

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR & DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DES MATERIAUX ET DEVELOPPEMENT
DURABLE
SIDI BEL ABBES

THESE DE DOCTORAT

Présentée par: BOUAFIA Khadra

*Spécialité : Sciences physiques
Option : Physique des matériaux*

Intitulé

*Etude du comportement physique des
nanostructures pour les matériaux graduée (F.G.M)*

Soutenue le 11. 12. 2017

Devant le jury composé de :

<i>Président : HEIRECHE Houari</i>	<i>Professeur</i>	<i>UDL SBA</i>
<i>Examineurs : BESSEGHIER Abderrahmane</i>	<i>MCA</i>	<i>CU Tissemsilt</i>
<i>KACI Abdelhakim</i>	<i>MCA</i>	<i>U Saida</i>
<i>HOUARI Mohammed Sid Ahmed</i>	<i>MCA</i>	<i>U Mascara</i>
<i>Directeur de thèse : BENZAIR Abdelnour</i>	<i>Professeur</i>	<i>UDL SBA</i>
<i>Co-Directeur de thèse : TOUNSI Abdelouahed</i>	<i>Professeur</i>	<i>UDL SBA</i>



DEDICACE

A ma mère, à mon père

Et à tous ceux qui me sont chers..



REMERCIEMENTS

Remerciements



Avant tout, Je remercie ALLAH le tout puissant qui m'a guidé et qui m'a donné la force et la volonté de réaliser ce travail.

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-échelle, et le Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, de l'UDL de Sidi Bel Abbes.

*Je souhaite remercier en premier lieu mon directeur de thèse, **M. BENZAIR Abdelnour**, Professeur de l'UDL Sidi Bel Abbes et directeur adjoint du Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-échelle pour m'avoir accueillie au sein de son équipe. Je lui suis également reconnaissante, pour le temps conséquent qu'il m'a accordé, pour ses qualités pédagogiques et scientifiques, sa franchise et sa sympathie. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse ma gratitude.*

*J'adresse de chaleureux remerciements à mon Co-encadrant de thèse, **M. TOUNSI Abdelouahed**, Professeur de l'UDL Sidi Bel Abbes, pour son attention de tout instant sur mes travaux, pour ses conseils avisés et son écoute qui ont été prépondérants pour la bonne réussite de cette thèse. Son énergie et sa confiance ont été des éléments moteurs pour moi. J'ai pris un grand plaisir à travailler avec lui.*

*Je tiens à remercier **M. HEIRECHE Houari** professeur à l'UDL Sidi Bel Abbes et directeur du Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-échelle pour m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury de thèse en tant que président je le suis sincèrement reconnaissante pour toutes les remarques pertinentes et pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.*

*Mes plus vifs remerciements s'adressent aussi à Messieurs : **BESSEGHIER Abderrahmane** Maitre de conférences au centre Universitaire de Tissemsilt, **KACI Abdelhakim** Maitre de conférences à l'université de Dr. Taher Moulay Saida et **HOUARI Mohammed Sid Ahmed** Maitre de conférences à l'université Université de Mustapha*

Stambouli Mascara de m'avoir fait l'honneur d'être examinateurs de cette thèse. Qu'il me soit permis de leurs exprimer ma profonde gratitude.

Je voudrais adresser mes remerciements à tous mes collègues et mes amis avec qui les échanges scientifiques, techniques ou amicaux ont été très formateurs pour ma personnalité et leur contribution ont apporté un soutien scientifique important à ce travail.

Cette thèse est l'aboutissement de longues années d'études, où je dois beaucoup à mes sœurs, à mes frères et à mes parents exceptionnellement avec qui j'ai partagé un climat serein et à l'abri de tous soucis affectifs au point qu'il m'est impossible de trouver des mots pour dire à quel point pour exprimer ma grande fierté et mon amour pour eux.



ABSTRACT

Abstract

In this thesis, size dependent bending and free flexural vibration behaviors of functionally graded (FG) nanobeams are investigated using a nonlocal quasi-3D theory in which both shear deformation and thickness stretching effects are introduced. The nonlocal elastic behavior is described by the differential constitutive model of Eringen, which enables the present model to become effective in the analysis and design of nanostructures. The present theory incorporates the length scale parameter (nonlocal parameter) which can capture the small scale effect, and furthermore accounts for both shear deformation and thickness stretching effects by virtue of a hyperbolic variation of all displacements through the thickness without using shear correction factor. The material properties of FG nanobeams are assumed to vary through the thickness according to a power law. The neutral surface position for such FG nanobeams is determined and the present theory based on exact neutral surface position is employed here. The governing equations are derived using the principle of minimum total potential energy. The effects of nonlocal parameter, aspect ratio and various material compositions on the static and dynamic responses of the FG nanobeam are discussed in detail. A detailed numerical study is carried out to examine the effect of material gradient index, the nonlocal parameter, the beam aspect ratio on the global response of the FG nanobeam. These findings are important in mechanical design considerations of devices that use carbon nanotubes.

Keywords: *Nanobeam; Nonlocal elasticity theory; Bending; Vibration; Stretching effect; Functionally graded materials.*



RESUME

Résumé

Dans cette thèse, les comportements de flexion dépendante de la taille et de vibration de la flexure libre des nanostructures fonctionnellement graduées ont été étudiés, en utilisant une théorie quasi-3D non locale, dans laquelle les deux déformations de cisaillement et les effets d'étirement de l'épaisseur ont été introduites. Le comportement élastique non local est décrit par le modèle constitutif différentiel d'Eringen ; ce qui a permis au présent modèle de devenir efficace dans l'analyse et la conception des nanostructures. La présente théorie inclue le paramètre d'échelle de longueur (paramètre non local) qui peut capturer l'effet de la petite échelle en tenant compte à la fois des effets de déformation de cisaillement et de l'étirement d'épaisseur, en raison d'une variation hyperbolique de tous les déplacements à travers l'épaisseur, sans utiliser le facteur de correction de cisaillement. Les propriétés matérielles des nanostructures en FGM sont supposées varier à travers l'épaisseur, selon une loi de puissance. La position de surface neutre pour de telles nanostructures en FGM est déterminée, de même que la présente théorie basée sur la position de surface neutre exacte est employée ici. Les équations gouvernantes sont dérivées, en utilisant le principe de l'énergie potentielle totale minimale. Les effets du paramètre non local, du rapport d'aspect et de diverses compositions de matériaux sur les réponses statiques et dynamiques de la nanostructure en FGM, sont discutés en détail. Une étude numérique détaillée est réalisée pour examiner l'effet de l'indice de gradient de matériau, le paramètre non local, le rapport d'aspect de la structure sur la réponse globale de la nanostructure en FGM. Ces résultats sont importants dans les considérations de conception mécanique des dispositifs qui utilisent des nanotubes de carbone.

Mots clés : *Nanostructure ; Théorie de l'élasticité non locale ; flexion ; Vibration ; Effet d'étirement ; matériaux fonctionnellement gradués.*



الملخص

المخلص

في هذه الأطروحة، سلوكيات الانحناء المتعلقة بالحجم والاهتزازات الانحنائية الحرة للبنيات النانو مترية للمواد المتدرجة وظيفيا تمت معالجتها وتحقيقها باستعمال نظرية شبه ثلاثي البعد غير المحلي حيث يتم ادخال كلا من تشوه القص وآثار تمدد السمك. السلوك المرن الغير محلي تم وصفه بالنموذج التأسيسي التفاضلي ل Eringen، والذي يمكن النموذج الحالي ليصبح فعالا في تحليل وتصميم البنيات النانو مترية. وتتضمن النظرية الحالية معامل مقياس الطول (معامل غير محلي) الذي يمكن من النقاط تأثير المقياس الصغير، إضافة الى حساب كلا من تشوه القص وآثار تمدد السمك بفضل تباين القطع الزائد لكل الإزاحات عبر السمك دون استخدام معامل تصحيح القص. يفترض ان الخصائص المادية للبنيات النانو مترية المتدرجة وظيفيا تتغير عبر السمك وفقا لقانون القوة. وضعية السطح المحايد لمثل هذه لبنيات النانو مترية المتدرجة وظيفيا يتم تحديدها والنظرية الحالية تعتمد على الوضعية الدقيقة للسطح المحايد مستعملة هنا. تشتق المعادلات باستخدام مبدا الإجمالي الأدنى للطاقة الكامنة. اثار معامل غير محلي، نسبة الابعاد والتركيبات المادية المختلفة للردود الساكنة والديناميكية للبنية المتدرجة وظيفيا تمت مناقشتها بالتفصيل. لقد أجريت دراسة عددية مفصلة لفحص تأثير مؤشر التدرج المادي والمعامل غير المحلي ونسبة الابعاد للبنية على الاستجابة العامة للبنية النانو مترية المتدرجة وظيفيا. هذه النتائج مهمة في اعتبارات التصميم الميكانيكي للأجهزة التي تستخدم الأنابيب النانوية الكربونية.

الكلمات المفتاحية: البنيات النانو مترية؛ نظرية المرونة غير محلي؛ الانحناء؛ الاهتزاز؛ تأثير التمدد؛ المواد المتدرجة وظيفيا.



TABLE DES MATIERES

Table des matières

Dédicaces	
Remerciements	
Résumé	
Abstract	
الملخص	
Table des matières	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Liste des abréviations et notations	

Introduction Générale.....	01
-----------------------------------	-----------

CHAPITRE I

Introduction sur les nanostructures

I.1. Introduction.....	05
I.2. Historique.....	05
I.3. Définition des nanostructures.....	07
I.3.1. Signification du nano.....	07
I.3.2. Définition.....	07
I.3.3. L'intérêt pour l'échelle nanométrique.....	08
I.4. Les moyens d'observation et de manipulation.....	09
I.4.1. Les microscopes électroniques.....	09
• Le microscope électronique à transmission (TEM).....	09
• Le microscope électronique à balayage (MEB)	10
I.4.2. Les microscopes à sonde de balayage (scanning probe mecroscopes SPMs)...	10
• Microscope à effet tunnel (STM).....	11
• Microscope à force atomique (AFM).....	12
I.5. Procédés de fabrication des nanomatériaux.....	13
I.6. Différents types des nanomatériaux.....	14
I.6.1. Les nano-objets.....	15

• les nanoparticules.....	15
• les nanofibres, nanotubes, nanofilaments ou nanobâtonnets.....	15
• les nano-feuillets, nano-plats ou nano-plaquettes.....	15
I.6.2. Les matériaux nanostructurés.....	16
• les agrégats et agglomérats de nano-objets.....	16
• les nanocomposites.....	16
• les matériaux nanoporeux.....	16
I.7. Applications des nanomatériaux.....	17
I.8. Les risques liés aux nanomatériaux.....	19
• Risques sanitaires.....	19
• Risques environnementaux.....	19
• Risques sociétaux.....	19
I.9. Conclusion.....	20

CHAPITRE II

Les matériaux à fonctionnel gradués (FGM)

II.1. Introduction.....	21
II.2. Définition des matériaux à fonctionnel gradues FGM.....	21
II.3. L'intérêt d'utilisation de matériaux à fonctionnel gradues FGM.....	23
II.4. Modèles d'homogénéisation des matériaux à fonctionnel gradues	25
II.4.1. Estimation auto-consistante.....	25
II.4.2. Le schéma de Mori-Tanaka.....	25
II.4.3. Le modèle des sphères composites assemblées.....	26
II.4.4. Le modèle des cylindres composites assemblés.....	26
II.4.5. Les modèles micromécaniques.....	26
II.5. Propriétés effectives des matériaux à fonctionnel gradues.....	27
II.5.1. Propriétés matérielles des structures P-FGM.....	28
II.5.2. Propriétés matérielles des structures S-FGM.....	29
II.5.3. Propriétés matérielles des structures E-FGM.....	30
II.6. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés.....	31

II.6.1. Technique de dépôt de vapeur.....	31
II.6.2. Métallurgie des poudres (PM).....	32
II.6.3. Méthode de centrifuge.....	33
II.6.4. Méthode de fabrication en forme de Solid Freeform (SFF).....	33
II.7. Domaines d'applications des FGM.....	34
• Aérospatial.....	34
• Médecine.....	34
• Défense.....	34
• Énergie.....	35
• Optoélectronique.....	35
• Autres applications.....	35
II.8. Conclusion.....	36

CHAPITRE III

Les modèles théoriques des milieux continus

III.1. Introduction	37
III.2. Théorie des milieux continus a une dimension.....	37
III.2.1. Domaine d'application.....	37
III.2.2. Les différents modelés de la théorie des milieux continus à une dimension.....	38
III.2.2.1. Modèle d'Euler Bernoulli.....	38
III.2.2.2. Modèle de Timoshenko ou bien la théorie de premier ordre (FSDT).....	40
III.2.2.3. théorie d'ordre élevé.....	41
III.3. Conclusion.....	45

CHAPITRE IV

Développement analytique de la réponse dynamique des nanostructures fonctionnellement graduées

IV.1. Introduction.....	46
IV.2. Représentation de la nanostructure fonctionnellement graduées utilisée.....	46

IV.3. Champ de déplacement et de déformation.....	47
IV.4. La théorie non-locale et les relations constitutive.....	48
IV.5. Les équations d'équilibres basés sur la théorie d'élasticité non-locale.....	49
IV.6. La solution analytique pour les nanostructures fonctionnellement graduées simplement appuyées.....	53
IV.7. Conclusion.....	55

CHAPITRE V

Résultats et discussions

V.1. Introduction.....	57
V.2. Résultats numériques et interprétations.....	58
V.3. Effet d'étirement d'épaisseur sur les flèches des nanostructures en matériaux fonctionnellement graduées FGM.....	58
V.4. Effet d'étirement d'épaisseur sur la réponse dynamique des nanostructures en matériaux fonctionnellement graduées FGM.....	60
V.5. Influence du rapport d'élancement sur la flèche et la fréquence non- dimensionnelles de la nanostructure en FGM.....	61
V.6. Influence à la fois de paramètre d'échelle non local et de rapport d'élancement sur la flèche et la fréquence non-dimensionnelles de la nanostructure en FGM.....	63
V.7. Influence du paramètre de distribution de matériau sur la flèche et la fréquence non-dimensionnelles de la nanostructure en FGM.....	64
V.8. Conclusion.....	66
Conclusion générale.....	67
Références bibliographiques.....	70



LISTE DES FIGURES

Liste des figures

CHAPITRE I

Fig. I.1	Illustration de l'échelle nanométrique.....	07
Fig. I.2	Illustration démontrant l'effet d'augmentation de la surface spécifique par nano structuration des matériaux.....	08
Fig. I.3	Le principe de la formation d'image des structures cristallines en microscopie électronique à transmission à très haute résolution.....	09
Fig. I.4	Image par microscopie électronique à très haute résolution de nanotube d'oxyde de titane.....	10
Fig. I.5	Principe du Microscope à Effet Tunnel.....	11
Fig. I.6	un cercle d'atomes de fer déposés sur du cuivre à l'aide du microscope à effet Tunnel.....	11
Fig. I.7	Principe du microscope à force atomique (AFM).....	12
Fig. I.8	Principe A gauche : image de microscopie à force atomique d'un nanotube de carbone. A droite : image de microscopie à force électrostatique après une expérience d'injection de charges.....	12
Fig. I.9	Les deux approches d'élaboration des nanomatériaux manufacturés.....	13
Fig. I.10	Les nano-objets : (a) Nanoparticules, (b) Nanotubes, (c) Nanofeuillets.....	15
Fig. I.11	Les matériaux nanostructurés : (a) Agrégats et agglomérats, (b) Nanocomposites, (c) Matériaux nanoporeux.....	16

CHAPITRE II

Fig. II.1	Quelques exemples de matériaux à fonctionnel gradues FGM.....	22
Fig. II.2	Protection thermique des Matériaux FGM et Non FGM.....	23
Fig. II.3	Deux phases matérielles avec (a) microstructure squelettique, et (b) microstructure particulaire.....	26
Fig. II.4	Modèle analytique pour une couche d'un matériau à fonctionnel gradues FGM.....	27
Fig. II.5	Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure P-FGM...	28

Fig. II.6	Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure S-FGM...	30
Fig. II.7	Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure E-FGM...	31
Fig. II.8	Exemple de processus de fabrication typique de FGM par la méthode de la métallurgie des poudres.....	32
Fig. II.9	Trois types de méthodes de fabrication des FGM sous la force centrifuge (A) Méthode centrifuge, (b) Méthode de bouillie centrifuge, (c) Méthode de pressurisation centrifuge.....	33
Fig. II.10	Les principaux domaines d'application des FGM.....	36

CHAPITRE III

Fig. III.1	Cinématique d'Euler Bernoulli.....	38
Fig. III.2	Cinématique de Timoshenko.....	40
Fig. III.3	Cinématique de la théorie d'ordre élevé.....	42
Fig. III.4	Variation de la fonction de gauchissement $f(z)$ des modèles d'Afaq et Aydogdu en fonction de l'épaisseur.....	44
Fig. III.5	Variation de la fonction de cisaillement $f'(z)$ des modèles d'Afaq et Aydogdu en fonction de l'épaisseur.....	44

CHAPITRE IV

Fig. IV.1	La position de la surface médium et la surface neutre pour une structure fonctionnellement graduée.....	46
------------------	---	----

CHAPITRE V

Fig. V.1	Effet du rapport d'aspect sur la déflexion non-dimensionnelle (\bar{w}) pour une charge uniforme avec $k = 1$ et $e_0 a = 1$ nm.....	61
Fig. V.2	Effet du rapport d'aspect sur la fréquence non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) avec $k = 1$ et $e_0 a = 1$ nm.....	61
Fig. V.3	Effet du paramètre non local sur la déflexion non-dimensionnelle (\bar{w}) pour une charge uniforme avec $k = 1$	63

Fig. V.4	Effet du paramètre non local sur la fréquence non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) avec $k = 1$	63
Fig. V.5	Effet du paramètre de distribution de matériau sur la déflexion non-dimensionnelle (\bar{w}) pour une charge uniforme avec $L/h = 10$	64
Fig. V.6	Effet du paramètre de distribution de matériau sur la fréquence non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) avec $L/h = 10$	65



LISTE DES TABLEAUX

Liste des tableaux

CHAPITRE I

Tableau I.1	Les trois principaux procédés d'élaboration des nanomatériaux.....	14
Tableau I.2	Applications des nanotechnologies en fonction des secteurs d'activité...	18

CHAPITRE II

Tableau II.1	comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal.....	24
---------------------	---	----

CHAPITRE V

Tableau V.1	Flèche transversale non dimensionnelle (\bar{w}) de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM pour une charge uniforme.....	58
Tableau V.2	Fréquence fondamentale non-dimensionnelles ($\bar{\omega}$) de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués.....	60



LISTE DES ABREVIATIONS ET NOTATIONS

Liste des Notations

$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice
z	la coordonnée suivant l'épaisseur
z_{ms}	la coordonnée suivant l'épaisseur en surface du milieu de la structure
z_{ns}	la coordonnée suivant l'épaisseur en surface neutre de la structure
V_C	La fraction volumique de la céramique
C	la distance entre la surface neutre et la surface médiane
P	propriétés matérielles non-homogènes de la structure
P_t	propriétés matérielles correspondantes à la surface supérieure de la nanostructure
P_b	propriétés matérielles correspondantes à la surface inférieure de la nanostructure
$U(x, z_{ns}, t)$	Déplacement axial
$W(x, z_{ns}, t)$	Déplacement transversal
u_0	Déplacement axial le long du plan médian de la nanostructure
ν	Coefficient de Poisson
$E(z)$	Module de Young en fonction de « z »
$\nu(z)$	Coefficient de Poisson en fonction de « z »
$V(z)$	La fraction volumique des matériaux FGM
k	Indice matériel
L	Longueur de la structure en FGM
b	Largeur de la structure en FGM
h	Epaisseur de la structure en FGM
u, v, w	Les déplacements dans les directions x, y, z .
w_b, w_s	Composante de déplacement transversal de flexion et de cisaillement
w_{st}	Composante de déplacement transversal d'étirement
$\Psi(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$f(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales
τ_{xz}, τ_{yz}	Contraintes de cisaillement
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	Déformation dans la direction x, y et z
γ_{xz}, γ_{yz}	Déformations de distorsion
ρ	Densité du matériau
$\delta u, \delta v, \delta w$	Champ virtuel de déplacement
U	Energie potentielle totale
$\delta\gamma_{xz}, \delta\gamma_{yz}$	Champ de déformation transversal virtuel
N_x, N_y, N_z, N_{xy}	Efforts normaux
M_x, M_y, M_{xy}	Moments de flexion
Q_{ij}	Coefficients de rigidité
∂	Dérivée partielle
i et j	Sont des nombres naturels.
q	Charge transversale
$\varphi(x, t)$	Déplacement supplémentaire due à l'effet de la contrainte normale
I_i, J_i, K_i	les inerties massiques
U_m, W_{bm}, W_{sm}	Paramètres arbitraires
Φ_{sm}	
$\{\Delta\}$	Le vecteur des déplacements généralisés
μ	Paramètre non local
e_0	constante appropriée à chaque matériau
a	longueur caractéristique interne
\bar{w}	flèche maximale non dimensionnelle
$\bar{\omega}$	Fréquence fondamentale non-dimensionnelle

Liste des Abréviations

<i>nm</i>	Nano mètre
μm	Micro mètre
<i>ADN</i>	Deoxyribo Nucleic Acid
<i>CNT</i>	Carbone Nano Tube
<i>STM</i>	Scanning Tunneling Microscope
<i>TEM</i>	Transmission Electronic microscopy
<i>MEB</i>	Le microscope électronique à balayage
<i>SPM</i>	Scanning Probe Microscope
<i>AFM</i>	Atomic Force Microscope
<i>PVD</i>	Physical Vapor Deposition
<i>CVD</i>	Chemical Vapor Deposition
<i>FGMs</i>	Functionally Graded Materials
<i>IBAD</i>	Ion Beam Assisted Deposition
<i>SHS</i>	Self-propagating High temperature Synthesis
<i>PM</i>	Powder Metallurgy
<i>SFF</i>	Solid Freeform (SFF) Fabrication Method
<i>FSDT</i>	First Shear Deformation Theory



INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Les éléments structurels tels que les structures à l'échelle nanométrique ont attiré l'attention de la communauté scientifique en physique des solides, en sciences des matériaux et en nanotechnologie en raison de leurs propriétés mécaniques, chimiques et électroniques supérieures. La réalisation d'expériences avec des échantillons de taille à l'échelle nanométrique est à la fois coûteuse et difficile. Par conséquent, le développement de modèles mathématiques appropriés pour les nanostructures est une issue importante concernant l'application des nanostructures. Les nanostructures sont modelées en trois catégories principales à l'aide atomique (Ball, 2001 ; Baughman et al. 2002), atomique hybride - mécanique des milieux continus (Bodily et Sun, 2003 ; Li et Chou, 2003ab) et mécanique des milieux continus (Eringen, 1972 ; Eringen et Edelen, 1972). L'approche de la mécanique des milieux continus est moins coûteuse que les deux premières approches. En outre, il a été constaté que les résultats de la mécanique des milieux continus sont en bon accord avec ceux obtenus à partir d'approches atomiques et hybrides. En raison de la présence d'effets à petite échelle à l'échelle nanométrique, on utilise des modèles de la mécanique des milieux continus dépendants de la taille tels que la théorie de gradient de déformation (Nix et Gao, 1998), la théorie du couple de contraintes (Hadjesfandiari et Dargush, 2011), la théorie modifiée du couple de contraintes (Asghari et Ahmadian, 2010 ; Ma et Reddy, 2008 ; Reddy, 2011), et la théorie de l'élasticité non locale. (Eringen, 1972 ; Eringen & Edelen, 1972 ; Eringen, 1983). Parmi ces théories, la théorie de l'élasticité non locale initiée par Eringen (1983) est largement utilisée.

Introduit par Eringen (1983), l'élasticité non locale peut réussir à tenir compte de l'effet de l'échelle dans l'élasticité et a été démontré qu'il simule efficacement de nombreux phénomènes complexes dans la mécanique multi-échelle, y compris la dispersion des ondes élastiques, la propagation des ondes dans les composites, la mécanique de la dislocation, la mécanique des fractures et les effets de la tension superficielle dans les fluides. Peddieson et al. (2003) ont d'abord appliqué la théorie de l'élasticité non-locale d'Eringen (Eringen, 1983) à la nanotechnologie et les expressions dérivées pour les déformations statiques des structures basées sur un modèle de structure non local simplifié. Par la suite, sur la base de la relation constitutive non locale d'Eringen, de nombreuses études parues qui ont développé des modèles de structure non locale pour prédire les réponses des nanostructures.

Ces recherches comprennent l'analyse statique (Wang et Liew, 2007; Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987; Lim et Wang, 2007; Reddy et Pang, 2008) , les calculs de flambage(Zhang et al., 2004; Zhang et al, 2006; Wang et al., 2006; Tounsi et al., 2013ab; Semmah et al., 2014;

Zidour et al., 2014; Chemi et al., 2015), la modélisation des vibrations (Yoon et al., 2003; Zhang et al., 2005ab; Rakrak et al., 2016), les simulations de propagation des ondes (Lu et al., 2007; Tounsi et al., 2008; Heireche et al., 2008; Song, et al., 2010; Narendar et Gopalakrishnan, 2011) et les calculs thermomécaniques des nanostructures. (Mustapha et Zhong, 2010a ; Maachou et al., 2011 ; Zidour et al., 2012 ; Bensattalah et al., 2016).

Récemment, Mustapha et Zhong (2010b) ont étudié la vibration libre d'un nanotube de carbone à paroi unique non prismatique à charge axiale, encastré dans un milieu élastique à deux paramètres avec la méthode de Bubnov-Galerkin. Roque et al. (2011) ont utilisé la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen pour étudier la flexion, le flambement et la vibration libre des nanostructures de Timoshenko avec une méthode numérique de discrétisation. Reddy (2007) a mis en place une gamme de différentes théories des structures élancées , y compris celles d'Euler-Bernoulli, Timoshenko, Levinson (1981) et Reddy (1984) pour simuler la flexion, le flambage et la vibration des structures non locales. Benguediab et al. (2013) ont proposé une théorie exhaustive du structures à dimension unique de déformation d'un cisaillement non local pour l'analyse de flexion, de flambage et de vibrations de nanostructures homogènes fondés sur la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen. Berrabah et al. (2013) ont présenté une théorie unifiée de la déformation du cisaillement non-local pour étudier la flexion, le flambage et les vibrations libres des nanostructures. Récemment, Eltahir et al. (2016) ont étudié la stabilité statique de nanostructures non locales utilisant des théories des milieux continus à une dimension d'ordre supérieur.

Avec le développement de la technologie des matériaux, les matériaux à gradient fonctionnel FGM sont largement utilisés. La réponse mécanique et thermique de ces matériaux avec des gradients spatiaux en composition et en microstructure présente un intérêt considérable dans de nombreux domaines technologiques tels que la tribologie, l'optoélectronique, la biomécanique, la nanotechnologie et la technologie à haute température. Au cours des dernières années, beaucoup de recherches d'explication sur les plaques simples et en FGM utilisant des théories d'ordre supérieur ont été présentées (Bouderba et al., 2013; Tounsi et al., 2013c; Ait Amar Meziane et al., 2014; Zidi et al., 2014; Ait Yahia et al., 2015; Attia et al., 2015; Ait Atmane et al., 2015; Beldjelili et al., 2016; Bouderba et al., 2016; Boukhari et al., 2016; Bousahla et al., 2016; Houari et al., 2016;

Tounsi et al., 2016). Ces études ont tenté de démontrer divers comportements en considérant la flexion, la vibration linéaire, le flambement ainsi que la propagation des ondes. Ces dernières années, l'application des FGM a été largement répandue dans des dispositifs et des systèmes à micro et nanomètres tels que des films minces (Fu et al. 2003 ; Lu et al. 2011), microscopes à force atomique (Rahaeifard et al. 2009), systèmes micro et nano-électromécaniques (MEMS et NEMS) (Witvrouw et Mehta, 2005 ; Lee et al. 2006). Dans de telles applications, des effets de taille ont été expérimentalement observés (Fleck et al. 1994 ; Stolken et Evans, 1998 ; Chong et al. 2001 ; Lam et al. 2003), et les modèles de structure classiques basés sur des théories de milieu continu classiques ne tiennent pas compte de ces effets de taille en raison de l'absence de paramètres d'échelle de longueur de matériau. Jusqu'à présent, seuls quelques travaux ont été rapportés pour les nanostructures à gradient fonctionnels (FGM) basés sur la théorie de l'élasticité non locale. Janghorban et Zare (2011) ont étudié les vibrations libres non locales libres axialement des nanostructures en FGM, en utilisant la méthode quadrature différentielle. Eltaher et al. (2012) ont étudié la vibration libre de la nanostructure en FGM en fonction de la théorie de milieu continu à une dimension d'Euler-Bernoulli non-locale. Eltaher et al. (2014) ont analysé la vibration de la graduation non linéaire du nano-Timoshenko structure en considérant la position de l'axe neutre. Belkorissat et al. (2015) ont examiné les propriétés de vibration des nano-plaque FG en utilisant un nouveau modèle de quatre variables raffinées non locales. Larbi Chaht et al. (2015) ont analysé la réponse de flexion et de flambage des structures en FGM à l'échelle nanométrique dépendant de la taille, y compris l'effet d'étirement de l'épaisseur.

Ebrahimi et Salari (2016) ont examiné les effets de chargement thermique sur le comportement des vibrations électromécaniques des nanostructures Timoshenko en FGM dépendant de la taille actionnement piézoélectrique. Ebrahimi et Barati (2016A) ont présenté une solution analytique pour les caractéristiques non locales de flambage de structures nanométriques inhomogènes d'ordre supérieur incorporés dans un milieu élastique. Ehyaei et al. (2016) ont discuté de l'analyse des vibrations non locales des nanostructures en FGM avec différentes conditions aux limites. Ebrahimi et Barati (2016a) ont étudié la réponse au flambement des structures nanométriques piézo-électromagnétiques intégrés. Bounouara et al. (2016) ont utilisé une théorie de déformation de cisaillement de l'ordre zéro-ordre non-local pour la vibration libre des plaques en FGM à l'échelle nanométrique reposant sur une base élastique. Ahouel et al. (2016) ont étudié le comportement mécanique dépendant de la taille des nanostructures en FGM déformables de cisaillement trigonométrique, y compris le concept de position de surface neutre.

*Dans cette étude, le modèle de structure d'ordre supérieur à gradation fonctionnelle dépend de la taille est développé pour tenir compte de l'effet de taille, ce qu'on appelle l'effet d'étirage “**stretching effect**” et de la variation du matériau par l'épaisseur du structure. Les déplacements axiaux et transversaux sont supposés être une variation hyperbolique à travers l'épaisseur selon les mêmes hypothèses considérées par Hebali et al. (2014) et Belabed et al. (2014). Les propriétés matérielles de la nanostructure en FGM sont supposées varier dans la direction de l'épaisseur. Étant donné que les propriétés matérielles de la structure en FGM varient à travers la direction d'épaisseur, le plan neutre de cette plaque peut ne pas coïncider avec son plan médian géométrique (Yahoobi et Feraidoon, 2010). En outre, Ould Larbi et al. (2013), Bouremana et al. (2013), Said et al. (2014), Khalfi et al. (2014) et Bousahla et al. (2014) montrent que le couplage étirement-flexion dans les équations constitutives d'une structure en FGM n'existe pas, lorsque le système de coordonnées est situé sur la surface neutre physique de la structure. Par conséquent, les équations régissant pour la structure en FGM peuvent être simplifiées. Sur la base de la théorie présente non locale de cisaillement et de déformation normale et de la position exacte de la surface neutre avec le principe de Hamilton, les équations de mouvement des nanostructures en FGM sont obtenues. Des solutions analytiques pour les problèmes de flexion statique et de vibration libre sont présentées pour une structure simplement appuyée pour mettre en évidence les effets du paramètre d'échelle de longueur de matériau et de l'étirement d'épaisseur sur la déflexion et la fréquence. Comme la plupart des dispositifs à l'échelle nanométrique comportent des éléments en forme de structures à dimension unique qui peuvent être graduées fonctionnellement et subissent des rotations modérément importantes, les modèles de structure unidimensionnelle nouvellement développés peuvent être utilisés pour capturer les effets de taille dans des nanostructures à gradient fonctionnel.*

CHAPITRE I

INTRODUCTION SUR LES NANOSTRUCTURES

I.1. Introduction

La nanotechnologie existe dans beaucoup de choses autour de nous ; où l'application de cette technique augmente jour après jour, la recherche scientifique en cours intensivement portera des fruits pour que cette technologie de pointe soit le dénominateur commun et une partie importante est indispensable dans toutes les industries. Par exemple, dans le domaine de la médecine et avec les progrès dans les techniques de dépistage, les médecins seront en mesure de soins de santé complets, grâce à l'examen médical attentif à trouver le bon médicament, qui sera spécialement conçu pour chaque patient séparément en fonction de la composition génétique, afin d'éviter les effets secondaires. Et dans le domaine de la société, l'environnement et les énergies nouvelles et renouvelables, la nanotechnologie va changer la dépendance à l'égard de l'énergie traditionnelle comme le pétrole, le gaz naturel et le charbon à d'autres sources d'énergie alternatives, variétés et inoffensifs, telle que les cellules solaires et conduire à l'exploitation des énergies propres de l'énergie éolienne, de vagues et de l'énergie géothermique. La nanotechnologie permettra l'utilisation complète et efficace de la technique de l'énergie de l'hydrogène, par l'utilisation de nouveaux nanomatériaux se caractérisent par une grande capacité de l'absorption de l'hydrogène gazeux. Et il nous permettra de se débarrasser des sources de pollution par l'utilisation meilleure et la plus efficace des ressources naturelles.

En conséquence de la restructuration de la structure atomique dont il y a les matériaux et minimiser leurs particules et affiner leurs grains créent maintenant un nouveau matériau appelé **nanomatériaux** qui ont des caractéristiques et des qualités uniques ne sont pas présents dans les mêmes particules et matériaux à gros grains, ce qui ouvre la porte pour elle à appliquer dans les industries nouvelles et avancées.

I.2. Historique

L'histoire des nanosciences a commencé, selon la plupart des commentateurs, le 29 décembre 1959, lorsque le célèbre physicien Richard Feynman a prononcé, lors d'une réunion de l'American Physical Society au Caltech, une conférence dans le titre **il y a beaucoup de place vers le bas**, était explicite. L'idée de Feynman était que, si l'acide désoxyribonucléique (ADN) qui est une molécule que l'on retrouve dans tous les organismes vivants et qui est le support de l'hérédité, peut stocker un bit d'information à l'aide de quelques atomes, l'homme peut tenter de faire le même. Et Feynman allait plus loin en évoquant la possibilité de réaliser des réarrangements atomiques et d'exploiter des propriétés de telles nouvelles structures.

Feynman justifiait son affirmation qu'y a beaucoup de place vers le bas, en calculant que les 10^{15} bits nécessaires pour avoir une version digitale d'une encyclopédie en 24 tomes tiendraient dans un volume équivalent à un grain de poussière si l'on savait stocker un bit d'information dans quelques atomes. Les nanosciences sont donc relatives, disait-il, au problème « de savoir manipuler et contrôler des objets de petite taille ». (Samueli, 2007).

Le terme même de « nanotechnology » a été défini pour la première fois, en 1974 par le Professeur Norio Taniguchi de l'université de Tokyo comme suit « les nanotechnologies consiste principalement en la réalisation, la séparation, la consolidation ou la déformation de matériaux par le biais d'un atome ou d'une molécule ». (Taniguchi, 1974).

Cependant, les nanotechnologies connaissent leur véritable essor à partir de 1981 lorsque l'Allemand Gerd Binnig et le Suisse Heinrich Rohrer inventent le premier microscope en champ proche, le microscope à effet tunnel (STM : Scanning Tunneling Microscope). Cette nouvelle technique fournit des images en trois dimensions avec une très haute résolution, inférieure au dixième de nanomètre. Elle permet également la manipulation des atomes, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles expérimentations à l'échelle du nanomètre.

Éric Drexler a publié le premier document de recherche sur les nanotechnologies en 1981 et dans la première édition de son livre *Engines of Creation : The coming Era of Nanotechnology*, publié en 1986, Éric Drexler a estimé rapidement réalisables des « assembleurs moléculaires », capable de générer de nouvelles entités éventuellement capables d'autoreproduction, comme les virus biologiques.

Le 29 septembre 1989, D.M. Eiger, E.K. Schweizer¹ réalisèrent un pas vers la réalisation des rêves de Feynman. Ils réussirent à l'aide d'un microscope à effet tunnel à manipuler un à un des atomes de xénon pour écrire les trois lettres I-B-M sur une surface métallique. Cette expérience ouvre dès lors un très vaste champ d'investigations scientifiques au niveau atomique. Font leur apparition : « machines et moteurs nanométriques », « laboratoires sur puces », « délivrer les médicaments où il faut », « prothèse et implant biocompatibles », « vers des nano transistors », « les molécules, composants électroniques du futur », « davantage de mémoire avec le spin », « la physique quantique en boîtes », etc. Ce qui marque le début de l'ère des nanosciences.

I.3. Définition des nanostructures

I.3.1. Signification du nano

Le préfixe "nano" vient du grec Nanos, qui signifie "nain". Il divise par un milliard l'unité dont il précède le nom. Un nanomètre ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} = 0,000000001 \text{ m}$) est ainsi 30 000 fois plus petit que le diamètre d'un cheveu. Un atome d'hydrogène mesure environ 0,1 nm. La différence de taille entre un atome et une balle de tennis est la même qu'entre cette balle et la Terre. Un tel changement d'échelle permet de comparer l'exploration de "l'infiniment petit" à celle de "l'infiniment grand".

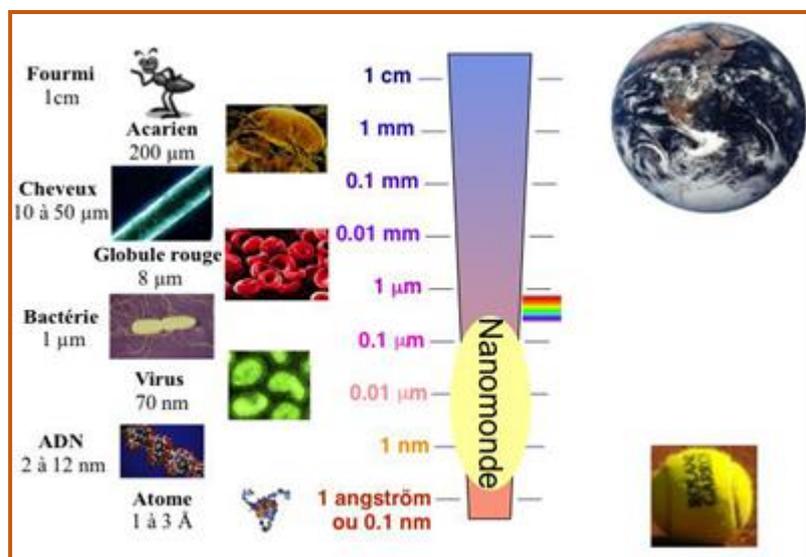


Fig. I.1 : Illustration de l'échelle nanométrique. (Culture Sciences Physique, 2013)

I.3.2. Définition

Les nanostructures décrivent la structure des nanomatériaux constituée de grains contenant aux plus quelques dizaines de milliers d'atomes et dont les dimensions ne dépassent pas 100 nanomètres. En raison de leurs propriétés spécifiques, les nanomatériaux trouvent des applications dans de nombreuses branches de l'industrie.

Selon la définition officielle de la Commission européenne, il s'agit : « d'un matériau soit naturel, soit formé accidentellement, soit manufacturé et constitué de particules libres ou sous forme d'agrégat ou d'agglomérat, dont au moins 50 % des particules présentent une ou plusieurs dimensions externes se situant entre 1 nm et 100 nm. »

I.3.3. L'intérêt pour l'échelle nanométrique

La taille "nanométrique" confère des propriétés physiques, chimiques ou biologiques particulières. De même que des cristaux de sucre en poudre se dissolvent plus aisément dans de l'eau chaude que des carrés de sucre, les nanomatériaux sont plus réactifs que les matériaux à échelle plus grande :

- Le nano-argent devient par exemple un antibactérien très efficace,
- Le carbone, lui, peut devenir jusqu'à cent fois plus résistant que l'acier.

La taille nanométrique permet aux nanomatériaux de pénétrer la cellule, ce qui peut présenter des bénéfices pour des usages médicaux, notamment pour les techniques qui nécessitent un ciblage particulier.

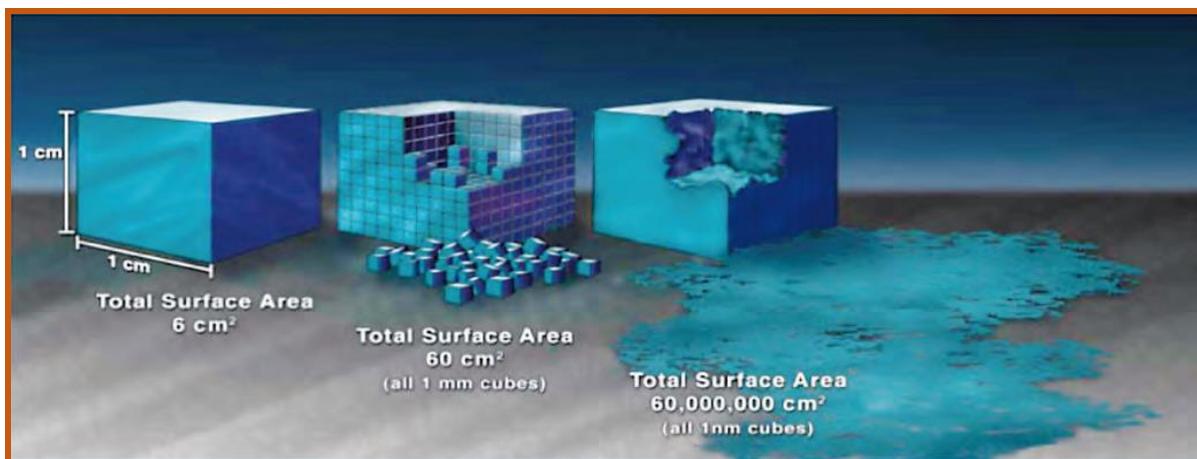


Fig. I.2 : Illustration démontrant l'effet d'augmentation de la surface spécifique par nanostructuration des matériaux (<http://www.nano.gov/nanotech-101/special>), 2014)

Deux raisons majeures sont à l'origine du fait que les propriétés des matériaux diffèrent selon le volume de matière mis en œuvre :

- Lorsque la dimension d'une particule décroît, une plus grande proportion des atomes qui la constituent est située en surface. Si, par exemple, une particule sphérique ayant un diamètre de 30 nanomètres possède 5% de ses atomes en surface, cette proportion monte à 20% pour un diamètre de 10 nanomètres et à 50% pour une particule de 3 nanomètres. Comme la réactivité chimique et beaucoup de propriétés physiques dépendent du nombre d'électrons en surface, on conçoit que les nanomatériaux présentent des caractéristiques spécifiques.
- L'autre raison tient au fait que les effets quantiques deviennent dominants lorsque les dimensions diminuent et l'on sait que les propriétés électriques, magnétiques et optiques sont très dépendantes de ces effets et, particulièrement, dans les structures cristallines. (Samueli, 2007)

I.4. Les moyens d'observation et de manipulation

La réduction de la taille des objets, permettant d'explorer et d'exploiter de nouvelles propriétés de la matière, nécessite la conception et l'utilisation de nouveaux outils. C'est un des enjeux essentiels de ce domaine scientifique en pleine effervescence que de maîtriser les moyens de voir, d'analyser, de mesurer et d'agir à toutes les échelles concernées, jusqu'à la plus réduite : l'atome et son environnement immédiat.

I.4.1. Les microscopes électroniques

La microscopie électronique permet de sonder la matière à une échelle nanométrique/micrométrique, voire atomique via un faisceau d'électrons de haute énergie, au lieu de la lumière visible afin de maximiser sa capacité à agrandir les petites choses de dimensions nanométriques.

Il existe deux types de microscopes électroniques

- **Le microscope électronique à transmission (TEM) :**

La microscopie électronique à transmission est une technique basée sur le principe de diffraction des électrons. L'échantillon étudié doit être assez mince, de l'ordre de centaine nanomètre pour être visualisé en transmission. La microscopie électronique en transmission (MET) permet d'atteindre une meilleure résolution atomique que la MEB. Cette résolution est de quelques dixièmes de nanomètre, ce qui permet la visualisation de la structure atomique de tous types de matériaux, y compris les matériaux biologique figés à très basses températures.

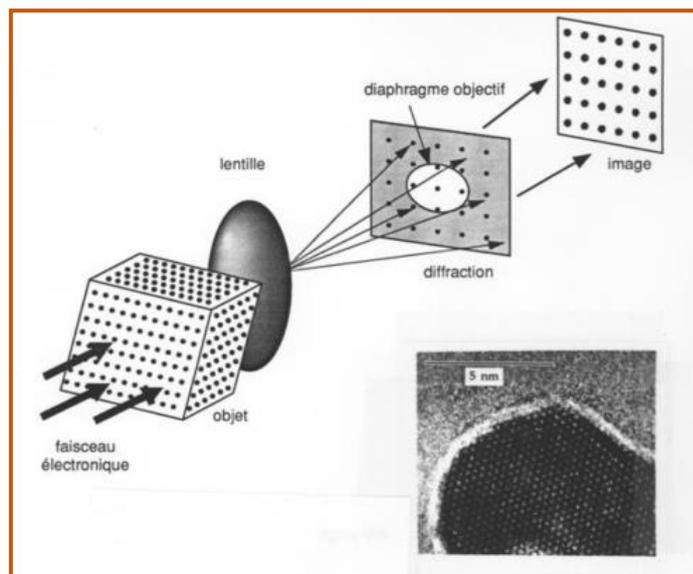


Fig. I. 3 : Le principe de la formation d'image des structures cristallines en microscopie électronique à transmission à très haute résolution (CNRS 2005)



Fig. I. 4 : Image par microscopie électronique à très haute résolution de nanotube d'oxyde de titane. (CNRS 2005)

- **Le microscope électronique à balayage (MEB)**

La microscopie électronique à balayage est basé sur une technique de microscopie par interaction électron-matière .un faisceau d'électron balaie à l'aide de bobine magnétique, la surface de l'échantillon à analyser qui, en réponse, réémet des électrons secondaires qui sont eux-mêmes détectés et permettent de reconstituer une image de l'échantillon. La microscopie électronique à balayage permet d'obtenir des informations sur la taille des grains, la morphologie et d'analyser la composition chimique d'un matériau par dispersion d'Energie de Rayons X.

Les deux types d'appareils sont complémentaires.

I.4.2. Les microscopes à sonde de balayage (scanning probe mecroscopes SPMs)

Les microscopes à sonde de balayage sont nécessaires pour étudier la topologie et la topographie des échantillons et la pose des atomes et fournir des images stéréoscopiques en trois dimensions avec une grande précision

- **Microscope à effet tunnel (STM)**

La microscopie à effet tunnel est basé sur le principe suivant : un probe très petit et conducteur est placé au-dessus de l'échantillon qui doit être lui-même conducteur. Lorsque la distance entre le probe et la surface devient inferieure à environ un nanomètre, un courant par effet tunnel apparait .Cela est dû en fait que les électrons dans le probe et la surface ont des fonctions d'ondes qui s'étendent dans l'intervalle vide entre probe et surface.

L'invention du microscope à effet tunnel (STM) a signé l'entrée de la science dans le nano monde et l'essor des nanotechnologies. Pour la première fois, on a pu observer les atomes d'une surface, les manipuler, les organiser à l'aide d'une simple pointe métallique. Avec un STM, on peut élaborer atome par atome, des nano objets maîtrisés à l'échelle du nanomètre : molécules d'intérêt biologique, fils atomique, nano transistors, nano amas magnétiques

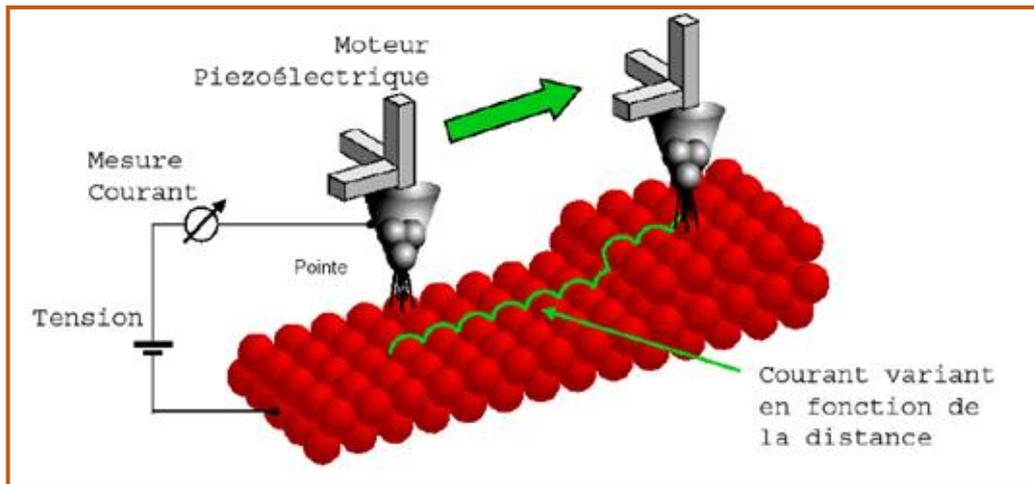


Fig. I.5 : Principe du Microscope à Effet Tunnel (Feigenbaum, 2004).

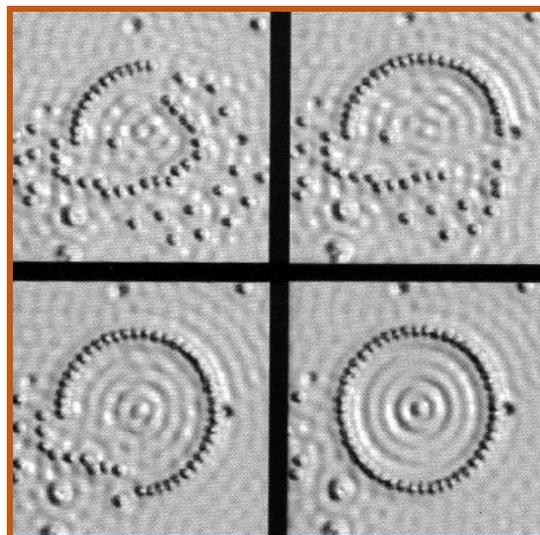


Fig. I.6 : un cercle d'atomes de fer déposés sur du cuivre à l'aide du microscope à effet Tunnel. (Feigenbaum, 2004)

- **Microscope à force atomique (AFM)**

A la différence du microscope à effet tunnel, avec lequel seuls les échantillons conducteurs ou semi-conducteurs peuvent être étudiés, le microscope à force atomique prend en charge les isolants à l'air libre ou contenus dans un liquide. Les divers modes de fonctionnement des microscopes à force atomique trouvent de très nombreuses applications en plus de la topographie des surfaces : mesures sur des molécules greffées ou adsorbées à la surface d'un échantillon ; mesures d'élasticité et d'adhésion d'une molécule ; mesures magnétiques ; mesures de rugosités de surfaces ; étude de dopage des semi-conducteurs ; mesure de la dureté des surfaces.

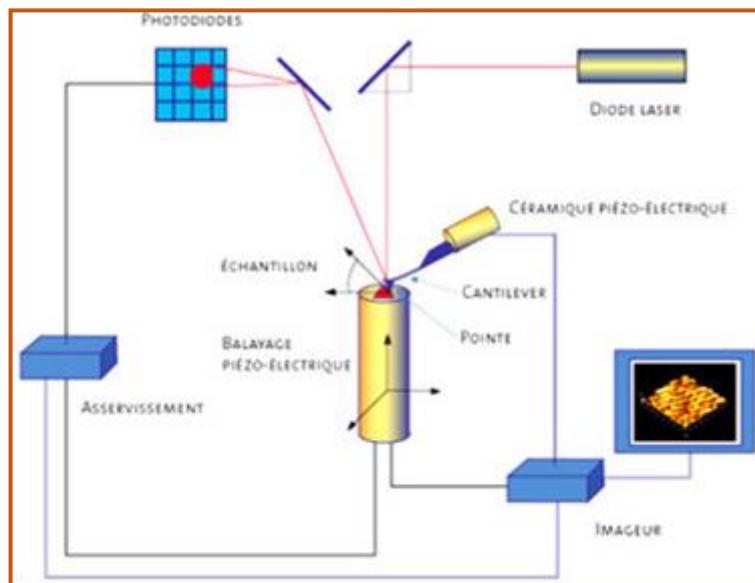


Fig. I.7 : Principe du microscope à force atomique (AFM) (© C. Reyraud)

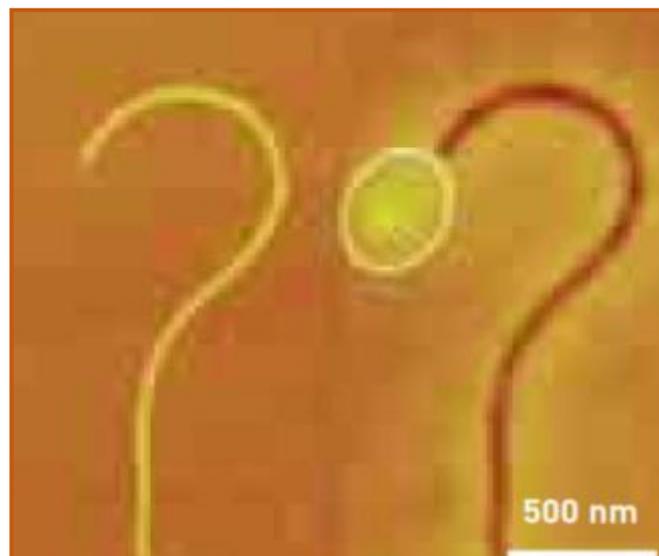


Fig. I.8 : Principe A gauche : image de microscopie à force atomique d'un nanotube de carbone. A droite : image de microscopie à force électrostatique après une expérience d'injection de charges. (CNRS 2005).

Il existe d'autres types des microscopes telle que :

- microscope à force magnétique
- microscope à balayage laser
- microscope optique en champ proche.

I.5. Procédés de fabrication des nanomatériaux

De nombreuses technique peuvent créer des nanomatériaux appartiennent toutes à deux approches opposées, méthodes « ascendante » (Bottom-up) et « descendante » (Top-down)"Figure.1.2". En termes de performances, forme, qualité, les deux approches sont actuellement, dit-on, sur le point de converger.

Les techniques Top-down réalisent des nanostructures à partir de matériaux massiques .un exemple de telle technique réside dans les procédés de réalisation des circuits électroniques intégrées par gravure sur des galettes de semi-conducteur.

La technique Bottom-up vise à l'inverse, à réaliser des nanostructures à partir d'atomes ou de molécules.

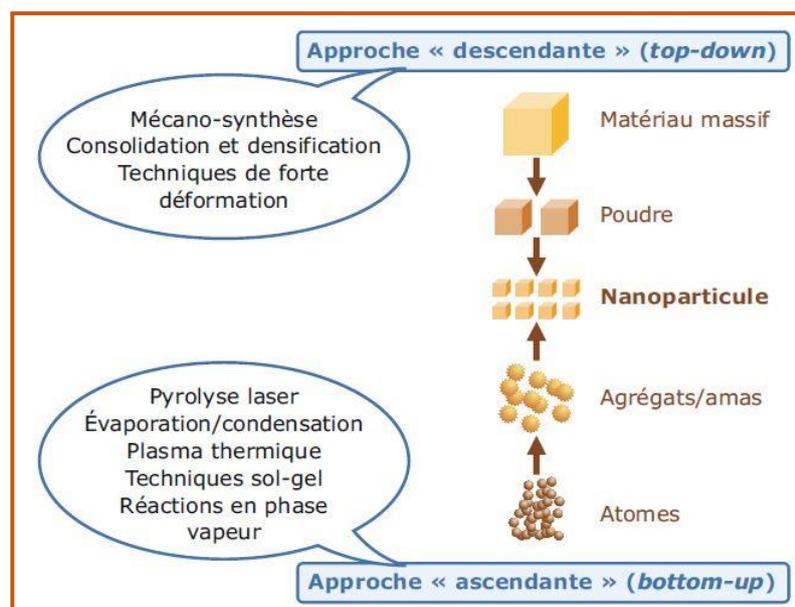


Fig. I.9 : Les deux approches d'élaboration des nanomatériaux manufacturés (INRS 2012).

Les deux approches font appel, à la fois, à des principes physiques, mécaniques ou chimiques à partir de matériaux gazeux liquides ou solides : diffusion, contraintes mécaniques, réaction chimiques, changements de phase et même auto-organisations dans lesquelles les atomes ou les molécules s'organisent elles-mêmes en une structure due à leur propriétés naturelles.

Type de procédés	Définitions
La voie physique	<p>L'élaboration de nano-particules peut être réalisée par l'action de micro-ondes ou à partir d'une phase vapeur extraite d'un matériau source par chauffage (fusion en creuset ou sans creuset, pyrolyse laser) ou par bombardement.</p> <p>L'ablation laser, la décharge plasma ou la décomposition catalytique sont des techniques plus spécifiquement utilisées dans la fabrication de nanotubes de carbone.</p> <p>Enfin, des couches minces d'épaisseur nanométrique peuvent être réalisées par PVD (Physical Vapor, Deposition).</p>
La voie chimique	<p>Les techniques de fabrication par voie chimique les plus couramment utilisées sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> · les réactions en phase vapeur : Réaction dans un réacteur CVD (Chemical Vapor Deposition), · les réactions en milieu liquide, · les techniques sol-gel.
Les méthodes mécaniques	<p>Les techniques mécaniques d'élaboration des nanomatériaux sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> · la mécano-synthèse, technique de broyage qui permet en particulier l'obtention de nano-précipités ou nano-objets dispersés de façon homogène au sein de la matrice, · les opérations de compactage et de frittage, · les techniques de forte déformation (torsion, extrusion...) <p>développées pour l'obtention de nanocristaux et nano-structures.</p>

Tableau I.1 : Les trois principaux procédés d'élaboration des nanomatériaux.

I.6. Différents types des nanomatériaux

Un nanomatériau est un matériau dont au moins une dimension externe est à l'échelle nanométrique c'est-à-dire comprise approximativement entre 1 et 100 nm ou qui possède une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique.

Il existe deux grandes familles de nanomatériaux :

I.6.1. Les nano-objets qui sont des matériaux dont une, deux ou trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique c'est-à-dire approximativement entre 1 et 100 nm. Parmi les nano-objets, il est possible de distinguer trois catégories :

- **les nanoparticules** qui désignent des nano-objets dont les trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique : nanoparticules de latex, d'oxyde de zinc, de fer et de cérium, d'alumine, de dioxyde de titane, de carbonate de calcium, etc.
- **les nanofibres, nanotubes, nanofilaments ou nanobâtonnets** qui se rapportent à des nano-objets dont deux dimensions externes sont à l'échelle nanométrique et la troisième dimension significativement supérieure (nanotubes de carbone, nanofibres de polyester, nanotubes de bore, etc.). Ces termes désignent des nano-objets longilignes de section comprise entre 1 et quelques dizaines de nm et de longueur comprise entre 500 et 10 000 nm ;
- **les nano-feuillets, nano-plats ou nano-plaquettes** qui définissent des nano-objets dont une dimension externe se situe à l'échelle nanométrique et les deux autres dimensions sont significativement supérieures (nano-feuillets d'argile, nano-plaquettes de séléniure de cadmium, etc.).

Les nano-objets peuvent être utilisés en tant que tels sous forme de poudre, de suspension liquide ou de gel.

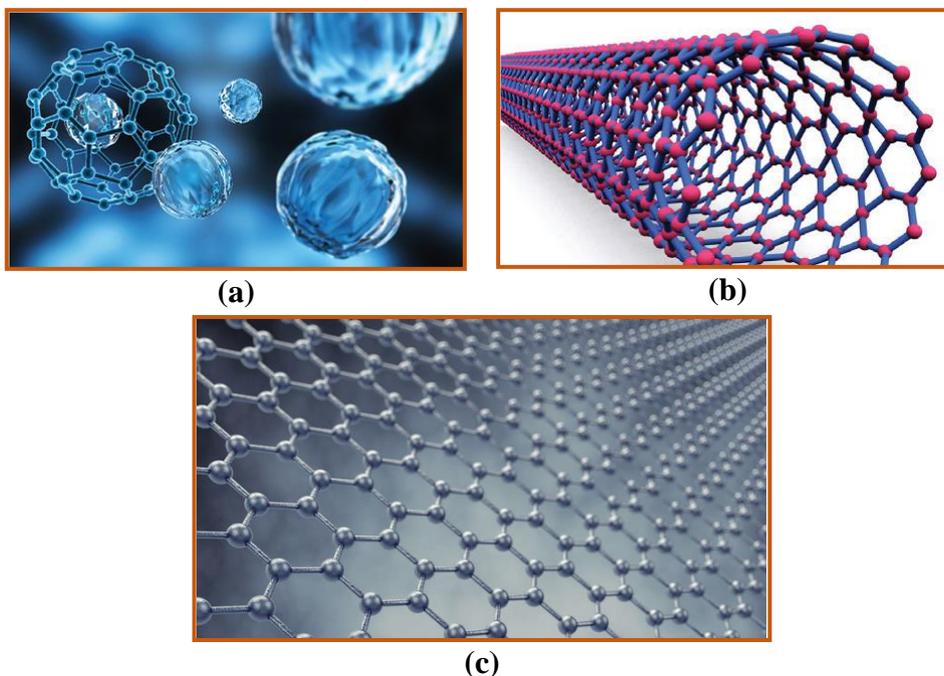


Fig. I.10 : Les nano-objets : (a) Nanoparticules, (b) Nanotubes, (c) Nanofeuillets (Inserm 2016)

I.6.2. Les matériaux nanostructurés qui possèdent une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique. Parmi les matériaux nanostructurés, il est possible de distinguer plusieurs familles parmi lesquelles :

- **les agrégats et agglomérats de nano-objets.** Les nano-objets peuvent se présenter soit sous forme individuelle (c'est-à-dire sous forme de particules primaires) ou soit sous forme d'agrégats ou d'agglomérats dont la taille est sensiblement supérieure à 100 nm.
- **les nanocomposites.** Ces matériaux sont composés pour tout ou partie de nano-objets qui leur confèrent des propriétés améliorées ou spécifiques de la dimension nanométrique. Les nano-objets sont incorporés dans une matrice ou sur une surface afin d'apporter une nouvelle fonctionnalité ou de modifier certaines propriétés mécaniques, magnétiques, thermiques, etc. Les polymères chargés de nanotubes de carbone utilisés dans le secteur des équipements sportifs, afin d'améliorer leur résistance mécanique et de diminuer leur poids, constituent un exemple de nanocomposites.
- **les matériaux nanoporeux.** Ces matériaux possèdent des pores de taille nanométrique. Les aérogels de silice sont des matériaux nanoporeux qui présentent d'excellentes propriétés d'isolation thermique.

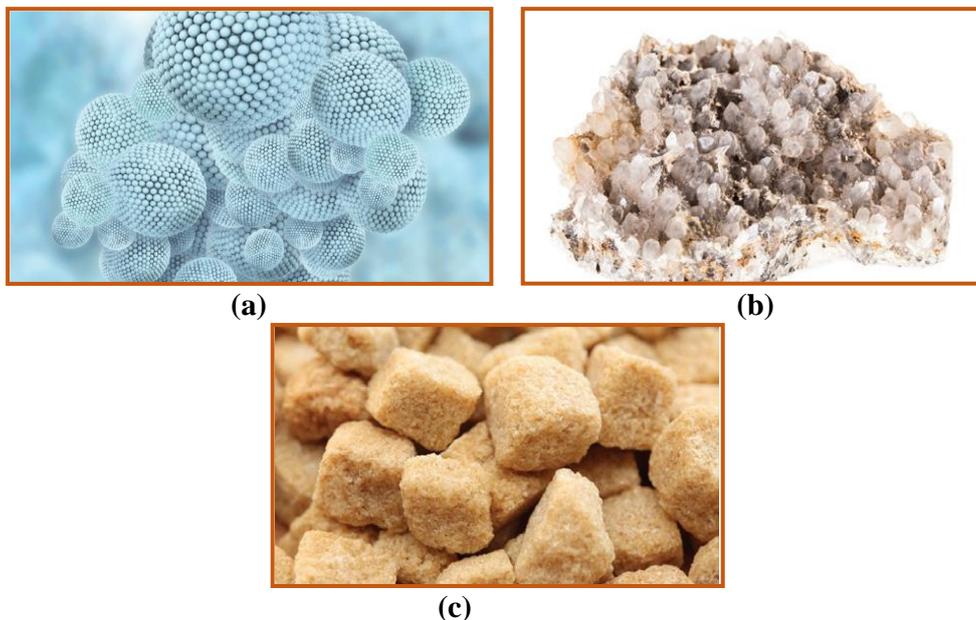


Fig. I.11 : Les matériaux nanostructurés : (a) Agrégats et agglomérats, (b) Nanocomposites, (c) Matériaux nanoporeux (Inserm 2016)

Les nanomatériaux produits de façon intentionnelle par l'Homme à des fins d'applications précises et possédant des propriétés spécifiques sont nommés « **nanomatériaux manufacturés** ».

Parmi ces nanomatériaux manufacturés, certains sont produits depuis déjà de nombreuses années dans des tonnages importants tels que **le dioxyde de titane, le noir de carbone, l'alumine, le carbonate de calcium ou la silice amorphe**.

D'autres plus récents sont fabriqués dans des quantités moindres tels que **les nanotubes de carbone, les quantum dots ou les dendrimères**.

Il existe également des nanomatériaux produits par l'Homme de façon non intentionnelle, appelés parfois **particules ultra-fines**, issus de certains procédés thermiques et mécaniques tels que les fumées de soudage ou de projection thermique, les émissions de moteurs à combustion, etc.

Enfin, des particules ultra-fines naturelles sont présentes dans notre environnement, à l'image des fumées volcaniques ou des virus. (*INRS 2016*)

I.7. Applications des nanomatériaux

Les nanotechnologies conduisent donc à l'élaboration de matériaux dont les propriétés fondamentales (chimiques, mécaniques, optiques, biologiques, etc.) peuvent être modifiées. Par exemple, l'or est totalement inactif à l'échelle micrométrique alors qu'il devient un excellent catalyseur de réactions chimiques lorsqu'il prend des dimensions nanométriques.

Toutes les grandes familles de matériaux sont concernées : les métaux, les céramiques, les diélectriques, les oxydes magnétiques, les polymères, les carbones, etc.

Du fait de leurs propriétés variées et souvent inédites, les nanomatériaux recèlent de potentialités très diverses et leurs utilisations ouvrent de multiples perspectives.

Les nanomatériaux permettent ainsi des innovations incrémentales et de rupture dans de nombreux secteurs d'activité tels que la santé, l'automobile, la construction, l'agroalimentaire ou encore l'électronique.

Secteurs d'activité	Exemples d'applications actuelles et potentielles
Automobile, aéronautique et aérospatial	Matériaux renforcés et plus légers ; peintures extérieures avec effets de couleur, plus brillantes, anti-rayures, anti-corrosion et antisalissures ; capteurs optimisant les performances des moteurs ; détecteurs de glace sur les ailes d'avion ; additifs pour diesel permettant une meilleure combustion ; pneumatiques plus durables et recyclables...
Electronique et communications	Mémoires à haute densité et processeurs miniaturisés ; cellules solaires ; bibliothèques électroniques de poche ; ordinateurs et jeux électroniques ultra-rapides ; technologies sans fil ; écrans plats...
Agroalimentaire	Emballages actifs ; additifs : colorants, antiagglomérants, émulsifiants...
Chimie et matériaux	Pigments ; charges ; poudres céramiques ; inhibiteurs de corrosion ; catalyseurs multifonctionnels ; textiles et revêtements antibactériens et ultrarésistants...
Construction	Ciments autonettoyants et anti-pollution, vitrages autonettoyants et anti-salissures ; peintures ; vernis ; colles ; mastics...
Pharmacie et santé	Médicaments et agents actifs ; surfaces adhésives médicales anti-allergènes ; médicaments sur mesure délivrés uniquement à des organes précis ; surfaces biocompatibles pour implants ; vaccins oraux ; imagerie médicale...
Cosmétique	Crèmes solaires transparentes ; pâtes à dentifrice abrasives ; maquillage avec une meilleure tenue...
Énergie	Cellules photovoltaïques nouvelle génération ; nouveaux types de batteries ; fenêtres intelligentes ; matériaux isolants plus efficaces ; entreposage d'hydrogène combustible...
Environnement et écologie	Diminution des émissions de dioxyde de carbone ; production d'eau ultrapure à partir d'eau de mer ; pesticides et fertilisants plus efficaces et moins dommageables ; analyseurs chimiques spécifiques...
Défense	Détecteurs d'agents chimiques et biologiques ; systèmes de surveillance miniaturisés ; systèmes de guidage plus précis ; textiles légers et qui se réparent d'eux-mêmes...

Tableau I.2 : Applications des nanotechnologies en fonction des secteurs d'activité.

I.8. Les risques liés aux nanomatériaux

Les risques seraient sanitaires, environnementaux et sociétaux.

- **Risques sanitaires**

- La taille des nanoparticules leur permet de traverser des barrières naturelles du corps humain, d'aller dans le sang, le cerveau.
- Les particules inertes comme le dioxyde de titane, le noir de carbone, pénètrent l'appareil respiratoire et peuvent tapisser l'ensemble de la muqueuse avec des risques de fibrose et de cancer.
- L'impact touche toute la population, car il intéresse les médicaments, l'alimentation, les cosmétiques, les teintures, les tissus, les produits ménagers.
- Il n'existe actuellement aucun instrument portable adéquat pour mesurer l'exposition aux nanoparticules dans l'air ou dans les lieux de travail.

- **Risques environnementaux**

- C'est le risque de pollution ou de catastrophe écologique. Le risque vient de la capacité de dispersion et de persistance des nanoparticules dans l'environnement sans que l'on connaisse leur impact.
- Il y a un risque important de recombinaison dans les sols, l'eau, l'air.

- **Risques sociétaux**

- Le processus de contrôle et de surveillance peut s'amplifier grâce aux nanotechnologies. Les puces vont pouvoir stocker des quantités énormes d'informations.
- Les puces peuvent être implantées sous la peau pour donner accès à des bâtiments, des dossiers médicaux, suivre des individus qui ont perdu leurs facultés mentales.
- Le risque de l'utilisation des données biométriques incluant l'enregistrement d'informations sur nos yeux, notre cerveau, nos gènes.
- Au Mexique actuellement, des milliers de personnes se sont fait implanter des puces reliées à des systèmes GPS pour lutter contre les enlèvements.
- Utilisation à des fins guerrières : ces technologies vont permettre le développement de véhicules légers au sol ou dans les airs, minuscules robots volants susceptibles d'envahir la vie privée ; dissémination possible de nano armes, nano virus.
- Il y aura obligatoirement des inégalités entre les populations qui auront accès aux nanotechnologies et les autres.

- Ordre social planétaire menacé par les conflits entre ceux qui maîtriseront les nouvelles technologies et ceux qui n'en bénéficieront pas.

I.9. Conclusion

Les applications pratiques des nanotechnologies concernent potentiellement tous les domaines : santé, énergie, transports, communications, environnement, défense, etc. On envisage ainsi de construire des nanomatériaux avec un minimum de matière première ; de fabriquer des mémoires de la taille d'une tête d'épingle pouvant contenir toutes les bibliothèques du monde ; de transporter les médicaments dans des nanocapsules pour les libérer au niveau des cellules malades ; de détecter et neutraliser des micro-organismes et des pesticides dans les sols et les eaux. Ceci constitue une révolution qui est déjà en marche puisque plus de 300 produits "nanos" sont déjà sur le marché : textiles insalissables recouverts d'une pellicule de nanoparticules d'argent ; verres autonettoyants, sur lesquels ont été déposés des couches minces d'oxyde de titane ou encore dentifrice aux nanoparticules de phosphate de calcium, qui comblent les minuscules fissures des dents.

Les nanotechnologies constituent un champ de recherches et de développements technologiques impliquant la fabrication de structures, de dispositifs et de systèmes à partir d'objets de taille nanométriques ou nanoobjets. Le développement des nanotechnologies recèle un potentiel considérable d'avancées des connaissances et de transformations positives dans notre vie quotidienne : nouveaux outils de diagnostic médical, médicaments mieux ciblés notamment pour combattre les tumeurs cancéreuses ou d'autres maladies graves comme le Sida. Nous assistons de nos jours à un saut technologique porteur de percées nouvelles dans les technologies de l'information et de la communication.

L'étude des matériaux de base des nanotechnologies ou nanomatériaux est un sujet en pleine expansion, d'intérêt tant fondamental que pratique. Mais les nanotechnologies ne doivent pas être utilisées à outrance. Il faut savoir réguler leur emploi pour éviter une éventuelle catastrophe sanitaire. Enfin, le développement durable à besoin des nanotechnologies pour progressivement amener une nouvelle visée de la science, celle d'informer et d'aider au développement mondial.

CHAPITRE II

LES MATERIAUX A
FONCTIONNEL GRADUEES
(FGM)

II.1. Introduction

L'industrie moderne dans la mécanique de construction, l'aéronautique, le génie civil et plus généralement le domaine des transports sont à la recherche de matériaux possédant des avantages fonctionnels comme la légèreté, une bonne résistance mécanique et chimique, une durée de vie élevée, une maintenance réduite, un temps de fabrication le plus court possible. Un matériau simple ne permet de combiner ces caractéristiques mécaniques, et pour atteindre cet objectif, il faut nécessairement utiliser des matériaux composites.

Une variété de méthodes a été proposée dans la littérature pour la production de nouveaux matériaux. Parmi celles qui suscitent un intérêt particulier, il y a la réalisation des matériaux à gradient de fonction (FGMs, Functionally Graded Materials en anglais). En effet, les FGMs sont une classe de composites particuliers caractérisée par une composition et une structure qui varient d'une manière graduelle dans le matériau, conduisant ainsi à une variation progressive des propriétés (Shiota, 1996). Cette gradation des propriétés confère à ces matériaux une plus grande efficacité par rapport aux matériaux composites conventionnels. Les matériaux à fonctionnel gradues (FGM) peuvent être produits en changeant sans interruption les constituants des matériaux dans un profil prédéterminé. Les caractéristiques les plus distinctes des matériaux FGM sont leurs microstructures non – uniformes avec des macros propriétés graduées dans l'espace. Il est conçu pour améliorer et optimiser les caractéristiques thermo-électro-mécaniques des structures à l'échelle micro et nano (Nguyen.T.K., 2008).

Initialement, l'idée fut émise en 1984 par M. Niino et al. (National Aerospace Laboratory of Japan) (Niino, 1987) et présentée comme une tentative pour résoudre les problèmes posés par la préparation de matériaux de barrière thermique destinés aux structures spatiales et aux réacteurs de fusion. Cependant, l'aventure débute réellement autour de l'année 1985 lorsque d'autres pays (USA, Royaume-Uni) ressentent à leur tour la nécessité d'aborder l'ère spatiale en concevant chacun unilatéralement un avion ayant la possibilité de naviguer à la fois dans l'espace et transitoirement dans l'atmosphère terrestre (Wakashima, 1990).

II.2. Définition des matériaux à fonctionnel gradues FGM

Les matériaux à fonctionnel gradues (FGM) sont des matériaux dont la composition chimique et les caractéristiques mécaniques et microstructures varient graduellement au cours de la fabrication d'une pièce. L'intérêt est d'associer et de concentrer les avantages de

plusieurs matériaux dans une seule pièce pour résister à la température, la corrosion, l'usure ou la fatigue.

Ce concept de FGM peut être appliqué à divers matériaux pour des utilisations structurelles et fonctionnelles. Il y a plusieurs années, ce concept a été évalué en premier lieu dans le développement de revêtement des barrières thermiques pour augmenter la résistance thermique des lames dans les moteurs de turbine à gaz pour divers applications telles que les systèmes de protection thermique, les matériaux à fonctionnel gradues FGM sont développés pour minimiser les contraintes thermiques qui conduisent à la rupture de la céramique.

En effet ces matériaux existent dans la nature, par exemple, le bambou ; les os et même notre peau est également graduée pour fournir certaine ténacité, qualités tactiles et élastiques en fonction de la profondeur de la peau et l'emplacement sur le corps. Les constituants des FGMs modifiés par l'homme impliquent généralement deux phases de matériau isotrope, bien que tous les nombre de configurations chimiquement et spatialement compatibles soient possibles. Ces composants comprennent souvent des alliages d'ingénierie de magnésium, l'aluminium, le cuivre, le titane, le tungstène, l'acier, etc. et les céramiques structurelles avancées telles que la zircone, l'alumine, le carbure de silicium et de carbure de tungstène.



(a) :Bambou



(b) : L'os



(c) : articulation artificielle

Fig. II.1 : Quelques exemples de matériaux à fonctionnel gradues FGM.

II.3. L'intérêt d'utilisation de matériaux à fonctionnel gradués

Les matériaux modernes tendent à devenir «multifonctionnels», même si leur objet premier permet en général de les classer en «Matériaux de structure » et en « matériaux fonctionnels ».Le problème du concepteur est qu'il demande non pas une propriété, mais un ensemble. (Sellai, 2011) Par exemple, une couche d'un matériau céramique peut être collée à la surface d'une structure métallique pour former un revêtement barrière thermique dans des applications à haute température. Toutefois, la transition brusque dans les propriétés des matériaux à travers l'interface entre les matériaux discrets peut entraîner une grande contrainte inter laminaire et peut conduire à la déformation plastique ou de fissuration. Pour surmonter ces effets nuisibles on doit utiliser les matériaux à gradient évalué FGM, sont des matériaux composites avancés. Par exemple, dans un matériau à fonctionnel gradués FGM (métal / céramique), le côté métal riche est typiquement placé dans les régions où les propriétés mécaniques, comme la dureté ; doivent être élevée. En revanche, la céramique riche, avec une conductivité thermique faible peut résister aux températures plus élevées, et par conséquent il est utilisé dans les régions fortement exposées à la température. Les matériaux à fonctionnel gradués FGM permettre l'adaptation de la composition du matériel de manière à en retirer le maximum d'avantages de leur hétérogénéité. En outre, d'autres aspects d'exécution peuvent être améliorés en utilisant un matériau à fonctionnel gradués FGM, par exemple, réduction de la température dans la phase de cuivre pour empêcher l'adoucissement thermique excessif du matériel, d'autres applications de matériaux à fonctionnel gradués FGM incluent des composants trouvés sur l'Avion et les véhicules aérospatiaux.

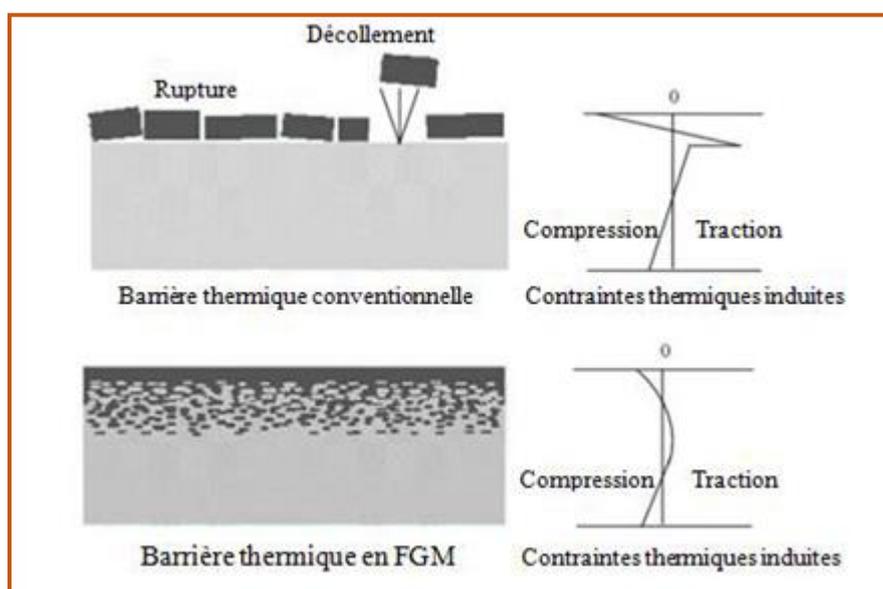


Fig. II.2 : Protection thermique des Matériaux FGM et Non FGM

Certains des avantages des matériaux à fonctionnel gradués (FGM) sont :

- FGM en tant que couche d'interface pour connecter deux matériaux incompatibles peut améliorer considérablement la résistance de liaison.
- Le revêtement et l'interface FGM peuvent être utilisés pour réduire la contrainte résiduelle et la contrainte thermique.
- Le FGM non seulement améliore la résistance des connexions, mais peut également réduire la force de la fissure.
- Le matériau à fonctionnel gradués (FGM) a la capacité de contrôler la déformation, la réponse dynamique, l'usure, la corrosion, etc.
- FGM offre également les opportunités de profiter des avantages de différents systèmes matériels, par exemple, des céramiques et des métaux. La partie céramique présente une bonne résistance thermique, une résistance à l'usure et à l'oxydation (rouille), alors que la partie métallique a une résistance à la rupture supérieure, une résistance élevée et une capacité de liaison.
- Résistance à la rupture, haute résistance et capacité de liaison.
- FGM a une large gamme d'application dans les applications dentaires et orthopédiques pour le remplacement des dents et des os.
- Les FGM sont utilisés dans les dispositifs de conversion d'énergie. Ils fournissent également une barrière thermique et sont utilisés comme revêtements protecteurs sur des pales de turbine dans un moteur à turbine à gaz (N.Tejaswini et al. 2015)

La face à haute température	Céramique	<ul style="list-style-type: none"> - Bonne résistance thermique ; - Bonne résistance à l'oxydation ; Faible conductivité thermique.
Continuité du matériau d'un point à l'autre « couches intermédiaires »	FGM (Céramique / Métal)	<ul style="list-style-type: none"> - Élimination des problèmes de l'interface ; - Relaxer les contraintes thermiques.
La face à basse température	Métal	<ul style="list-style-type: none"> - Bonne résistance mécanique ; - Conductivité thermique élevée, - Très bonne ténacité.

Tableau II.1 : comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal.

II.4. Modèles d'homogénéisation des matériaux à fonctionnel gradués

Les matériaux à fonctionnel gradués FGM sont des matériaux non homogènes et afin de rendre leur modélisation possible, Plusieurs modèles micromécanique ont été développées au cours des années afin de déduire les propriétés effectives des matériaux composites macroscopiquement homogènes. Les approches analytiques, les méthodes d'éléments finis et les modèles micromécaniques sont fréquemment utilisés pour la modélisation des FGMs. Les sujets les plus importants de la modélisation des FGMs sont : les déformations élastiques, les contraintes élastiques, déformation plastique et la déformation au fluage à température élevée, la propagation des fissures, etc. Les différentes approches analytiques disponibles dans la littérature pour la modélisation des FGMs sont présentées dans les sections suivantes.

II.4.1. Estimation auto-consistante (Hill 1965 ; Hashin 1968 et Bhaskar 2001)

Cette méthode décrit ses estimations par la solution d'un problème élastique dans laquelle une inclusion ellipsoïdale est noyée dans une matrice possédant les propriétés effectives du matériau composite. Cette méthode suppose que chaque inclusion de renforcement est noyée dans un matériau dont les propriétés effectives sont ceux du composite. Cette méthode ne fait pas de distinction entre la matrice et la phase de renforcement et les mêmes modules globaux sont prédits dans un autre composite dans lequel les rôles des phases sont inter-changés. Elle est donc particulièrement adaptée pour la détermination des modules effectifs dans ces régions qui ont une microstructure squelettique interconnecté comme le montre la **Figure II.3** (a). Il s'agit d'une méthode d'analyse rigoureuse applicable à des matériaux composites à deux phases isotropes.

II.4.2. Le schéma de Mori-Tanaka (Mori 1973 et Benveniste 1987)

Un tel procédé fonctionne bien pour les composites avec des régions de la microstructure graduée ont une matrice continue bien définie et une phase particulière discontinue comme illustré sur la **Figure II.3** (b). Cette méthode suppose une petite particule sphérique noyée dans une matrice. La phase de la matrice (désignée par l'indice 1), est supposée être renforcée par des particules sphériques d'une phase particulière (désignée par l'indice 2). K_1 , G_1 et V_1 représente le module de compressibilité, le module de cisaillement et la fraction volumique de la phase matrice, respectivement, tandis que K_2 , G_2 et V_2 représentent les propriétés matérielles et la fraction volumique correspondant à la phase particulière. Il convient de noter que $V_1 + V_2 = 1$. La densité de la masse effective à un point peut être donné par la règle de mélange ($\rho = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$).



Fig. II.3 : Deux phases matérielles avec (a) microstructure squelettique, et (b) microstructure particulaire (S.Vel et al 2002).

II.4.3. Le modèle des sphères composites assemblées (Hashin, 1964)

Dans ce modèle, les propriétés effectives des matériaux composites isotropes ont été déterminées de façon analytique, qui est basé sur l'hypothèse simplificatrice dont le matériau composite est rempli d'un assemblage fractale de sphères enrobées dans une matrice sphérique concentrique de diamètres différents, tels que ces sphères remplissent complètement le volume du composite.

II.4.4. Le modèle des cylindres composites assemblés (Hashin, 1979)

Ce modèle est utilisé pour les composites orthotropes et nécessite à la fois que la fibre de renfort et la matrice sont isotropes, tandis que les volumes représentatifs élémentaires (RVEs) de la microstructure est transversalement isotrope dans des plans matériels qui sont perpendiculaires à la direction des fibres.

II.4.5. Les modèles micromécaniques (Reiter 1997, Caruso 1986)

Ces modèles des volumes représentatifs élémentaires (RVEs) peuvent être construits par des simulations en éléments finis (EF) pour les matériaux composites isotropes ou orthotropes. Les méthodes impliquant les modèles EF tentent de simuler avec précision la microstructure réaliste du RVE, et déterminer la réponse thermomécanique due aux charges appliquées de telle sorte que les propriétés des matériaux effectives peuvent être calculées pour différentes fractions de volume des constituants. C'est peut-être la méthode la plus précise, puisque la microstructure considérée est directement modélisée par des éléments finis en trois dimensions. Malheureusement, un inconvénient de cette méthode est que plusieurs modèles doivent être construits afin de déterminer les propriétés des matériaux pour

différentes fractions de volume de la matière constitutive ; même si cela peut être allégé avec un logiciel approprié qui permet d'automatiser le processus. (Bakora, 2015).

II.5. Propriétés effectives des matériaux à fonctionnel gradués

Généralement les matériaux à fonctionnel gradués FGM sont fabriqués par deux phases de matériaux avec différents propriétés classés par leur microstructure variable dans l'espace ; conçue pour optimiser l'exécution des éléments de structures par la distribution de propriétés correspondantes. Une description détaillée d'une microstructure graduée réelle et généralement non disponible, sauf peut-être pour des informations sur la distribution de la fraction volumique. Tandis que la fraction volumique de chaque phase varie graduellement dans la direction de gradation, les propriétés effectives des matériaux à fonctionnel gradués FGM changent le long de cette direction. Par conséquent, nous avons deux approches possibles pour les modèles FGM :

1. Une variation par morceaux de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée, et le matériau à fonctionnel gradués FGM est pris pour être posé avec la même fraction volumique dans chaque région, c- à-d couche quasi-homogène de céramique-métal (**Figure II.4 (a)**) ;

2. Une variation continue de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumé (**Figure II.4 (b)**), et la fraction volumique du métal peut être représentée comme une fonction de coordonnées suivant l'épaisseur (z).

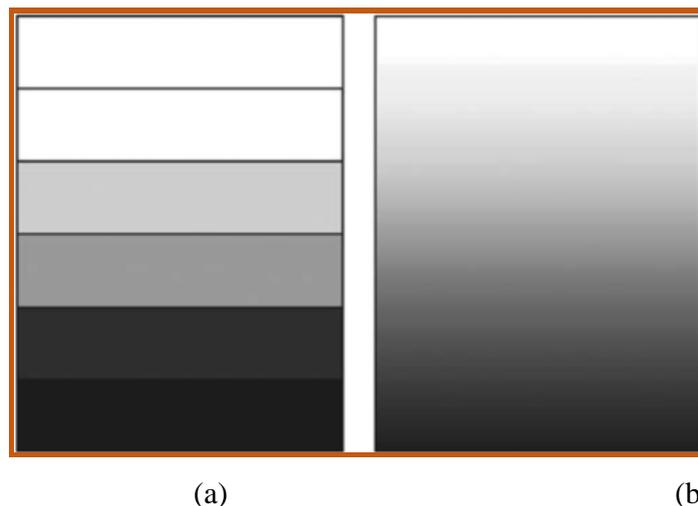


Fig. II.4 : Modèle analytique pour une couche d'un matériau à fonctionnel gradués FGM

La variation continue des propriétés trouve son application lorsque, par exemple, la face supérieure est exposée à une haute température alors que la face inférieure est exposée à une basse température. Dans ce cas, la face supérieure est à 100% céramique et la face

inférieure est à 100% métal, avec une transition graduelle entre les deux. L'utilisation de la céramique n'est pas fortuite.

II.5.1 Propriétés matérielles des structures P-FGM

La fraction volumique des structures P-FGM est assurée par la loi de puissance :

$$V(z) = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^k \quad (\text{II.1})$$

k représente l'indice matériel, h l'épaisseur de la structure et z la coordonnée suivant l'épaisseur.

Ainsi, le module de Young de ces structures est exprimé par :

$$E(z) = V(z)E_1 + [1 - V(z)]E_2 \quad (\text{II.2})$$

E_1 et E_2 sont respectivement les modules de Young des matériaux constituant la structure P-FGM pour $z = \frac{h}{2}$ et $z = -\frac{h}{2}$

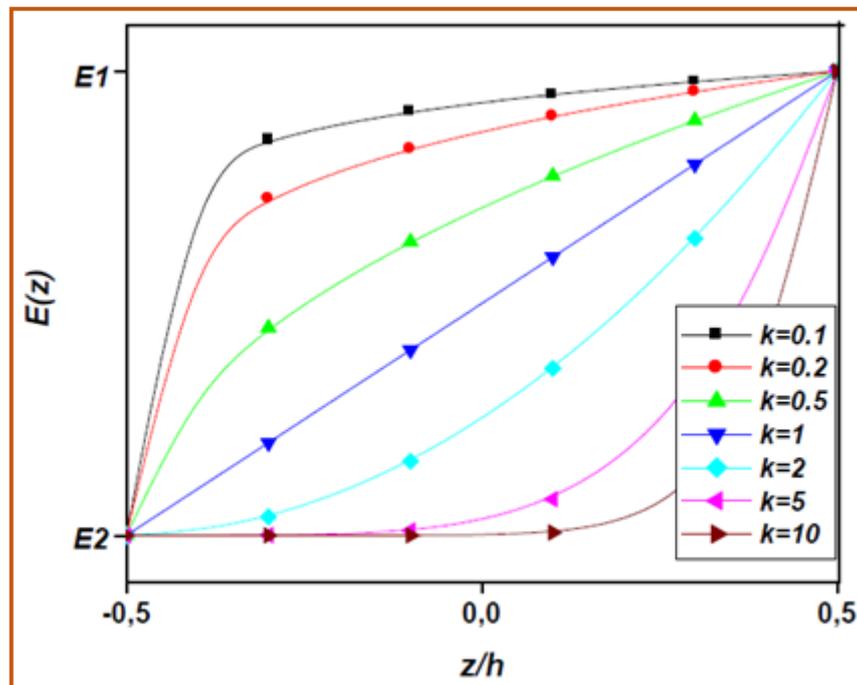


Fig. II.5 : Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure P-FGM

On remarque d'après la **Figure II.5** que le module de Young décroît dans la direction de l'extrémité inférieure de la plaque ($k > 1$), et s'accroît en allant vers l'extrémité supérieure ($k < 1$) et pour $k = 1$, la variation du module de Young devient linéaire.

On constate aussi que la plaque devient plus résistante en raison de l'augmentation de la valeur de son module de résistance, si on augmente bien sûr, le pourcentage de la céramique dans la plaque, et vis versa : la plaque devient de moins résistance si son module de Young est faible, et ceci est dû à la diminution de la quantité de la céramique et l'augmentation de celle du métal.

Les propriétés matérielles effectives S de la couche de FGM, comme le module de Young E , la densité ρ et le coefficient de poisson ν sont alors exprimées par :

$$S = \sum_{j=1}^n S_j V_j \quad (\text{II.3})$$

S_j et V_j sont respectivement les propriétés matérielles et la fraction volumique de la couche j , et la somme des fractions de volume de tous les matériaux constitutifs fait l'unité :

$$\sum_{j=1}^n V_j = 1 \quad (\text{II.4})$$

II.5.2. Propriétés matérielles des structures S-FGM

Chung et chi (2003) ont défini la fraction de volume de la structure FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définis par :

$$V_1(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z/h - z}{z/h} + \right)^k \quad \text{Pour} \quad 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.5.a})$$

$$V_2(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z/h + z}{z/h} + \right)^k \quad \text{Pour} \quad -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.5.b})$$

En utilisant la loi de mélange, le module de Young de la structure S-FGM est calculé par :

$$E(z) = V_1(z)E_1 + [1 - V_1(z)]E_2 \quad \text{Pour} \quad 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.6.a})$$

$$E(z) = V_2(z)E_2 + [1 - V_2(z)]E_1 \quad \text{Pour} \quad -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.6.b})$$

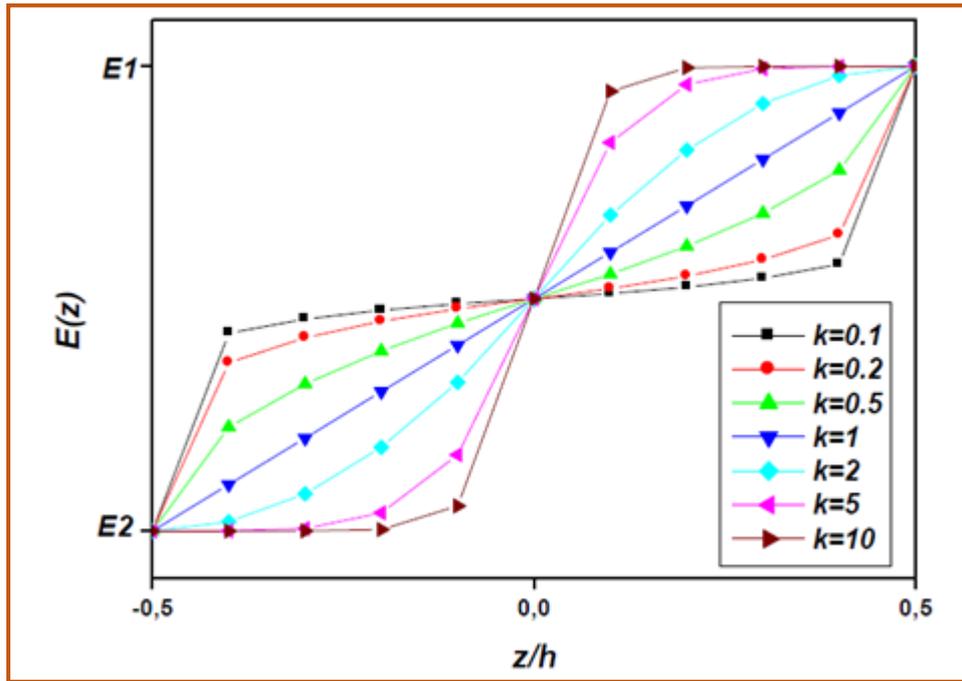


Fig. II.6 : Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure S-FGM

La Figure II.6 montre que la variation du module de Young définie par les équations (II- 6-a) et (II- 6-b) représente les distributions sigmoïdes.

II.5.3. Propriétés matérielles des structures E-FGM

Beaucoup de chercheurs utilisent la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la fonction exponentielle est donnée par :

$$E(z) = Ae^{B(z+h/2)} \tag{II.7.a}$$

$$A = E_2 \tag{II.7.b}$$

$$B = \frac{1}{h} \ln\left(\frac{E_1}{E_2}\right) \tag{II.7.c}$$

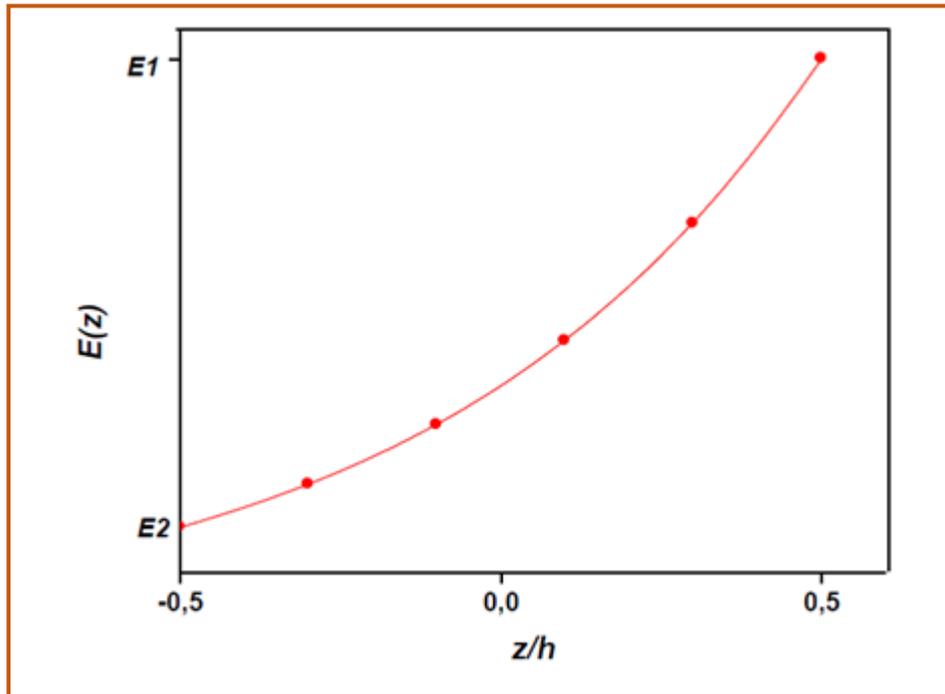


Fig. II.7 : Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure E-FGM

D'après **Figure II.7**, on remarque que l'augmentation du module de Young est proportionnelle à l'augmentation de la quantité de la céramique par rapport à celle du métal (Al) tout en allant vers l'extrémité supérieure de la structure.

II.6. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés

Le processus de fabrication des matériaux à gradient de propriétés peut être divisé en établissant la structure dans l'espace non homogène « gradation » et la transformation de cette structure en matériau en bloc « consolidation ». Il existe de nombreux procédés d'élaboration des FGM, les paragraphes suivants s'attachent à décrire les principales méthodes d'élaboration des FGM utilisées dans l'industrie.

II.6.1. Technique de dépôt de vapeur

Il existe différents types de techniques de dépôt en phase vapeur, on peut citer : dépôt par pulvérisation cathodique, dépôt de vapeur chimique (CVD) et le dépôt physique en phase vapeur (PVD). Ces méthodes de dépôt en phase vapeur sont utilisées pour déposer des revêtements de surface fonctionnellement gradués et ils donnent microstructure excellents, mais ils ne peuvent être utilisés pour le dépôt de revêtement de surface mince. Ils

consomment beaucoup d'énergie et produisent des gaz toxiques que leurs sous-produits (J. F. Groves ,1997).

D'autres méthodes utilisées dans la production de revêtement fonctionnel graduée comprennent : projection plasma, l'électrodéposition, électro phorétique, Déposition assistée par faisceau d'ions (IBAD), auto-propagation synthèse à haute température (SHS), etc. (R. Knoppers, 2003). Tous les procédés mentionnés ci-dessus ne peuvent pas être utilisés pour produire des MGF gros, car ils sont généralement lents et consommatrices d'énergie, par conséquent, ils ne sont pas rentables pour être utilisé dans la production de masse FGM.

Certaines des méthodes de fabrication pour la production de matériaux à gradient fonctionnel gros sont les suivants :

II.6.2. Métallurgie des poudres (PM)

Métallurgie des poudres (PM) est utilisée pour produire du matériel fonctionnel classé (M. Nemat-Alla et al, 2011) à travers trois étapes de base à savoir : pesée et de mélange de poudre en fonction de la préconçus distribution spatiale comme dicté par l'exigence fonctionnelle, l'empilage et la condensation de la pré-mélangé des poudres, et enfin le frittage (J. Zhu et all ,1995). PM technique donne lieu à une structure échelonnée. Si la structure continue est souhaitée, alors la méthode centrifuge est utilisée.

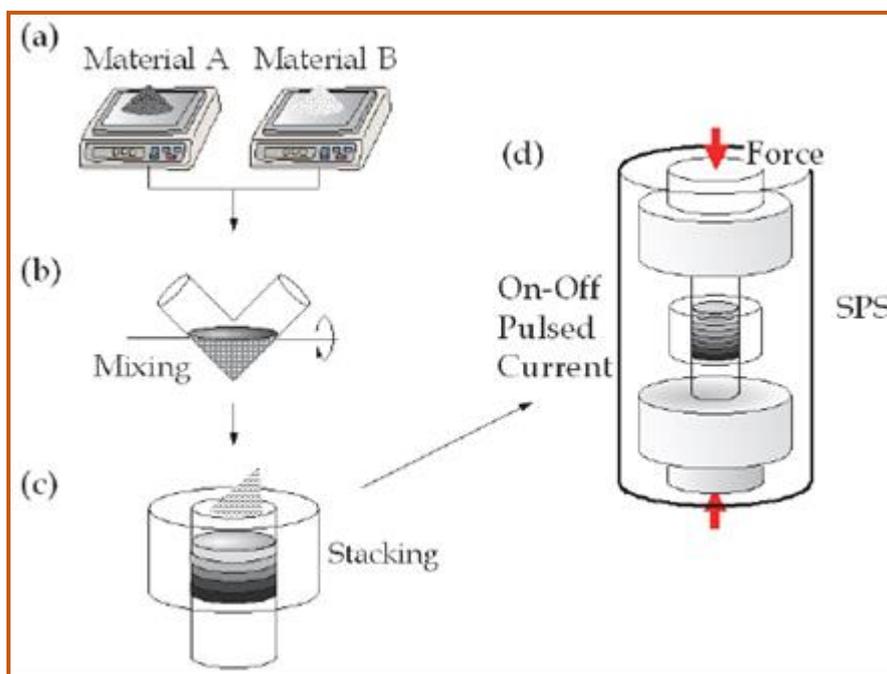


Fig. II.8 : Exemple de processus de fabrication typique de FGM par la méthode de la métallurgie des poudres. (Y. Watanabe, 2011)

II.6.3. Méthode de centrifuge

Procédé centrifuge est similaire à la coulée centrifuge, où la force de gravité est utilisée par filature de moule pour former le matériau en vrac à gradation fonctionnelle (Y. Watanabe et al, 2009). Le matériau à gradient est produit de cette manière en raison de la différence des densités des matériaux et le filage de la moule. Il existe d'autres processus similaires comme méthode centrifuge dans la littérature (méthode par gravité, par exemple, etc.) Bien que le classement en continu peut être réalisé en utilisant la méthode centrifuge mais seulement des formes cylindriques peuvent être formés. Un autre problème de la méthode centrifuge, c'est qu'il n'y a pas de limite à quel type de gradient peut être produit (B. Kieback et al, 2003) car la pente est formée par un processus naturel (force centrifuge et de la différence de densité). Pour résoudre ces problèmes, les chercheurs utilisent la méthode de fabrication alternative connue sous le nom de forme libre solide.

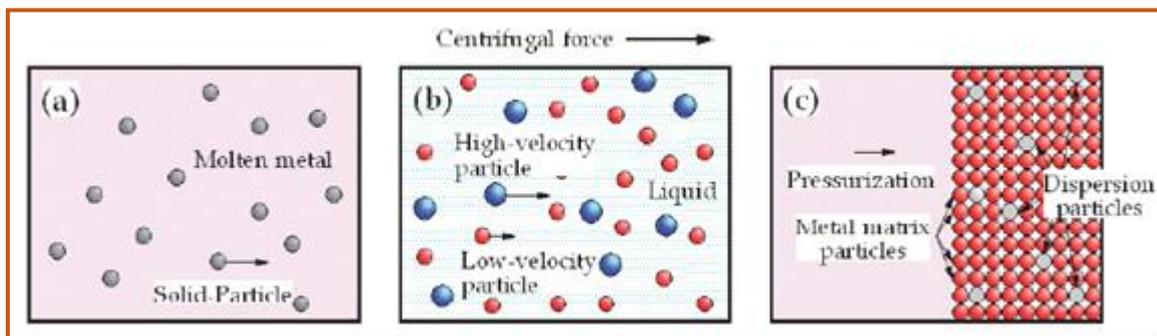


Fig. II.9 : Trois types de méthodes de fabrication des FGM sous la force centrifuge (A) Méthode centrifuge, (b) Méthode de bouillie centrifuge, (c) Méthode de pressurisation centrifuge (Y.

Watanabe et al, 2011).

II.6.4. Méthode de fabrication en forme de Solid Freeform (SFF)

Solide de forme libre est un procédé de fabrication d'additifs qui offre de nombreux avantages, notamment : une vitesse plus élevée de la production, moins d'énergie, l'utilisation maximale du matériau, la capacité à produire des formes complexes et de la liberté de conception en tant que pièces sont produites directement à partir de CAD (AutoCAD), par exemple des données (X. Lin ,2005). SFF comporte cinq étapes de base (M. Nemat et al, 2011): la génération des données de CAO à partir du logiciel comme AutoCAD, etc Solid Edge, la conversion des données CAO à la langue Triangulation STL (Standard) fichier, le tranchage de la STL en deux dimensions des profils en travers, la construction de la couche de composant de couche, et enfin l'enlèvement et de finition. Il existe différents types de technologies SFF, les processus à base de laser sont surtout employés dans la fabrication de matériaux à gradient fonctionnel (D.Hutmacher et al ,2004). Laser processus basé sur SFF

pour les matériaux à gradient fonctionnel (W. Jiang et al ,2005) sont : laser méthode de revêtement à base de (A. Atai et al, 2012), frittage sélectif par laser (SLS) (M. Erdalet al, 2009), d'impression 3-D (3-DP) (D. Dimitrov et al ,2006) fusion laser, et Sélective (SLM) (A. Mumtaz, 2007). Revêtement à base de laser et le système de fusion sélective au laser sont capables de produire des composants entièrement denses. Solide freeform fabrication de flexibilité entre autres avantages, mais la technologie est caractérisée par mauvais état de surface qui rend nécessaire de procéder à une opération de finition secondaire. Il y a beaucoup des efforts de recherche dans ce sens pour améliorer la finition de surface, la précision dimensionnelle etc.

II.7. Domaines d'applications des FGM

Maintenant, l'utilisation de matériaux fonctionnellement gradués est très populaire, en raison de la souplesse nécessaire pour rendre le matériau composite selon l'exigence de l'application et l'adéquation fonctionnelle. Nous pouvons voir différents domaines d'application de la FGM dans la **Figure II.10**. Généralement, le domaine d'application du matériel fonctionnel est très grand, mais les domaines d'application principaux sont les projets aérospatiaux, la médecine, les projets nucléaires, le secteur de l'énergie, le domaine de la communication et d'autres utilisations diverses.

II.7.1. Aérospatiale

Matériaux à gradient fonctionnel peut résister à très haut gradient thermique, ce qui rend approprié pour une utilisation dans les structures et le corps plan de l'espace, élément moteur de fusée, etc. (B.Kieback, 2003). Si la technique de traitement est améliorée, les FGM sont prometteurs et peuvent être utilisés dans des domaines plus larges de l'aérospatiale.

II.7.2. Médecine

Tissus vivants comme les os et les dents sont caractérisés comme matériau à gradient fonctionnel de la nature, pour remplacer ces tissus, un matériau compatible est nécessaire, qui servent à l'original bio-tissu. Le candidat idéal pour cette application est matériaux à gradient fonctionnel. Les FGM ont trouvé large éventail d'applications dans les soins dentaires des applications orthopédiques et pour les dents et les os de remplacement.

II.7.3. Défense

Une des caractéristiques les plus importantes de matériau à gradient fonctionnel est

la capacité d'inhiber la propagation des fissures. Cette propriété le rend utile dans l'application de la défense, en tant que matériaux résistants à la pénétration utilisée pour les plaques d'armures et gilets pare-balles.

II.7.4. Énergie

FGM sont utilisés dans des dispositifs de conversion d'énergie. Ils fournissent également de barrière thermique et sont utilisés comme revêtement protecteur sur les aubes de turbine à turbine à gaz.

II.7.5. Optoélectronique

FGM trouve aussi son application en optoélectronique des matériaux classés comme indice de réfraction et de l'audio-vidéo disque supports de stockage magnétiques.

D'autres domaines d'application sont : coupe de revêtement plaquette d'outil, composants de moteurs d'automobiles, de composants de réacteurs nucléaires, lame turbine, échangeur de chaleur, tribologie, des capteurs, des portes ignifuges, etc. La liste est infinie et une application plus est surgissent comme les techniques de traitement, des coûts de production et améliorent les propriétés de FMG.

II.7.6. Autres applications

Le téléphone cellulaire est l'un des outils de communication pratique. Il devient de plus mince et plus petit. La technologie des FGM est applicable dans ce domaine. Afin de minimiser la taille et l'efficacité de transmission, une permittivité-technologie de classification peut être appliquée lors de la production des substrats. De même, dans d'autres domaines tels que le champ de l'électronique et domaine de la chimie, les FGM sont également applicables. Les fibres optiques entièrement faites de polymère fluoré ont été développées. En outre, de nouvelles recherches ont permis de développer de nouveaux matériaux avec de nouvelles fonctions et ce à l'aide de nanotechnologies des niveaux de classification.

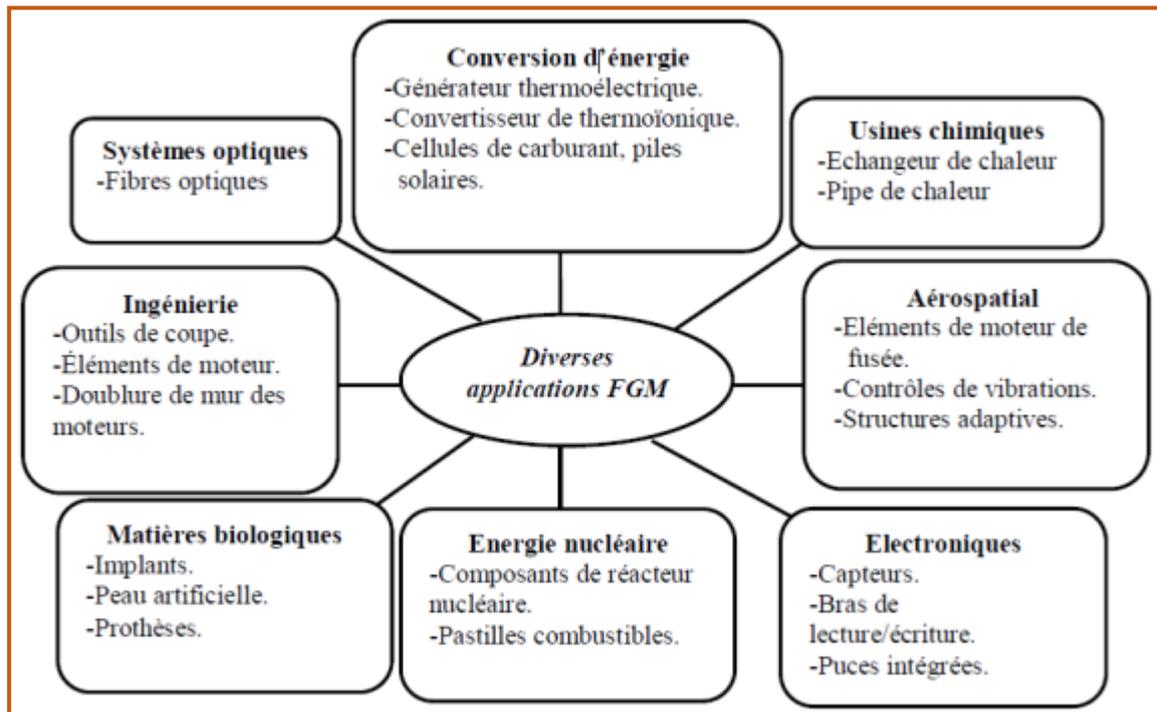


Fig. II.10 : Les principaux domaines d'application des FGM. (Bessaim, 2014)

II.8. Conclusion

Les matériaux FGM ont été développés en combinant des matériaux d'ingénierie de pointe sous forme de particules, de fibres, ou de plaquettes. Le changement continu de leurs propriétés a pour but d'améliorer les performances structurelles, ils sont développés pour adapter l'architecture du matériau à l'échelle microscopique afin d'optimiser certaines propriétés fonctionnelles globales des structures. Ces matériaux avancés avec des gradients de composition de la structure et des propriétés spécifiques dans la direction préférée ou de l'orientation, sont meilleurs que les matériaux homogènes constitués de différents composants similaires. Ces matériaux acquièrent de nombreuses applications dans divers domaines d'ingénierie en vue d'utiliser leurs propriétés potentielles de manière optimale.

Le matériel à gradation fonctionnelle est un excellent matériau avancé qui va révolutionner le monde de la fabrication. Il existe un certain nombre d'obstacles pour réaliser cet objectif. Beaucoup d'études ont été menées sur le comportement des matériaux fonctionnellement classés et la littérature est très riche en raison des vastes domaines d'application de ce nouveau matériel.

CHAPITRE III

LES MODELES THEORIQUES DES MILIEUX CONTINUES

III.1. Introduction

La *Mécanique des Structures* est une discipline très ancienne, qui s'est développée pour répondre à des besoins de construction. Elle repose sur l'utilisation de modèles simplifiés, qui vont permettre l'analyse des structures de façon rapide.

Ces modèles exploitent une caractéristique essentielle des structures qui sont des solides déformables tridimensionnels : leurs trois dimensions ne sont pas du même ordre de grandeur. Il y a ainsi deux catégories de structures.

– *les structures minces* dont une dimension (l'épaisseur) est très petite devant les deux autres ;

– *les structures élancées* dont une dimension (la longueur) est très grande devant les deux autres.

Ces structures constituent aujourd'hui l'immense majorité des structures industrielles, et ce dans tous les domaines : aéronautique, automobile, construction ferroviaire et navale, génie civil, etc. Ces deux types de structures sont aussi souvent combinés entre elles, par exemple en renforçant des plaques par des poutres. La popularité de ces structures vient du fait qu'elles présentent des propriétés optimales en termes de raideur et de résistance, vis-à-vis de la quantité de matière utilisée. (Cartraud, 2011)

La théorie de la Mécanique des Structures a été initiée au 17^{ème} siècle, donc bien avant la Mécanique des Milieux Continus dont le formalisme actuel a été mis au point au début de la seconde moitié du 20^{ème} siècle. Les modèles simplifiés développés sont assis sur des hypothèses a priori validées à l'époque par l'expérience. Ce n'est seulement que dans la seconde moitié du 20^{ème} siècle que ces modèles ont été justifiés a posteriori. En effet, les mathématiciens appliqués ont démontré leur bien fondé, au sens asymptotique du terme. Ainsi, lorsque la minceur d'une structure tend vers zéro ou son élancement vers l'infini, la différence entre la solution du problème de l'élasticité tridimensionnelle et du modèle simplifié tend vers zéro. Ces modèles simplifiés sont respectivement le modèle de Love-Kirchhoff pour les structures minces, et celui de Navier-Bernoulli pour les structures élancées.

III.2. Théorie des milieux continus a une dimension

III.2.1. Domaine d'application

La théorie des milieux continus à une dimension est la base de la résistance des matériaux. Elle s'applique sur des solides élancés (typiquement les prismes dont la longueur

vaut 10 fois la plus grande dimension transversale), là où la détermination de la solution exacte pour les champs de contrainte et de déformation n'est pas possible, elle permet d'obtenir une solution approchée, qui donne une bonne idée sur les efforts et les déplacements.

III.2.2. Les différents modèles de la théorie des milieux continus à une dimension

III.2.2.1. Modèle d'Euler Bernoulli

Dans cette approche, le nombre d'équations ne dépend pas du nombre de couches puisque la poutre multicouche est homogénéisée, donc considérée comme une seule couche.

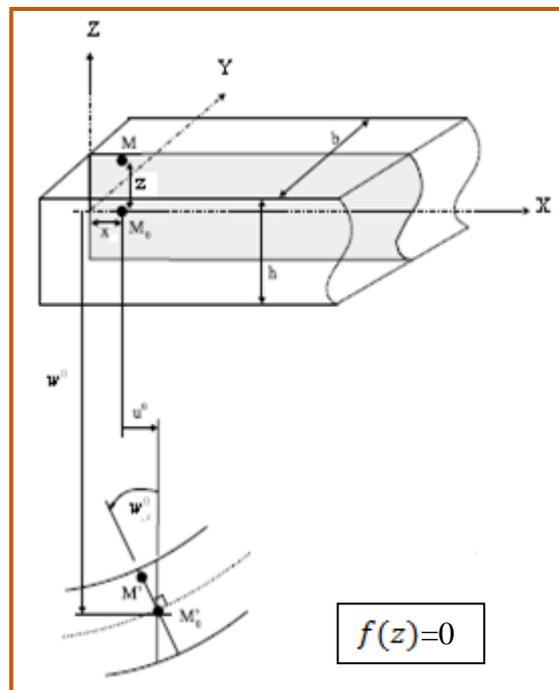


Fig. III.1 : Cinématique d'Euler Bernoulli (Dufort, 2001)

Dans cette théorie, les modèles sont basés sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur de la structure. L'hypothèse dans cette théorie :

- Après déformation, les déformations dues au cisaillement transversal sont négligées (pas de cisaillement sur la hauteur de la structure).
- La section transversale reste perpendiculaire à la ligne moyenne de la structure et la section plane reste plane.

- La fonction $f(z)$ qui décrit la répartition de déplacement suivant l'épaisseur de la structure est nulle.

$$f(z) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Pour le cas des structures élancées et d'après la théorie classique des milieux continus à une dimension, le déplacement d'un point M est donné par les deux composantes suivantes :

$$U(M) = \begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

$u(x, z)$: C'est le déplacement suivant X.

$w(x, z)$: C'est le déplacement dans la direction de Z ou bien la flèche.

La rotation de l'axe Y, provoquée par la flexion est tel que :

$$\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{III.3})$$

Ou $u_0(x)$ et $w_0(x)$ sont les composantes de déplacement au milieu de la section et sur la ligne moyenne de la structure, respectivement le long des axes X et Z.

$$\gamma_{xz}(x) = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.4})$$

Cela veut dire que la distorsion est nulle et par conséquent la contrainte de cisaillement est aussi nulle puisque,

$$\tau_{xz} = G_{xz} \gamma_{xz} = 0 \quad (\text{III.5})$$

« Cette théorie ne tient pas en compte le cisaillement ».

III.2.2.2. Modèle de Timoshenko ou bien la théorie de premier ordre (FSDT)

Cette théorie s’applique pour le cas des structures courtes, elle est basée sur le principe, qu’après déformation la section plane reste plane mais elle perd sa perpendicularité par rapport à la ligne moyenne de la structure (figure III.2). Ceci est dû au cisaillement transversal, découvert par Timoshenko, sur l’épaisseur de la structure. Cette théorie est analogue à la théorie de ‘Reissner-Mindlin’ dans le cas des plaques épaisses (1972). Dans ce cas, la fonction $f(z)$ est égale à z .

$$f(z) = z \tag{III.6}$$

Il existe un cisaillement uniforme et les déformations dues au cisaillement transversal ne sont pas négligées.

Le déplacement d’après Timoshenko s’écrit comme suit :

$$U(M) = \begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + z\varphi_0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \tag{III.7}$$

Où $\varphi_0(x)$: est la rotation de la section mesurée sur la ligne moyenne de la structure.

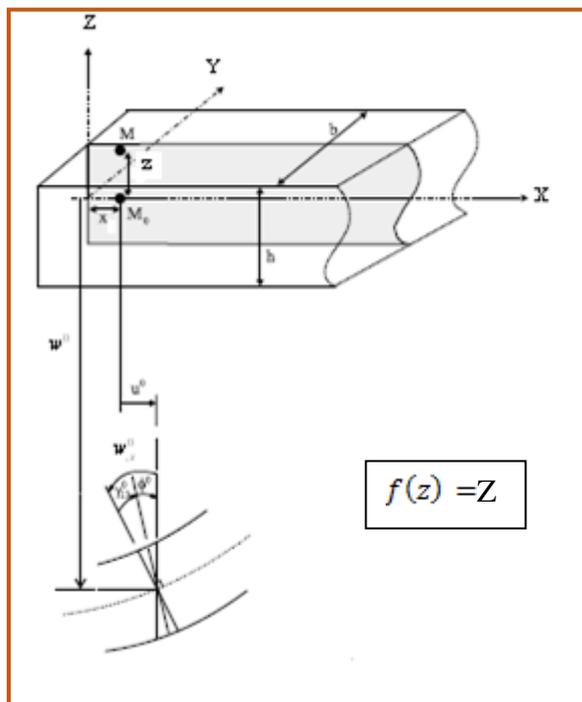


Fig. III.2 : Cinématique de Timoshenko (Dufort, 2001)

Par définition, la distorsion est donnée par la relation suivante :

$$\gamma_{xz}(x) = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \varphi_0(x) + \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \quad (\text{III.8})$$

$$\gamma_{xz}(x) = \varphi_0(x) \quad (\text{III.9})$$

Sachant que la contrainte de cisaillement est égale :

$$\tau_{xz} = G_{xz}\gamma_{xz} = G_{xz}\varphi_0 \quad (\text{III.10})$$

G_{xz} : est le module de cisaillement transversal qui est supposé constant.

Avec cette théorie, les contraintes tangentielles de cisaillement sont constantes et uniformes sur toute l'épaisseur de la poutre, cela veut dire qu'elles existent même sur les bords supérieurs et inférieurs de la poutre et pourtant il n'y a aucun chargement qui induit le cisaillement.

Cette contradiction mène à introduire des coefficients de correction pour mieux considérer le cisaillement transversal. Ces coefficients correcteurs notés "k" dépendent de la forme géométrique de la structure considérée (par exemple, pour une structure de section rectangulaire $k=5/6$).

La non nullité des contraintes tangentielles sur les bords extrêmes de la poutre et l'introduction des coefficients de correction de cisaillement ont menés d'autres chercheurs à essayer de trouver une autre théorie pouvant tenir compte de ces facteurs, c'est « la théorie d'ordre élevé ».

III.2.2.3. Théorie d'ordre élevé

La théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs de déplacement selon l'épaisseur de la poutre. Elle est plus précise que la théorie du premier ordre puisqu'elle introduit une fonction qui tient compte du phénomène « gauchissement ».

Par définition : le gauchissement apparait lorsque la section transversale de la poutre perd sa planéité (figure II.3). La fonction $f(z)$ représente le gauchissement et sa dérivée $f'(z)$ le cisaillement.

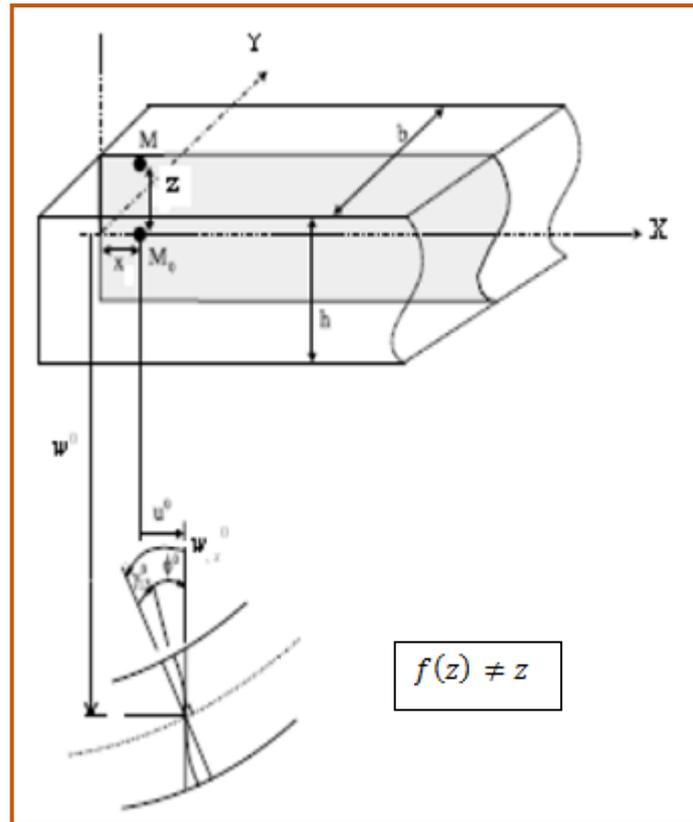


Fig. III.3 : Cinématique de la théorie d'ordre élevé (Dufort, 2001)

Dans ce cas, le champ de déplacement devient :

$$U(M) = \begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f(z) \varphi_0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xz}(x) &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f'(z) \varphi_0(x) + \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ \gamma_{xz}(x) &= f'(z) \varphi_0(x) \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

Pour que les contraintes tangentielles soient nulles sur les bords extrêmes de la structure, on doit avoir :

$$f'(z) = f' \left(+\frac{h}{2}, -\frac{h}{2} \right) = 0 \quad (\text{III.13})$$

C'est la condition qui nous permet d'avoir une répartition parabolique des contraintes de cisaillement sur l'épaisseur de la poutre d'une part et de choisir correctement des fonctions cubiques qui répondent à la condition (II.13).

Selon l'expression de la fonction de gauchissement $f(z)$, quelques modèles sont présentés dans la littérature des poutres en FGM.

- Le modèle Euler-Bernoulli (la théorie des poutres classiques) ETB

$$f(z) = 0 \quad (\text{III.14})$$

- Le modèle de Timoshenko ou bien la théorie du premier ordre FSDT

$$f(z) = z \quad (\text{III.15})$$

- Le modèle d'ordre élevé, avec l'approche de (Levinson, 1980), (Murthy, 1981) et (Reddy, 1984).

$$f(z) = \frac{5z}{4} \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right) \quad (\text{III.16})$$

- Le modèle exponentiel proposé par Afaq (Afaq et al, 2003)

$$f(z) = z e^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (\text{III.17})$$

- Le modèle d'Aydogdu (Aydogdu, 2005)

$$f(z) = z \alpha^{\frac{-z\left(\frac{z}{h}\right)^2}{\ln \alpha}} \quad (\text{III.18})$$

h étant l'épaisseur de la structure.

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable z .

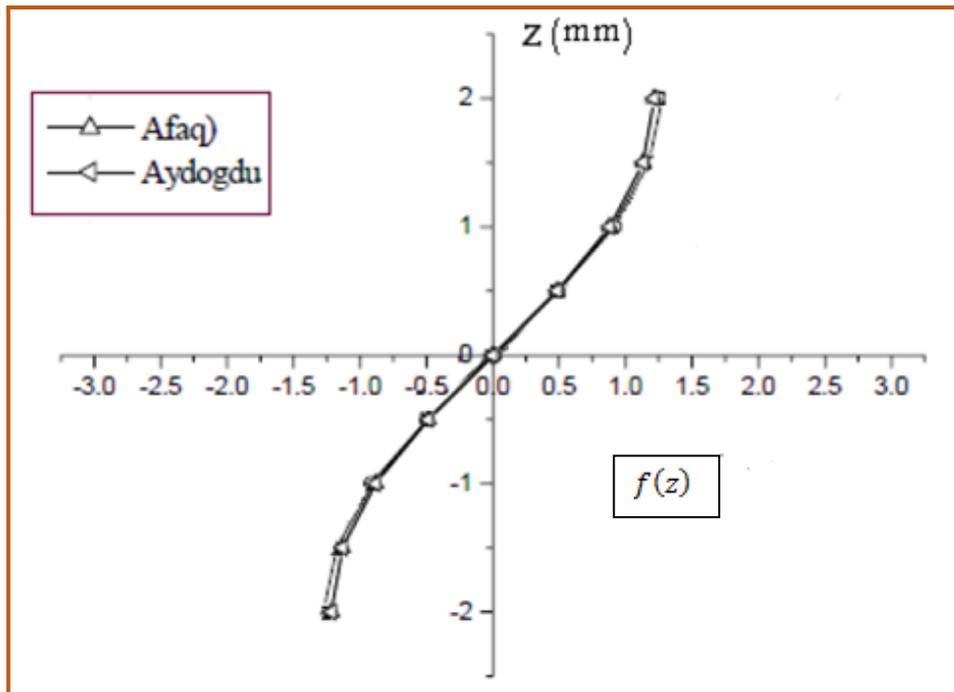


Fig. III.4 : Variation de la fonction de gauchissement $f(z)$ des modèles d'Afaq et Aydogdu en fonction de l'épaisseur

La figure II.4, illustre la variation de la fonction de gauchissement $f(z)$ des modèles d'Afaq et Aydogdu en fonction de l'épaisseur de la poutre. Cette fonction est symétrique par rapport au plan moyen de la poutre. Les deux modèles convergent et donnent les mêmes résultats.

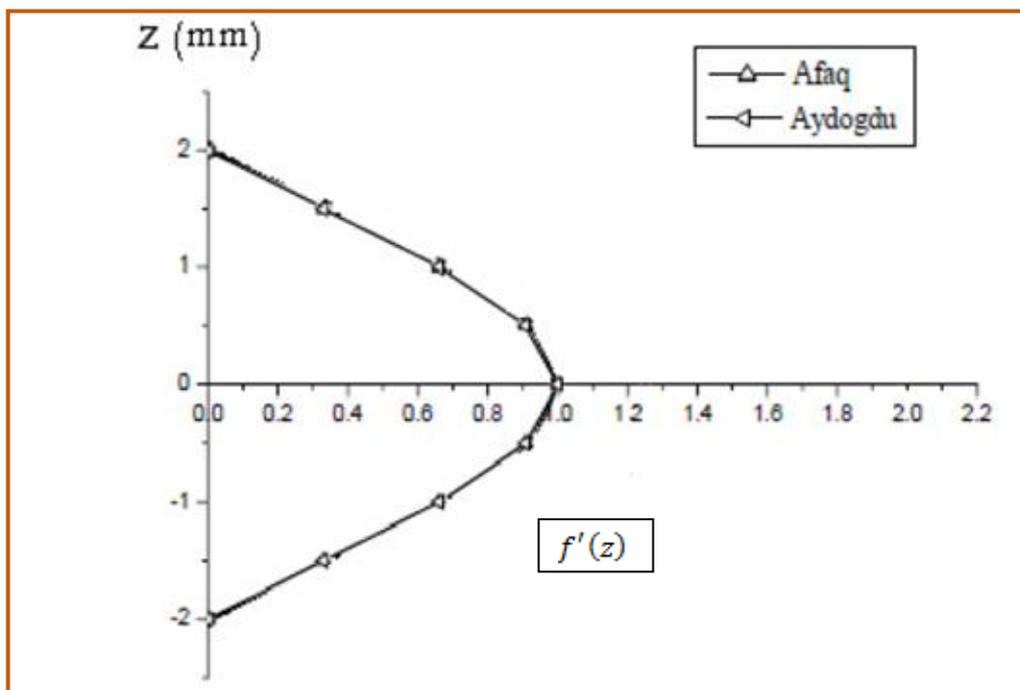


Fig. III.5 : Variation de la fonction de cisaillement $f'(z)$ des modèles d'Afaq et Aydogdu en fonction de l'épaisseur

La figure II.5, montre la variation de la fonction de cisaillement $f'(z)$ des modèles d'Afaq et Aydogdu en fonction de l'épaisseur de la poutre. Cette fonction est aussi symétrique par rapport au plan moyen de la poutre et les deux modèles précités convergent toujours vers les mêmes résultats.

III.3.Conclusion

Toute théorie d'un problème de la mécanique des milieux continus, présente comme objectif un calcul approximatif des grandeurs généralisées sur la base du système des équations d'équilibre, de compatibilité, de conditions aux limites sur les bords de la structure, complétée par une loi de comportement reliant les contraintes et les déformations généralisées.

Les présents modèles donnent d'une part la possibilité de mettre en évidence l'effet de cisaillement sur l'apparition du gauchissement des sections transversales des structures élancés en respectant bien l'annulation de celui –ci dans la zone centrale de la structure . D'autres parts, à l'aide du principe d'Hamilton, nous avons déterminé les équations de mouvements en termes d'effort et de déplacement.

Dans le cas des structures élancés les modèles donnent de bons résultats pour les déplacements, les contraintes et les fréquences où les effets de la déformation de cisaillement sont significatifs, tandis que la théorie classique sous-estime la flèche et surestime les fréquences naturelles. De plus ils vérifient la nullité de la contrainte de cisaillement transversal dans la surface supérieure et inférieure de la poutre et par-conséquent il évite le besoin d'un coefficient de correction de cisaillement. Rappelons que la théorie du premier ordre ou de Timoshenko mène à une déformation de cisaillement transversale constante à travers l'épaisseur et nécessite de ce fait l'utilisation de ce coefficient de correction de cisaillement.

Dans la plupart des théories 2D développées pour prédire la réponses des structures FGM, seul l'effet de la déformation en cisaillement transversal a été pris en compte, et très peu de théories envisagent de prendre en compte l'effet de cisaillement transversal et la déformation normale à la fois (Thickness Stretching Effect).

DEVELOPPEMENT
ANALYTIQUE DE LA
REPOSE DYNAMIQUE DES
NANOSTRUCTURES
FONCTIONNELLEMENT
GRADUEES

IV.1. Introduction

La compréhension du comportement mécanique des nanostructures est essentielle dans le développement d'autant de structures dues à leurs grandes possibilités d'application dans l'ingénierie. Dans cette partie, les comportements de flexion dépendante de la taille et de vibration libre de la flexure des nanostructures fonctionnellement graduées ont été étudiés, en utilisant une théorie quasi-3D non locale, dans laquelle les deux déformations de cisaillement et les effets d'étirement de l'épaisseur ont été introduites. Le comportement élastique non local est décrit par le modèle constitutif différentiel d'Eringen ; ce qui a permis au présent modèle de devenir efficace dans l'analyse et la conception des nanostructures.

IV.2. Représentation de la nanostructure fonctionnellement graduée utilisée

Considérons une nanostructure uniforme en FGM d'épaisseur h , longueur L , et largeur b fabriquée en mélangeant deux matériaux distincts (métal et céramique). La coordonnée x est le long de la direction longitudinale et z est le long de la direction de l'épaisseur. Pour ces structures, l'axe neutre peut ne pas coïncider avec son axe médian géométrique (Ould Larbi et al., 2013 ; Yahoobi et Ferai doon, 2010; Bourada et al., 2015; Al-Basyouni et al., 2015; Mouaici et al., 2016; Bellifa et al., 2016) comme le montre la figure **Fig. IV.1**.

En effet, puisque dans les structures en FGM l'état de symétrie de l'axe médian n'existe pas, les équations d'étirement et de flexion sont couplées. Mais si l'origine du système de coordonnée est convenablement choisie dans la direction de l'épaisseur de la structure en FGM de façon à être l'axe neutre, l'analyse des structures en FGM peut être aisément traitée avec les théories de milieu continu a une dimension des structures isotropes et homogènes, car les équations d'étirement et de flexion de la structure ne sont pas couplées.

Ici, deux axes de référence différents sont utilisés pour la mesure de z , à savoir, z_{ms} et z_{ns} mesurée à partir de la surface du milieu, et la surface neutre de la structure, respectivement (**Fig. IV.1**).

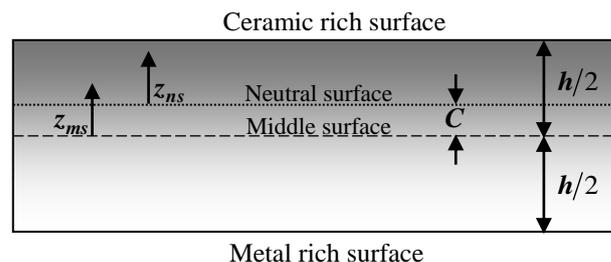


Fig. IV.1 : La position de la surface médiane et la surface neutre pour une structure fonctionnellement graduée.

La fraction volumique de la céramique V_C est exprimée sur la base des coordonnées z_{ms} et z_{ns} (**Fig. IV. 1**) comme suit :

$$V_C = \left(\frac{z_{ms}}{h} + \frac{1}{2} \right)^k = \left(\frac{z_{ns} + C}{h} + \frac{1}{2} \right)^k \quad (\text{IV.1})$$

Où k est l'indice de loi de puissance, qui prend des valeurs supérieures ou égales à zéro et le paramètre C est la distance entre la surface neutre et la surface médiane.

Les propriétés matérielles non-homogènes des matériaux fonctionnellement gradués d'une structure peuvent être obtenues à partir de la loi de Voigt de mélange (Suresh et al. (1998), Boudarba et al. (2013), Tounsi et al. (2013), Ait Amar Meziane et al. (2014), Belabed et al. (2014), Hebali et al. (2014), Mahi et al. (2015), Zidi et al. (2014)).

Les propriétés matérielles non-homogènes de la structure en FG, P deviennent :

$$P(z_{ns}) = (P_t - P_b) \left(\frac{z_{ns} + C}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + P_b \quad (\text{IV.2})$$

Où P_t et P_b sont les propriétés matérielles correspondantes aux surfaces supérieure et inférieure de la nanostructure. La position de l'axe neutre de la structure en FGM à l'échelle nanométrique est déterminée pour satisfaire le premier moment par rapport au module d'Young étant égal à zéro comme suit (Ould Larbi et al. 2013)

$$\int_{-h/2}^{h/2} E(z_{ms})(z_{ms} - C) dz_{ms} = 0 \quad (\text{IV.3})$$

Ainsi, la position de l'axe neutre peut être obtenue sous forme :

$$C = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} E(z_{ms}) z_{ms} dz_{ms}}{\int_{-h/2}^{h/2} E(z_{ms}) dz_{ms}} \quad (\text{IV.4})$$

IV.3. Champ de déplacement et de déformation

Afin d'incorporer à la fois des effets de déformation au cisaillement et d'étirement de l'épaisseur, le déplacement axial et transversal sont censés être des variations hyperboliques à travers l'épaisseur (Soldatos, 1992 ; Bessaim et al. 2013 ; Hamidi et al. 2015 ; Meradjah et al. 2015 ; Bennoun et al. 2016)

En se basant sur les hypothèses citées ci-dessus, le champ de déplacement de la présente théorie peut être obtenu comme :

$$u(x, z_{ns}, t) = u_0(x, t) - z_{ns} \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z_{ns}) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{IV.5.a})$$

$$w(x, z_{ns}, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) + w_{st}(x, z_{ns}, t) \quad (\text{IV.5.b})$$

Où u_0 est le déplacement axial le long du plan médian de la nanostructure, w_b , w_s et w_{st} sont les composantes de la flexion, du cisaillement et d'étirement du déplacement transversal le long du plan médian de la nanostructure. En outre :

$$f(z) = (z_{ns} + C) - h \sinh\left(\frac{z_{ns} + C}{h}\right) + (z_{ns} + C) \cosh\left(\frac{1}{2}\right) \quad (\text{IV.5.c})$$

La composante due à l'effet d'étirement w_{st} peut être donnée comme :

$$w_{st}(x, z_{ns}, t) = g(z_{ns}) \varphi(x, t) \quad (\text{IV.5.d})$$

Le déplacement supplémentaire φ tient compte de l'effet de la contrainte normale est inclus et $g(z_{ns})$ est donné comme suit :

$$g(z_{ns}) = 1 - f'(z_{ns}) \quad (\text{IV.5.e})$$

Les déformations non-nulles de la théorie d'un milieu continu ayant une dimension proposée ainsi :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z_{ns} k_x^b + f(z_{ns}) k_x^s, \quad \gamma_{xz} = g(z_{ns}) \gamma_{xz}^0 \quad \text{et} \quad \varepsilon_z = g'(z_{ns}) \varepsilon_z^0 \quad (\text{IV.6})$$

Où

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, \quad k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}, \quad \gamma_{xz}^0 = \frac{\partial w_s}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \varepsilon_z^0 = \varphi \quad (\text{IV.7})$$

IV.4. La théorie non-locale et les relations constitutives

Le comportement des matériaux à l'échelle nanométrique est différent à celui des matériaux à l'échelle macroscopique. Dans la théorie de l'élasticité non locale Eringen (1983), La contrainte à un point de référence x considérée liée au champ de déformation à chaque point du matériau. Par exemple, dans l'élasticité non locale, la loi constitutive uniaxiale est écrite comme suit : (Eringen, 1983) :

$$\sigma_x - \mu \frac{d^2 \sigma_x}{dx^2} = Q_{11} \varepsilon_x + Q_{13} \varepsilon_z \quad (\text{IV.8.a})$$

$$\tau_{xz} - \mu \frac{d^2 \tau_{xz}}{dx^2} = Q_{55} \gamma_{xz} \quad (\text{IV.8.b})$$

$$\sigma_z - \mu \frac{d^2 \sigma_z}{dx^2} = Q_{13} \varepsilon_x + Q_{33} \varepsilon_z \quad (\text{IV.8.c})$$

Les Q_{ij} sont les expressions en termes de constantes d'ingénierie, décrites par :

$$Q_{11}(z_{ns}) = Q_{33}(z_{ns}) = \frac{E(z_{ns})}{1-\nu^2}, \quad Q_{13}(z_{ns}) = \nu Q_{11}(z_{ns}), \quad Q_{55}(z_{ns}) = \frac{E(z_{ns})}{2(1+\nu)} \quad (\text{IV.8.d})$$

Et $\mu = (e_0 a)^2$ est un coefficient non local indiquant l'influence de l'échelle nanométrique sur le comportement des nanostructures, e_0 est une constante appropriée à chaque matériau et a est une longueur caractéristique interne. En général, une estimation conservatrice du paramètre non local est $e_0 a < 2.0 \text{ nm}$ pour un nanotube de carbone à paroi unique (Wang, 2005; Benzair et al., 2008; Heireche et al., 2008abc; Tounsi et al., 2008; Tounsi et al., 2013bcd; Berrabah et al., 2013; Benguediab et al., 2014ab; Zidour et al., 2014; Semmah et al., 2014).

IV.5. Les équations d'équilibres basés sur la théorie d'élasticité non-locale

Dans cette section, les équations du mouvement sont déterminées en employant le principe de Hamilton comme suit : (Reddy, 2002 ; Draiche et al. 2014 ; Nedri et al. 2014 ; Mahi et al. 2015 ; Bourada et al. 2016)

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U + \delta V - \delta K) dt = 0 \quad (\text{IV.9})$$

Où t est le temps; t_1 et t_2 sont les temps initial et final, respectivement; δU est la variation virtuelle de l'énergie de déformation; δV est la variation du travail effectué par les forces

appliquées; et δK est la variation virtuelle de l'énergie cinétique. La variation de l'énergie de déformation de la structure peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_0^L \int_{-\frac{h-C}{2}}^{\frac{h-C}{2}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dz_{ns} dx \\ &= \int_0^L \left(N \frac{d\delta u_0}{dx} + N_z \delta \varphi - M_b \frac{d^2 \delta w_b}{dx^2} - M_s \frac{d^2 \delta w_s}{dx^2} + Q \left[\frac{d\delta w_s}{dx} + \frac{d\delta \varphi}{dx} \right] \right) dx \end{aligned} \quad (IV.10)$$

Où N, M_b, M_s, N_z et Q sont les résultantes des contraintes définies comme :

$$(N, M_b, M_s) = \int_{-\frac{h-C}{2}}^{\frac{h-C}{2}} (1, z_{ns}, f(z_{ns})) \sigma_x dz_{ns}, N_z = \int_{-\frac{h-C}{2}}^{\frac{h-C}{2}} \sigma_z g'(z_{ns}) dz_{ns} \text{ et } Q = \int_{-\frac{h-C}{2}}^{\frac{h-C}{2}} \tau_{xz} g(z_{ns}) dz_{ns} \quad (IV.11)$$

La variation des travaux effectués par des charges extérieures transversales q peut être exprimée comme suit :

$$\delta V = - \int_0^L q \delta (w_b + w_s) dx \quad (IV.12)$$

La variation de l'énergie cinétique peut être exprimée comme :

$$\begin{aligned} \delta K &= \int_0^L \int_{-\frac{h-C}{2}}^{\frac{h-C}{2}} \rho(z_{ns}) [\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{w} \delta \dot{w}] dz_{ns} dx \\ &= \int_0^L \left\{ I_0 [\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + (\dot{w}_b + \dot{w}_s) (\delta \dot{w}_b + \delta \dot{w}_s)] + J_0 [(\dot{w}_b + \dot{w}_s) \delta \dot{\varphi} + \dot{\varphi} \delta (\dot{w}_b + \dot{w}_s)] \right. \\ &\quad - I_1 \left(\dot{u}_0 \frac{d\delta \dot{w}_b}{dx} + \frac{d\dot{w}_b}{dx} \delta \dot{u}_0 \right) + I_2 \left(\frac{d\dot{w}_b}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_b}{dx} \right) - J_1 \left(\dot{u}_0 \frac{d\delta \dot{w}_s}{dx} + \frac{d\dot{w}_s}{dx} \delta \dot{u}_0 \right) \\ &\quad \left. + K_2 \left(\frac{d\dot{w}_s}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_s}{dx} \right) + J_2 \left(\frac{d\dot{w}_b}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_s}{dx} + \frac{d\dot{w}_s}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_b}{dx} \right) + K_0 \dot{\varphi} \delta \dot{\varphi} \right\} dx \end{aligned} \quad (IV.13)$$

où l'indice supérieur du point indique la dérivée partielle par rapport au temps t ; et (I_i, J_i, K_i) sont les inerties massiques définies par :

$$(I_0, I_1, I_2) = \int_{-\frac{h}{2}-c}^{\frac{h}{2}-c} (1, z_{ns}, z_{ns}^2) \rho(z_{ns}) dz_{ns} \quad (\text{IV.14.a})$$

$$(J_0, J_1, J_2) = \int_{-\frac{h}{2}-c}^{\frac{h}{2}-c} (g, f, z_{ns} f) \rho(z_{ns}) dz_{ns} \quad (\text{IV.14.b})$$

$$(K_0, K_2) = \int_{-\frac{h}{2}-c}^{\frac{h}{2}-c} (g^2, f^2) \rho(z_{ns}) dz_{ns} \quad (\text{IV.14.c})$$

Substituant les expressions de δU , δV et δK des équations (IV.10), (IV.12), et (IV.13) dans l'équation. (IV.10) et intégrant par parties, puis, collectant les coefficients de δu_0 , δw_b , δw_s et $\delta \varphi$, Les équations de mouvement suivantes de la structure en FGM sont trouvées :

$$\delta u_0 : \frac{dN}{dx} = I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{d\ddot{w}_b}{dx} - J_1 \frac{d\ddot{w}_s}{dx} \quad (\text{IV.15.a})$$

$$\delta w_b : \frac{d^2 M_b}{dx^2} + q = I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + J_0 \ddot{\varphi} + I_1 \frac{d\ddot{u}_0}{dx} - I_2 \frac{d^2 \ddot{w}_b}{dx^2} - J_2 \frac{d^2 \ddot{w}_s}{dx^2} \quad (\text{IV.15.b})$$

$$\delta w_s : \frac{d^2 M_s}{dx^2} + \frac{dQ}{dx} + q = I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + J_0 \ddot{\varphi} + J_1 \frac{d\ddot{u}_0}{dx} - J_2 \frac{d^2 \ddot{w}_b}{dx^2} - K_2 \frac{d^2 \ddot{w}_s}{dx^2} \quad (\text{IV.15.c})$$

$$\delta \varphi : \frac{dQ}{dx} - N_z = J_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + K_0 \ddot{\varphi} \quad (\text{IV.15.d})$$

En vertu des équations (IV.6), (IV.8) et (IV.11) les relations force-déformation et moments-déformation de la présente théorie non locale des milieux continus ayant une dimension peuvent être obtenues comme suit :

$$N - \mu \frac{d^2 N}{dx^2} = A_{11}^s \frac{du_0}{dx} - B_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + X_{13} \varphi \quad (\text{IV.16.a})$$

$$M_b - \mu \frac{d^2 M_b}{dx^2} = -D_{11} \frac{d^2 w_b}{dx^2} - D_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + Y_{13} \varphi \quad (\text{IV.16.b})$$

$$M_s - \mu \frac{d^2 M_s}{dx^2} = B_{11}^s \frac{du_0}{dx} - D_{11}^s \frac{d^2 w_b}{dx^2} - H_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + Y_{13}^s \varphi \quad (\text{IV.16.c})$$

$$Q - \mu \frac{d^2 Q}{dx^2} = A_{55}^s \left(\frac{dw_s}{dx} + \frac{d\varphi}{dx} \right) \quad (\text{IV.16.d})$$

$$N_z - \mu \frac{d^2 N_z}{dx^2} = X_{13} \frac{du_0}{dx} - Y_{13} \frac{d^2 w_b}{dx^2} - Y_{13}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + Z_{33} \varphi \quad (\text{IV.16.e})$$

Où

$$\left(A_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s \right) = \int_{-\frac{h}{2}-c}^{\frac{h}{2}-c} Q_{11} \left(1, z_{ns}^2, f(z_{ns}), z_{ns} f(z_{ns}), f^2(z_{ns}) \right) dz_{ns} \quad (\text{IV.17.a})$$

Et

$$A_{55}^s = \int_{-\frac{h}{2}-c}^{\frac{h}{2}-c} Q_{55} [g(z_{ns})]^2 dz_{ns}, \quad \left[X_{13}, Y_{13}, Y_{13}^s \right] = \int_{-\frac{h}{2}-c}^{\frac{h}{2}-c} Q_{13} [1, z_{ns}, f(z_{ns})] g'(z_{ns}) dz_{ns},$$

$$Z_{33} = \int_{-\frac{h}{2}-c}^{\frac{h}{2}-c} Q_{33} [g'(z_{ns})]^2 dz_{ns}, \quad (\text{IV.17.b})$$

En utilisant les équations (IV.16) et (IV.15), Les équations non locales peuvent être écrites en termes des déplacements (u_0, w_b, w_s, φ) comme suit :

$$A_{11} \frac{d^2 u_0}{dx^2} - B_{11}^s \frac{d^3 w_s}{dx^3} + X_{13} \frac{d\varphi}{dx} = I_0 \left(\ddot{u}_0 - \mu \frac{d^2 \ddot{u}_0}{dx^2} \right) - I_1 \left(\frac{d\ddot{w}_b}{dx} - \mu \frac{d^3 \ddot{w}_b}{dx^3} \right) - J_1 \left(\frac{d\ddot{w}_s}{dx} - \mu \frac{d^3 \ddot{w}_s}{dx^3} \right) \quad (\text{IV.18.a})$$

$$- D_{11} \frac{d^4 w_b}{dx^4} - D_{11}^s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + Y_{13} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} = I_0 \left((\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{dx^2} \right) + J_0 \left(\ddot{\varphi} - \mu \frac{d^2 \ddot{\varphi}}{dx^2} \right) + I_1 \left(\frac{d\ddot{u}_0}{dx} - \mu \frac{d^3 \ddot{u}_0}{dx^3} \right) - I_2 \left(\frac{d^2 \ddot{w}_b}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_b}{dx^4} \right) - J_2 \left(\frac{d^2 \ddot{w}_s}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_s}{dx^4} \right) \quad (\text{IV.18.b})$$

$$\begin{aligned}
& B_{11}^s \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D_{11}^s \frac{d^4 w_b}{dx^4} - H_{11}^s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + A_{55}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + (A_{55}^s + Y_{13}^s) \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} = \\
& I_0 \left((\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{dx^2} \right) + J_0 \left(\ddot{\varphi} - \mu \frac{d^2 \ddot{\varphi}}{dx^2} \right) + J_1 \left(\frac{d\ddot{u}_0}{dx} - \mu \frac{d^3 \ddot{u}_0}{dx^3} \right) - \\
& J_2 \left(\frac{d^2 \ddot{w}_b}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_b}{dx^4} \right) - K_2 \left(\frac{d^2 \ddot{w}_s}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_s}{dx^4} \right) \quad (IV.18.c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
- X_{13} \frac{du_0}{dx} + Y_{13} \frac{d^2 w_b}{dx^2} + (A_{55}^s + Y_{13}^s) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + A_{55}^s \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - Z_{33} \varphi = J_0 \left((\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{dx^2} \right) \\
+ K_0 \left(\ddot{\varphi} - \mu \frac{d^2 \ddot{\varphi}}{dx^2} \right) \quad (IV.18.d)
\end{aligned}$$

Les équations du mouvement de la théorie locale des milieux continus ayant une dimension peuvent être déduites à partir de l'équation (IV.18) en mettant le paramètre non local μ égal à zéro.

IV.6. La solution analytique pour les nanostructures fonctionnellement graduées simplement appuyées

Les équations de mouvement ci-dessus sont résolues analytiquement pour les problèmes de flexion et de vibration libre. La technique de la solution de Navier est employée pour obtenir les solutions analytiques pour une nanostructure en FGM simplement appuyée. La solution est supposée être de la forme :

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ w_b \\ w_s \\ \varphi \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_m \cos(\lambda x) e^{i\omega t} \\ W_{bm} \sin(\lambda x) e^{i\omega t} \\ W_{sm} \sin(\lambda x) e^{i\omega t} \\ \Phi_{stm} \sin(\lambda x) e^{i\omega t} \end{Bmatrix} \quad (IV.19)$$

Où U_m, W_{bm}, W_{sm} et Φ_{stm} sont des paramètres arbitraires à déterminer, ω est la fréquence propre associée avec m^{eme} mode, et $\lambda = m\pi / L$.

La charge transversale q est également développée dans la série de Fourier sinus par :

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin \lambda x, \quad Q_n = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin(\lambda x) dx \quad (IV.20)$$

Les coefficients de Fourier Q_n associés à certaines charges typiques sont donnés :

$$Q_n = q_0, \quad n=1 \quad \text{Pour une charge sinusoïdale,} \quad (\text{IV.21.a})$$

$$Q_n = \frac{4q_0}{n\pi}, \quad n=1,3,5,\dots \quad \text{Pour une charge uniforme,} \quad (\text{IV.21.b})$$

$$Q_n = \frac{2q_0}{L} \sin \frac{n\pi}{2}, \quad n=1,2,3,\dots \quad \text{Pour le point de charge } Q_0 \text{ à la mi- portée,} \quad (\text{IV.21.c})$$

En substituant les équations (IV.19) et (IV.20) dans l'équation (IV.18), les solutions analytiques peuvent être obtenues par :

$$\left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{array} \right) - \alpha \omega^2 \left(\begin{array}{cccc} m_{11} & m_{12} & m_{13} & 0 \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & m_{24} & m_{34} & m_{44} \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{l} U_m \\ W_{bm} \\ W_{sm} \\ \Phi_{stm} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \alpha Q_n \\ \alpha Q_n \\ 0 \end{array} \right\} \quad (\text{IV.22})$$

D'où :

$$\begin{aligned} a_{11} &= A_{11} \lambda^2 \\ a_{12} &= 0 \\ a_{13} &= -B_{11}^s \lambda^3 \\ a_{14} &= -X_{13} \lambda \\ a_{22} &= D_{11} \lambda^4 \\ a_{23} &= D_{11}^s \lambda^4 \\ a_{24} &= Y_{13} \lambda^2 \\ a_{33} &= A_{55} \lambda^2 + H_{11} \lambda^4 \\ a_{34} &= \lambda^2 Y_{13}^s + A_{55} \lambda^2 \\ a_{44} &= \lambda^2 A_{55}^s + Z_{33} \\ \alpha &= 1 + \mu \lambda^2 \\ m_{11} &= -I_0 \\ m_{12} &= \lambda I_1 \\ m_{13} &= \lambda J_1 \\ m_{22} &= -(I_0 + \lambda^2 I_2) \\ m_{23} &= -(I_0 + \lambda^2 J_2) \\ m_{24} &= m_{34} = -J_0 \\ m_{33} &= -(I_0 + \lambda^2 K_2) \\ m_{44} &= -K_0 \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

IV.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des solutions analytiques pour les problèmes de flexion statique et de vibration libre pour une nanostructure en matériaux à gradient de propriétés « FGM » simplement appuyée pour mettre en évidence les effets du paramètre d'échelle de longueur de matériau et de l'étirement d'épaisseur sur la flèche et la fréquence. En développant le modèle de structure d'ordre supérieur à gradation fonctionnelle dépend de la taille pour tenir compte de l'effet de taille et de la variation du matériau par l'épaisseur de la structure. Les équations régissant pour la structure en FGM peuvent être simplifiées. Sur la base de la théorie actuelle non locale de cisaillement et de déformation normale et de la position exacte de la surface neutre avec le principe de Hamilton, les équations de mouvement des nanostructures fonctionnellement graduées FGM sont obtenues.

Chapitre V

RESULTATS ET DISCUSSIONS

V.1. Introduction

Dans cette section, les solutions analytiques obtenues dans le chapitre précédent sont utilisées dans des exemples numériques qui démontrent l'influence de l'étirement de l'épaisseur, du paramètre non local, du paramètre de distribution du matériau et du rapport d'élanement sur les déflexions et les fréquences des nanostructures en matériaux à gradient de propriétés FGM simplement appuyée. En utilisant une théorie quasi-3D non locale, dans laquelle les deux déformations de cisaillement et les effets d'étirement de l'épaisseur ont été introduites.

Les résultats de référence sont illustrés et discutés, pour évaluer l'exactitude des flèches et des fréquences prédites par la formulation théorique actuelle, les flèches non dimensionnelles et les fréquences naturelles de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM simplement appuyées pour des différentes valeurs du paramètre d'échelle non locale analysés précédemment par la méthode Navier sont réexaminés.

V.2. Résultats numériques et interprétations

Dans cette étude, Deux nanostructures en matériaux fonctionnellement graduées FGM sont examinés. La première possède les propriétés matérielles suivantes :

$E_t = 0.25$ TPa, $E_b = 1$ TPa, $\nu_t = \nu_b = 0.3$ (Zemri et al., 2015) et la deuxième est composé d'acier et d'alumine (Al_2O_3).

La surface inférieure de la structure est en acier pur, alors que la surface supérieure de la structure est de l'alumine pure. Les propriétés matérielles sont les suivantes :

$E_t = 390$ GPa, $E_b = 210$ GPa, $\rho_t = 3960$ kg/m³, $\rho_b = 7800$ kg/m³, $\nu_t = \nu_b = 0.3$ (Eltaher et al., 2012).

Pour plus de commodité, les quantités non dimensionnelles suivantes sont définies :

- $\bar{w} = 100w \frac{E_t I}{q_0 L^4}$ Pour une charge uniforme ;
- $\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\frac{\rho_t A}{E_t I}}$ Paramètre de fréquence ;

V.3. Effet d'étirement d'épaisseur sur les flèches des nanostructures en matériaux fonctionnellement graduées FGM

Tableau V.1 compare les flèches maximales non dimensionnelles \bar{w} prédites par la théorie quasi-3D actuelle non-locale et les résultats présentés par Zemri et al. (2015) qui ont été obtenus par une théorie raffinée de déformation de cisaillement non-locale pour différentes valeurs du paramètre non local ($e_0 a = 0, 0.5, 1, 1.5, 2$ nm), du paramètre de distribution de matériau ($k = 0, 0.3, 1, 1.3, 10$) et de rapport d'aspect ($L/h = 10, 30, 100$).

Il convient de rappeler que l'effet d'étirement de l'épaisseur est négligé dans la formulation analytique présentée par Zemri et al. (2015). Par conséquent, on observe à partir du **tableau V.1** que le modèle actuel sans l'effet d'étirement d'épaisseur ($\varepsilon_z = 0$) fournit des résultats identiques à ceux de Zemri et al. (2015) pour toutes les valeurs du rapport d'épaisseur L/h , le paramètre de distribution de matériau k et le paramètre d'échelle non local ($e_0 a$).

L/h	k	Paramètre d'échelle non locale, $e_0 a (nm)$														
		0			0.5			1			1.5			2		
		Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2
10	0	5.3383	5.3383	5.3269	5.4659	5.4659	5.4543	5.8487	5.8487	5.8364	6.4867	6.4867	6.4732	7.3799	7.3799	7.3649
	0.3	3.2181	3.2181	3.1871	3.2951	3.2950	3.2632	3.5258	3.5258	3.4918	3.9104	3.9104	3.8728	4.4488	4.4488	4.4062
	1	2.4194	2.4194	2.3893	2.4773	2.4773	2.4464	2.6509	2.6508	2.6179	2.9401	2.9401	2.9037	3.3452	3.3451	3.3037
	3	1.9234	1.9234	1.9086	1.9694	1.9694	1.9543	2.1074	2.1075	2.0913	2.3375	2.3375	2.3197	2.6595	2.6595	2.6394
	10	1.5790	1.5790	1.5738	1.6168	1.6168	1.6115	1.7301	1.7301	1.7244	1.9189	1.9189	1.9127	2.1831	2.1832	2.1762
30	0	5.2228	5.2228	5.2215	5.2367	5.2367	5.2354	5.2785	5.2785	5.2771	5.3481	5.3481	5.3467	5.4455	5.4455	5.4452
	0.3	3.1475	3.1475	3.1219	3.1559	3.1559	3.1302	3.1811	3.1811	3.1552	3.2230	3.2230	3.1968	3.2818	3.2818	3.2550
	1	2.3732	2.3732	2.3471	2.3795	2.3795	2.3534	2.3985	2.3985	2.3721	2.4302	2.4301	2.4034	2.4744	2.4744	2.4472
	3	1.8892	1.8892	1.8780	1.8943	1.8943	1.8830	1.9094	1.9094	1.8980	1.9346	1.9346	1.9231	1.9698	1.9698	1.9581
	10	1.5488	1.5488	1.5467	1.5529	1.5529	1.5508	1.5653	1.5653	1.5632	1.5860	1.5860	1.5838	1.6149	1.6149	1.6127
100	0	5.2096	5.2096	5.2095	5.2109	5.2109	5.2107	5.2146	5.2146	5.2145	5.2209	5.2209	5.2207	5.2296	5.2296	5.2295
	0.3	3.1395	3.1395	3.1145	3.1403	3.1402	3.1152	3.1425	3.1425	3.1174	3.1463	3.1463	3.1212	3.1515	3.1516	3.1264
	1	2.3679	2.3679	2.3423	2.3685	2.3685	2.3429	2.3702	2.3702	2.3445	2.3731	2.3731	2.3474	2.3770	2.3770	2.3513
	3	1.8854	1.8854	1.8745	1.8858	1.8858	1.8750	1.8872	1.8872	1.8763	1.8894	1.8894	1.8786	1.8926	1.8926	1.8817
	10	1.5454	1.5454	1.5436	1.5458	1.5457	1.5440	1.5469	1.5469	1.5451	1.5487	1.5487	1.5469	1.5513	1.5513	1.5495

^(a)Pris de Zemri et al. (2015)

Modèle 1 : Théorie présente avec $\epsilon_{zz} = 0$

Modèle 2 : Théorie présente avec $\epsilon_{zz} \neq 0$

Tableau V.1 : Flèche transversale non dimensionnelle (\bar{w}) de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM pour une charge uniforme.

Cependant, les résultats du modèle présent avec l'effet d'étirement de l'épaisseur ($\epsilon_z \neq 0$) démontrent que l'inclusion de l'effet d'étirement de l'épaisseur conduit à une réduction des grandeurs de la flèche des nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM. Ainsi, avec l'effet d'étirement d'épaisseur incorporé, les structures à échelle nanométrique en matériaux fonctionnellement gradués FGM présentent une plus grande rigidité, et cette caractéristique est particulièrement importante dans les applications.

V.4. Effet d'étirement d'épaisseur sur la réponse dynamique des nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM

Le **tableau V.2** documente les valeurs pour les fréquences non dimensionnelles calculées. Les présents calculs sont comparés avec les résultats antérieurs de Zemri et al. (2015) et une bonne corrélation est observée avec le présent modèle sans l'effet d'étirement d'épaisseur ($\varepsilon_z = 0$).

L/h	k	Paramètre d'échelle non locale, $e_0 a (nm)$														
		0			0.5			1			1.5			2		
		Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2	Ref ^(a)	Modèle 1	Modèle 2
10	0	9.7075	9.7075	9.6837	9.5899	9.5899	9.5664	9.2612	9.2612	9.2385	8.7813	8.7813	8.7598	8.2197	8.2197	8.1995
	0.3	8.1709	8.1709	8.1557	8.0719	8.0719	8.0569	7.7952	7.7204	7.7807	7.3913	7.3913	7.3775	6.9185	6.9185	6.9057
	1	6.8814	6.8814	6.8744	6.7981	6.7981	6.7911	6.5651	6.5651	6.5583	6.2249	6.2249	6.2185	5.8267	5.8267	5.8208
	3	6.0755	6.0755	6.0663	6.0019	6.0019	5.9929	5.7962	5.7962	5.7875	5.4959	5.4958	5.4876	5.1443	5.1444	5.1366
	10	5.5768	5.5768	5.5624	5.5092	5.5092	5.4950	5.3204	5.3204	5.3067	5.0447	5.0447	5.0317	4.7221	4.7221	4.7099
30	0	9.8511	9.8511	9.8506	9.8376	9.8376	9.8371	9.7975	9.7975	9.7970	9.7318	9.7318	9.7313	9.6419	9.6419	9.6414
	0.3	8.2902	8.2902	8.2929	8.2788	8.2789	8.2816	8.2451	8.2451	8.2478	8.1898	8.1898	8.1925	8.1141	8.1141	8.1168
	1	6.9832	6.9833	6.9923	6.9737	6.9737	6.9828	6.9452	6.9453	6.9543	6.8987	6.8987	6.9076	6.8349	6.8350	6.8439
	3	6.1712	6.1712	6.1795	6.1627	6.1627	6.1710	6.1376	6.1376	6.1458	6.0964	6.0964	6.1046	6.0401	6.0401	6.0482
	10	5.6655	5.6655	5.6676	5.6578	5.6578	5.6599	5.6347	5.6347	5.6368	5.5969	5.5969	5.5990	5.5452	5.5452	5.5473
100	0	9.8679	9.8679	9.8680	9.8667	9.8667	9.8668	9.8631	9.8631	9.8631	9.8570	9.8570	9.8571	9.8485	9.8485	9.8486
	0.3	8.3042	8.3042	8.3073	8.3032	8.3032	8.3063	8.3001	8.3001	8.3032	8.2950	8.2950	8.2981	8.2878	8.2878	8.2910
	1	6.9952	6.9952	7.0047	6.9943	6.9943	7.0038	6.9917	6.9917	7.0012	6.9874	6.9874	6.9969	6.9814	6.9814	6.9909
	3	6.1824	6.1824	6.1912	6.1817	6.1817	6.1905	6.1794	6.1794	6.1882	6.1756	6.1756	6.1844	6.1703	6.1703	6.1790
	10	5.6759	5.6759	5.6786	5.6752	5.6752	5.6779	5.6731	5.6731	5.6758	5.6697	5.6697	5.6723	5.6648	5.6648	5.6674

^(a)Pris de Zemri et al. (2015)

Modèle 1 : Théorie présente avec $\varepsilon_{zz} = 0$

Modèle 2 : Théorie présente avec $\varepsilon_{zz} \neq 0$

Tableau V.2 : Fréquence fondamentale non-dimensionnelles ($\bar{\omega}$) de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM.

Les résultats obtenus en utilisant le présent modèle basé sur l'axe neutre avec l'effet d'étirement d'épaisseur ($\varepsilon_z \neq 0$) montrent que l'inclusion de l'effet d'étirement de l'épaisseur se manifeste dans une amélioration des fréquences. Selon ce tableau, les fréquences diminuent avec l'augmentation du paramètre de l'échelle non locale ($e_0 a$). En outre, l'augmentation du paramètre de distribution de matériau k entraîne une diminution des fréquences.

V.5. Influence du rapport d'élanement sur la flèche et la fréquence non-dimensionnelles de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM

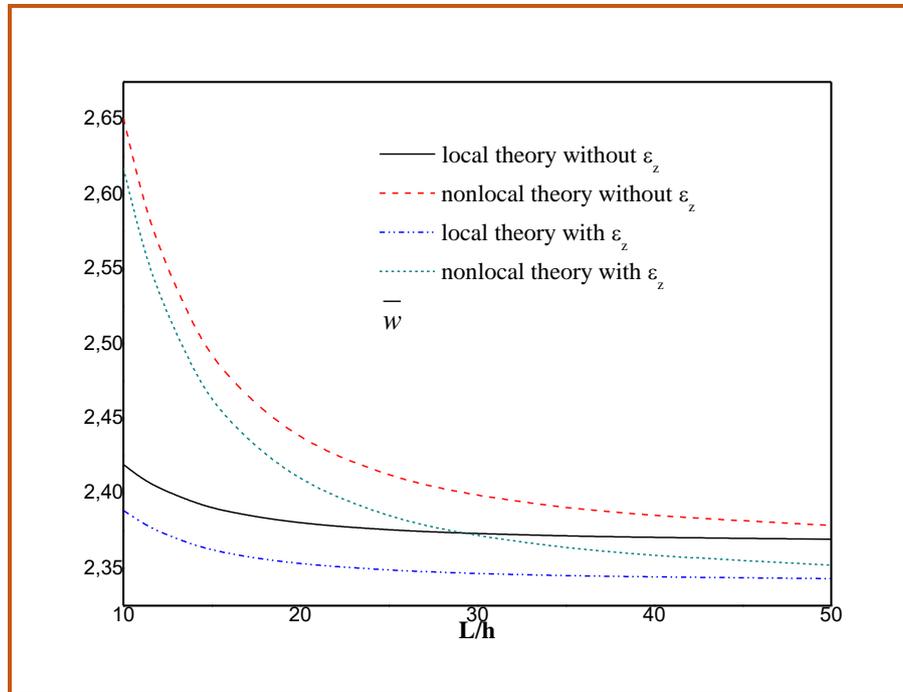


Fig. V.1 : Effet du rapport d'aspect sur la déflexion non-dimensionnelle (\bar{w}) pour une charge uniforme avec $k = 1$ et $e_0a = 1$ nm.

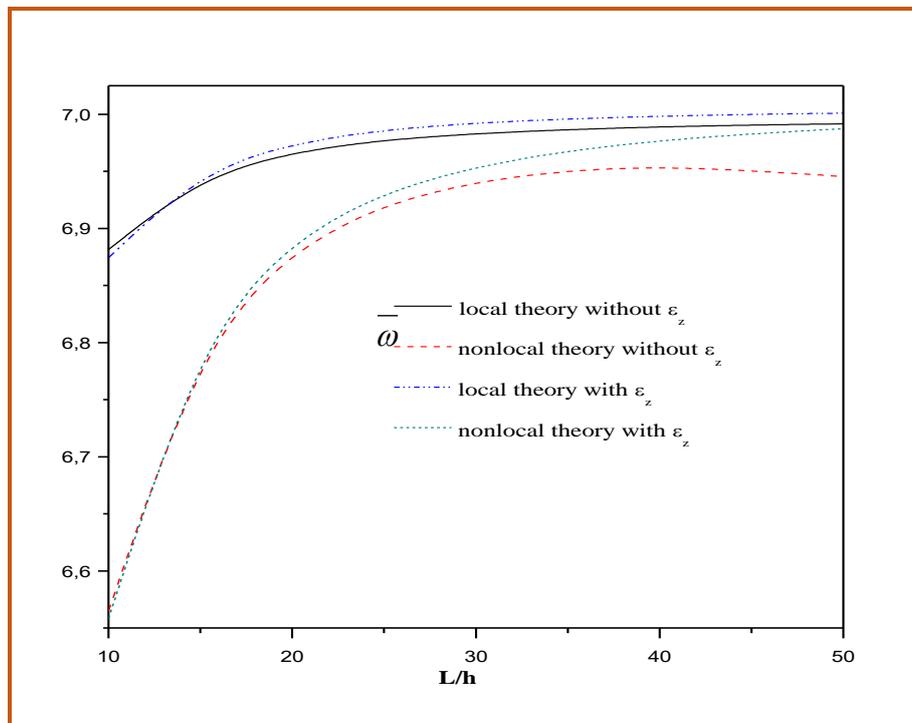


Fig. V.2 : Effet du rapport d'aspect sur la fréquence non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) avec $k = 1$ et $e_0a = 1$ nm.

Les figures V.2 et V.3 montrent l'influence du rapport d'élanement sur la flèche et la fréquence non-dimensionnelles de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM.

Les résultats local et non local sont fournis pour $e_0 a = 0$ et $e_0 a = 1$ nm, respectivement.

Le paramètre de distribution de matériau est supposé être constant $k = 1$.

Dans ces exemples, le rapport d'aspect varie de $L/h = 10$ à $L/h = 50$.

On constate que les flèches prédites par la théorie non locale dépassent en grandeur celles calculées avec la théorie classique ($e_0 a = 0$). D'autre part, la solution non locale de la fréquence est inférieure à la grandeur que la fréquence due aux effets non liés à la localisation. En outre, on peut observer que l'inclusion de l'effet d'étirement d'épaisseur conduit à une réduction remarquable de la déflexion de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM et une augmentation des valeurs de fréquence pour les nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM.

Ces résultats prouvent effectivement que l'incorporation de paramètre d'échelle non local adoucit la nanostructure (réduit la rigidité), alors que l'incorporation de l'effet d'étirement d'épaisseur la rend plus rigide. En tant que tel, les influences de petite échelle et d'étirement d'épaisseur exercent un effet significatif sur les performances structurelles de la nanostructure.

V.6. Influence à la fois de paramètre d'échelle non local et de rapport d'élanement sur la flèche et la fréquence non-dimensionnelles de la nanostructure en FGM

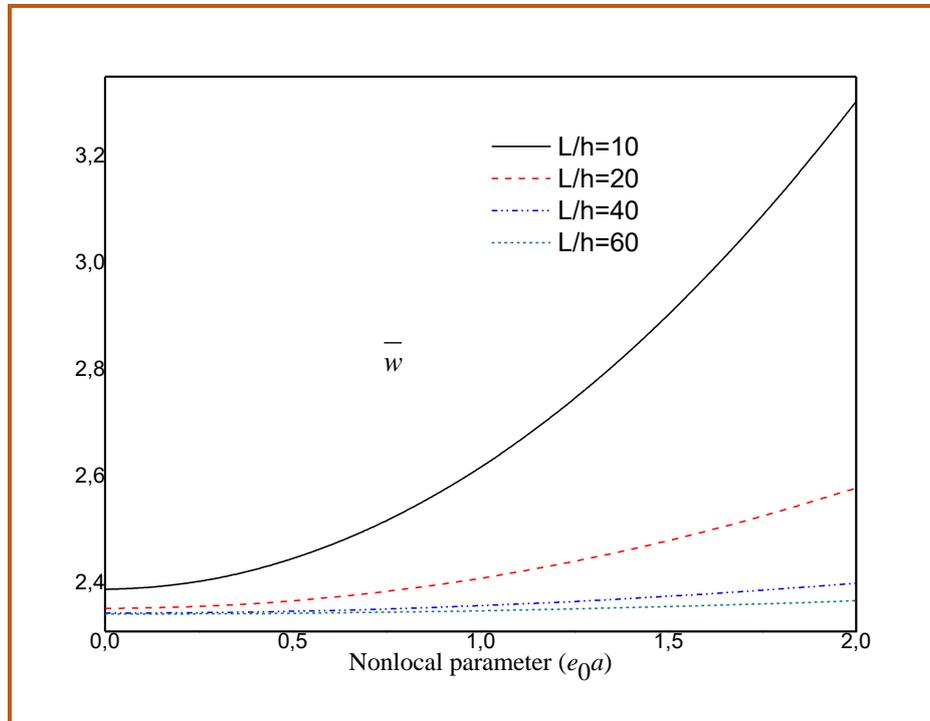


Fig. V.3 : Effet du paramètre non local sur la déflexion non-dimensionnelle (\bar{w}) pour une charge uniforme avec $k = 1$.

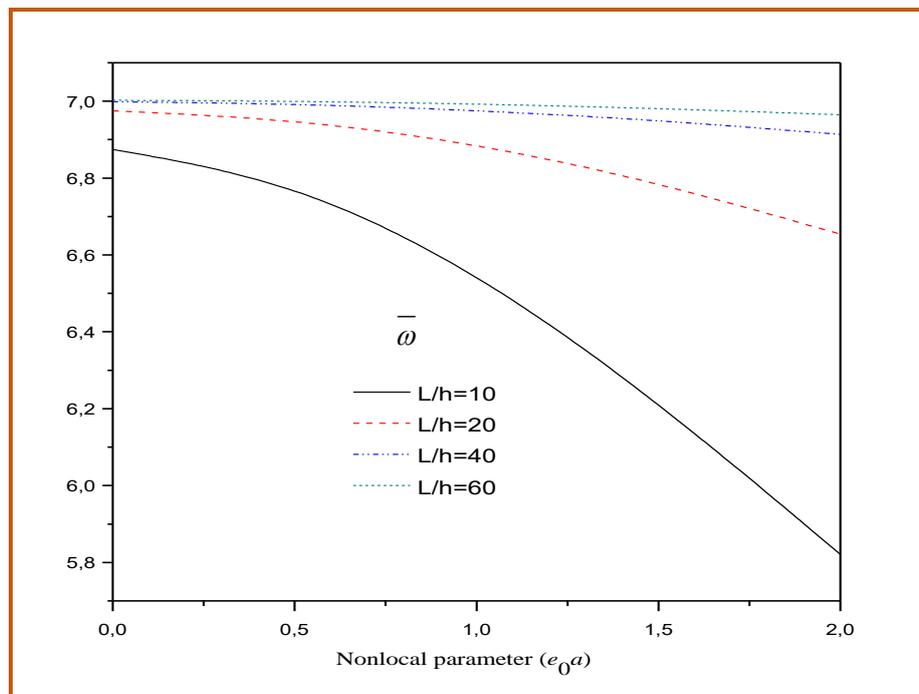


Fig. V.4 : Effet du paramètre non local sur la fréquence non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) avec $k = 1$.

L'effet à la fois de paramètre d'échelle non local et de rapport d'élanement de la flèche et la fréquence non-dimensionnelles de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM, sont illustrés sur les **Fig. V.4** et **V.5**. Les résultats de ces figures sont obtenus en employant la présente théorie quasi-3D non-locale.

Le paramètre de distribution du matériau est supposé être constant ($k = 1$).

Ces résultats démontrent que la nanostructure a un comportement non linéaire sous l'effet de la non-localité, en particulier pour les petits rapports d'élanement. On peut conclure que les réponses des nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM sont dépendantes du rapport d'élanement basé sur l'élasticité non locale.

V.7. Influence du paramètre de distribution de matériau sur la flèche et la fréquence non-dimensionnelles de la nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM :

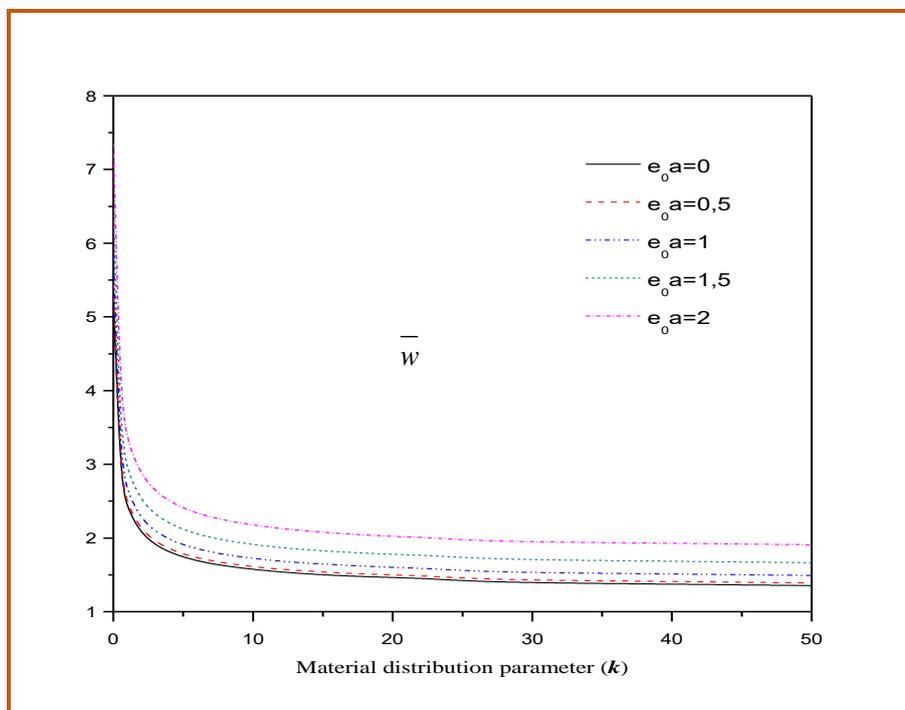


Fig. V.5 : Effet du paramètre de distribution de matériau sur la déflexion non-dimensionnelle (\bar{w}) pour une charge uniforme avec $L/h = 10$.

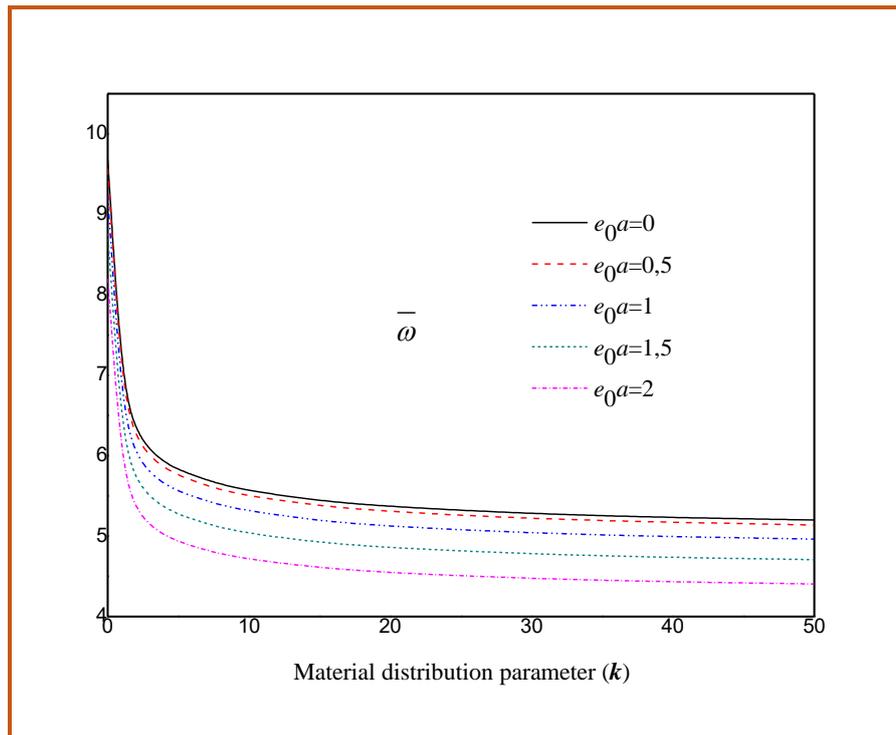


Fig. V.6 : Effet du paramètre de distribution de matériau sur la fréquence non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) avec $L/h = 10$.

Pour examiner l'effet du paramètre de distribution de matériau k sur les réponses de flexion et de vibration des nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM, la flèche transversale \bar{w} , et la fréquence $\bar{\omega}$, respectivement, sont tracées sur les Figures. V.6 et V.7, respectivement. On peut remarquer que l'augmentation du paramètre de distribution du matériau k , entraîne une diminution des déflexions et des fréquences.

V.8. Conclusion

Dans cette partie, On peut conclure que la comparaison entre les résultats du nouveau modèle quasi-3D non locale de déformation en cisaillement d'une nanostructure en matériaux fonctionnellement gradués FGM simplement appuyée ,et celle d'un autre modèle classique montre que sans la prise en compte de l'effet d'étirement de l'épaisseur, les résultats sont identique et que l'inclusion de l'effet d'étirement de l'épaisseur augmente la rigidité de la nanostructure et se manifeste dans une amélioration des fréquences . Cette théorie est précise et fournit une approche élégante et facilement réalisable pour la simulation du comportement vibratoire des structures en matériaux à gradient de propriété.

Les influences de petite échelle et d'étirement d'épaisseur exercent un effet significatif sur les performances structurelles de la nanostructure.

Les réponses statique et dynamique des nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM sont dépendantes du rapport d'élanement basé sur l'élasticité non locale. L'augmentation du paramètre de distribution du matériau, entraîne une diminution des déflexions et des fréquences.



CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Les nanostructures apparaissent comme l'aboutissement de la miniaturisation de nombreux systèmes mécaniques. Les éléments structurels en échelle nanométrique, sont couramment utilisés comme composants dans des systèmes nano-électromécaniques. Dans toutes ces applications, l'épaisseur des nanostructures est typiquement de l'ordre du nanomètre. Les deux résultats de la simulation expérimentale et atomique ont montré un effet de taille significative dans les propriétés mécaniques lorsque les dimensions de ces structures deviennent très petites. Pour cette raison, l'effet d'échelle a un rôle majeur sur le comportement statique et dynamique des nanostructures et ne peut être ignoré.

Dans la théorie de l'élasticité classique (locale), la contrainte à un point dépend uniquement de la déformation au même point que dans la théorie de l'élasticité non locale, la contrainte à un point est fonction des déformations en tout point du milieu continu. De cette façon, la théorie de milieu continu non local contient des informations sur les forces à longue distance entre les atomes, et l'échelle de longueur interne est introduite dans les équations constitutives simplement comme paramètre matériel pour capturer l'effet de petite échelle.

Les développements dans le domaine de l'ingénierie des matériaux conduisent à un nouveau type de matériaux avec une variation continue des propriétés matérielles appelées matériaux à gradient fonctionnel (FGM). La réponse mécanique et thermique des matériaux aux gradients spatiaux en composition et en microstructure présente un intérêt considérable dans de nombreux domaines technologiques. En outre, les FGM permettront un ajustement spécifique à un but spécial, c'est-à-dire que la flexion statique ne dépasse pas un niveau spécifique ou que la charge de flambement ne soit pas inférieure à un niveau prédéterminé ou que la fréquence naturelle soit supérieure ou inférieure à une fréquence pré-spécifiée.

Avec le développement rapide de la technique, les nanostructures fonctionnellement graduées (FGM) ont été ouvertes à utiliser dans le système nano-électromécaniques. Étant donné que la dimension de ces dispositifs structurels tombe généralement en dessous du micromètre ou à l'échelle nanométrique dans au moins une direction, une caractéristique essentielle déclenchée dans ces dispositifs est que leurs propriétés mécaniques telles que le module d'Young et la rigidité en flexion dépendent de la taille.

A travers ce travail, La flexion et la réponse vibratoire des structures fonctionnellement graduées à l'échelle nanométrique sont étudiées sur la base de la formulation d'élasticité non locale en conjonction avec la procédure d'analyse de Navier, avec l'inclusion de l'effet d'étirement selon l'épaisseur des nanostructures.

La théorie d'élasticité non locale d'Eringen avec une théorie hyperbolique quasi-3D sont utilisées pour modéliser la structure à l'échelle nanométrique. La position de la surface neutre est trouvée et la théorie de cisaillement hyperbolique non local et de la déformation normale sur la base de la surface neutre est adoptée pour déterminer les équations de mouvement de structure nanométriques fonctionnellement graduées.

Les solutions analytiques pour les problèmes de flexion statique et de vibration libre sont présentées pour une structure simplement appuyée pour mettre en évidence les effets du paramètre d'échelle de longueur de matériau et de l'étirement d'épaisseur sur la flexion et la fréquence.

L'influence du paramètre d'échelle, du rapport des dimensions, et de la composition matérielle sur la flexion et la vibration des nanostructures fonctionnellement graduées sont discutées. L'exactitude des résultats est examinée par les données disponibles dans la littérature.

Les résultats numériques prouvent effectivement que l'incorporation de paramètre d'échelle non local adoucit la nanostructure (réduit la rigidité), alors que l'incorporation de l'effet d'étirement d'épaisseur la rend plus rigide. En tant que tel, les influences de petite échelle et d'étirement d'épaisseur exercent un effet significatif sur les performances structurelles de la nanostructure. Par conséquent, l'effet de la petite échelle ainsi que l'effet d'étirement d'épaisseur devraient être pris en compte dans l'analyse et la modélisation du comportement mécanique des nanostructures. Ainsi, on a prouvé que l'indice matériel à une grande influence sur le comportement des nanostructures fonctionnellement graduées, et les réponses sont contrôlées en utilisant des valeurs propres de l'indice matériel. En outre, on constate que, les réponses statique et dynamique des nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM sont dépendantes du rapport d'élanement basé sur l'élasticité non locale.

Un modèle dynamique capable de simuler le comportement dynamique est nécessaire pour s'assurer que l'optimisation est bien réalisée. Mieux comprendre le comportement vibratoire d'une structure mènera à une meilleure conception pour éviter que les structures conçues n'entrent en résonance et ne subissent des dommages. De plus, l'influence de différents paramètres sur le comportement vibratoire seront mieux compris. L'optimisation de la conception peut se traduire, par exemple, par une réduction du poids ou une augmentation de la rigidité et même d'une amélioration de l'amortissement vibratoire.

Les présents calculs fourniront aussi un repère solide pour la vérification des éléments finis et autres simulations numériques des mécaniques des nanostructures fonctionnellement graduées (FGM).



REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- Ahouel, M., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A. and Tounsi, A. (2016), “Size-dependent mechanical behavior of functionally graded trigonometric shear deformable nanobeams including neutral surface position concept”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **20**(5), 963-981.
- Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H., Tounsi, A. (2014), “An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions”, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, **16**(3), 293–318.
- Ait Atmane, H., Tounsi, A., Bernard, F. and Mahmoud, S.R. (2015), “A computational shear displacement model for vibrational analysis of functionally graded beams with porosities”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **19**(2), 369-384.
- Ait Yahia, S., Ait Atmane, H., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2015), “Wave propagation in functionally graded plates with porosities using various higher-order shear deformation plate theories”, *Structural Engineering and Mechanics*, **53**(6), 1143 – 1165.
- Al-Basyouni, K.S., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2015), “Size dependent bending and vibration analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory and neutral surface position”, *Compos. Struct.*, **125**, 621-630.
- Asghari, M., Kahrobaian, M. H., Ahmadian, M. T. (2010), “A nonlinear Timoshenko beam formulation based on the modified couple stress theory”, *International Journal of Engineering Science*, **48**, 1749–1761.
- Attia, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2015), “Free vibration analysis of functionally graded plates with temperature-dependent properties using various four variable refined plate theories”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18**(1), 187-212.
- Afaq, K.S, Karama, M, Mistou., S. (2003), “Un Nouveau Modèle Raffine pour les Structures Multicouches”, *In Comptes-rendus des 13emes Journées nationales sur les Composites*, 289-292, *Strasbourg, March 2003*.
- Aydogdu, M. (2005), “Vibration analysis of cross-ply laminated beams with general boundary conditions by Ritz method”, *International Journal of Mechanical Sciences*, **47**, 1740-1755.
- Ball, P. (2001), “Roll up for the revolution”, *Nature* (London), **414**, 142–144.
- Baughman, RH, Zakhidov, AA, de Heer, WA. (2002), “Carbon nanotubes the route towards applications”, *Science*, **297**, 787–792.

- Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Anwar Bég, O. (2014), "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates", *Composites: Part B*, **60**, 274–283.
- Beldjelili, Y., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016), "Hygro-thermo-mechanical bending of S-FGM plates resting on variable elastic foundations using a four-variable trigonometric plate theory", *Smart Struct. Syst., Int. J.*, **18**(4). 755 - 786.
- Belkorissat, I., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2015), "On vibration properties of functionally graded nano-plate using a new nonlocal refined four variable model", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18**(4), 1063-1081.
- Benguediab, S., Semmah, A., Larbi Chaht, F. Mouaz, S., Tounsi, A. (2014a), "An investigation on the characteristics of bending, buckling and vibration of nanobeams via nonlocal beam theory", *International Journal of Computational Methods*, **11**(6), 1350085.
- Benguediab, S., Tounsi, A., Zidour, M., Semmah, A. (2014b), "Chirality and scale effects on mechanical buckling properties of zigzag double-walled carbon nanotubes", *Composites Part B*, **57**, 21 – 24.
- Bellifa, H., Benrahou, K.H., Hadji, L., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016), "Bending and free vibration analysis of functionally graded plates using a simple shear deformation theory and the concept the neutral surface position", *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, **38**(1), 265-275.
- Bennoun, M., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016), "A novel five variable refined plate theory for vibration analysis of functionally graded sandwich plates", *Mech. Adv. Mater. Struct.*, **23**(4), 423-431.
- Bensattalah, T., Daouadji, T.H., Zidour, M., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. (2016), "Investigation of thermal and chirality effects on vibration of single-walled carbon nanotubes embedded in a polymeric matrix using nonlocal elasticity theories", *Mechanics of Composite Materials*, [In press].
- Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N., Boumia, L. (2008), "The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory", *Journal of Physics D: Applied Physics*, **41**, 225404.
- Berrabah, H.M., Tounsi, A., Semmah, A., Adda Bedia, E.A. (2013), "Comparison of various refined nonlocal beam theories for bending, vibration and buckling analysis of nanobeams", *Structural Engineering and Mechanics*, **48**(3), 351 – 365.

- Bessaim, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Adda Bedia, E.A. (2013), “A new higher-order shear and normal deformation theory for the static and free vibration analysis of sandwich plates with functionally graded isotropic face sheets”, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, **15(6)**, 671 – 703.
- Bodily, BH, Sun, CT. (2003), “Structural and equivalent continuum properties of single walled carbon nanotubes”, *Int J Mater Prod Technol*, **18**, 381–397.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), “Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations”, *Steel and Composite Structures*, **14(1)**, 85 – 104.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016), “Thermal stability of functionally graded sandwich plates using a simple shear deformation theory”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, **58(3)**, 397-422.
- Boukhari, A., Ait Atmane, H., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2016), “An efficient shear deformation theory for wave propagation of functionally graded material plates”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, **57(5)**, 837-859.
- Bounouara, F., Benrahou, K.H., Belkorissat, I. and Tounsi, A. (2016), “A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **20(2)**, 227-249.
- Bourada, M., Kaci, A., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2015), “A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18(2)**, 409-423.
- Bourada, F., Amara, K., Tounsi, A. (2016), “Buckling analysis of isotropic and orthotropic plates using a novel four variable refined plate theory”, *Steel and Composite Structures*, **21(6)**. 1287 – 1306.
- Bouremana, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Kaci, A., Adda Bedia, E.A. (2013), “A new first shear deformation beam theory based on neutral surface position for functionally graded beams”, *Steel and Composite Structures*, **15(5)**, 467 – 479.
- Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., (2014), “A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates”, *International Journal of Computational Methods*, **11(6)**, 1350082.

- Bousahla, A.A., Benyoucef, S. Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2016), “On thermal stability of plates with functionally graded coefficient of thermal expansion”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 60(2), 313 – 335.
- Bessaim, A, (2014), “ Etude de l’influence de cisaillement transverse et de la déformation normale sur le comportement statique et dynamique des structures FGM ”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.
- Bakora, A, (2015), “ Contribution à l’analyse du post-flambement des plaques FGM épaisses soumises à un chargement thermo-mécanique ”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.
- Bhaskar, K, Varadan, TK, (2001), "Assessment of the self-consistent scheme approximation: conductivity of composites", *ASME J Appl Mech*, **68(4)**, 660–2.
- Benveniste, Y. (1987), "A new approach to the application of Mori–Tanaka’s theory in composite materials", *Mech Mater*, **6**, 147–57.
- Chemi, A., Heireche, H., Zidour, M., Rakrak, K., Bousahla, A.A. (2015), "Critical buckling load of chiral double-walled carbon nanotube using non-local theory elasticity", *Advances in nano research*, **3** (4), 193-206.
- Chong, ACM, Yang, F, Lam, DCC, Tong, P. (2001), “Torsion and bending of micron-scaled structures”, *J Mater Res*, **16(04)**, 1052–1058.
- CNRS (2005), document réalisé par le centre national de la recherche scientifique en septembre 2005.
- Caruso, JJ, Charnis, CC, (1986), “Assessment of simplified composite micromechanics using three dimensional finite element analysis”, *Compos Tech Res*, **8(3)**, 77–83.
- Cartraud, P. (2011), “ Mécanique des Structures. Etude des Poutres”, *Engineering school. Ecole Centrale de Nantes, FRANCE*, 67.
- Draiche, K., Tounsi, A., Khalfi, Y. (2014), “A trigonometric four variable plate theory for free vibration of rectangular composite plates with patch mass”, *Steel and Composite Structures*, **17(1)**, 69-81.
- Dimitrov, D, Schreve, De Beer, K N. (2006), “Advances in Three Dimensional Printing – State of the Art and Future Perspectives”, *Rapid Prototyping Journal*, **12(3)**, 136–147.

- Dufort, L, Drapier, S, Grediac, M. (2001), "Closed form Solution for the Cross Section Warping in Short Beams under three Point Bending", *Composite structures*, 233-246.
- Ebrahimi, F., Salari, E. (2016), "Thermal loading effects on electro-mechanical vibration behavior of piezoelectrically actuated inhomogeneous size-dependent Timoshenko nanobeams", *Advances in Nano Research*, 4(3), 197 - 228.
- Ebrahimi, F., Barati, R. (2016a), "Analytical solution for nonlocal buckling characteristics of higher-order inhomogeneous nanosize beams embedded in elastic medium", *Advances in Nano Research*, 4(3), 229 - 249.
- Ebrahimi, F., Barati, R. (2016b), "An exact solution for buckling analysis of embedded piezo-electro-magnetically actuated nanoscale beams", *Advances in Nano Research*, 4(2), 65 - 84.
- Ehyaeei, J., Ebrahimi, F., Salari, E. (2016), "Nonlocal vibration analysis of FG nano beams with different boundary conditions", *Advances in Nano Research*, 4(2), 85 - 111.
- Eltaher, M.A., Khater, M.E., Park, S., Abdel-Rahman, E., Yavuz, M. (2016), "On the static stability of nonlocal nanobeams using higher-order beam theories", *Advances in Nano Research*, 4(1), 51 - 64.
- Eltaher, MA, Emam, SA, Mahmoud, FF. (2012), "Free vibration analysis of functionally graded size-dependent nanobeams", *Appl Math Comput*, **218**, 7406–7420.
- Eltaher, M. A., Abdelrahman, A. A., Al-Nabawy, A., Khater, M., & Mansour, A. (2014), "Vibration of nonlinear graduation of nano-Timoshenko beam considering the neutral axis position", *Applied Mathematics and Computation*, **235**, 512-529.
- Eringen, AC. (1972), "Nonlocal polar elastic continua", *International Journal of Engineering Science*, **10**, 1–16.
- Eringen, AC, Edelen, DGB. (1972), "On nonlocal elasticity", *International Journal of Engineering Science*, **10**, 233–248.
- Eringen, AC. (1983), "On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves", *J. Appl. Phys.*, **54**, 4703–4710.
- Fleck, NA, Muller, GM, Ashby, MF, Hutchinson, JW. (1994), "Strain gradient plasticity: theory and experiment", *Acta Metall Mater*, **42(2)**, 475–487.
- Erdal, M, Dag, S, Jande, Y, Tien, C. (2009), "Manufacturing of Functionally Graded Porous Product Produced by Selective Laser Sintering", *Material Science Forum*, 631-632, 253-258.

- Fu, Y, Du, H, Zhang, S. (2003), “Functionally graded TiN/TiNi shape memory alloy films“, *Mater Lett*, **57**(20), 2995–2999.
- Feigenbaum, D, Nsamirizi, A Sinclair-Desgagné, B. (2004), “Les Nanotechnologies: leurs bénéfices et leurs risques potentiels“, *CIRANO et HEC Montréal, 2020 rue Université, 25è*.
- Groves, J.F, Wadley, H.N.G. (1997), “Functionally graded materials synthesis via low vacuum directed vapor deposition,” *Composites Part synthesis via low vacuum directed vapor deposition*,” *Composites Part B: Engineering*, vol. **28**.
- Hadjefandiari, A. R., Dargush, G. F. (2011), “Couple stress theory for solids”, *International Journal of Solids and Structures*, **48**, 2496–2510.
- Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R. and Tounsi, A. (2015), “A sinusoidal plate theory with 5-unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18**(1), 235-253.
- Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A., Adda Bedia, E.A. (2014), “New quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates”, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, **140**, 374 – 383.
- Heireche, H, Tounsi, A, Benzair, A, Maachou, M, Adda Bedia, EA. (2008), “Sound wave propagation in single-walled carbon nanotubes using nonlocal elasticity”, *Physica E.*, **40**, 2791–2799.
- Houari, M.S.A., Tounsi, A., Bessaim, A., Mahmoud, S.R. (2016), “A new simple three - unknown sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates”, *Steel Compos. Struct.*, (Accepted).
- Hashin, Z, Rosen, BW. (1964), “The elastic moduli of fiber-reinforced materials”, *ASME J Appl Mech*, **4**, 223–32.
- Hashin, Z. (1968), “Assessment of the self consistent scheme approximation: conductivity of composites”, *J Compos Mater*, **4**, 284–300.
- Hashin, Z. (1979), “Analysis of properties of fiber composites with anisotropic constituents”, *ASME J Appl Mech*, **46**, 543–50.
- Hill, R. (1965), “A self-consistent mechanics of composite materials”, *J Mech Phys Solids*, **13**, 213–22.

- Hutmacher, D, Sittinger, M, Risbud, V. (2004), “Scaffold-based tissue engineering: rationale for computer-aided design and solid free-form fabrication systems,” *Trends Biotechnol*, **22** (7), 354–62.
- Inserm. (2016), “Les nanomatériaux au laboratoire”, *document réalisé par l’institut national de la santé et de la recherche médical en mars 2016*.
- INRS. (2012), document réalisé par l’institut national de recherche et de sécurité en septembre 2012.
- INRS (2016), “ NANOMATÉRIAUX, NANOPARTICULES ”, *document réalisé par l’institut national de recherche et de sécurité, 2016*.
- Janghorban, M, Zare, A. (2011), “Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotubes with variable thickness by differential quadrature method”, *Physica E*, **43**, 1602–1604.
- Jiang, W, Nair, R, Molian, P. (2005), “Functionally graded mold inserts by laser-based flexible fabrication: processing modeling, structural analysis, and performance evaluation,” *J Mater Process Tech*, **166**, 286-293.
- Khalfi, Y, Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2014), “A refined and simple shear deformation theory for thermal buckling of solar functionally graded plates on elastic foundation”, *International Journal of Computational Methods*, **11**(5), 135007.
- Knoppers, R, Gunnink, JW, Van den Hout, J, Van Vliet, W. (2003) “The reality of functionally graded material products,” *TNO Science and Industry, The Netherlands*, 38-43.
- Kieback, B, Neubrand, A, Riedel, H. (2003), “Processing techniques for functionally graded materials,” *Materials Science and Engineering*, 81–105.
- Lam, DCC, Yang, F, Chong, ACM, Wang, J, Tong, P. (2003), “Experiments and theory in strain gradient elasticity”, *J Mech Phys Solids*, **51**(8), 1477–1508.
- Larbi Chaht, F., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O. and Mahmoud, S.R. (2015), “Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18**(2), 425-442.
- Lee, Z, Ophus, C, Fischer, L, Nelson-Fitzpatrick, N, Westra, KL, Evoy, S, et al. (2006), “Metallic NEMS components fabricated from nanocomposite Al–Mo films”, *Nanotechnology*, **17**(12), 3063–3070.

- Levinson, M. (1981), "A new rectangular beam theory", *J. Sound Vib.*, **74**, 81.
- Li, C, Chou, TW. (2003a), "A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes", *Int J Solids Struct*, **40**, 2487–2499.
- Li, C, Chou, TW. (2003b), "Single-walled carbon nanotubes as ultrahigh frequency nanomechanical resonators", *Phys Rev B*, **68**, 073405.
- Lim, CW, Wang, CM. (2007), "Exact variational nonlocal stress modeling with asymptotic higher-order strain gradients for nanobeams", *J Appl Phys*, **101**, 054312.
- Lin, X, Yue, T M. (2005), "Phase formation and microstructure evolution in laser rapid forming of graded SS316L/Rene88DT alloy", *Mater Sci Engng, vol. A402*, 294-306.
- Lu, P, Lee, HP, Lu, C, Zhang, PQ. (2007), "Application of nonlocal beam models for carbon nanotubes", *Int J Solids Struct.*, **44**, 5289–5300.
- Lu, C, Wu, D, Chen, W. (2011), "Non-linear responses of nano-scale FGM films including the effects of surface energies", *IEEE Trans Nanotechnol*, **10(6)**, 1321–1327.
- Levinson, M. (1980), "An accurate simple theory of the statics and dynamics of elastic plates", *Mechanics Research Communication*, **7**, 343-350.
- Maachou, M, Zidour, M, Baghdadi, H, Ziane, N, Tounsi, A. (2011), "A nonlocal Levinson beam model for free vibration analysis of zigzag single-walled carbon nanotubes including thermal effects", *Solid State Commun.*, **151**, 1467–71.
- Ma, H. M., Gao, X. L., and Reddy, J. N. (2008), "A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory", *Journal of Mechanics Physics and Solids*, **56**, 3379–3391.
- Mahi, A., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2015), "A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates", *Applied Mathematical Modelling*, **39**, 2489–2508.
- Meradjah, M., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2015), "A new higher order shear and normal deformation theory for functionally graded beams", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18(3)**, 793-809.
- Mouaici, F., Benyoucef, S., Ait Atmane, H. and Tounsi, A. (2016), "Effect of porosity on vibrational characteristics of non-homogeneous plates using hyperbolic shear deformation theory", *Wind Struct., Int. J.*, **22(4)**, 429-454.

- Mustapha, KB, Zhong, ZW. (2010a), “The thermo-mechanical vibration of a single-walled carbon nanotube studied using the Bubnov–Galerkin method”, *Physica E.*, **43**, 375–381.
- Mustapha, KB, Zhong, ZW. (2010b), “Free transverse vibration of an axially loaded non-prismatic single-walled carbon nanotube embedded in a two-parameter elastic medium”, *Comput Mater Sci.*, **50**, 742–751.
- Mori, T, Tanaka, T. (1973), “Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions”, *Acta Metall*, **21**, 571–4.
- Mumtaz, K. A, Hopkinson, N. (2007), “Laser melting functionally graded composition of waspaloy and zirconia powders”, *Journal of Materials Science*, **42**, 7647–7656.
- Murthy, M V V. (1981), “An Improved Transverse Shear Deformation Theory for Laminated Anisotropic Plate”, *Rapport technique, NASA*.
- Narendar, S, Gopalakrishnan, S. (2011), “Nonlocal wave propagation in rotating nanotube”, *Results Phys.*, **1**, 17–25.
- Nedri, K., El Meiche, N., Tounsi, A. (2014), “Free vibration analysis of laminated composite plates resting on elastic foundations by using a refined hyperbolic shear deformation theory”, *Mechanics of Composite Materials*, **49(6)**, 641 – 650.
- Nix, W. D., Gao, H. (1998), “Indentation size effects in crystalline materials: A law for strain gradient plasticity”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **46**, 411–425.
- Nguyen.T.K. (2008), “Quelque méthodes pour l’estimation des propriétés effectives des plaques hétérogène ”, *Thèse de Doctorat, Université de Paris-Est*.
- Niino, M. (1987), “Design of functionally gradient material”, *Science and Technology Japan*, **18(3)**, 18-46.
- Nemat-Alla1, M , Ata, M H, Bayoumi, M R, Khair-Eldeen, W. (2011), “Powder metallurgical fabrication and microstructural investigations of Aluminium/Steel functionally graded material,” *Materials Sciences and Applications*, vol. **2**, 1708-1718.
- Ould Larbi, L., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), “An efficient shear deformation beam theory based on neutral surface position for bending and free vibration of functionally graded beams”, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, **41**, 421 – 433.
- Peddieson, J, Buchanan, GR, McNitt, RP. (2003), “Application of nonlocal continuum models to nanotechnology”, *Int J Eng Sci.*, **41** (2003) 305–12.

- Pijaudier-Cabot, G, Bazant, ZP. (1987), “Nonlocal damage theory”, *ASCE J. Engineering Mechanics*, **113**, 1512-1533.
- Rahaeifard, M, Kahrobaiyan, MH, Ahmadian, MT. (2009), “Sensitivity analysis of atomic force microscope cantilever made of functionally graded materials” *In: 3rd International conference on micro- and nanosystems*. DETC2009-86254:539-544.
- Rakrak, K., Zidour, M., Heireche, H., Bousahla, A.A., Chemi, A. (2016), "Free vibration analysis of chiral double-walled carbon nanotube using non-local elasticity theory", *Advances in nano research*, **4** (1), 31-44.
- Reddy, J. N. (2011), “Microstructure-dependent couple stress theories of functionally graded beams”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **59**, 2382–2399.
- Reddy, JN, Pang, SD. (2008), “Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes”, *J Appl Phys*. **103**, 023511.
- Reddy, J.N. (2007), “Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams”, *Int. J. Eng. Sci.*, **45**, 288.
- Reddy, J.N. (2002), “*Energy principles and variational methods in applied mechanics*”, John Wiley & Sons Inc.
- Reddy, J.N. (1984), “A simple higher-order theory for laminated composite plates”, *ASME J. Appl. Mech.*, **51**, 745.
- Roque, CMC, Ferreira, AJM, Reddy, JN. (2011), “Analysis of Timoshenko nanobeams with a nonlocal formulation and meshless method”, *Int J Eng Sci*, **49**, 976–984.
- Reiter T, Dvorak GJ, Tvergaard V. (1997), “Micromechanical models for graded composite materials”, *J Mech Phys Solids*, **45**, 1281–302.
- Said, A., Ameer, M., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2014), “A new simple hyperbolic shear deformation theory for functionally graded plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations”, *International Journal of Computational Methods*, **11(6)**, 1350098.
- Semmah, A., Tounsi, A., Zidour, M., Heireche, H., Naceri, M. (2015), “Effect of chirality on critical buckling temperature of a zigzag single-walled carbon nanotubes using nonlocal continuum theory”, *Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures*, **23**, 518 – 522.
- Soldatos, K.P. (1992), “A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates”, *Acta Mech*, **94**, 195–200.

- Song, J, Shen, J, Li, XF. (2010), “Effects of initial axial stress on waves propagating in carbon nanotubes using a generalized nonlocal model”, *Comput Mater Sci.*, **49**, 518–523.
- Stolken, JS, Evans, AG. (1998), “A microbend test method for measuring the plasticity length scale”, *Acta Mater*, **46(14)**, 5109–5115.
- Samueli, J, (2007). “Par-delà les nanosciences et les nanotechnologies”, *ellipses*.
- Shiota, I, Miyamoto, Y. (1996), “Functionally Grade Materials”, *Proceedings of the 4th international symposium on Functionally Graded Materials*, October 21-24.
- Sellai, B.O. (2011), “Etude et Analyse des Structures en FGM: Comparaison entre E-FGM, P-FGM et S-FGM ”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.
- Suresh, S, Mortensen, A. (1998) *Fundamentals of Functionally Graded Materials*”, *IOM Communications Ltd., London*.
- Tounsi, A, Semmah, A., Bousahla, A.A. (2013a), “Thermal buckling behavior of nanobeams using an efficient higher-order nonlocal beam theory”, *ASCE Journal of Nanomechanics and Micromechanics*, **3**, 37–42.
- Tounsi, A, Benguediab, S., Adda Bedia, E.A., Semmah, A., Zidour, M. (2013b), “Nonlocal effects on thermal buckling properties of double-walled carbon nanotubes”, *Advances in Nano Research*, **1(1)**, 1 – 11.
- Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S., Adda Bedia, E.A. (2013c), “A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates”, *Aerospace Science and Technology*, **24**, 209 – 220.
- Tounsi, A, Heireche, H, Berrabah, HM, Benzair, A, Boumia, L. (2008), “Effect of small size on wave propagation in double-walled carbon nanotubes under temperature field”, *J Appl Phys*, **104**, 104301.
- Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A. (2016), “A new 3-unknowns non-polynomial plate theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate”, *Structural Engineering and Mechanics*, (Accepted).
- Taniguchi, N. (1974), “On the Basic Concept of Nano-Technology”, *Proc .Intl. Conf .Prod .Eng. Tokyo, Part II, Japan Society of Precision Engineering*.
- Tejaswini, N, Ramesh Babu, K, Dr.Sai Ram, KS. (2015), “FUNCTIONALLY GRADED MATERIAL: ANOVERVIEW”, *IJAEST, ISSN: 2319-1112*.

- Vel, S, Batra, R. (2002), “Exact solution for thermoelastic deformations of functionally graded thick rectangular plates”, *AIAA J*, **40** (7), 1421–1433.
- Wang, Q, Liew, KM. (2007), “Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro- and nano-structures”, *Phys Lett A*, **363**, 236–242.
- Wang, Q, Varadan, VK, Quek, ST. (2006), “Small scale effect on elastic buckling of carbon nanotubes with nonlocal continuum models”, *Phys Lett A*, **357**, 130–135.
- Witvrouw, A, Mehta, A. (2005), “The use of functionally graded poly-SiGe layers for MEMS applications”, *Mater Sci Forum*, **492**, 55–60.
- Wakashima, K, Hirano, T, Niino, M. (1990), “Functionally gradient materials (FGM) architecture: a new type of ceramic-metal assemblage designed for hot structural components”, *Proceedings ESA Sump "Space applications of advanced structural materials" ESTEC*, 97-102.
- Watanabe, Y, Inaguma, Y, Sato, Miura-Fujiwara, E A. (2009), “Novel fabrication method for functionally graded materials under centrifugal force: the centrifugal mixed-Powder method”, *Materials*, Vol. 2, No. 4, 2510-2525.
- Watanabe, Y, Sato, H. (2011), “Review Fabrication of Functionally Graded Materials under a Centrifugal Force”, *INTECH Open Access Publisher*, 10.5772/20988, 133-150.
- Yaghoobi, H., and Feraidoon, A. (2010), “Influence of neutral surface position on deflection of functionally graded beam under uniformly distributed load”, *World Applied Sciences Journal*, **10**(3), 337 – 341.
- Yoon, J, Ru, CQ, Mioduchowski, A. (2003), “Vibration of an embedded multiwall carbon nanotube”, *Compos Sci. Technol.*, **63**, 1533–1542.
- Zemri, A., Houari, M.S.A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2015), “A mechanical response of functionally graded nanoscale beam: An assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam theory”, *Structural Engineering and Mechanics*, 54(4), 693 – 710.
- Zhang, YQ, Liu, GR, Wang, JS. (2004), “Small-scale effects on buckling of multiwalled carbon nanotubes under axial compression”, *Phys Rev B*, **70**, 205430.
- Zhang, Y, Liu, G, Han, X. (2005a), “Transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes under compressive axial load”, *Phys Lett A*, **340**, 258–266.

- Zhang, YQ, Liu, GR, Xie, XY. (2005b), “Free transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity”, *Phys Rev B.*, **71**, 195404.
- Zhang, YQ, Liu, GR, Han, X. (2006), “Effect of small length scale on elastic buckling of multi-walled carbon nanotubes under radial pressure”, *Phys Lett A*, **349**, 370–376.
- Zidi, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A., Anwar Bég, O. (2014), “Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory”, *Aerospace Science and Technology*, **34**, 24–34.
- Zidour, M., Benrahou, K.H., Semmah, A., Naceri, M., Belhadj, H.A., Bakhti, K. (2012), "The thermal effect on vibration of zigzag single walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory", *Computational Materials Science*, **51**, 252-260.
- Zhu, J, Lai, Z, Yin, Z, Jeon, Lee, S. (1995), “Fabrication of ZrO₂–NiCr functionally graded material by powder metallurgy,” *Materials Chem*,
- Zidour, M., Daouadji, T.H., Benrahou, K.H., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Hadji, L. (2014), “Buckling analysis of chiral single-walled carbon nanotubes by using the nonlocal Timoshenko beam theory”, *Mechanics of Composite Materials*, **50(1)**, 95 – 104.