cements spacers. The obtained results show that the full stem reinforcement in bio-ceramic with a thickness of 8.2 mm can represent the optimal model to ensure good mechanical resistance of the cement spacer.

1. Introduction

The infection is the most dangerous complication in the short, medium and long term in total hip arthroplasty. Contemporary prosthetic surgery is taking up the challenge to manage these types of infections [1-5]. The solution adopted today is the two-stage surgical recovery which relies on the installation of a cemented transient implant delivering antibiotics locally: The spacer. The spacer represents a pre-molded articular transient implant manufactured with bone cement having a relative high viscosity. It contains 5% of antibiotics, which is very significant. The ordinary cement contains 1.25% of antibiotic. The lifetime of a spacer must not exceed six months, otherwise it will be considered as an inert foreign body without antibiotic action. In a second step, once the infection has been controlled, this system is removed to allow the implantation of a definitive prosthesis. Being manufactured only of orthopedic cement whose properties of resistances are rather weak, the risks of failure of the spacer are quite large, especially if the patient performs activities generating intense efforts on the head of this transient implant. The design of a spacer must take into account the extreme mechanical forces that can act on its head in order to minimize the failure risk [6]. This task is difficult because the material constituting the implant is fragile and its shape is complicated. In order to compensate the fragility of the spacer, a new generation of these implants has been introduced, which consist to strengthen the implant with a metallic part in the form of rod or full-stem (see figure 2). Thielen et al [7] compared the mechanical properties between non reinforced and reinforced cement spacer of hip arthroplasty. These authors showed that the mechanical resistance is better in the case of cement spacer with full-stem reinforcement. Spacer reinforced with metallic rod presents higher resistance than non-reinforced one. Researches, that has focused on the effects of dynamic loading due the patient activities, have largely contributed to the development of the total hip arthroplasty. By knowing the type of loading, the design of the prosthesis will be better adapted [8].

The Finite Element Method (FEM) is a computational modeling tool that makes it possible to approximate the mechanical behavior of materials subjected to different type of loading.

In the field of biomedical engineering, the use of this technique is more recent and still marginal. It mainly concerns surgery, and in particular orthopedic surgery. The FEM allows, for example, to study and optimize the new prostheses at the stage of their design before the fabrication. In total hip replacement, the FEM was used to design different parts of the hip prosthesis and to predict the loosening of the implant due to the bone cement failure [9-10].

In this study, the three-dimensional finite element analysis was used to analyze the effects of reinforced spacer proprieties (shape, dimensions, material and friction coefficient) on the variation of the von Mises stresses in reinforced cement spacers. The experimental design method was applied to optimize the reinforced spacer design and to determine the most influencing mechanical proprieties on the performances of reinforced cement spacer.

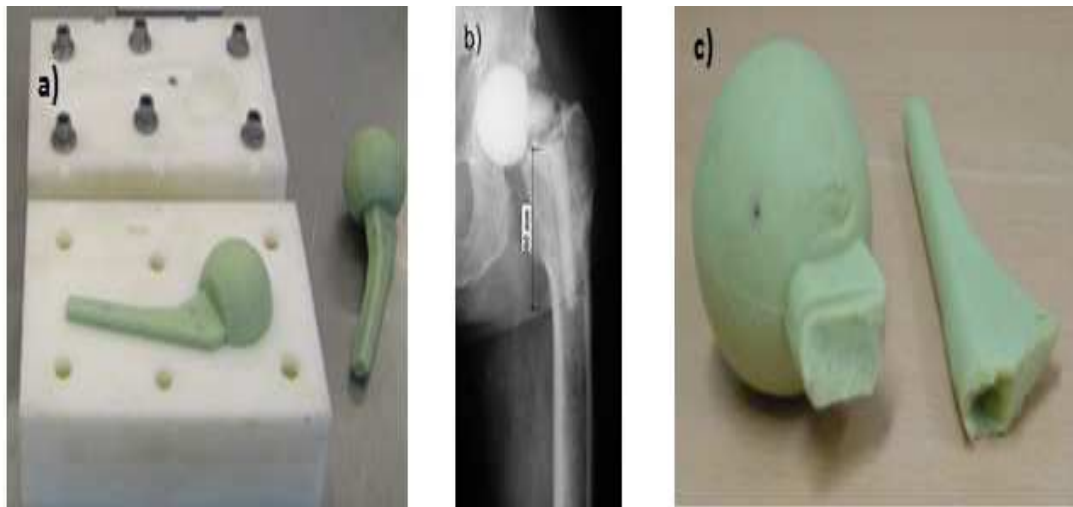


Fig. 1: (a) Cement spacer. (b) Radiography of in vivo implanted spacer with stem fracture. Clinical observations at the Saarland University Hospital (Germany) revealed that fracture occurred typically about 60 mm from the tip of the stem [6]. (c) The fractured cement spacer mould as removed from the hip [7].

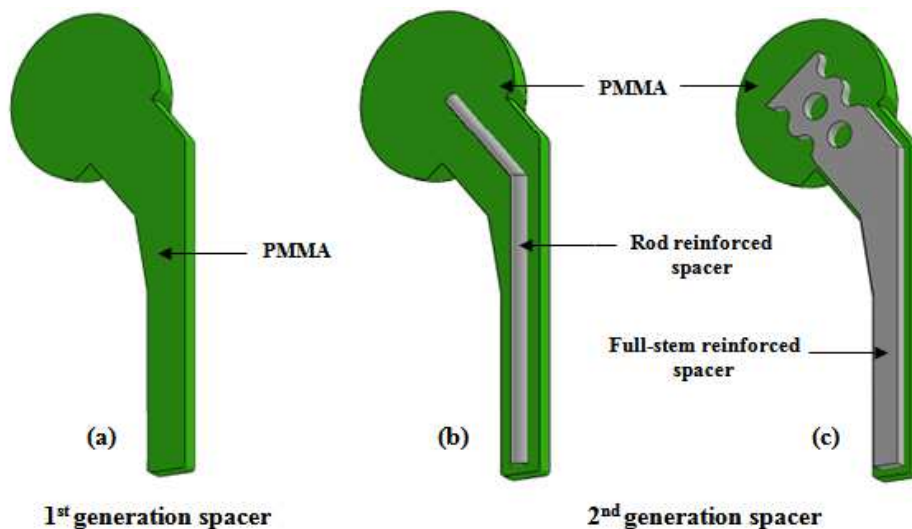


Fig. 2: Different spacer types: (a) non-reinforced spacer out of PMMA; (b) rod reinforced spacer out of PMMA with a central rod pin out of titanium grade two; (c) full-stem reinforced spacer out of PMMA with a titanium grade endoskeleton [7].

2. Finite Element Modeling

The three-dimensional solid model of total hip arthroplasty (THA) consists of the assembly of four parts: cortical bone, cancellous bone, cement spacer and reinforcements (central rod pin and endoskeleton). The complete CAD models were performed using Solid Works software, and then exported to Finite element code Abaqus. Two types of reinforced spacer were modeled: with rod and with full stem.

Three-dimensional finite element models were developed for this study. Finite element mesh was generated by using tetrahedron elements with four nodes for the analysis. A refinement mesh was generated around the reinforcement (see Figure 3).

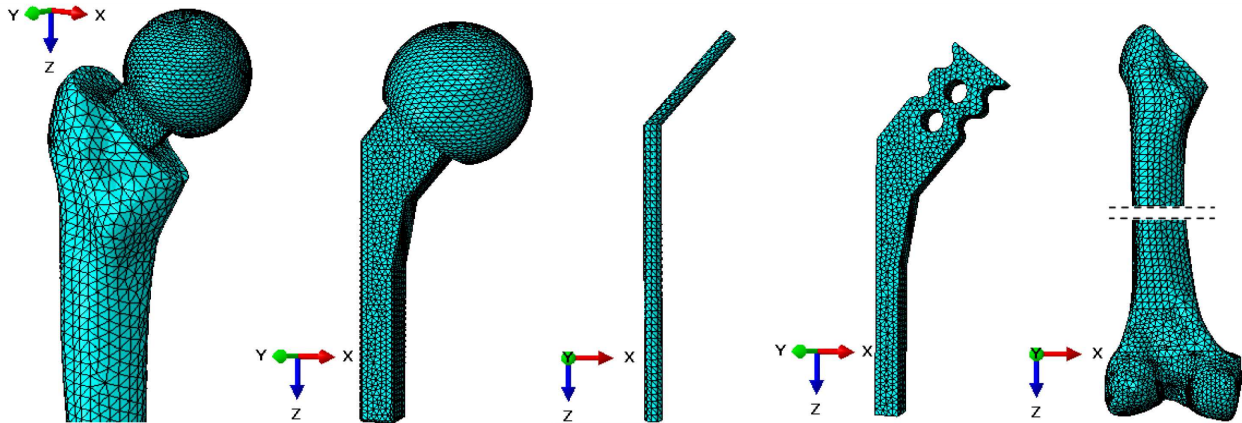


Fig. 3: Finite element meshes of hip prosthesis components: hip spacer, implant spacer, central rod pin, endoskeleton and femur bone (from left to right).

It is assumed that the materials constituting the different parts of the prosthesis are homogeneous and have an elastic behavior. The elastic properties of the different materials are given (Table 1).

Table 1: Material properties used for the finite elements models [7].

Materials	Young's modulus E [MPa]	Poisson's ratio ν
Cortical bone	15500	0.28
Concelleous bone	389	0.3
Reinforcement	/	0.3
Bone cement (PMMA)	2700	0.35

3. Loading and Boundary Conditions

A static load equivalent to a weight of 70 kg is applied. In addition, an abductor muscle load ($F_{\text{abductor muscle}}$) is applied to the proximal zone of the greater trochanter [11]. An ilio-tibial traction load ($F_{\text{ilio-tibial tract}}$) is applied to the bottom of the femur in the longitudinal direction [11]. The distal extremity of the femur (connected with the knee) was fixed as shown in figure 4 [12]. This last figure shows the coordinate system used to represent the direction of the forces components. The femur is primarily loaded in bending [13].

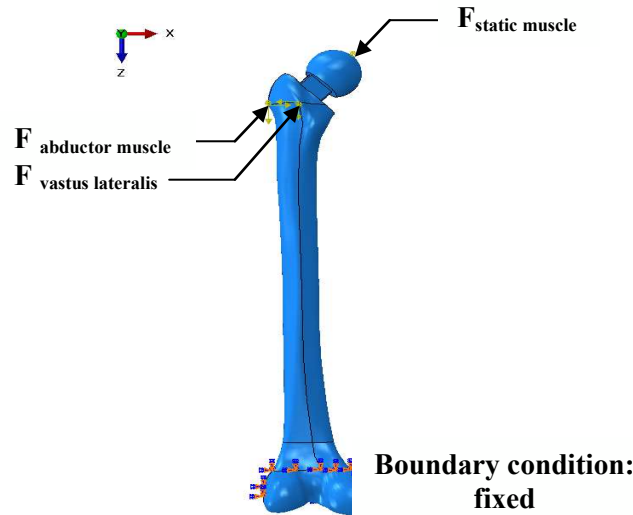


Fig. 4: Applied forces on the bone-cement–prosthesis assembly.

Table 2: Maximum loading Configurations of the Major Muscles [11].

Load (N)	X	Y	Z
Joint contact force (F_{static})	-433.8	-263.8	-1841.3
Abductor muscule	465.9	34.5	695.0
Vastus Lateralis	-7.2	-148.6	-746.3

4. Experimental Design Method

Experimental design method (EDM) is a powerful tool which provides simple and efficient means to examine the process control parameters to optimize the designs for performance, quality and cost [14]. This method was applied to optimize the mechanical and the geometrical properties of reinforcements for cement spacer. A quadratic model was applied to achieve the optimization calculation. [15-16].

In the present study, the experimental design method was applied to optimize two types of reinforced spacer: rod reinforced spacer and full stem reinforced spacer.

For the rod reinforced spacer, these parameters must be optimized: the rod pin diameter (D), the Young's modulus of the rod pin (E) and the friction coefficient (μ) at the interface rod pin–cement. The quadratic model of the response (σ) will take the following form:

$$\sigma = a_0 + a_1 D^* + a_2 E^* + a_3 \mu^* + a_{12} D^* E^* + a_{13} D^* \mu^* + a_{23} E^* \mu^* + a_{11} D^{*2} + a_{22} E^{*2} + a_{33} \mu^{*2} \quad (1)$$

For the full stem reinforced spacer, the diameter will be replaced by the thickness (t), the quadratic model of the response (σ) has the following form:

$$\sigma = a_0 + a_1 t^* + a_2 E^* + a_3 \mu^* + a_{12} t^* E^* + a_{13} t^* \mu^* + a_{23} E^* \mu^* + a_{11} t^{*2} + a_{22} E^{*2} + a_{33} \mu^{*2} \quad (2)$$

The minimization of the equivalent stress in the cement spacer represents the objective of this investigation. The EDM was used to achieve this objective by optimizing the dimension of the reinforcement (Diameter or thickness), the rigidity (Young's Modulus) and the friction coefficient at the interface reinforcement–cement. Three values are affected to each the reinforcement parameters: diameter for rod pin (3, 5 and 7 mm), thickness of the stem (6, 8 and 10 mm), Young's modulus (110000, 245000 and 380000 MPa) and the friction coefficient at the interface reinforcement–cement (0, 0.15 and 0.3). The optimisation program is executed with 3^3 runs.

5. Results

The MODDE 5.0 software [17] was used to optimize the different parameters of the spacer reinforcement. The EDM was applied to optimize the two types of reinforcement (Rod reinforcement and stem reinforcement)

5.1. Rod reinforced spacer

Table 3 presents the matrix with all possible combinations obtained for the three parameters of the rod reinforced spacer: Young's modulus of the reinforcement (rod pin), diameter of the reinforcement and the friction coefficient at the interface reinforcement-cement. Each parameter is characterized with three levels.

Table 3: Results of different program execution for the rod reinforced spacer.

Friction coefficients μ	Young's modulus E [MPa]	Diameter D [mm]	von Mises σ [MPa]
0	110000	3	86
		5	80
		7	66
	245000	3	85
		5	73
		7	57
	380000	3	84
		5	68
		7	53
0.15	110000	3	88
		5	83
		7	74
	245000	3	87
		5	78
		7	65
	380000	3	86
		5	75
		7	60
0.30	110000	3	87
		5	82
		7	72
	245000	3	86
		5	77
		7	62
	380000	3	86
		5	73
		7	56

Table 4 presents the coefficients of the different parameters and their interactions.

Table 4: Coefficients list for the rod reinforced spacer.

Stress max	Coeff. SC	Std. Err.	P	Conf. int(±)
Constant	78,037	0,68377	5,74047e-026	1,44264
E	-4,27778	0,316524	1,59977e-010	0,667813
D	-11,6667	0,316524	1,16006e-017	0,667813
Nu	1,61111	0,316524	9,08085e-005	0,667813
E*E	1,05555	0,548236	0,0710809	1,15669
D*D	-2,11111	0,548236	0,00128161	1,15669
Nu*Nu	-3,27777	0,548236	1,49528e-005	1,15669
E*D	-3,16667	0,387661	2,74423e-007	0,817901
E*Nu	0,0833338	0,387661	0,832352	0,817901
D*Nu	0,833328	0,387661	0,0462737	0,817901
N = 27	Q2 =	0,974	Cond. no. =	5,2299
DF = 17	R2 =	0,990	Y-miss =	0
	R2 Adj. =	0,985	RSD =	1,3429
			Conf. lev. =	0,95

The mathematical model found from MODDE 5.0 is:

$$\begin{aligned} \sigma = & 78.073 - 4.27778E^* - 11.667D^* + 1.6111\mu^* - 3.16667 D^* E^* + \\ & 0.833328 D^* \mu^* + 0.0833338 E^* \mu^* - 2.11111D^{*2} + \\ & 1.05555 E^{*2} - 3.27777 \mu^{*2} \end{aligned} \quad (3)$$

Where: E^* , D^* , μ^* , are coded values of the Young's modulus of the reinforcement, diameter of the reinforcement and the friction coefficient at the interface reinforcement-cement, respectively.

These coded parameters lies between +1 and -1. The coding expressions are:

$$\begin{aligned} E^* &= \frac{E - (E_{\max} + E_{\min})/2}{(E_{\max} - E_{\min})/2} = \frac{E - 245}{135} \\ D^* &= \frac{D - (D_{\max} + D_{\min})/2}{(D_{\max} - D_{\min})/2} = \frac{D - 5}{2} \\ \mu^* &= \frac{\mu - (\mu_{\max} + \mu_{\min})/2}{(\mu_{\max} - \mu_{\min})/2} = \frac{\mu - 0.15}{0.15} \end{aligned}$$

The following equations were obtained:

$$\begin{aligned} \sigma = & 78.073 - 4.27778 \left(\frac{E-245000}{135000} \right) - 11.667 \left(\frac{D-5}{2} \right) + 1.6111 \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right) - \\ & 3.16667 \left(\frac{D-5}{2} \right) \left(\frac{E-245000}{135000} \right) + 0.833328 \left(\frac{D-5}{2} \right) \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right) + 0.0833338 \\ & \left(\frac{E-245000}{135000} \right) \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right) - 2.11111 \left(\frac{D-5}{2} \right)^2 + 1.05555 \left(\frac{E-245000}{135000} \right)^2 - \\ & 3.27777 \left(\frac{\mu-0.15}{0.15} \right)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sigma = & 88.26433 - 2.02 \times 10^{-6} E + 1.90105 D + 39.54723 \mu - 11.71 \times 10^{-6} DE + \\ & 2.77773 D \mu + 4.06 \times 10^{-6} E \mu - 0.52777 D^2 + 50 \times 10^{-12} E^2 - 145.67835 \mu^2 \end{aligned} \quad (5)$$

In Figure 5 we present a comparison between the maximum values of the equivalent stress the cement in the rod reinforced spacer obtained by the finite element method with those calculated from the proposed model (eq. 5). We can see that results of the obtained model are close to those obtained by the FE calculation, we can thus confirm that with this model we can predict the stress in the reinforcement rod with a fairly good accuracy.

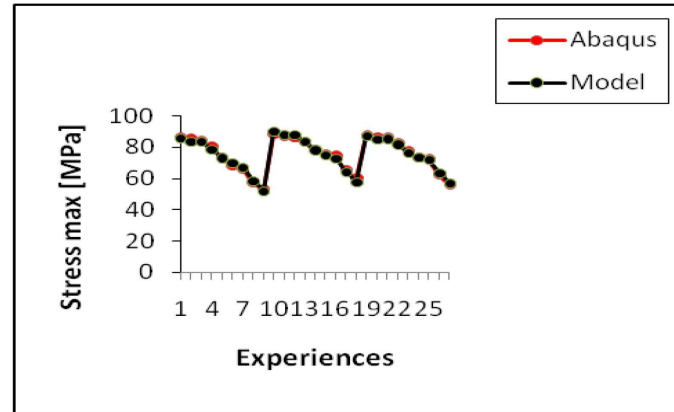


Fig. 5: Comparison between the numerical values of the maximum von Mises stress and those obtained by the mathematical model for the rod reinforced spacer.

We determined the influence of each parameter on every simulation by plotting the different results using different selected parameters. From figure 6, the dominant factors on the stress are respectively the diameter and the Young's modulus of the reinforcement (rod pin). The increase of the reinforcement diameter leads to a reduction of the stress in the cement spacer and the increase of the Young's modulus of the reinforcement leads also to a reduction of the stress in the cement spacer. The inverse case is observed for the friction coefficient at the cement/reinforcement interface. The contours in figures 7-9 show the effects of the different parameters on stress variation, the friction coefficient is maintained constant ($\mu = 0, 0.15$ and 0.3).

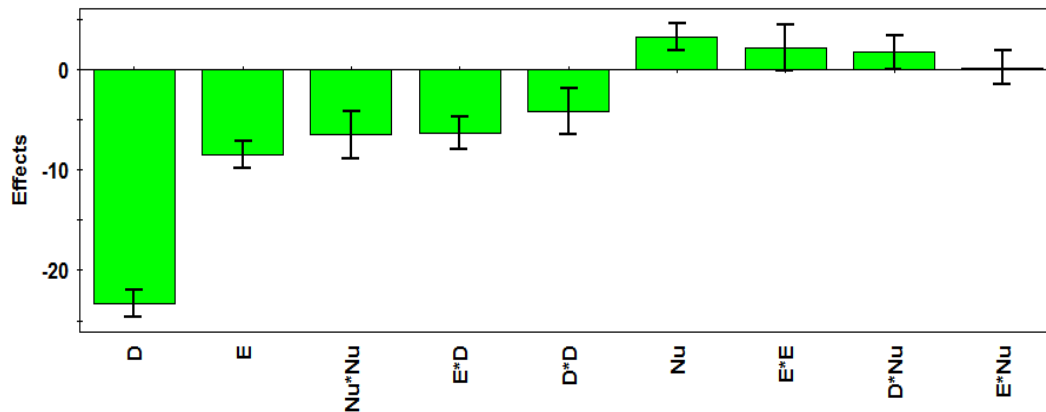


Fig. 6: Effects of the different parameters on the maximum von Mises stress for the rod reinforced spacer.

Table 5: Optimal reinforcement (central rod pin).

Young Modulus	Diameter	friction Coef	Stress max
380000	7	0,3	57,1203
376188	6,9987	0,0001	52,2352
380000	7	0,3	57,1203
379998	6,9967	0	52,099
380000	7	0	52,0648
379999	6,9993	0	52,0735

The analysis was widening while taking into account the interaction between the diameter and the Young's modulus of the reinforcement, the stress variation is visualized in three dimensional graphs (figures 7-9) projected in the plan.

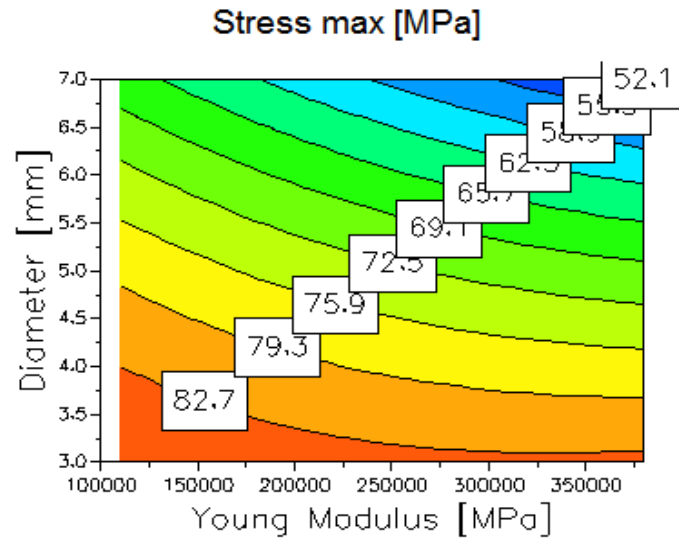


Fig. 7: Contour plots of the maximum von Mises stress: interaction between **D** and **E** for $\mu=0$.

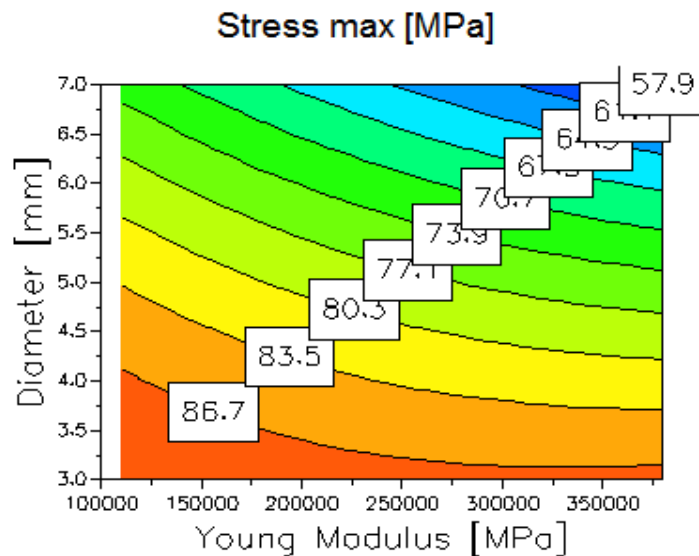


Fig. 8: Contour plots of the maximum von Mises stress: interaction between **D** and **E** for $\mu=0.15$.

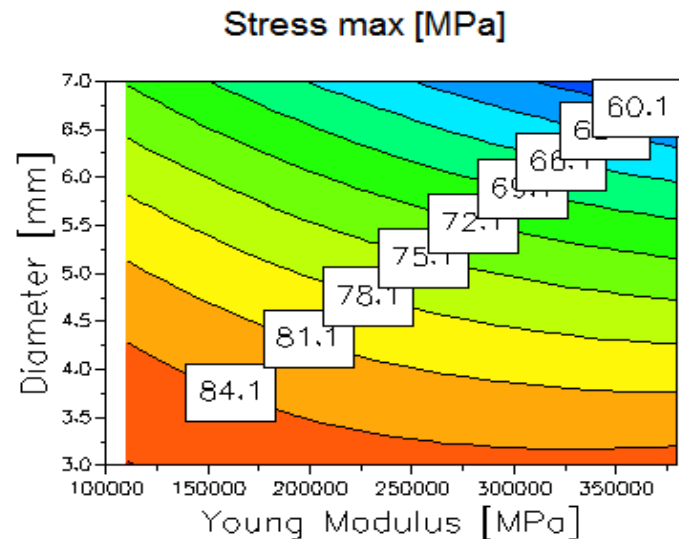


Fig. 9: Contour plots of the maximum von Mises stress: interaction between **D** and **E** for $\mu=0.3$.

According to these figures, it can be seen that the minimal values of the stress correspond to the minimal values of the friction coefficient. For $\mu = 0$, the mathematical model will have the following form:

$$\sigma = 88.26433 - 2.02 \times 10^{-6} E + 1.90105 D - 11.71 \times 10^{-6} DE - 0.52777 D^2 + 50 \times 10^{-12} E^2 \quad (6)$$

If the reinforcement diameter is maintained constant at average value of $D = 7$ mm (Table 5), the following form of the model is obtained:

$$\sigma = 75.71095 - 83.99 \times 10^{-6} E + 58.99134 \mu + 4.06 \times 10^{-6} E\mu + 50 \times 10^{-12} E^2 - 145.67835 \mu^2 \quad (7)$$

For $E = 380000$ MPa (Table 5), the model will take the following form:

$$\sigma = 88.26433 - 2.02 \times 10^{-6} E + 1.90105 D + 39.54723 \mu - 11.71 \times 10^{-6} DE + 2.77773 D\mu + 4.06 \times 10^{-6} E\mu - 0.52777 D^2 + 50 \times 10^{-12} E^2 - 145.67835 \mu^2 \quad (8)$$

From the precedent graphs we can deduce the minimal values of the equivalent stress, this values are summarized in table 5. From this table, we can extracted that the values of the stress which give the optimal parameters is 52.0648 MPa. This value leads to better reinforcement, It can be obtained by a rod reinforced spacer having the following optimal parameters: diameter = 7 mm, Young's modulus = 380000 mm and friction coefficient = 0. According these results, the better reinforcement (central rod pin) must be of bio-ceramic with a very smooth surface and 7mm of diameter.

5.2. Full stem reinforced spacer

Table 6 presents the matrix with all possible combinations obtained for the three parameters of the full stem reinforced spacer: Young's modulus of the reinforcement (endoskeleton), thickness of the reinforcement and the friction coefficient at the interface reinforcement-cement. Each parameter is characterised with three levels.

Table 6: Results of different program execution for the full stem reinforced spacer.

Friction coefficients μ	Young's modulus E [MPa]	Diameter D [mm]	von Mises σ [MPa]
0	110000	6	31
		8	20
		10	15
	245000	6	22
		8	14
		10	15
	380000	6	18
		8	11
		10	16
0.15	110000	6	33
		8	22
		10	32
	245000	6	24
		8	18
		10	27
	380000	6	20
		8	18
		10	25

0.30	110000	6	33
		8	21
		10	28
	245000	6	23
		8	16
		10	23
	380000	6	20
		8	15
		10	21

Table 7: Coefficients list for the full stem reinforced spacer.

Stress max	Coeff. SC	Std. Err.	P	Conf. int(±)
Constant	18,7407	1,21986	2,11721e-011	2,5737
E	-3,94444	0,564685	2,19717e-006	1,19139
t	-1,22222	0,564685	0,0449548	1,19139
Nu	2,11111	0,564685	0,00163504	1,19139
E*E	1,94444	0,978064	0,0631554	2,06355
t*t	6,44444	0,978064	4,59854e-006	2,06355
Nu*Nu	-4,22222	0,978064	0,000467638	2,06355
E*t	2,16667	0,691596	0,00606211	1,45915
E*Nu	-0,416666	0,691596	0,554813	1,45915
t*Nu	1,75	0,691596	0,0215622	1,45915
N = 27	Q2 =	0,714	Cond. no. =	5,2299
DF = 17	R2 =	0,898	Y-miss =	0
	R2 Adj. =	0,844	RSD =	2,3958
			Conf. lev. =	0,95

The suggested mathematical model [14] is:

$$\sigma = 18.7407 - 3.94444E^* - 1.22222t^* + 2.11111\mu^* + 2.16667t^*E^* + 1.75t^*\mu^* - 0.416666E^*\mu^* + 6.44444t^{*2} + 1.94444E^{*2} - 4.22222\mu^{*2} \quad (9)$$

Where: E^* , D^* , μ^* , are coded values of the Young's modulus of the reinforcement, diameter of the reinforcement and the friction coefficient at the interface reinforcement-cement, respectively. These coded parameters lies between +1 and -1. The coding expressions are:

$$E^* = \frac{E - (E_{\max} + E_{\min})/2}{(E_{\max} - E_{\min})/2} = \frac{E - 245}{135}$$

$$t^* = \frac{t - (t_{\max} + t_{\min})/2}{(t_{\max} - t_{\min})/2} = \frac{t - 8}{2}$$

$$\mu^* = \frac{\mu - (\mu_{\max} + \mu_{\min})/2}{(\mu_{\max} - \mu_{\min})/2} = \frac{\mu - 0.15}{0.15}$$

We obtain the following expression after calculations:

$$\sigma = 18.7407 - 3.94444\left(\frac{E - 245000}{135000}\right) - 1.22222\left(\frac{t - 8}{2}\right) + 2.11111\left(\frac{\mu - 0.15}{0.15}\right) + 2.16667\left(\frac{t - 8}{2}\right)\left(\frac{E - 245000}{135000}\right) + 1.75\left(\frac{t - 8}{2}\right)\left(\frac{\mu - 0.15}{0.15}\right) - 0.416666\left(\frac{E - 245000}{135000}\right)\left(\frac{\mu - 0.15}{0.15}\right) + 6.44444\left(\frac{t - 8}{2}\right)^2 + 1.94444\left(\frac{E - 245000}{135000}\right)^2 - 4.22222\left(\frac{\mu - 0.15}{0.15}\right)^2 \quad (10)$$

$$\sigma = 155.94197 - 142.43 \times 10^{-6} E - 29.22989 t + 28.7447 \mu + 8.01 \times 10^{-6} t E + 5.83332 t \mu - 20.53 \times 10^{-6} E \mu + 1.61111 t^2 + 90 \times 10^{-12} E^2 - 187.65382 \mu^2 \quad (11)$$

In the case of full stem reinforcement, we also show a good concordance between the FE calculations and the model given by equation (12) (see figure 10) which validate the model given by the MDE code.

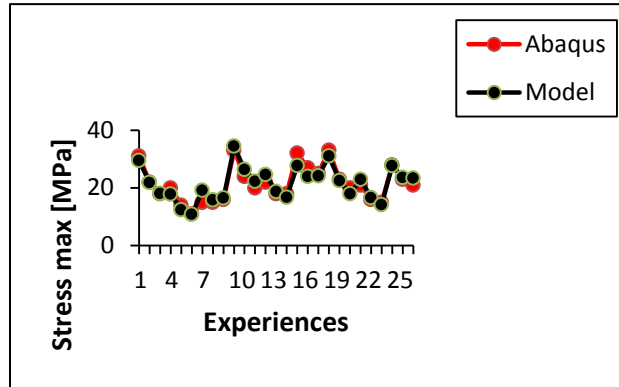


Fig. 10: Comparison between the numerical values of the maximum von Mises stress and those obtained by the mathematical model for the full stem reinforced spacer.

According to the results of figure 11, the dominant factors on the stress are respectively the thickness and the Young's modulus of the reinforcement (endoskeleton). The increase of the thickness of reinforcement leads to a reduction of the stress in the cement spacer and the increase of the Young's modulus of the reinforcement leads also to a reduction of the stress in the cement spacer. The inverse case is observed for the friction coefficient at the cement/reinforcement interface. However, static loads applied to the implant create the high stresses in the neck area of the cement spacer. These stresses provoke the damage of the cement spacer and consequently the failure of the prosthesis.

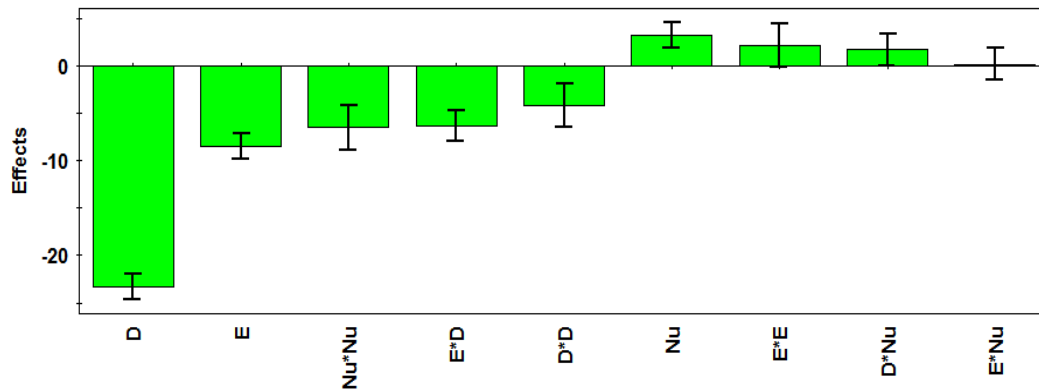


Fig. 11: Effects of the different parameters on the maximum von Mises stress for the full stem reinforced spacer.

The addition of hard shell to the cement spacer increases the resistance of the hip prosthesis by a reduction of the stresses. This reinforcement must be optimised. The contours in figures 12-14; show the effects of the different parameters on stress variation, the friction coefficient is maintained constant ($\mu = 0, 0.15$ and 0.3). The analysis was widening while taking into account the interaction between the thickness and the Young's modulus of the reinforcement. The stress variation is visualized in three dimensional graphs projected in the plan. From these figures, it can be seen that the minimal values of the stress correspond to the minimal values of the friction coefficient (Table 8). For $\mu = 0$, the mathematical model will have the following form:

$$\sigma = 155.94197 - 142.43 \times 10^{-6} E - 29.22989 t + 8.01 \times 10^{-6} t E + 1.61111 t^2 + 90 \times 10^{-12} E^2 \quad (12)$$

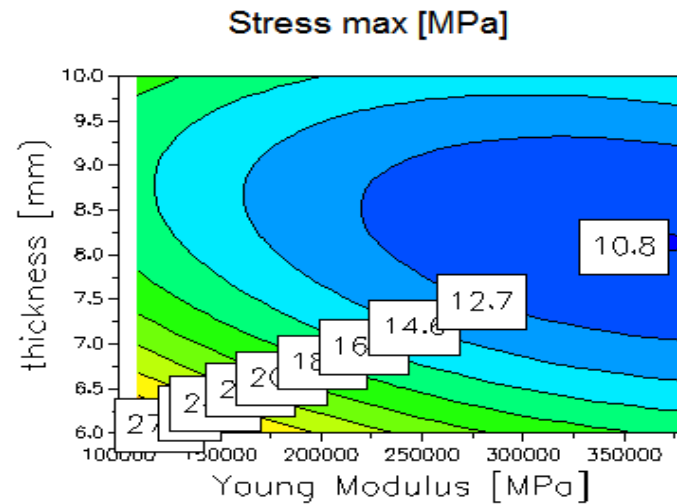


Fig. 12: Contour plots of the maximum von Mises stress: interaction between t and E for $\mu=0$.

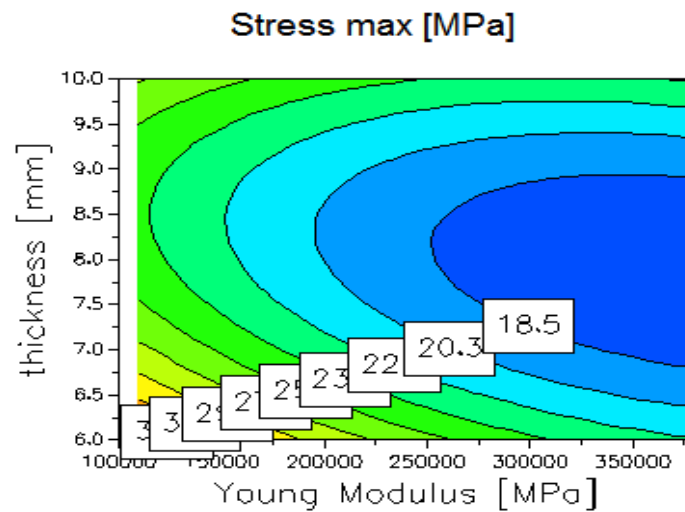


Fig. 13: Contour plots of the maximum von Mises stress: interaction between t and E for $\mu=0.15$.

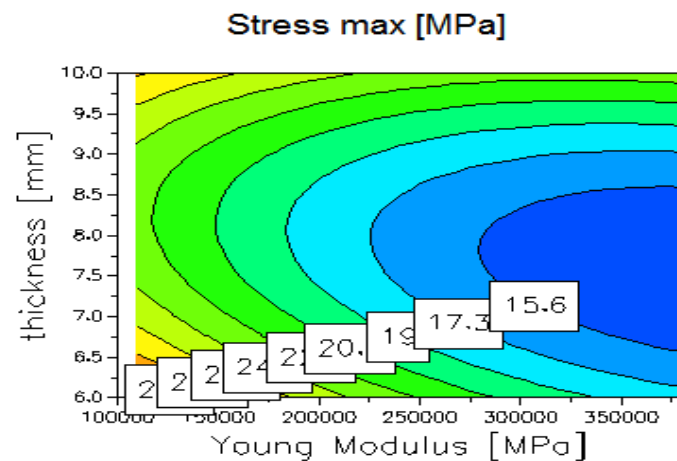


Fig. 14: Contour plots of the maximum von Mises stress: interaction between t and E for $\mu=0.3$.

Table 8: Optimal full stem reinforcement.

Young Modulus	thickness	friction Coef	Stress max
366559	8,1077	0,001	10,8416
358742	8,142	0,0004	10,7945
380000	7,1464	0,3	14,2369
380000	7,5863	0,3	13,9313
353591	8,4011	0	10,8407
357648	8,381	0,0019	10,9619
359750	8,2	0	10,765

If the reinforcement thickness is maintained constant at the average value $t = 8.2$ mm (Tab. 8), we obtain the following form of the model:

$$\sigma = 24.58791 - 76.748 \times 10^{-6} E + 76.57792 \mu - 20.53 \times 10^{-6} E \mu + 90 \times 10^{-12} E^2 - 187.65382 \mu^2 \quad (13)$$

For $E = 359750$ MPa (Table 8), the model will take the following form:

$$\sigma = 116.35058 - 26.3483 t + 21.35904 \mu + 5.83332 t\mu + 1.61111 t^2 - 187.65382 \mu^2 \quad (14)$$

Finally we can deduce that the minimal stress given by the optimal values is 10.765 MPa. The optimal parameters are: thickness = 8.2 mm, Young's modulus = 359750 MPa and friction coefficient = 0. According these results, the better reinforcement (endoskeleton) must be of bio-ceramic with a very smooth surface and 8.2 mm of thickness.

6. Discussion

This "spacer" is in fact a false cement prosthesis containing antibiotics and mimics a total hip prosthesis with a femoral component and a proximal ball articulating with the cleaned acetabulum [18-19]. It consists of removing the entire infected hip prosthesis, performing thorough cleaning and synovectomy of the joint and replacing the old infected prosthesis with a spacer. Once the clinical and paraclinical parameters of the infection have returned to normal, a reimplantation of the total prosthesis is carried out in a second stage. The fact that the spacer is manufactured by orthopedic cement whose properties of mechanical strength are very weak, the risks of its rupture are quite large. From our point of view, the reinforcement of the spacer is essential to avoid its failure under intense mechanical stresses during the duration of its use even if this duration is very short compared to the lifetime of total hip prosthesis. This reinforcement, although it increases the cost of the surgery, it will avoid the complications that can be quite serious. The optimization of the reinforcement parameters can reduce the mechanical stresses and consequently risk of failure of the cement spacer will be minimized. It was shown that the spacer reinforcement must have high rigidity and low roughness. These properties are specific to the bio ceramics but these types of materials are fragile, they not resist to intense loads such as shock or impact. The use of rigid metallic materials such as Titanium alloys may be useful for reinforcing cement spacer. The use of ceramic reinforcement significantly reduces the minimum stresses compared to a stainless steel reinforcement. For example, for a full stem reinforcement with a thickness of 6 mm, the rate of stress reduction between ceramic and stainless steel reinforcement is about 36% which is very beneficial for the implant durability (Table 6). The shape of the reinforcement has a significant effect on the effectiveness of the cement spacer. Indeed, the full stem reinforcement presents lower stresses compared to rod reinforcement. The larger contact area between the stem and the cement leads to more stress transfer to the reinforcement which attenuates the stress intensity in the cement spacer. The full stem reinforcement reduces the stress with a rate of 64% compared to the rod

reinforcement (Tables 3 and 6). Whatever the reinforcement shape, the optimization of its sizes can significantly improve the resistance of the cement spacer. It was shown that an optimal thickness for the full stem reinforcement or an optimal diameter for rod reinforcement reduces the stress in the cement spacer. If a full stem reinforcement in ceramic is used the rate of reduction of the stress between a thicknesses of 6 and 10 mm is about 15% (Table 6). The optimization of different parameters was done to reduce the failure risk of the cement spacer but it can also increase the patient comfort because the reduction of the mechanical stress in the cement spacer leads to a weak stress level in the bone. However, by optimizing these parameters, the transfer rate of the antibiotic must not be reduced because this transfer represents the main function of the cement spacer to eliminate infections.

7. Conclusion

The Finite element analysis and the experimental design method were coupled for calculating the minimal stress in the reinforcement of cement spacers. This calculation allowed us to determine the optimal values of the Young's modulus of the reinforcement and its friction coefficient at the contact with the bone cement. The obtained results showed that the reinforcement must be very smooth (with very weak friction coefficient) and very rigid (with high Young's modulus). The bio-ceramics meet these requirements but their fragility may be a major disadvantage since they are not resistant to extreme solicitations. It was also shown that the full stem reinforcement is more resistant than the rod one. The effects of the other design parameters on the stress variation will be studied in future works.

References

- [1] H. Sun, H. Inaoka, Y. Fukuoka, T. Masuda, A. Ishida and S. Morita, Range of motion measurement of an artificial hip joint using CT images. *Medical & Biological Engineering & Computing*, 45(12), 1229–1235. (2007)
- [2] F. Bachtar, X. Chen and T. Hisada, Finite element contact analysis of the hip joint. *Medical & Biological Engineering & Computing*, 44(8), 643–651. (2006)
- [3] B. Cameron, L. Galatz and GR. Williams, Factors affecting the outcome of total shoulder arthroplasty. *The American Journal of Orthopedic*, 30: 613–623. (2001)
- [4] L. Ezquerro, M. P. Quilez, M. A. Perez, J. Albareda and B. Seral, Range of Movement for Impingement and Dislocation Avoidance in Total Hip Replacement Predicted by Finite Element Model, *J. Med. Biol. Eng.*, 37:26–34. (2017)
- [5] T. Kubo, S. Inoue, T. Maeda Y. Arai, K. Hirakawa, Y. Wu, H. Suehara, T. Ogura and Y. Hirasawa, Cement less lord total hip arthroplasty: cup loosening common after minimum 10-year follow-up of 103 hips. *Acta orthopaedics Scandinavia*, 72: 585–590. (2001)
- [6] B. Rajesh, R. Anwar and KJ. Ravikumar, Fractured cement spacers a report of two cases. *The Iowa Orthopedic Journal* Vol. 29, 17-18. (2009)
- [7] T. Thielen, S. Maas, A. Zuerbes, D. Waldmann, K. Anagnostakos and J. Kelm, Development of a reinforced PMMA-based hip spacer adapted to patients needs. *Medical Engineering & Physics*, 31: 930–936. (2009)
- [8] T. Andriacchi and D. Hurwitz, Gait biomechanics and the evolution of total joint replacement, *Gait & Posture*, 5 (3), pp.256-264. (1997)
- [9] K. Oguz and F. Erzincanli, Finite element modeling and analysis of a new cemented hip prosthesis. *Advances in Engineering Software*, 37:477–483. (2006)
- [10] J. E. Bialoblocki, M. Baleani, L. Cristofolini and M. Viceconti, Fracture properties of an acrylic bone cement. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, Vol. 10, No. 1: 21-26. (2008)

-
- [11] G. Bergmann, "HIP98", Free University, Berlin, ISBN, 3-9807848-0-0. (2001)
- [12] G. N. Duda et al, Influence of Muscle Forces on Femoral Strain Distribution. *Journal of Biomechanics*, Vol. 31: 841-846. (1998)
- [13] A. Rohlmann et al, Finite element analysis and experimental investigation in a femur with hip endoprosthesis. *Journal of Biomechanics*, Vol. 16: 727–742. (1983)
- [14] K. P. Rupesh and S. P. Sudhanshu, Modeling and optimisation of temperature in orthopedic drilling: An in vitro study. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, Vol. 16, No. 1: 107-116. (2014)
- [15] N. L. Frigon, D. Mathews, *Practical Guide to Experimental Design*. Wiley, New York. (1996)
- [16] L. Eriksson, E. Johansson, N. Kettaneh-Wold, C. Wikström and S. Wold, *Design of Experiments: Principles and Applications*. Learn ways AB, Stockholm. (2000)
- [17] MODDE 5.0 (Modeling and Design) Umetrics AB, Umea, Sweden.
- [18] T. Thielen, S. Maas, A. Zuerbes, D. Waldmann, K. Anagnostakos and J. Kelm, Mechanical behaviour of standardized, endoskeleton-including hip spacers implanted into composite femurs. *International Journal of Medical Sciences*, 6(5): 280-286. (2009)
- [19] M. M. Bouziane, H. Salah, S. Benbarek, B. Bachir Bouiadjra and B. Serier, Finite element Analysis of the Mechanical Behaviour of a Reinforced PMMA-based Hip Spacer. *Advanced Materials Research*, Vol. 110:5 36-40. (2015)